

بررسی ارتعاشات و دمپینگ صفحات کامپوزیتی ساندویچی تقویت شده با الیاف کولار

• عبدالحسین فریدون^۱
ab.fereidoon@gmail.com

• علی حضرتی نیاری^۲
a.hazrati@yahoo.com

چکیده:

هدف از این مقاله بررسی دمپینگ ارتعاشی صفحات کامپوزیت ساندویچی تقویت شده با استفاده از روش ریتز می‌باشد. دمپینگ یک پارامتر موثر در کنترل میزان ارتعاشات سازه‌های متحرک است. به دلیل چقرمگی و استحکام بالای مواد کامپوزیتی به نسبت وزن آنها، این مواد در حوزه‌های مختلفی از جمله صنایع اتومبیل سازی و مهندسی مکانیک مورد استفاده قرار می‌گیرند. محاسبات تئوری با استفاده از نرم افزار مطلب نسخه ۸-۷ انجام شده است. در ادامه، دمپینگ با استفاده از نرم افزار تجاری آباکوس (نسخه ۵-۶) مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده از روش تئوری با نتایج به دست آمده از روش المان محدود مطابقت خوبی از خود نشان می‌دهند.

واژه‌های کلیدی: المان محدود، تحلیل دینامیکی، مد ارتعاشی، دمپینگ، صفحه کامپوزیت ساندویچی.

۱. هیأت علمی دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان / دانشیار

۲. دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان / کارشناس ارشد

۱- مقدمه

پارافنیلن دی آمین و کلرید تر فتالوئیل به دست می آید. الیاف کولار شامل زنجیره‌های پلیمری بلند و موازی هستند که یک ساختار صفحه‌ای شبیه به ابریشم را تشکیل می‌دهند. این ساختار دلیلی بر مقاومت مکانیکی و حرارتی بالای آن است. این الیاف در سال ۱۹۶۰ میلادی در شرکت دوپونت آمریکا اختراع گردید. الیاف کولار می‌توانند با الیاف و یا مواد دیگر ترکیب شده و یک کامپوزیت را تشکیل دهند. با توجه به ساختار مولکولی این الیاف، خواص و ویژگی‌های این الیاف عبارتست از: مقاومت مکانیکی بالا در کنار وزن کم، ازدیاد طول تا سرحد پارگی، قابلیت هدایت الکتریکی کم، ثبات ابعادی بسیار بالا، مقاومت بالا در برابر برش و مقاومت بالا در برابر حرارت. خواص کامپوزیت مورد استفاده در این مطالعه در جدول [۱] نشان داده شده است.

جدول ۱- خواص کامپوزیت مورد استفاده در این مطالعه Kevlar-fibre/SR ۱۵۰۰						
E_L (Gpa)	E_T (Gpa)	G_{LT} (Gpa)	ν_{LT}	$\eta_L (\times 10^{-3})$	$\eta_T (\times 10^{-3})$	$\eta_{LT} (\times 10^{-3})$
۵۰.۷	۴.۵۰	۲.۱۰	۰.۲۳	۱.۵۰	۲.۵۰	۲.۸۰

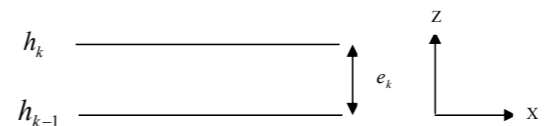
^۱Gibson and Plunkett ^۲Kerwin ^۳Ni and Adams ^۴sun and Gipson ^۵Finegan ^۶Ben Wang ^۷Buckypaper

۲- تئوری

کامپوزیت ساندویچی مورد نظر در این جا شامل k لایه است [۷-۹] و ضخامت هر لایه e_k است. شکل [۱] نشان دهنده المان لایه مورد نظر می‌باشد.

(۱)

$\sigma_{xxk}, \sigma_{yyk}, \sigma_{xyk}, \sigma_{yzk}, \sigma_{xzk}, \sigma_{xxk}, \sigma_{yyk}, \sigma_{xyk}, \sigma_{yzk}, \sigma_{xzk}$



شکل ۱- المان لایه K از کامپوزیت ساندویچی

تنش‌های صفحه‌ای ایجاد شده در هر لایه تابعی خطی بر حسب Z می‌باشند و روابط آنها به صورت زیر است:

$$\sigma_{pk} = a_{pk}(x, y)z + b_{pk}(x, y), \quad p = xx, yy, xy \quad (۲)$$

از آن جایی که:

$$\sigma_{pk} = \sigma_{xxk}^e, \sigma_{yyk}^e, \sigma_{xyk}^e \quad (۳)$$

که σ_{pk} و ضرایب a_{pk} و a_{pk} از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$a_{pk} = \frac{\sigma_{puk} - \sigma_{plk}}{e_k} \quad (۴)$$

$$b_{pk} = \sigma_{puk} - (\sigma_{puk} - \sigma_{plk}) \frac{h_k}{e_k}$$

با استفاده از روابط المان محدود ما می‌توانیم مقادیر تنش در هر لایه از صفحه کامپوزیتی را به دست آوریم.

برای به دست آوردن ثابت S_{ij} طبق روابط زیر عمل می‌کنیم:

$$\sigma_{pk} = \frac{\sigma_{puk} - \sigma_{plk}}{e_k} \quad (۵)$$

$$b_{pk} = \sigma_{puk} - (\sigma_{puk} - \sigma_{plk}) \frac{h_k}{e_k}$$

با توجه به این‌که:

(۶)

$$\sigma_{puk} = \sigma_{xxuk}, \sigma_{yyuk}, \sigma_{xyuk}$$

$$\sigma_{plk} = \sigma_{xxlk}, \sigma_{yylk}, \sigma_{xylk}$$

بنابراین تنش برشی به صورت زیر بیان می‌شود.

(۷)

$$\sigma_{rk} = \alpha_{rk}(x, y)z^2 + \beta_{rk}(x, y), \quad r = yz, xz$$

و ضرایب α_{rk} و β_{rk} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

(۸)

$$\alpha_{rk} = -\frac{\sigma_{rkl} - \sigma_{ruk}}{(h_k + h_{k-1})e_k}, \quad \beta_{rk} = \sigma_{ruk} + \alpha_{rk}h_k^2,$$

$$r = yz, xz$$

انرژی کرنشی صفحه‌ای ذخیره شده در هر المان e به صورت زیر بیان می‌شود [۱]:

(۹)

$$U_d^e = U_1^e + U_2^e + U_6^e$$

با توجه به این‌که:

$$U_1^e = \frac{1}{2} \iiint_e \sigma_1 \varepsilon_1 dx dy dz$$

$$U_2^e = \frac{1}{2} \iiint_e \sigma_2 \varepsilon_2 dx dy dz \quad (۱۰)$$

$$U_6^e = \frac{1}{2} \iiint_e \sigma_6 \varepsilon_6 dx dy dz$$

کرنش‌های ε_6 و ε_2 و ε_1 که به عنوان کرنش‌های صفحه‌ای

هستند، رابطه آنها با تنش‌ها صفحه‌ای $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6$ به صورت زیر است:

(۱۱)

$$\varepsilon_1 = S_{11}\sigma_1 + S_{12}\sigma_2,$$

$$\varepsilon_2 = S_{12}\sigma_1 + S_{22}\sigma_2,$$

$$\varepsilon_6 = S_6\sigma_6$$

$$S_{11} = \frac{1}{E_L}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_T}, \quad S_{12} = -\frac{\nu_{LT}}{E_L}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{LT}}.$$

مقدار انرژی کرنشی U_1^e به صورت زیر به دست می‌آید:

(۱۳)

$$U_1^e = U_{11}^e + U_{12}^e$$

به طوری که:

$$U_{11}^e = \frac{1}{2} \iiint_e S_{11} \sigma_1^2 dx dy dz \quad (۱۴)$$

$$U_{12}^e = \frac{1}{2} \iiint_e S_{12} \sigma_1 \sigma_2 dx dy dz$$

در هر لایه تنش‌های $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_6$ به عنوان تنش‌های اصلی

هستند، رابطه آنها با تنش‌های $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ به صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

در این جا θ زاویه الیاف می‌باشد، از آنجایی‌که:

(۱۶)

$$U_{11}^e = \frac{1}{2} \iiint_e S_{11} [\sigma_{xx}^2 \cos^4 \theta + \sigma_{yy}^2 \sin^4 \theta + 2(2\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx}\sigma_{yy}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + 4\sigma_{xx}\sigma_{xy} \sin \theta \cos^3 \theta + 4\sigma_{yy}\sigma_{xy} \sin^3 \theta \cos \theta] dx dy dz$$

(۱۷)

$$U_{12}^e = \frac{1}{2} \iiint_e S_{12} [(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - 4\sigma_{xy}^2) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sigma_{xx}\sigma_{yy} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) + 2(\sigma_{xx}\sigma_{xy} - \sigma_{yy}\sigma_{xy}) (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) \sin \theta \cos \theta] dx dy dz.$$

به همین ترتیب میزان انرژی کرنشی U^e که در جهت عرضی ذخیره شده است به صورت زیر می‌باشد:

$$U_2^e = U_{22}^e + U_{12}^e \quad (۱۸)$$

با توجه به این‌که:

(۱۹)

$$U_{22}^e = \frac{1}{2} \iiint_e S_{22} [\sigma_{xx}^2 \sin^4 \theta + \sigma_{yy}^2 \cos^4 \theta + 2(2\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx}\sigma_{yy}) \times \sin^2 \theta \cos^2 \theta - 4\sigma_{xx}\sigma_{xy} \sin^3 \theta \cos \theta - 4\sigma_{yy}\sigma_{xy} \sin \theta \cos^3 \theta] dx dy dz,$$

و در نهایت انرژی کرنشی برشی در صفحه عبارت است از:

(۲۰)

$$U_6^e = U_{66}^e = \frac{1}{2} \iiint_e S_{66} [(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - 2\sigma_{xx}\sigma_{yy}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \sigma_{xy}^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)^2 + 2(\sigma_{yy}\sigma_{xy} - \sigma_{xx}\sigma_{xy}) (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \sin \theta \cos \theta] dx dy dz.$$

انرژی کرنشی صفحه‌های ذخیره شده در المان e به صورت زیر است:

$$U_{11}^e = \sum_{k=1}^n U_{11k}^e \quad U_{22}^e = \sum_{k=1}^n U_{22k}^e \quad (21)$$

$$U_{12}^e = \sum_{k=1}^n U_{12k}^e \quad U_{66}^e = \sum_{k=1}^n U_{66k}^e$$

از آنجایی که U_{ijk}^e (ij = 11, 22, 12, 66) انرژی کرنشی صفحه‌های ذخیره شده در لایه k از المان e می‌باشد، بنابراین معادلات [۱۶-۲۰] به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$U_{11k}^e = S_{11k} [U_{xxxx}^e \cos^4 \theta_k + U_{yyyy}^e \sin^4 \theta_k + 2(U_{xyxy}^e + U_{xyyx}^e) \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + 4U_{xxxy}^e \sin \theta_k \cos^3 \theta_k + 4U_{yyxy}^e \sin^3 \theta_k \cos \theta_k] \quad (23)$$

$$U_{12k}^e = S_{12k} [(U_{xxxx}^e + U_{yyyy}^e - 4U_{xyxy}^e) \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + U_{xyyk}^e (\sin^4 \theta_k + \cos^4 \theta_k) + 2(U_{xyyk}^e - U_{yyxy}^e) \times (\sin^2 \theta_k - \cos^2 \theta_k) \sin \theta_k \cos \theta_k] \quad (24)$$

$$U_{22k}^e = S_{22k} [(U_{xxxx}^e \sin^4 \theta_k + U_{yyyy}^e \cos^4 \theta_k + 2(2U_{xyxy}^e - U_{xyyx}^e) \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k - 4U_{xxxy}^e \sin^3 \theta_k \cos \theta_k - 4U_{yyxy}^e \sin \theta_k \cos^3 \theta_k)] \quad (25)$$

$$U_{66k}^e = S_{66k} [(U_{xxxx}^e + U_{yyyy}^e - 2U_{xyxy}^e) \sin^2 \theta_k \cos^2 \theta_k + U_{xyyk}^e (\cos^2 \theta_k - \sin^2 \theta_k)^2 + 2(U_{xyyk}^e - U_{yyxy}^e) \times (\sin^2 \theta_k - \cos^2 \theta_k) \sin \theta_k \cos \theta_k]$$

ترم‌های انرژی $(pq = xx, yy, xy)$ که در معادلات [۲۲-۲۵] بیان شده است به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U_{pqk}^e = \frac{S_e}{2} I_{pqk}^e, \quad p, q = xx, yy, xy \quad (26)$$

$$I_{pqk}^e = \int_{h_{k-1}}^{h_k} \sigma_{pk} \sigma_{qk} dz = \frac{1}{3} a_{pk} a_{qk} (h_k^3 - h_{k-1}^3) + \frac{1}{2} (a_{pk} b_{qk} + a_{qk} b_{pk}) (h_k^2 - h_{k-1}^2) + b_{pk} b_{qk} e_k, \quad p, q = xx, yy, xy, \quad (27)$$

از آنجایی که S_e مساحت المان e است و I ممان اینرسی المان e است، در ادامه کل انرژی کرنشی صفحه‌های در المان e به صورت زیر به دست می‌آید:

$$U_{11} = \sum_{elements} U_{11}^e, \quad U_{12} = \sum_{elements} U_{12}^e, \quad (28)$$

$$U_{22} = \sum_{elements} U_{22}^e, \quad U_{66} = \sum_{elements} U_{66}^e$$

حال به محاسبه انرژی کرنشی برشی عرضی می‌پردازیم. انرژی کرنشی برشی عرضی المان e به صورت زیر به دست می‌آید:

$$U_s^e = U_{44}^e + U_{55}^e \quad (29)$$

از آنجایی که:

$$U_{44}^e = \frac{1}{2} \iiint_e \sigma_4 y_4 dx dy dz \quad (30)$$

$$U_{55}^e = \frac{1}{2} \iiint_e \sigma_5 y_5 dx dy dz$$

با توجه به این که σ_4 و y_4 به ترتیب کرنش برشی عرضی و تنش برشی عرضی در صفحه (T, T') و σ_5 ، y_5 به ترتیب کرنش برشی عرضی و تنش برشی عرضی در صفحه (L, T') می‌باشد، روابط بین کرنش‌های برشی و تنش‌های برشی به صورت زیر است:

$$\sigma_4 = G_{TT'} \gamma_4, \quad \sigma_5 = G_{LT'} \gamma_5 \quad (31)$$

از آنجایی که $G_{TT'}$ و $G_{LT'}$ به ترتیب مدول برشی عرضی در صفحات (T, T') و (L, T') است، رابطه [۳۰] به صورت زیر بیان می‌شود:

$$U_{44}^e = \frac{1}{2} \iiint_e \frac{\sigma_4^2}{G_{TT'}} dx dy dz, \quad (32)$$

$$U_{55}^e = \frac{1}{2} \iiint_e \frac{\sigma_5^2}{G_{LT'}} dx dy dz,$$

در هر لایه تنش‌های σ_4 و σ_5 می‌تواند به صورت تابعی بر حسب σ_{yz} و σ_{xz} به صورت زیر بیان شود:

$$\begin{bmatrix} \sigma_4 \\ \sigma_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} \quad (33)$$

در نهایت رابطه [۳۲] مربوط به انرژی کرنشی در راستای عرضی به صورت زیر ساده می‌شود:

$$U_{44}^e = \frac{1}{2} \iiint_e \frac{1}{G_{TT'}} (\sigma_{yz}^2 \cos^2 \theta + \sigma_{xz}^2 \sin^2 \theta - 2\sigma_{yz} \sigma_{xz} \sin \theta \cos \theta) dx dy dz \quad (34)$$

$$U_{55}^e = \frac{1}{2} \iiint_e \frac{1}{G_{LT'}} (\sigma_{yz}^2 \sin^2 \theta + \sigma_{xz}^2 \cos^2 \theta + 2\sigma_{yz} \sigma_{xz} \sin \theta \cos \theta) dx dy dz \quad (35)$$

$$U_{44}^e = \frac{1}{2} \iiint_e \frac{1}{G_{TT'}} (\sigma_{yz}^2 \cos^2 \theta + \sigma_{xz}^2 \sin^2 \theta - 2\sigma_{yz} \sigma_{xz} \sin \theta \cos \theta) dx dy dz$$

کل انرژی برشی در راستای عرضی طبق روابط زیر نتیجه می‌شود:

$$U_4^e = \sum_{k=1}^n U_{4k}^e \quad U_5^e = \sum_{k=1}^n U_{5k}^e \quad (36)$$

از آنجایی که $(m = 4, 5)$ انرژی کرنشی برشی عرضی ذخیره شده در لایه k می‌باشد که این انرژی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$U_{yzyk}^e = \frac{S_e}{2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \sigma_{yz}^2 dz \quad (37)$$

$$U_{yzyk}^e = \frac{S_e}{2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \sigma_{yz}^2 \sigma_{xz} dz$$

$$U_{xzxk}^e = \frac{S_e}{2} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \sigma_{xz}^2 dz$$

و انرژی برشی ذخیره شده در راستای عرضی در لایه k به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$U_{44K}^e = \frac{1}{G_{TT'}} (U_{yzyk}^e \cos^2 \theta_k + U_{xzxk}^e \sin^2 \theta_k - 2U_{yzyk}^e \sin \theta_k \cos \theta_k), \quad (38)$$

$$U_{55K}^e = \frac{1}{G_{LT'}} (U_{yzyk}^e \sin^2 \theta_k + U_{xzxk}^e \cos^2 \theta_k - 2U_{yzyk}^e \sin \theta_k \cos \theta_k).$$

ترم‌های U_{yzyk}^e و U_{xzxk}^e و U_{yzyk}^e با توجه به رابطه (۳۷) به دست می‌آیند، ترم U_{rsk}^e از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$U_{rsk}^e = \frac{S_e}{2} I_{rsk}^e \quad r, s = yz, xz, \quad (40)$$

با توجه به این که:

$$I_{rsk}^e = \frac{1}{5} \alpha_{rk} \alpha_{sk} (h_k^5 - h_{k-1}^5) + \frac{1}{3} (\alpha_{rk} \beta_{rk} + \alpha_{sk} \beta_{rk}) (h_k^3 - h_{k-1}^3) + \beta_{rk} \beta_{sk} (h_k - h_{k-1}), \quad r, s = yz, xz.$$

از آنجایی که α_{rk} و α_{sk} و β_{rk} و β_{sk} از معادله [۸] حاصل می‌شوند، بنابراین انرژی کرنشی کل ذخیره شده در راستای عرضی به صورت زیر به دست می‌آید.

$$U_{44} = \sum_{elements} U_{44}^e, \quad U_{55} = \sum_{elements} U_{55}^e, \quad (42)$$

در نهایت برای محاسبه دمپینگ ارتعاشی به روش ریتز بایستی کل انرژی کرنشی در المان محاسبه شود که به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۴-۱۰]:

$$U_d = U_{11} + U_{22} + 2U_{12} + U_{66} + U_{44} + U_{55} \quad (43)$$

U_{12} و U_{11} و U_{22} نیز طبق رابطه [۲۸] محاسبه می‌شود. U_{44} و U_{55} نیز طبق رابطه [۴۲] محاسبه می‌شود. در ادامه انرژی کرنشی جذب شده در لایه K المان e به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\Delta U_k^e = \psi_{11k}^e U_{11k}^e + \psi_{22k}^e U_{22k}^e + 2\psi_{12k}^e U_{12k}^e + \psi_{66k}^e U_{66k}^e + \psi_{44k}^e U_{44k}^e + \psi_{55k}^e U_{55k}^e, \quad (44)$$

که در آن ψ_{11k}^e ، ψ_{22k}^e به ترتیب ضرایب دمپینگ کششی-فشاری در جهات L و T، ψ_{44k}^e و ψ_{55k}^e به عنوان ضریب دمپینگ برشی عرضی به ترتیب در صفحه (T, T') و (L, T') می‌باشد. همچنین ψ_{66k}^e به عنوان ضریب دمپینگ برشی در صفحه است و انرژی کرنشی پخش شده در المان e طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U^e = \sum_{e=1}^n \Delta U_k^e \quad (45)$$

کل انرژی کرنشی پخش شده نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta U = \sum_{elements} \Delta U^e \quad (47)$$

در نهایت ضریب دمپینگ ψ طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\psi = \frac{\Delta U}{U_d} \quad (48)$$

محاسبه مقدار ψ با استفاده از نرم افزار برنامه نویسی مطلب انجام گرفته است.

برای به دست آوردن ضریب اتلاف دمپینگ از این رابطه استفاده می‌شود:

$$\eta = \frac{\psi}{2\pi}$$

۳- آنالیز

در این جا یک مدلسازی ۲ بعدی از توصیف دمپینگ ارتعاشی با استفاده از نرم افزار تجاری آباکوس انجام گرفته است [۱۵]. در ادامه مدهای ارتعاشی با استفاده از این نرم افزار محاسبه شده است [۲۰-۱۶]. کامپوزیت مورد نظر در اینجا از نوع کولار-فایبر / اس آر ۱۵۰۰ که شامل تیر یک سر گیر دار به طول ۰/۳ متر و عرض ۰/۱ متر و ضخامت هر لایه ۰/۰۰۱ متر است. المان مورد استفاده در این آنالیز از نوع C3D8R است و ترتیب بندی زوایای الیاف کامپوزیت ساندویچی مورد مطالعه به صورت $[\theta_s, 30^\circ + \theta, 30^\circ, 90^\circ + \theta, 90^\circ]$ می‌باشد [۲۳-۲۱].

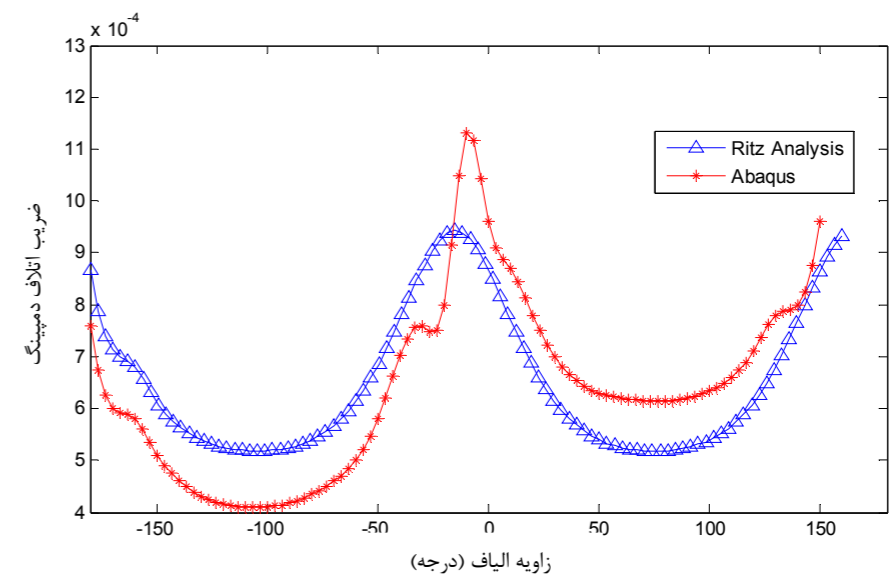
۴- نتایج و بحث:

در این جا نتایج به دست آمده از روش تئوری با نتایج به دست آمده از روش المان محدود با هم مقایسه شده است. شکل [۲] نشان دهنده مقایسه ضریب اتلاف کامپوزیت ساندویچی با زوایای الیاف $[90^\circ + \theta^\circ, 90^\circ, 30^\circ + \theta^\circ, 30^\circ]_s$ به روش تئوری و روش آنالیز نرم افزاری است. این آنالیز در طیف وسیعی از تغییرات زوایا مورد ارزیابی قرار گرفته است. جدول [۲] مد ارتعاشی و میزان فرکانس کامپوزیت ساندویچی از نوع کولار- فایبر / اس آر ۱۵۰۰ را نشان می دهد. شکل [۲] نیز ضریب اتلاف دمپینگ کامپوزیت ساندویچی با زوایای الیاف $[90^\circ + \theta^\circ, 90^\circ, 30^\circ + \theta^\circ, 30^\circ]_s$ را نشان می دهد و شکل [۳] نمونه ای از مدهای ارتعاشی به دست آمده از نرم افزار برای کامپوزیت ساندویچی است.

۵- نتیجه گیری:

در این جا یک مدل سازی بر مبنای روش ریتز برای محاسبه دمپینگ ارتعاشی کامپوزیت ساندویچی انجام شده است. روابط

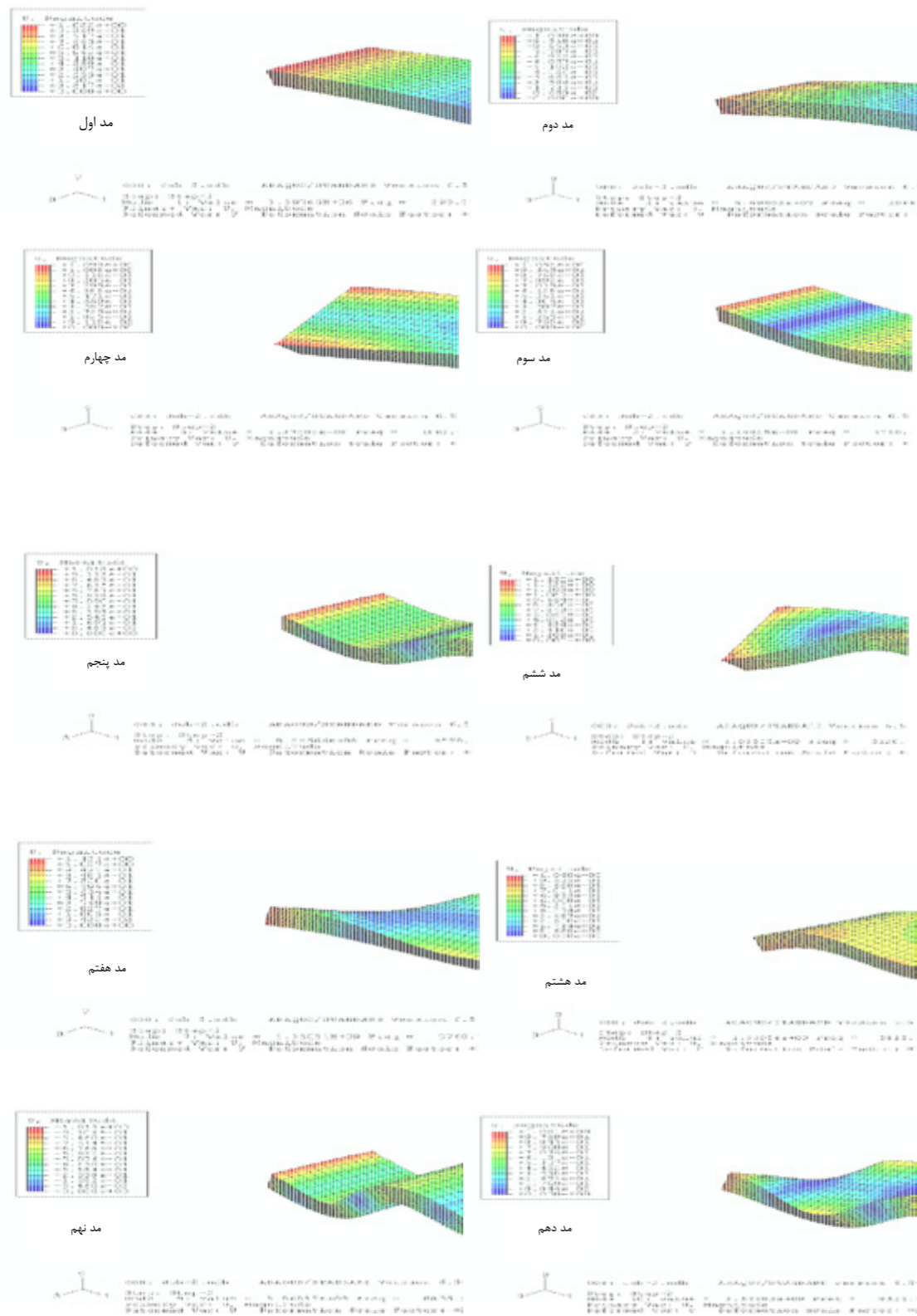
المان محدود به ما این اجازه را می دهند تا بتوانیم انرژی کرنشی ذخیره شده در ماده را به دست آوریم و سپس انرژی کرنشی اتلافی (پخش شده) را بر حسب تابعی از انرژی های کرنشی و ضرایب دمپینگ محاسبه کنیم. تمامی روابط به دست آمده بر پایه میزان پخش انرژی در الیاف و ماتریس استوار است. در روش ریتز بیشترین میزان دمپینگ در الیافی با زاویه $10^\circ -$ اتفاق می افتد حال این زوایا در نرم افزار آباکوس $13^\circ -$ می باشد که مطابقت خوبی نشان می دهد. مینیمم زوایای به دست آمده در هر دو یعنی تئوری و آنالیز در الیافی با زوایای 75° و $100^\circ -$ اتفاق می افتد. در ادامه پاسخ دینامیکی سازه با استفاده از نرم افزار آباکوس مورد ارزیابی قرار گرفته و شکل مدهای ارتعاشی و مقادیر فرکانس با استفاده از این نرم افزار به دست آمده است. کمترین میزان فرکانس به دست آمده از سازه به اندازه $293/37$ هرتز و بیشترین میزان فرکانس $9522/6$ هرتز است که به ترتیب در مد اول و دهم اتفاق افتاده و در شکل مدها این امر به روشنی قابل رویت است.



شکل ۲- ضریب اتلاف دمپینگ کامپوزیت ساندویچی با زوایای الیاف $[90^\circ + \theta^\circ, 90^\circ, 30^\circ + \theta^\circ, 30^\circ]_s$

جدول ۲- مد ارتعاشی و میزان فرکانس تیر کامپوزیت ساندویچی یک سر گیر دار Kevlar-fibre/SR ۱۵۰۰

مد	فرکانس (هرتز)	مد	فرکانس (هرتز)
مد اول	۲۹۳.۳۷	مد ششم	۵۱۲۰.۴
مد دوم	۱۰۶۶.۹	مد هفتم	۵۷۶۰.۷
مد سوم	۱۷۲۰.۲	مد هشتم	۵۸۲۵.۱
مد چهارم	۱۸۶۲.۹	مد نهم	۸۸۰۵.۳
مد پنجم	۴۵۷۰.۲	مد دهم	۹۵۲۲.۶



شکل ۳- نمونه ای از شکل مدهای ارتعاشی

۷-مراجع

- [1] Ramkumar K, Ganesan N. Vibration and damping studies on hollow sandwich box column with viscoelastic/electrorheological/magnetorheological fluid core layer by the method of finite element. *Int J Struct Stab Dyn* 46–531:(4)8;2008.
- [2] Maheri MR, Adams RD. Finite element prediction of modal response of damped layered composite panels. *Compos Sci Technol* 23–55:13;1995.
- [3] Yeh Jia-Yi, Chen Lien-Wen. Finite element dynamic analysis of orthotropic sandwich plates with an electrorheological fluid core layer. *Compos Struct* 76–368:(3)78;2007.
- [4] Araújo AL, Martins P, Mota Soares CM, Mota Soares CA, Herskovits J. Damping optimization of viscoelastic laminated sandwich composite structures. *Struct Multidisc Optim* –569:(6)39;2009 79.
- [5] McIntyre ME, Woodhouse J. On measuring the elastic and damping constants of orthotropic sheet materials. *Acta Metall* 416–1397:(6)36;1988.
- [6] Zou Y, Long L, Steven GP. Vibration-based model-dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures – a review. *J Sound Vibrat* 378–357:(2)230;2000.
- [7] H. Zheng, C. Cai, X.M. Tan, Optimization of partial constrained layer damping treatment for vibrational energy minimization vibrating beams, *Computers and Structures* 2507–2493 (2004) 82.
- [8] Moreira RAS, Dias Rodrigues J. A layerwise model for thin soft core sandwich plates. *Comput Struct* 63–1256:(20–19)84;2006.
- [9] Plagianakos TS, Saravanos DA. High-order layerwise finite element for the damped free-vibration response of thick composite and sandwich composite plates. *Int J Numer Meth Eng* 626–1593:(11)77;2009.
- [10] Moreira RAS, Dias Rodrigues J, Ferreira AJM. A generalized layerwise finite element for multi-layer damping treatments. *Comput Mech* 44–426:(5)37;2006.
- [11] Pietrzakowski Marek. Active damping of beams by piezoelectric system: effects of bonding layer properties. *Int J Solids Struct* 38;2001 97–7885:(45–44).
- [12] Vishnu Narayana G, Ganesan N. Critical comparison of viscoelastic damping and electrorheological fluid core damping in composite sandwich skew plates. *Compos Struct* 33–221:(2)80;2007.
- [13] Ni RG, Adams RD. The damping and dynamic moduli of symmetric laminated composite beams. Theoretical and experimental results. *Compos Sci Technol* 21–18:104;1984.
- [14] Woodhouse J. Linear damping models for structural vibration. *J Sound Vibrat* 69–547:(3)215;1998.
- [15] Hibbitt, Karlsson and Sorencen, Inc., ABAQUS/Standard User's Manual vol. I, II, III; 2001.
- [16] De Lima AMG, Faria AW, Rade DA. Sensitivity analysis of frequency response functions of composite sandwich plates containing viscoelastic layers. *Compos Struct* 76–364:(2)92;2010.
- [17] Sulmoni M, Gmür T, Cugnoni J, Matter M. Modal validation of sandwich shell finite elements based on a p-order shear deformation theory including zigzag terms. *Int J Numer Meth Eng* 19–1301:(11)75;2008.
- [18] Lin DX, Ni R, Adams RD. Prediction and measurement of the vibrational parameters of carbon and glass-fibre reinforced plastic plates. *J Compos Mater* 52–18:132;1984.
- [19] Cupial P, Niziol J. Vibration and damping analysis of a three-layered composite plate with a viscoelastic mid-layer. *J Sound Vib* –99:(1)183;1995 114.
- [20] Gibson RF. Modal vibration response measurements for characterization of composite materials and structures. *Compos Sci Technol* 80–60:2769;2000.
- [21] D.K. Rao, Frequency and loss factors of sandwich beams under various boundary conditions, *IMEchE Journal of Mechanical Engineering Science* 282–271 (1978) (5) 20.
- [22] M.D. Rao, Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes, *Journal of Sound and Vibration* 474–457 (2003) (3) 262.
- [23] Tang B. Combined dynamic stiffness matrix and precise time integration method for transient forced vibration response analysis of beams. *J Sound Vibrat* 76–309:868;2008.

مدل سازی ۲۱ درجه آزادی و تحلیل دینامیکی واگن مسافری ایران

• حمید توکلی^۱• جواد علیزاده کاکلر^۲

Email: J_alizadeh@dena.kntu.ac.ir

چکیده

واگن قطار در حرکت بر روی ریل دچار ارتعاشاتی می شود که مهم ترین آن ها ارتعاشات عرضی است. ارتعاشات عرضی واگن در سرعت های بالا موجب نوعی ناپایداری با نام هانتینگ می شود. در این مقاله، مدل ریاضی یک واگن مسافری سرعت بالا ایجاد و در یک مسیر مستقیم تحلیل دینامیکی شده است. برای استخراج معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر حرکت واگن، از تئوری خزش غیر خطی هئوریستیک استفاده شده است. ۲۱ درجه آزادی برای وسیله نقلیه ریلی در نظر گرفته شده که عبارتند از: جابجایی جانبی و تغییر زاویه یابو برای هر چرخ و محور، جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول و تغییر زاویه یابو برای قاب بوژی ها، جابجایی جانبی، جابجایی عمودی، تغییر زاویه رول، تغییر زاویه پیچ و تغییر زاویه یابو برای بدنه واگن. معادلات حاکم توسط نرم افزار توانمند ریاضی Matlab حل شده اند.

کلمات کلیدی: مدل سازی دینامیکی، هانتینگ، تئوری تماس غیرخطی.

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد

۲. دانشجوی دکتری دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی