

تحلیل ارتعاشات غیر خطی دمپ‌های ضربه‌ای در قایق‌ها

• انوشیروان فرشیدیان^۱
Farshid@um.ac.ir

• مهدیه شفیعی پور^۲
mahdiyeshafipoor@gmail.com

• میلاد صباغ سبزواری^۳
miladsabagh@gmail.com

چکیده

ایمنی و آسایش دو دیدگاه مهم در طراحی یک سیستم حمل و نقل همچون یک قایق تندرو است. یکی از عوامل موثر بر این امر، ارتعاشات ناشی از شوک هنگام برخورد یک موج با قایق است. این ارتعاشات تولید شتابی بزرگ می‌کند که توسط سرنشینان قایق احساس می‌شود و در حالت شدیدتر امکان گسسترش ترک در زیر قایق وجود دارد. دمپ‌های ضربه‌ای نوعی جاذب ارتعاشی است که دامنه ارتعاشات ناخواسته را در زمان کوتاه و با تکیه بر اصل تبدیل مومنتوم و همچنین اتلاف انرژی کاهش می‌دهد. در این پژوهش، عملکرد یک دمپ‌ضربه‌ای در کنترل ارتعاشات ناخواسته قایق بر اثر برخورد امواج به آن با استفاده از روش تحلیلی پرتوییشن بسط دو متغیر^۴ بررسی شده است. هدف از این پژوهش، بررسی عوامل موثر بر زمان برخورد و ضریب بازگشت و همچنین بررسی عوامل موثر بر کاهش دامنه ارتعاشی جرم اصلی به کمک روش تحلیلی بسط دو متغیر می‌باشد. در این پژوهش نتایج حاصل از حل تحلیلی با نتایج حاصل از پژوهش‌های سایر محققان مقایسه شده است. این مقایسه نشان می‌دهد حل تحلیلی به روش بسط دو متغیر دقت خوبی برای حل مسائل غیر خطی دارد و به‌طور قابل قبولی نتایج پژوهش‌های سایر محققان را تایید می‌کند.

واژه‌های کلیدی: دمپ‌ضربه‌ای، روش بسط دو متغیر، فاصله آزاد بین دو جرم.

۱. دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۳. کارشناس مهندسی مکانیک

۱- مقدمه

دمپر ضربه‌ای در حالت کلی جرمی است که درون یک سازه قرار دارد و فاصله کوچکی بین جرم و دیواره‌های سازه وجود دارد. هنگامی که جابجایی اولیه سیستم از این فاصله کوچک تجاوز می‌کند، جرم با دیواره‌های سازه برخورد می‌کند و اتلاف انرژی و تبدیل مومنتموم رخ می‌دهد. در بعضی موارد، اتلاف انرژی در کاهش دامنه ارتعاشات موثر است، اما به وضوح تبدیل مومنتموم ابزار مناسبی برای کنترل دامنه ارتعاشات در طول برخورد می‌باشد. از موارد استفاده دمپرهای ضربه‌ای در صنعت می‌توان به کاهش ارتعاشات نامطلوب پره‌های توربین، بازوی روبات‌ها و پل‌ها اشاره نمود [۱]. از دیگر موارد کاربرد دمپرهای ضربه‌ای برای کاهش پاسخ ارتعاشی سیستم‌ها می‌توان به کاهش ارتعاش خانه‌ها و آپارتمان‌های چند طبقه با تحریک ضربات ناگهانی بوسیله فعالیت‌های انسان مانند راه رفتن، پریدن و مانند آن اشاره کرد [۲].

دمپرهای ضربه‌ای به طور گسترده به صورت عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی برای سال‌های متمادی مورد بررسی قرار گرفته است. در سال ۱۹۷۰ تفاوت بین جاذب‌های تنظیم شده کلاسیک و دمپر ضربه‌ای توسط Petreka [۳] مورد مطالعه قرار گرفته است. به علت پیچیدگی ریاضی فرمول بندی خصوصیات دینامیکی دمپرهای ضربه‌ای Popplewell و Liao [۴]، یک تقریب ساده، اما دقیق برای تعیین فاصله آزاد بهینه دمپر پیشنهاد کردند. Ema و Marui [۵]، به صورت تحلیلی و آزمایشگاهی خصوصیات یک دمپر ضربه‌ای را در ارتعاشات آزاد میرا بررسی کردند و نشان دادند که قابلیت میرا کنندگی یک سیستم ارتعاشی با استفاده از یک دمپر ضربه‌ای مناسب، حداقل تا ۸ برابر بهبود می‌یابد. Cheny و Wang [۶]، در مورد رفتار یک دمپر ضربه‌ای در ارتعاشات آزاد میرا بحث کردند و نتایج نشان داد که اگر سیستم تنها با یک جابجایی اولیه تحریک شده باشد، فاصله آزاد بین دو جرم می‌بایست از دو برابر فاصله اولیه جرم دمپر ضربه‌ای با جرم اصلی در یک سیستم ارتعاشی، کوچکتر باشد.

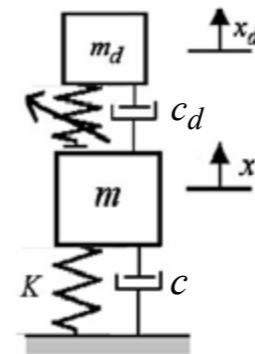
اخیراً توجه ویژه‌ای به سمت حل تحلیلی معادلات غیرخطی صورت گرفته است. روش بسط دو متغیر، یک راه موثر برای حل معادلات غیرخطی است [۷]. با توجه به اینکه رفتار دینامیکی دمپر ضربه‌ای ماهیتی غیرخطی دارد، برای حل این گونه سیستم‌ها، روش تحلیلی بسط دو متغیر که یک روش قدرتمند برای سیستم‌های دینامیکی غیر خطی است، پیشنهاد می‌شود.

در این پژوهش سعی شده است معادلات غیرخطی حاکم بر دینامیک حرکت قایق با دمپر ضربه‌ای، به کمک روش بسط دو متغیر حل شده و اثر پارامترهای موثر بر عملکرد مفید دمپر ضربه‌ای بررسی گردد. در بخش (۲) مساله مورد نظر تعریف و معادلات آن استخراج می‌گردد. در بخش (۳) از روش بسط دو

متغیر برای حل مساله استفاده می‌شود. در بخش (۴) نتایج حل مساله ارائه و با نتایج حاصل از پژوهش‌های سایر محققان مقایسه شده و در پایان اثر تغییرات ضریب بازگشت و نسبت جرم بر کاهش پاسخ ارتعاشی جرم اصلی بررسی می‌گردد.

۲- مدل ریاضی حل مساله:

شکل (۱) مدل دو درجه آزادی قایق با دمپر ضربه‌ای را نشان می‌دهد. قایق با جرم m ، فنر به سختی k و دمپر با ضریب میرایی c مدل شده است. دمپر ضربه‌ای با استفاده از یک سیستم جرم m_d به کمک یک فنر غیرخطی که نیرویی معادل $F(y) = ay^3 + by$ به دو جرم وارد می‌کند و یک دمپر با ضریب میرایی c_d با قایق متصل شده است.



شکل (۱) مدل دو درجه آزادی قایق با دمپر ضربه‌ای

روابط حاکم بر حرکت قایق به صورت زیر می‌باشد:

اگر $x_d - x > d/2$ و یا $x_d - x < -d/2$ باشد، برخورد اتفاق می‌افتد و در نتیجه رابطه زیر در هنگام برخورد برقرار می‌باشد:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + a(x - x_d)^3 + b(x - x_d) = 0 \\ m_d\ddot{x}_d + c_d(x_d - x) + a(x_d - x)^3 + b(x_d - x) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

اگر $-d/2 < x_d - x < d/2$ برخورد اتفاق نمی‌افتد و جرم دمپر ضربه‌ای با سرعت ثابت حرکت می‌کند و معادلات حاکم بر حرکت به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \\ m_d\ddot{x}_d = 0 \end{cases} \quad (2)$$

که در آن d فاصله آزاد بین دمپر ضربه‌ای و جرم اصلی است. مقدار پارامترهای استفاده شده در مدل‌سازی در جدول (۱) بیان شده است.

۳- چگونگی حل مساله به روش بسط دو متغیر

در روش بسط دو متغیر دو مقیاس زمانی متفاوت تعریف

جدول (۱) مقدار پارامترهای مدل	
پارامتر	مقدار
m_d/m	0.25
m	1 kg
K	1 N/m
c	0.01 N.m/s
a	0.003 N/m ³
b	100 N/m
c_d	0.01 N.m/s

می‌شود. مقیاس زمانی حرکت پریودیک و یک مقیاس زمانی کندتر که شبیه به حرکت پریودیک می‌باشد. این روش، تشخیص بین دو مقیاس زمانی را به وسیله ارتباط یک متغیر مستقل مجزا (شبه زمانی) با هر یک از آن‌ها پیشنهاد می‌دهد. در این روش از نماد ξ به عنوان زمان کشیده شده^۲ که برابر است با ωt استفاده می‌شود و η به عنوان زمان کند^۳ برابر εt تعریف می‌شود. این روش برای حل معادلات به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x + \varepsilon c \frac{dx}{dt} + \varepsilon \alpha x^3 = \varepsilon F \cos \omega t \quad (5)$$

به منظور جای‌گذاری این دو متغیر در رابطه (۵)، می‌بایست اولین و دومین مشتق x نسبت به t بر حسب دو متغیر ارائه شده بدست آید. اولین و دومین مشتق به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \omega \frac{\partial x}{\partial \xi} + \varepsilon \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{d^2x}{dt^2} &= \omega^2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + 2\omega\varepsilon \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\omega^2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + 2\omega\varepsilon \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + x + \varepsilon c \left(\omega \frac{\partial x}{\partial \xi} + \varepsilon \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) + \varepsilon \alpha x^3 = \varepsilon F \cos \xi \quad (7)$$

با جای‌گذاری دو رابطه (۶) و (۷) در رابطه (۵) نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\omega^2 \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} + 2\omega\varepsilon \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + x + \varepsilon c \left(\omega \frac{\partial x}{\partial \xi} + \varepsilon \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) + \varepsilon \alpha x^3 = \varepsilon F \cos \xi \quad (8)$$

مقادیر $x(\eta, \xi)$ و ω به صورت روابط (۹) و (۱۰) بسط داده می‌شوند:

$$x(\eta, \xi) = x_0(\eta, \xi) + \varepsilon x_1(\eta, \xi) + \dots \quad (9)$$

$$\omega = 1 + k_I \varepsilon + \dots \quad (10)$$

با جای‌گذاری روابط (۹) و (۱۰) در رابطه (۸) و با در نظر گرفتن ضریب توان‌های یکسان ε می‌توان نوشت:

$$\varepsilon^0 \left| \frac{\partial^2 x_0}{\partial \xi^2} + x_0 = 0 \right. \quad (11)$$

$$\varepsilon^1 \left| \frac{\partial^2 x_1}{\partial \xi^2} + x_1 = -2 \frac{\partial^2 x_0}{\partial \xi \partial \eta} - 2k_I \frac{\partial^2 x_0}{\partial \xi^2} - c \frac{\partial x_0}{\partial \xi} - \alpha x_0^3 + F \cos \xi \right. \quad (12)$$

2. Stretched Time

3. Slow Time

با توجه به این که پاسخ معادله (۱۱) به صورت زیر می‌باشد:

$$x_0(\xi, \eta) = A(\eta) \cos \xi + B(\eta) \sin \xi \quad (13)$$

باید توجه داشت در معادله (۱۳) مقادیر A و B در حقیقت توابع اختیاری از زمان کند می‌باشند، مادامی که در معادله (۱۱) صدق نمایند. با قرار دادن رابطه (۱۳) در معادله (۱۲) و ساده نمودن جملات نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial^2 x_1}{\partial \xi^2} + x_1 = (\dots) \sin \xi + (\dots) \cos \xi + \text{nonresonant terms} \quad (14)$$

برای اینکه جملات ایجاد کننده تشدید در معادله (۱۴) موجود نباشد، ضرایب ξ \sin و ξ \cos برابر صفر قرار می‌گیرند و نتیجه زیر حاصل خواهد شد.

$$2 \frac{dA}{d\eta} + cA + 2k_I B - \frac{3}{4} \alpha B(A^2 + B^2) = 0 \quad (15)$$

$$2 \frac{dB}{d\eta} + cB + 2k_I A + \frac{3}{4} \alpha A(A^2 + B^2) = F \quad (16)$$

نقاط تعادل جریان کند در معادلات (۱۵) و (۱۶) مطابق با حرکت‌های پریودیک معادله دافینگ اجباری (۵) می‌باشد. بنابراین برای تعیین آنها $\frac{dA}{d\eta}$ و $\frac{dB}{d\eta}$ برابر صفر قرار می‌گیرد. با ضرب مقدار A در معادله (۱۵) و اضافه کردن آن به معادله (۱۶) نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$R^2 c = BF \quad (17)$$

که در آن $R^2 = A^2 + B^2$ می‌باشد و به طور مشابه با ضرب مقدار B در معادله (۱۵) و تفریق آن از معادله (۱۶) که در A ضرب شده است، عبارت زیر نتیجه می‌شود:

$$-2k_I R^2 + \frac{3}{4} \alpha R^4 = AF \quad (18)$$

و در نهایت نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$R^2 (c^2 + (-2k_I + \frac{3}{4} \alpha R^2)^2) = F^2 \quad (19)$$

مقدار k_I با توجه به معادله (۱۰) به دست آمده و در نهایت مقدار ω از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\omega = 1 + \frac{3}{8} \varepsilon \alpha R^2 \pm \varepsilon \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F^2}{R^2} - c^2} \quad (20)$$

۴- حل تحلیلی مساله غیر خطی قایق با دمپر ضربه‌ای به روش بسط دو متغیر:

با توجه به اینکه در لحظه برخورد معادلات حاکم بر حرکت قایق و دمپر ضربه‌ای به صورت معادلات (۱) و (۲) است و با عنایت به این مساله که در هنگام برخورد نیروهای عمل کننده بر روی دو جرم داخلی‌اند و با تعریف $\mu = m_d/m$ ، روابط زیر در لحظه برخورد حاکم است:

$$m\ddot{x} + m_d\ddot{x}_d = 0 \quad (21)$$

$$\ddot{y} = \ddot{x}_d - \ddot{x} \quad (22)$$

در نتیجه شتاب در لحظه برخورد برای جرم اصلی و دمپ‌های ضربه‌ای به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(۲۳)$$

$$\begin{cases} \ddot{x}_d = (I/\mu + 1)\ddot{y} \\ \ddot{x} = (-\mu/\mu + 1)\ddot{y} \end{cases} \quad (۲۴)$$

با قرار دادن رابطه (۲۳) در رابطه (۲) و تعریف $c_d/m_d = 2\xi_d \omega_d$ ، رابطه (۲) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$(۲۵)$$

با جای‌گذاری تعاریف زیر در معادله (۲۵)، معادله به شکل معادله (۲۹) ساده می‌شود:

$$A = 2\xi_d \omega_d (I + \mu) \quad (۲۶)$$

$$B = \frac{a(I + \mu)}{m_d} \quad (۲۷)$$

$$D = \frac{b(I + \mu)}{m_d} \quad (۲۸)$$

$$\ddot{y}(t) + A\dot{y}(t) + By^3 + Dy = 0 \quad (۲۹)$$

برای حل معادله (۲۹)، پارامتر مصنوعی ε که برای حل مساله مورد نیاز است، تعریف می‌شود و معادله (۳۰) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{y}(t) + \varepsilon A\dot{y}(t) + \varepsilon By^3 + Dy = 0 \quad (۳۰)$$

حال برای حل معادله (۳۰) از روش بسط دو متغیر استفاده می‌شود. برای این منظور از دو مفهوم ξ و η استفاده می‌گردد. به منظور جای‌گذاری این دو متغیر در رابطه (۳۰)، می‌بایست اولین و دومین مشتق y نسبت به t بر حسب دو متغیر ارائه شده به دست آید و در رابطه (۳۰) جایگزین شود:

$$(۳۱)$$

$$\omega^2 \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} + 2\omega \varepsilon \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} + \varepsilon \omega A \frac{\partial y}{\partial \xi} + \varepsilon^2 A \frac{\partial y}{\partial \eta} + \varepsilon B y^3 + D y = 0$$

مقادیر $y(\eta, \xi)$ و ω به صورت روابط (۳۲) و (۳۳) بسط داده می‌شوند:

$$y(\eta, \xi) = y_0(\eta, \xi) + \varepsilon y_1(\eta, \xi) + \dots \quad (۳۲)$$

$$D = \omega^2 + \varepsilon \omega_1 + \dots \quad (۳۳)$$

با جای‌گذاری روابط (۳۲) و (۳۳) در رابطه (۳۱) و با در نظر گرفتن ضریب توان‌های یکسان ε می‌توان نوشت:

$$\varepsilon^0 \left| \frac{\partial^2 y_0}{\partial \xi^2} + y_0 = 0 \right. \quad (۳۴)$$

$$\varepsilon^1 \left| \frac{\partial^2 y_1}{\partial \xi^2} + y_1 = -\frac{2}{\omega} \frac{\partial^2 y_0}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{A}{\omega} \frac{\partial y_0}{\partial \xi} - \frac{\omega_1}{\omega^2} y_0 - \frac{B}{\omega^2} y_0^3 \right. \quad (۳۵)$$

با توجه به این که پاسخ معادله (۳۴) به صورت زیر است:

$$y_0(\xi, \eta) = u_1(\eta) \sin \xi + u_2(\eta) \cos \xi \quad (۳۶)$$

و با توجه به شرایط اولیه زیر،

$$y_0(0) = 0, \dot{y}_0(0) = \dot{y}_0 \quad (۳۷)$$

در نتیجه پاسخ نهایی معادله (۳۴) به صورت زیر می‌باشد:

$$y_0(\xi, \eta) = u_1(\eta) \sin \xi \quad (۳۸)$$

با جای‌گذاری آن در رابطه (۳۵) نتیجه زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial^3 y_1}{\partial \xi^3} + y_1 = -\frac{2}{\omega} \frac{du_1}{d\eta} \cos \xi - u_1 \cos \xi - \frac{\omega_1}{\omega^2} u_1 \sin \xi - \frac{B}{\omega^2} u_1^3 \sin^3 \xi \quad (۳۹)$$

و با حذف ترم‌های با ضرایب $\cos \xi$ و $\sin \xi$ نتیجه زیر حاصل خواهد شد:

$$\left(-\frac{2}{\omega} \frac{du_1}{d\eta} - \frac{A}{\omega} u_1 \right) = 0 \quad (۴۰)$$

$$\left(\frac{1}{\omega^2} \frac{\omega_1}{u_1^2} + \frac{3}{4} B \right) = 0 \quad (۴۱)$$

پس مقدار $u_1(\eta)$ و ω_1 به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$u_1(\eta) = u_0 \exp(-A\eta/2) \quad (۴۲)$$

$$\omega_1 = -\frac{3}{4} B u_1^2 \quad (۴۳)$$

که در رابطه (۴۲)، $u_0 = \dot{y}_0/\omega$ است. حال با توجه به این‌که:

$$D = \omega^2 + \varepsilon \omega_1 + \dots \quad (۴۴)$$

در نتیجه مقدار ω از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\omega^2 = (I + \mu) \left[\frac{b}{m_d} + \frac{3}{4} \frac{a}{m_d} u_1^2 \varepsilon \right] \quad (۴۵)$$

با توجه به این مساله که در رابطه (۴۵)، u_1 نیز مجهول و وابسته به ω است، می‌توان از روابط بازگشتی (۴۷) و (۴۸) برای به دست آوردن این دو مجهول استفاده کرد. در ابتدا مقدار ω_0 ، به عنوان فرض اولیه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\omega_0^2 = (I + \mu) \left[\frac{b}{m_d} \right] \quad (۴۶)$$

از طرفی با توجه به این‌که می‌توان فرض نمود دو جرم به مدت نصف پریود نوسانات نسبی دو جرم در تماس با یکدیگرند، می‌توان طول مدت برخورد را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$t_m = \frac{\tau}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{(1 + \mu) \left[\frac{b}{m_d} + \frac{3}{4} \frac{a}{m_d} u_1^2 \varepsilon \right]}} \quad (۵۵)$$

با توجه به اینکه $\dot{y}(t_m)$ سرعت درست در لحظه انتهای برخورد می‌باشد، بنابراین رابطه زیر برای به دست آوردن ضریب بازگشت ارائه می‌شود:

$$e = -\frac{\dot{y}(t_m)}{\dot{y}^-} \quad (۵۶)$$

۵- شبیه‌سازی مساله و ارائه نتایج

در این بخش برای صحت بخشیدن به نتایج حاصل از حل تحلیلی مساله، می‌توان پاسخ‌های بدست آمده از حل غیر خطی ارائه شده در این پژوهش را با حل رفتار دمپ‌های ضربه‌ای که توسط J.Cheng [۸] و C.C.Cheng [۹] آمده است، مقایسه نمود. در این دو مرجع نیز کاربرد دمپ‌های ضربه‌ای در کاهش ارتعاشات ناخواسته یک جسم اصلی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در لحظه برخورد نیروهای وارده بین جرم اصلی و دمپ‌های ضربه‌ای به صورت ترکیبی از یک فنر خطی و دمپ با میرایی ویسکوز مدل شده است.

۵-۱- بررسی اثر تغییرات نسبت میراکنندگی بر روی ضریب بازگشت و زمان برخورد

در مرجع [۸] که توسط J.Cheng آمده است، با تعریف $\beta = \xi_d \sqrt{I + \mu}$ ، به عنوان نسبت میراکنندگی و $\gamma = \arccos \beta$ ، رابطه زیر بین نسبت میراکنندگی و ضریب بازگشت به دست آمده است:

$$e = \exp(-2\gamma / \tan \gamma) \quad \text{for } \beta < 1 \quad (۵۷)$$

نمودار تغییرات نسبت میراکنندگی (β) به ضریب بازگشت با کمک روابط حاصل از این پژوهش و نتایج حاصل از مرجع [۸]، مطابق شکل (۲) می‌باشد. نمودار شکل (۲) نشان می‌دهد با افزایش نسبت میراکنندگی، ضریب بازگشت کاهش می‌یابد. همچنین مطابق شکل واضح است که برای معادلات با غیرخطی ضعیف، نتایج با نتایج حاصل از مرجع [۸] مطابقت دارد و در معادلات با غیرخطی قوی از نتایج حاصل از مرجع [۸] انحراف می‌یابد.

همچنین در مرجع [۸] رابطه میان نسبت میراکنندگی β و زمان برخورد بدون بعد $t_m^* = (\omega_d \sqrt{I + \mu}) t_m$ به صورت زیر به دست آمده است:

$$t_m^* = 2\gamma / \omega_n \sin \gamma \quad \text{for } \beta < 1 \quad (۵۸)$$

و نیز از روابط بازگشتی زیر استفاده می‌شود:

$$u_1(\eta) = \frac{\dot{y}_0}{\omega_{n-1}} \exp(-A\eta/2) \quad (۴۷)$$

$$\omega_n^2 = (I + \mu) \left[\frac{b}{m_d} + \frac{3}{4} \frac{a}{m_d} u_1^2 \varepsilon \right] \quad (۴۸)$$

این روابط بازگشتی تا زمانی ادامه داده می‌شود تا اختلاف $|\omega_{n+1} - \omega_n|$ از مقدار دلخواه کمتر شود. همچنین با حذف ترم‌های با ضرایب $\cos \xi$ و $\sin \xi$ ، رابطه (۳۹) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 y_1}{\partial \xi^2} + y_1 = -\frac{B}{\omega^2} u_1^3 \sin^3 \xi \quad (۴۹)$$

شرایط اولیه معادله (۴۹) به صورت زیر است:

$$\begin{cases} y_1(0) = 0 \\ \dot{y}_1(0) = 0 \end{cases} \quad (۵۰)$$

پاسخ کلی معادله (۴۹) با توجه به شرایط اولیه به صورت زیر است:

$$y_1(\eta, \xi) = B \frac{u_1^3(\eta)}{32} (3 \sin \xi - \sin 3\xi) \quad (۵۱)$$

و در نهایت پاسخ کلی معادله (۳۱) به صورت زیر است:

$$(۵۲)$$

$$y(\eta, \xi) = y_0(\eta, \xi) + y_1(\eta, \xi) = u_1(\eta) \sin \xi + B \frac{u_1^3(\eta)}{32} (3 \sin \xi - \sin 3\xi)$$

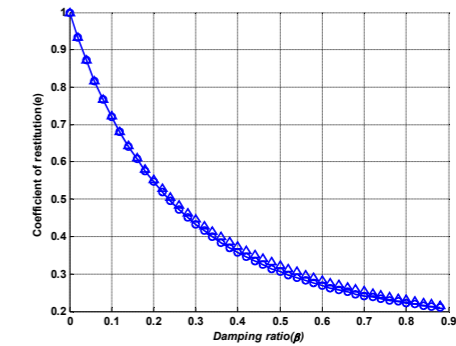
با قراردادن روابط $\xi = \omega t$ و $\eta = \varepsilon t$ در معادله (۵۲) معادله به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$y(t) = -\frac{\dot{y}_0}{\omega} \exp(-A\varepsilon t/2) \sin(\omega t) + \frac{B \dot{y}_0^3}{32 \omega^3} \exp(-3A\varepsilon t/2) (3 \sin(\omega t) - \sin(3\omega t)) \quad (۵۳)$$

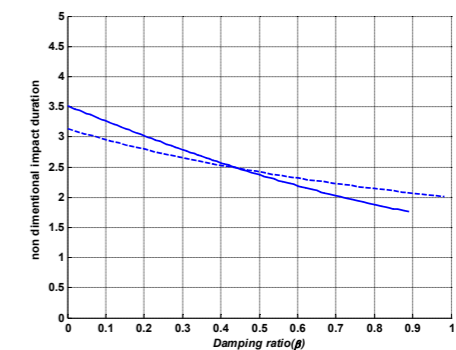
در هنگام برخورد، دمپ‌های ضربه‌ای و جرم اصلی در تماس یکدیگر هستند و دو جرم نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند. مطابق با معادله (۴۵) فرکانس زاویه‌ای حرکت این دو جرم نسبت به یکدیگر محاسبه شده است. به کمک این مقدار، پریود نوسانات این دو جسم نسبت به هم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(۵۴)$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{(1 + \mu) \left[\frac{b}{m_d} + \frac{3}{4} \frac{a}{m_d} u_1^2 \varepsilon \right]}}$$



شکل (۲) نمودار تغییرات نسبت میراکنندگی نسبت به ضریب بازگشت (روش [۸] J.Cheng)؛ O روش بسط دو متغیر (غیر خطی ضعیف)، Δ روش بسط دو متغیر غیر خطی قوی



شکل (۳) نمودار تغییرات نسبت میراکنندگی به زمان برخورد بدون بعد (روش [۸] J.Cheng)؛ روش بسط دو متغیر

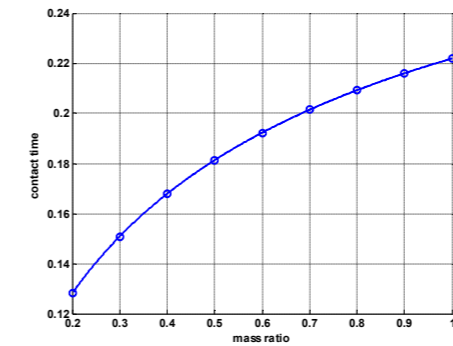
که در آن ω_n برابر با مقدار $\omega_d \sqrt{1 + \mu}$ است. شکل (۳) نمودار تغییرات نسبت میراکنندگی β به زمان برخورد بدون بعد τ' را برای مقایسه نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج حاصل در مرجع [۸] مقایسه نموده است. مشاهده می‌شود نتایج حاصل از هر دو روش حل نشان می‌دهد که با افزایش نسبت میراکنندگی β ، زمان برخورد بدون بعد کاهش می‌یابد.

۵-۲- بررسی اثر نسبت جرم بر روی زمان برخورد

شکل (۴) نمودار تغییرات نسبت جرم به زمان برخورد را نشان می‌دهد. پاسخ‌های به دست آمده از حل رفتار دمپ‌های ضربه‌ای که در مرجع [۹] توسط C.C.Cheng آمده است، رابطه میان طول مدت برخورد و نسبت جرم را به صورت زیر استخراج نموده است:

$$t_{im} = \frac{2m_d m \pi}{\sqrt{m_d + m} \sqrt{4k_d m_d m - c_d^2 (m_d + m)}} \quad (59)$$

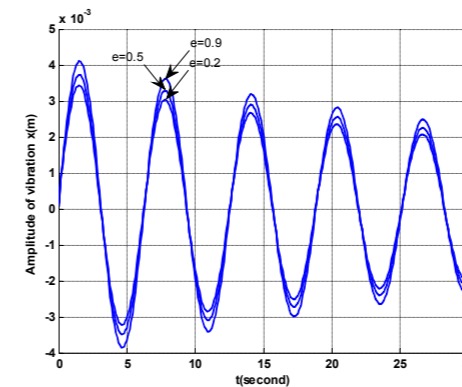
مقدار t_{im} در این پژوهش نیز از رابطه (۵۵) به دست می‌آید. مشاهده می‌شود، با افزایش نسبت جرم دمپ‌های ضربه‌ای به جرم اصلی، در هر دو روش حل، مدت زمان برخورد افزایش می‌یابد.



شکل (۴) نمودار تغییرات نسبت جرم به زمان برخورد (روش بسط دو متغیر، O روش C.C.Cheng [۹])

۵-۳- بررسی اثر تغییرات ضریب بازگشت بر روی پاسخ ارتعاشی جرم اصلی

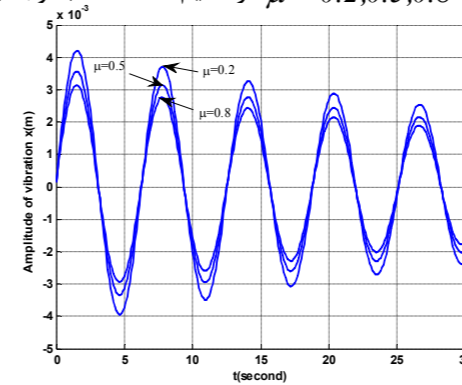
شکل (۵) نمودار پاسخ ارتعاشی جرم اصلی را برای سه ضریب بازگشت متفاوت $e = 0.2, 0.5, 0.9$ نشان می‌دهد. با توجه به شکل (۵) کاهش ضریب بازگشت در کاهش پاسخ ارتعاشی و عملکرد مفید دمپ‌های ضربه‌ای موثر است.



شکل (۵) نمودار پاسخ ارتعاشی جرم اصلی برای سه ضریب بازگشت $e = 0.2, 0.5, 0.9$

۵-۴- بررسی اثر تغییرات نسبت جرم بر روی پاسخ ارتعاشی جرم اصلی

شکل (۶) پاسخ ارتعاشی جرم اصلی برای سه نسبت جرم متفاوت $\mu = 0.2, 0.5, 0.8$ ترسیم شده است. با توجه به



شکل (۶) نمودار پاسخ ارتعاشی جرم اصلی برای سه نسبت جرم $\mu = 0.2, 0.5, 0.8$

نمودار، مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت جرم دمپ‌های ضربه‌ای به جرم اصلی، پاسخ ارتعاشی جرم اصلی کاهش می‌یابد و در نتیجه این امر بر عملکرد موثر دمپ‌های ضربه‌ای نقش دارد.

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش عملکرد یک دمپ‌های ضربه‌ای در کنترل ارتعاشات ناخواسته قایق بر اثر برخورد امواج با روش تحلیلی بسط دو متغیر مورد بررسی قرار گرفت. این روش حل تحلیلی برای بیان پاسخ ارتعاشات سیستم‌های دینامیکی غیرخطی ارائه شد و برای تصدیق نتایج، با نتایج پژوهش‌های سایر محققان مقایسه شد. نتایج حاصل از این پژوهش تاثیر افزایش نسبت جرم دمپ‌های ضربه‌ای به جرم اصلی و کاهش ضریب بازگشت را در کاهش پاسخ ارتعاشی جرم اصلی نشان می‌دهد. تطابق نتایج حاصل از حل تحلیلی و نتایج پژوهش‌های سایر محققان صحت این پژوهش را تایید می‌کند.

۶- مراجع

- [1] Ogawa, K., Ide, T., Saitou, T., 1997, "Application of impact damper to a cable-stayed bridge pylon", J. of wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vo.I 72, pp. 312-301.
- [2] Lovely, S., Makoto, K., Hiroshi, M., Hideo, U., 2007, "Reducing floor impact vibration and sound using a momentum exchange impact damper", J. of System Design and Dynamics JSME, Vol.1, No1, pp.26-14.
- [3] Peterka, F., 2003, "An investigation of the motion of impact dampers", J. of Mech., Automatic control and Robotics, Vol.3, No14, pp. 907.
- [4] Popplewell, N., Liao, M., 1991, "A simple design procedure for optimum impact dampers", J. of Sound and Vibration, Vol. 146, No. 3, pp.526-519.
- [5] Ema, S., Marui, E., 1996, "A fundamental study on impact dampers", J. of Mech. Tools and Manufactures, Vol.36, No 3, pp. 306-293.
- [6] Wang, J.F., Lin, C.C., Chen, B.L., 2003, "Vibration suppression for high-speed railway bridges using tuned mass dampers", J. of solids and structures, Vol. 40, pp. 491-465.
- [7] Hu, H., Zheng, M.Y., "A note on the Two variable expansion method", Springer- Verlag2010.
- [8] Cheng, J., Xu, H., 2006, "Inner mass impact damper for attenuating structure vibration", J. of solids and structure, Vol.43, pp.5363-5355.
- [9] Cheng, C.C., Wang, J.Y., 2003, "Free vibration of a resilient impact damper", J. of Mech. & Science, Vol. 45, pp.604-589.
- [10] Rand, Recharh H., 2005, "Lecture Notes on Nonlinear Vibrations", Dept. Theoretical & Applied Mechanics, Cornell university.