

ارائه و بررسی تحلیلی یک مکانیزم بدون مفصل برای بزرگ نمایی جابجایی یک محرک پیزوالکتریک

امیررضا عسکری^۱

amaskari@gmail.com

عبدالرحیم عسکری^۲

چکیده

مکانیزم‌های بدون مفصل (انعطاف‌پذیر)^۱ جابجایی، نیرو و انرژی را با استفاده از مفاصل خمیده^۲ به جای مفاصل لولایی ساده انتقال می‌دهند. کاهش هزینه‌های ساخت، افزایش دقت این نوع مکانیزم‌ها، عدم وجود خطاهای ناشی از لقی و نبودن مشکلات سایش مفاصل و ارتعاشات ناشی از حرکات آن‌ها از جمله مزایای این نوع مکانیزم‌هاست. در این مقاله برای تحلیل این نوع مکانیزم‌ها از مدل شبه صلب^۳ استفاده شده است. در ادامه با معرفی و بررسی چند مکانیزم بزرگ‌نمایی مکانیکی^۴ که برای افزایش جابجایی^۵ محرک‌های پیزوالکتریک به کار برده شده‌اند، مدلی جدید نیز ارائه و تحلیل شده است. این مدل جدید نسبت بزرگ‌نمایی بالایی را در ابعادی فشرده به دست می‌دهد که نسبت به مدل‌های پیشین بسیار مناسب است. فرکانس طبیعی بالای این مدل و نیز عدم وجود حرکات عرضی از جمله مزایای این مدل نسبت به مدل‌های معرفی شده است. در ادامه با بررسی حل تحلیلی و مشخص نمودن پارامترهای طراحی برای بهترین شرایط کاری مدل شبه صلب بهینه ارائه شده است. همچنین با استفاده از تحلیل اجزای محدود و مقایسه نتایج آن با حل تحلیلی اثر تغییر پارامترهای گوناگون روی عمل کرد این مکانیزم مشخص گردیده و در انتها مکانیزمی بهینه ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: مکانیزم‌های با مفصل خمیده، آمپلی فایر مکانیکی، روش شبه صلب در تحلیل مکانیزم‌های با مفاصل خمیده.

-
- 1 Complaint mechanisms
 - 2 Flexure hinges
 - 3 Pseudo rigid body model
 - 4 Mechanical amplifier
 - 5 Stroke

-دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران .

-استادیار گروه فیزیک دانشگاه تربیت معلم سبزوار، دانشگاه تربیت معلم سبزوار، سبزوار، ایران.

۱. مقدمه

محرک‌های پیزوالکتریک جابجایی کم و نیروی زیادی را در ابعاد فشرده ارائه می‌دهند. این نوع محرک‌ها پتانسیل الکتریکی را مستقیماً به کار مکانیکی تبدیل می‌کنند و به همین خاطر کاربرد زیادی دارند. نکته حائز اهمیت در مورد این محرک‌ها، کوتاه بودن کورس جابجایی در آن‌هاست (معمولاً بین $15\mu\text{m}$ تا $20\mu\text{m}$). راه حل عملی این مشکل استفاده از یک آمپلی‌فایر مکانیکی است.

مکانیزم‌های بدون مفصل نوعی از مکانیزم‌های مورد استفاده به عنوان آمپلی‌فایر می‌باشند [۱]. این نوع مکانیزم‌ها علاوه بر ارائه دقت بهتر نسبت به مکانیزم‌های مفصل‌دار موجب حذف اصطکاک بین مفصل‌ها شده و مشکل ارتعاشات ناخواسته را که به علت حرکات مفاصل ایجاد می‌شود، حل می‌کنند. رزولوشن بالا و ارائه حرکتی نرم و پیوسته از جمله مزایای این مکانیزم‌ها نسبت به مکانیزم‌های مفصل‌دار است.

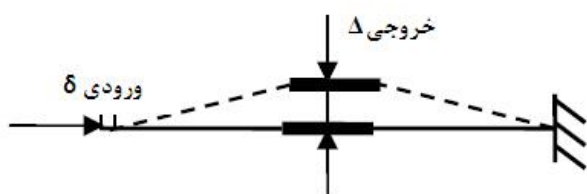
مکانیزم‌های بدون مفصل را می‌توان با تغییر ساختار از مکانیزم‌های مفصل‌دار بدست آورد و با روش مدل شبه صلب آنها را تحلیل نمود. نسبت بزرگ‌نمایی و بالا بودن فرکانس طبیعی دو ویژگی حائز اهمیت برای یک آمپلی‌فایر بدون مفصل است. لازم به ذکر است که طبق اصل پایستگی انرژی با افزایش کورس جابجایی نیروی وارد شده از طرف مکانیزم کاهش می‌یابد، ولی از آن‌جا که محرک‌های پیزوالکتریک می‌توانند نیروی زیادی تولید کنند، این کاهش مشکلی ایجاد نخواهد کرد.

مکانیزم‌هایی که معمولاً مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲-۱۰] دارای مشکلاتی از قبیل پایین بودن نسبت بزرگ‌نمایی و یا فرکانس طبیعی و همچنین وجود حرکات عرضی در خروجی بوده‌اند. در ادامه با معرفی این مکانیزم و تحلیل آن به روش شبه صلب نشان خواهیم داد که این مکانیزم مشکلات فوق را ندارد. سپس با ارائه تحلیل اجزای محدود پارامترهای طراحی را مشخص کرده و در نهایت مکانیزم را بهینه می‌کنیم.

۲. بررسی گذرای چند مکانیزم آمپلی‌فایر بدون مفصل

۲,۱ آمپلی‌فایر بر اساس کمانش یک میله باریک

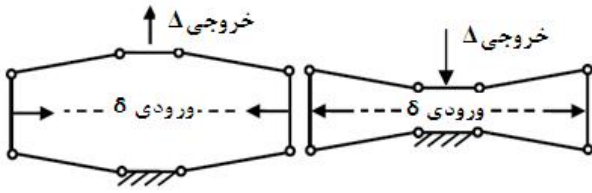
یک میله باریک تحت بار محوری در صورتی که این بار از مقدار بحرانی بگذرد کمانش می‌کند [۱۱]. همان‌گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، در اثر ورودی خروجی را خواهیم داشت. سیف و مکدونالد [۹] از ساختار کمانشی برای اندازه‌گیری نیرو و ثابت فنریت در ساختارهای میکرو استفاده کرده بودند. مهم‌ترین ایراد این ساختار این است که باید حتماً نیرو از حد بحرانی بیشتر باشد.



شکل ۱. استفاده از یک تیر در حال کمانش برای افزایش جابجایی

۲,۲ آمپلی‌فایر با استفاده از ساختاری اهرم مانند

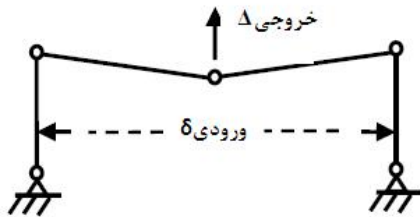
یکی از ساده‌ترین روش‌ها، استفاده از ساختارهای اهرم مانند یک یا چند میله مانند شکل (۲) است [۱۲]. ایراد اصلی این مدل مکانیزم‌ها وجود حرکات جانبی ناخواسته است که در اغلب موارد مشکل‌سازند. در مراجع بالا پایه تمام پژوهش‌ها این مدل مکانیزم بوده است. از جمله کارهای انجام شده می‌توان به محاسبه نرخ بزرگ‌نمایی نیرو توسط سو و یانگ [۱۲] برای حالات یک بازویی یا دو بازویی اشاره نمود. همچنین سایر و تیگو با استفاده از یک نمونه اهرم دو بازویی جابجایی یک پیزوالکتریک را تا $50\mu\text{m}$ با رزولوشنی کمتر از ۱ نانومتر رساندند [۱۵].



شکل ۴. استفاده از یک مکانیزم شبه چهارمیله متقارن برای افزایش جابجایی

۳. معرفی و تحلیل مدل پیشنهادی

مدل پیشنهادی بر اساس یک پنج میله متقارن می-باشد که در شکل (۵) نشان داده شده است. از جمله مزایای این مدل نسبت به مدل‌های پیشین که در ادامه به صورت تحلیلی نشان داده شده است، نبود حرکات جانبی و نسبت بزرگ‌نمایی بالاست. همچنین فرکانس طبیعی بالای این مدل کنترل آن را راحت‌تر می‌نماید. البته به‌دست آمدن این شرایط تابع پارامترهای طراحی مکانیزم است که در ادامه پارامترهای بهینه نیز نشان داده خواهد شد.

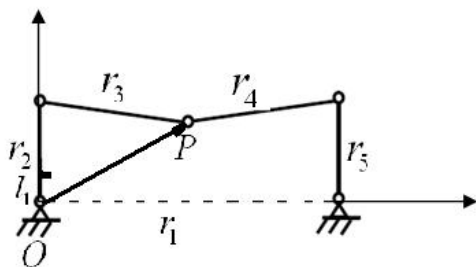


شکل ۵. استفاده از یک مکانیزم پنج میله متقارن برای افزایش جابجایی

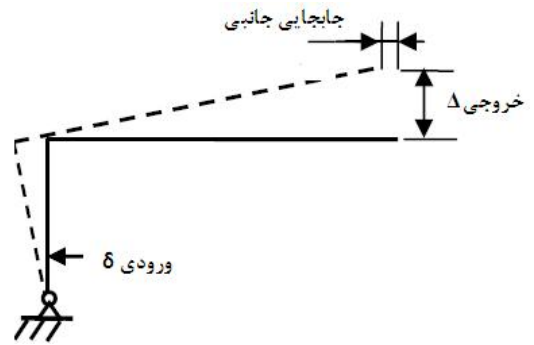
۳.۱ بررسی تحلیلی مکانیزم و به‌دست آوردن

نسبت بزرگ‌نمایی

به منظور به‌دست آوردن بزرگ‌نمایی مکانیزم با استفاده از معادلات حلقه بسته [۱] پارامترهای لازم را طبق شکل (۶) در نظر می‌گیریم.



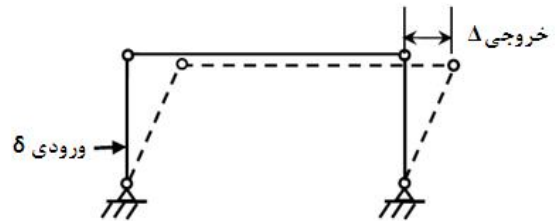
شکل ۶. پارامترهای مکانیزم پنج میله متقارن



شکل ۲. استفاده از یک نمونه اهرم برای افزایش جابجایی

۲،۳ آمپلی‌فایر با استفاده از یک چهار میله موازی

این حالت که در شکل (۳) نشان داده شده است، نسبت به حالت پیشین سختی^۶ بیشتری دارد که باعث افزایش فرکانس طبیعی سیستم می‌شود. هرچند در این حالت مشکل حرکات عرضی حل نشده باقی مانده است. رو و گون [۱۸] خطاهای ناشی از ساخت را که در این مدل آمپلی‌فایر رخ می-دهد، بررسی کرده‌اند.



شکل ۳. استفاده از یک مکانیزم چهارمیله موازی برای افزایش

جابجایی

برای کاهش خطاهای ساخت و از بین بردن این جابجایی عرضی مکانیزم شبه چهارمیله متقارنی شبیه به آنچه در شکل (۴) نشان داده شده است به کار برده شده است [۶،۱۰]. پکینس و گارسیا [۶] یک میکرو آمپلی‌فایر با نسبت بزرگ‌نمایی ۵/۴۸ را بر اساس این مدل ساخته‌اند. همچنین لوبونیتو و گارسیا [۱۰] روشی تحلیلی را برای محاسبه سختی و جابجایی در مکانیزم‌های صفحه‌ای با مفاصل خمیده تک محوره^۷ ارائه نمودند. هرچند که این مدل نیز نتوانست مشکل فرکانس طبیعی پایین را حل نماید.

⁶ stiffness

⁷ Single-axes flexure hinge

$$() \quad Mf = \frac{r_1 r_2}{l_1 \sqrt{4r_3^2 - r_1^2}}$$

بنابراین باید همواره $r_3 > \frac{r_1}{2}$ باشد که البته از ظاهر شکل (۶) نیز نمایان است.

۳,۱,۱ اثبات عدم وجود جابجایی عرضی

برای این منظور کافی است تغییرات r_{p_x} که تجزیه بردار \vec{r}_p در راستای x است نسبت به تغییرات θ_2 نوشته شود. در این حالت نیز شرط $\frac{f}{2} = \theta_2$ اعمال شده است که خود دلیلی بر درست انتخاب کردن این شرایط کاری است.

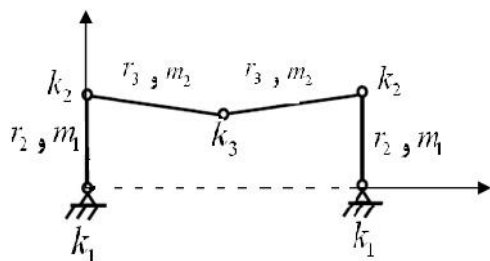
$$() \quad r_{p_x} = r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3$$

$$() \quad ur_{p_x} = u(r_2 \cos \theta_2) + u(r_3 \cos \theta_3)$$

با جایگذاری از رابطه (۳) در رابطه فوق $ur_{p_x} = 0$ به دست می‌آید.

۳,۲ بدست آوردن فرکانس طبیعی سیستم

همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شد، برای نمایش مدل شبه صلب برای یک مکانیزم بدون مفصل کافی است به مفاصل ساده آن مکانیزم فنرهای پیچشی با ثابت k که بسته به مدل مفصل قابل محاسبه هستند [۱۹، ۲۰] افزوده شود (شکل (۷)). با در نظر گرفتن مدل متمرکز^۸ و ساده ارتعاشی و نوشتن روابط انرژی پتانسیل و جنبشی می‌توان به ترتیب سختی و لختی معادل را محاسبه نمود.



شکل ۷. پارامترهای مکانیزم شبه صلب پنج میله متقارن

معادلات حلقه بسته برای نقطه P به صورت رابطه (۱)

هستند:

$$(۱) \quad \vec{r}_p = \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = \vec{r}_1 + \vec{r}_5 + \vec{r}_4$$

با در نظر گرفتن زوایای هر بردار با راستای مثبت جهت x ، معادلات رابطه (۱) را برای راستاهای x و y می‌نویسیم. از طرفی شرایط رابطه (۲) به علت متقارن بودن هندسه مکانیزم و همچنین متقارن بودن دو ورودی θ_2 و θ_5 (به دلیل نحوه نوسان پیزوالکتریک) به صورت زیر خواهد بود:

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_5$$

$$() \quad \vec{r}_3 = \vec{r}_4$$

$$\theta_2 = f - \theta_5$$

با اعمال شرایط رابطه (۲) و جایگزین کردن در رابطه (۱) پس از ساده سازی رابطه (۳) به دست می‌آید:

$$() \quad \theta_3 = \cos^{-1} \left(\frac{r_1 - 2r_2 \cos \theta_2}{2r_3} \right)$$

$$\theta_4 = f - \theta_3$$

اکنون برای بدست آوردن نسبت بزرگ‌نمایی مکانیزم کافی است تغییرات r_{p_y} که تجزیه بردار \vec{r}_p در راستای y است نسبت به تغییرات θ_2 نوشته شود.

$$() \quad r_{p_y} = r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3$$

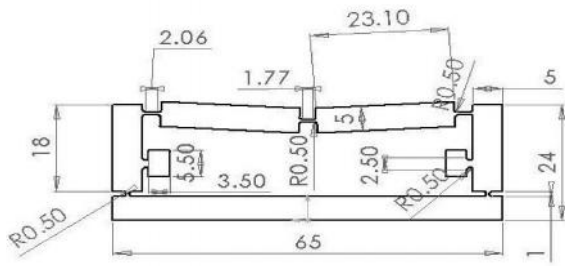
$$() \quad ur_{p_y} = u(r_2 \sin \theta_2) + u(r_3 \sin \theta_3)$$

با جایگذاری از رابطه (۳) در رابطه (۵) و اعمال فرض ساده کننده و مجاز $\theta_2 = \frac{f}{2}$ (به این علت که مکانیزم دارای شرایط اولیه‌ای است که حول آن نوسان می‌کند، در این مورد به این گونه انتخاب شده است.) رابطه (۵) به صورت رابطه (۶) خلاصه خواهد شد:

$$() \quad ur_{p_y} = \frac{-r_1 r_2}{\sqrt{4r_3^2 - r_1^2}} u_{\theta_2}$$

بنابراین نسبت بزرگ‌نمایی با فرض وارد شدن نیرو به فاصله l_1 از نقطه O در شکل (۶) به صورت نشان داده شده در رابطه (۷) خواهد بود:

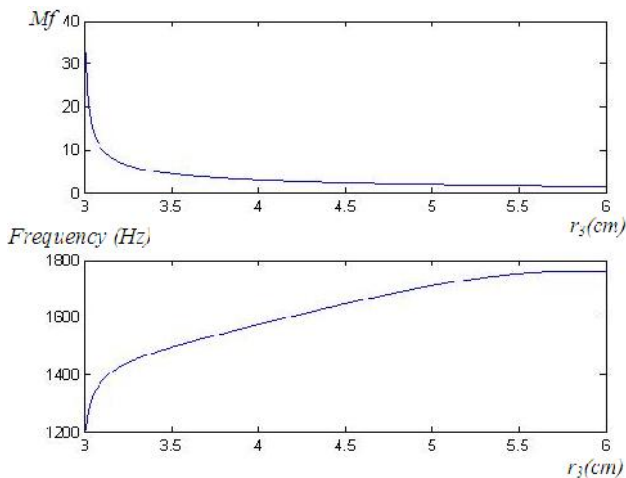
⁸ lumped



شکل ۸. مدل کد مکانیزم پنج میله متقارن و اندازه‌ها

اکنون کافی است فرکانس طبیعی و نسبت بزرگ‌نمایی

بر حسب طول بازوی r_3 رسم شود، خواهیم داشت:



شکل ۹. تغییرات فرکانس طبیعی و نسبت بزرگ‌نمایی نسبت به

طول بازوی ۳

بنابراین پارامترهای بهینه برای بهترین عمل کرد مدل

شبه صلب و همچنین داده‌های اولیه برای رسم به صورت زیر

است:

$$r_1 = 60 \text{ mm} \quad r_2 = 16 \text{ mm} \quad l_1 = 6 \text{ mm} \quad A_1 = A_2 = 5 \text{ cm}^2 \quad \dots = 3 \text{ gr/cm}^3$$

$$E = 11 \text{ GPa} \quad d = 3 \text{ mm} \quad b = 10 \text{ mm} \quad t = r = 5 \text{ mm} \quad R = 1.5 \text{ mm}$$

$$r_{3_{opt}} = 3005 \text{ mm} \Rightarrow Mf = 145 \quad f = 132 \text{ Hz}$$

()

۴. تحلیل المان محدود و به دست آوردن

پارامترهای موثر

همان‌طور که مشخص است برای تطبیق مدل شبه

صلب تحلیل شده با مدل کد کافی است زاویه θ (زاویه عضو

۳ با افق) در این دو مدل یکسان باشند. (به دلیل تفاوت

ظاهری در مدل‌ها امکان تطبیق با توجه به اندازه بازوی r_3

وجود ندارد).

$$k_{eq} = 2[k_1 + (r-1)^2 k_2 + 2k_3 r^2]$$

$$() \quad I_{eq} = \dots \left[\frac{4}{3} A_1 r_2^3 + 2A_2 r_2^2 r_3 + 4r A_2 r_2 r_3^2 + \left(\frac{2}{3} + 2r^2 \right) A_2 r_3^3 \right]$$

که در رابطه (۱۰) A_i سطح مقطع میله‌های با جرم m_i

چگالی ماده سازنده مکانیزم و عبارتی است که در

رابطه (۱۱) نشان داده شده است. لازم به ذکر است که فرض

$$\frac{f}{2} = \text{نیز همچنان معتبر است.}$$

$$() \quad r = \frac{-2r_2}{\sqrt{4r_3^2 - r_1^2}}$$

اکنون با داشتن لختی و جرم معادل فرکانس طبیعی

به راحتی قابل محاسبه است. برای محاسبه ضرایب سختی k

کافی است از روابط داده شده توسط پارس و ویسبرد [۱۹] و یا

لوبونیتو و پانیک [۲۰] استفاده کرد. طبق این روابط سختی

مفاصل مدور^۹ طبق رابطه (۱۲) و مفاصل با گوشه‌های گرد

شده با رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود.

$$() \quad k = \frac{2Eb t^{\frac{5}{2}}}{9fR^{\frac{1}{2}}}$$

$$k = \frac{Ebt^3}{12l - 2r + 2rf(s)}$$

$$() \quad s = \frac{2r}{t}$$

$$f(s) = \frac{(2s+1)(3s^2+2s+1)+3s(s+1)^2\sqrt{2s+1}\tan^{-1}(\sqrt{2s+1})}{(s+1)(2s+1)^3}$$

که در روابط بالا E ضریب الاستیسیته ماده، b ارتفاع

عمود بر صفحه مفصل، t ضخامت مفصل، R شعاع مفصل و r

شعاع فیلت است.

۳،۲ به دست آوردن شرایط کاری بهینه

مکانیزم

برای این منظور با برداشتن اندازه‌ها از روی مدل اصلی

مکانیزم (شکل ۸) با در نظر گرفتن r_3 به عنوان پارامتر متغیر،

می‌توان بهترین r_3 را که شرایط نسبت بزرگ‌نمایی و فرکانس

طبیعی بالا را به دست دهد، محاسبه نمود.

^۹ Right circular hinge

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک مکانیزم آمپلی‌فایر مکانیکی ارائه و با بررسی آن به روش تحلیلی مزایای آن نسبت به سایر مکانیزم‌های موجود نشان داده شده است. همچنین با شبیه‌سازی نحوه عمل‌کرد آن با استفاده از نرم‌افزار Abacus CAE علاوه بر نشان دادن تطبیق حل تحلیلی با عددی اثر پارامترهای موثر در کارایی آن بررسی شده است. طبق این تحلیل زاویه عضو ۳ با افق و ضخامت مفاصل با گوشه‌های گرد شده بیش‌ترین تاثیر را بر نسبت بزرگ‌نمایی و فرکانس طبیعی به عنوان ملاک کارایی مکانیزم می‌گذارند. با بررسی این تاثیر در نهایت مکانیزمی با پارامترهای بهینه ارائه شده است.

بهترین مکان کاری برای مکانیزم را با مدل شبه صلب به دست آورده شد (رابطه (۱۴)). اکنون برای ادامه کار کافی است سایر پارامترهای موثر پیدا و بهینه شوند. برای این منظور مدل سه بعدی ساخته شده در نرم افزار Abacus CAE با استفاده از المان $C3D4$ تحلیل شده و اثر پارامترهای مختلف نشان داده شده در رابطه (۱۲ و ۱۳) بررسی شده است. با این کار علاوه بر مشاهده تطبیق مدل تحلیلی با مدل کد که تحلیل اجزای محدود بر روی آن انجام شده است، به این نتیجه دست خواهیم یافت که بیش‌ترین اثر مربوط به ضخامت مفاصل با گوشه‌های گرد شده (t) است. در ادامه تغییرات فرکانس طبیعی و نسبت بزرگ‌نمایی نسبت به این عامل در جدول (۱) نشان داده شده است.

جدول ۱. تغییرات نسبت بزرگ‌نمایی و فرکانس طبیعی اول مکانیزم ۵ میلی متقارن نسبت به تغییر ضخامت مفاصل با گوشه‌های گرد شده (t)

$t(mm)$	0.3	0.5	0.7	0.9
$f(Hz)$	997.91	1231.1	1381.8	1483.9
Mf	18.32	10.33	5.82	3.34

با توجه به داده‌های جدول (۱) و روابط (۱۰، ۱۲ و ۱۳) با افزایش t فرکانس طبیعی افزایش ولی نسبت بزرگ‌نمایی کاهش می‌یابد. با کاهش زاویه $\{$ تا نزدیک صفر هم می‌توان بزرگ‌نمایی را افزایش داد ولی فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد. انتخاب مقدار t و $\{$ بستگی به محدودیت‌های طرح دارد. در این جا $t=0.5mm$ و $\{ = 3.44^\circ (r_3 = 30.05mm)$ بهترین حالت است.

- Tenzer, P. E., and Mrad, R. B., "On amplification in inchworm precision positioners", *Mechatronics*, 14(5), pp. 515-531, (2004).
- Scire, F. E., and Teagu, E. C., "Piezodriven 50- μ m range stage with subnanometer resolution", *Review of Scientific Instruments*, 49(12), pp. 1735-1740, (2003).
- Jouaneh, M., and Yang R. Y., "Modeling of flexure hinge type lever mechanisms", *Precision Engineering*, 27(4), pp. 407-418, (2003).
- Varma, V. K., and Dixon, W. E., "Design of a piezoelectric Meso-Scale Mobile Robot: A compliant Amplification Approach", *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*. V.2, pp. 1137-1142, (2002).
- Rue, J. W., and Gweon, D. G, "Error analysis of a flexure hinge mechanism induced by machining imperfection", *Precision Engineering*, 21(1), pp. 83-89, (1997).
- Paros, J. M., and Weisbord, L., "How to design flexure hinges", *Machine design*, 27, pp.151-156, (1965).
- Lobonitu, N., Paine, J. S. N., Garcia, E., and Goldfarb, M., "Corner-filletted flexure hinges", *Transactions of the ASME, journal of mechanical Design*, 123(3), pp. 346-352, (2001).
- Howell, L. L, *Compliant Mechanisms*, John Wiley and Sons, New York, (2001).
- King, T., and Xu, W., "The design and characteristics of piezomotors using flexure-hinged displacement amplifiers", *Robotics and Autonomous Systems*, 19(2), pp. 189-197, (1996).
- Xu, W., and King, T., "flexure hinges for piezoactuator displacement amplifiers: flexibility, accuracy, and stress consideration", *precision engineering*, 19(1), pp. 4-10, (1996).
- Du, H. J., Lau, G. K., Lim, M. K., and Qui, J. H., "Topological optimization of mechanical amplifiers for piezoelectric actuators under dynamic motion", *smart materials and structures*, 9(6), pp. 788-800,(2000).
- Prechtel, E. F., and Hall, S. R., "Design of a high efficiency, large stroke, electromechanical actuator", *smart materials and structures*, 8(1), pp. 13-30,(1999).
- Pokines, B. J., and Garcia, E., "a smart material microamplification mechanism fabricated using LIGA", *smart materials and structures*, 7(1), pp. 105-112, (1998).
- Gao, P., Swei, S. M., and Yuang, Z J., "A new Piezodriven precision micropositioning stage utilizing flexure hinges", *Nanotechnology*, 10(4), pp. 105-112, (1999).
- Yang, R. Y., Jouaneh, M., and Schweizer, R., "Design and characterization of a low-profile micropoitioning stage", *Precision Engineering*, 18(1), pp. 20-29, (1996).
- Saif, M. T. A., and Macdonald, N. C., "Measurement of forces and spring constant of microinstruments", *Review of Scientific instruments*, 69(3), pp. 1410-1422, (1998).
- Lobonitu, N., and Garcia, E., "Analytical model of displacement amplification and stiffness optimization for a class of flexure-based compliant mechanisms", *Computers and structures*, 81(32), pp. 2797-2810, (2003).
- Timoshenko, S. P., and Gere, J. M., *Theory of elastic stability*, McGraw-Hill, New York, (1961).
- Su, X. P. S., and Yang, H. S. "Design of a compliant microleverage mechanisms", *Sensors and Actuators*, 87(3), pp. 146-156, (2001).
- Gao, P., Swei, S. M., and Yuan, Z. J., "A new piezodriven precision micropositioning stage utilizing flexure hinges", *Nanotechnology*, 10(4), pp. 394-398, (1999).