



## انتقال حرارت جابجائی اجباری روی سه لوله با آرایش مثلثی در نانو سیال آب-آلومینا تحت اثر میدان مغناطیسی

امین نیک الهام<sup>۱</sup>، ولی انجیل الی<sup>۲\*</sup>، نیما وزیری<sup>۳</sup>، زهرا پولائی موزیراجی<sup>۴</sup>

۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد کرج، دانشگاه آزاد اسلامی، کرج، ایران

۳- استادیار، گروه فیزیک، واحد کرج، دانشگاه آزاد اسلامی، کرج، ایران

۴- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

\* v\_enjil@yahoo.com، vali.enjilela@kiau.ac.ir، ۳۱۴۸۵-۳۱۳ &

### چکیده

در این تحقیق انتقال حرارت جابجائی اجباری روی لوله‌های گرم با چیدمان مثلثی در نانو سیال آب-آلومینا در یک میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار گرفته است. معادلات ناویر استوکس و انرژی با استفاده از روش المان محدود در مقاله حاضر گسسته و حل شده است. یک مدل تجربی تابعی از دما، قطر نانوذره و کسر حجمی نانوذرات برای برآورد لزجت و ضریب انتقال حرارت هدایتی بکار گرفته شده است. محدوده متغیرهای موثر در مسئله، اعداد رینولدز، هارتمن، کسر حجمی نانو ذرات و زاویه میدان مغناطیسی به ترتیب  $100 \leq Re \leq 200$ ،  $0 \leq Ha \leq 100$ ،  $0 \leq f \leq 0.06$  و  $g = 0^\circ, 90^\circ$  تعریف شده است. نتایج مربوط به خطوط جریان، ناسلت متوسط لوله‌های ردیف اول و دوم و متوسط ناسلت سه لوله ارائه و مورد بحث قرار گرفته است. وجود نانوذرات موجب افزایش انتقال حرارت و میدان مغناطیسی موجب نظم یافتگی جریان و در ابتدا کاهش انتقال حرارت می‌شود و پس از آن با افزایش اثر میدان انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۵ اسفند ۱۳۹۹

پذیرش: ۲۲ اردیبهشت ۱۴۰۰

ارائه در سایت: ۲۰ خرداد ۱۴۰۰

### کلیدواژگان

جابجائی اجباری

میدان مغناطیسی

نانوسیال

زاویه میدان مغناطیسی

سه لوله با آرایش مثلثی

## The forced convection of alumina-water nanofluid over three staggered circular cylinder on the effect of magnetic field

Amin Nikelham<sup>1</sup>, Vali Enjilela<sup>2\*</sup>, Nima Vaziri<sup>3</sup>, Zahra Poolaei Moziraji<sup>1</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Karaj Branch, Islamic Azad University, Karaj, Iran

3- Department of Physics, Karaj Branch, Islamic Azad University, Karaj, Iran

\* P.O.B. 31485-313 Kara, Iran, vali.enjilela@kiau.ac.ir & v\_enjil@yahoo.com

### Article Information

Original Research Paper

Received 23 February 2021

Accepted 12 May 2021

Available Online 10 June 2021

### Keywords

Forced convection

Magnetic field

Nanofluid

Angles of magnetic field

Three staggered circular cylinder

### ABSTRACT

In the present study, the forced convection of alumina-water nanofluid over three staggered circular cylinder inside a magnetic field is investigated. The Navier Stokes and the energy equations are discretized using the finite elements method. An experimental model as a function of temperature, the nanoparticles diameter, and the volume fraction of the nanofluid is utilized for calculating the viscosity and the conductivity coefficient of the nanofluid. The ranges of the main parameters, including the Reynolds numbers, the Hartman numbers, the volume fractions of the nanofluid and the angles of magnetic field are  $100 \leq Re \leq 200$ ,  $0 \leq Ha \leq 100$ ,  $0 \leq f \leq 0.06$  and  $g = 0^\circ, 90^\circ$ , respectively. The results of the stream lines, the average Nusselt number of the first and the second rows of tubes and the average Nusselt number of the three circular cylinders are presented and discussed. The results show that using of the nanoparticles increases the heat transfer. Also, utilizing of the magnetic field causes flow discipline and initially reduces the heat transfer; but with increasing of the magnetic field, the heat transfer increases.

### Please cite this article using:

Amin Nikelham, Vali Enjilela, Nima Vaziri, Zahra Poolaei Moziraji, The forced convection of alumina-water nanofluid over three staggered circular cylinder on the effect of magnetic field, *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, Vol. 12, No. 1, pp. 26-35, 2021 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

## ۱- مقدمه

انتقال حرارت جابجائی اجباری روی لوله‌های گرم در کاربری‌های زیادی همانند مبدل‌های حرارتی لوله و پوسته، کندانسورهای سیکل‌های تبرید، حسگرها و وسایل اندازه‌گیری استفاده می‌شوند. شناخت فرآیند انتقال حرارت و نقش متغیرهای آن امکان کنترل و افزایش و یا کاهش مقدار انتقال حرارت را به مهندسين خواهد داد همچنین با افزایش نانو ذرات به سیال پایه آب و یا ایجاد میدان مغناطیسی نیز امکان تغییر در انتقال حرارت و کنترل آن فراهم خواهد شد.

تحقیقات تئوری و تجربی متعددی برای تعیین خواص نانو سیال صورت گرفته است [۱]. در اینجا از یک مدل تجربی که توسط خانافر و وفائی [۲] ارائه شده استفاده می‌شود. در این مدل علاوه بر کسر حجمی نانو ذرات، اثر دما و قطر نانو ذره نیز دیده شده است. مقالاتی نیز در دسترس اند که انتقال حرارت جابجائی اجباری در نانو سیالات را روی لوله بررسی کرده‌اند. ولیپور و قادی [۳] با نانو سیال آب و مس انتقال حرارت جابجائی اجباری روی یک لوله را با استفاده از مدل برینکمن برای ویسکوزیته و همپلتون-کراسر برای ضریب هدایت حرارتی مورد مطالعه قرار داده‌اند. در این تحقیق نتایج برای رینولدز ۱ تا ۴۰ و کسر حجمی تا ۵ درصد ارائه شده است. آنها دریافتند که مقدار ناسلت با افزایش کسر حجمی نانو ذرات افزایش پیدا میکند. بوکاظ و همکاران [۴] مشخصات انتقال حرارت جابجائی اجباری در جریان آرام برای محدوده رینولدز ۱۰ تا ۴۰ را روی یک لوله در نانوسیال آب-مس مورد بررسی قرار داده و در این روند از مدل برینکمن برای ویسکوزیته و مدل ماکسول برای هدایت حرارتی استفاده کرده‌اند. نتایج آنها نیز افزایش انتقال حرارت را با افزایش کسر حجمی نانو ذرات نشان داد. سلواکومار و دیناکاران [۵،۶] انتقال حرارت جابجائی اجباری روی یک لوله را برای اعداد رینولدز ۱ تا ۴۰ با استفاده از مدل‌های مختلف برینکمن و ماکسول و کورسیون شبیه سازی کرده و نتیجه گرفته‌اند که با اضافه شدن کسر حجمی مقدار ناسلت نیز افزایش خواهد یافت.

مطالعاتی نیز بر اثرات میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت دلالت می‌کند [۷-۹]. این اثر در سیستم‌های مختلفی در مهندسی در حوزه انتقال حرارت همانند تصفیه فلزات مذاب، سیستم خنک کن راکتورهای هسته‌ای و استخراج انرژی زمین گرمایی قابل استفاده است. نعمتی و همکاران [۱۰،۱۱] به بررسی این اثر در انتقال حرارت جابجائی طبیعی در یک محفظه در اعداد

هارتمن ۴۰ و ۸۰ پرداخته و نتیجه گرفته‌اند که وجود میدان مغناطیسی در این شرایط موجب کاهش عدد ناسلت خواهد بود. سلیمه‌فندیچی و اوزتاب [۱۲] انتقال حرارت جابجائی اجباری در نانوسیال آب و اکسید مس روی چهار لوله در یک کانال تحت اثر یک میدان مغناطیسی یکنواخت را مورد مطالعه قرار داده‌اند. آنها متفاوت از اغلب مقالات ارتفاع کانال را به جای قطر لوله بعنوان طول مشخصه استفاده کرده و با این انتخاب رینولدز بین ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ و هارتمن صفر تا ۱۰ را بر اساس ارتفاع کانال بررسی کرده‌اند. آنها از یک مدل تئوری برای ارزیابی ویسکوزیته و هدایت حرارتی که اثرات حرکت برآونی را در بر میگیرد استفاده کرده و در خصوص اثر متغیرها بر نتایج به بحث پرداخته‌اند.

تحقیقاتی نیز به بررسی دسته لوله‌ها پرداخته‌اند. زوکاس کاس [۱۳] بعنوان یک مرجع قدیمی و پر کاربرد انتقال حرارت جابجائی برای سیال فاقد نانو ذره و در فقدان میدان مغناطیسی و در آرایش مثلثی و فواصل مختلف لوله‌ها را بررسی و برای آنها رابطه ارائه کرده است. در نتایج زوکاس کاس تا ردیف ۱۳ مقادیر ناسلت پیوسته افزایش یافته و پس از آن دیگر تغییر نمی‌کند بیشترین تغییر مربوط به ردیف دوم نسبت به ردیف اول است که طبق این مرجع ۱۸٪ افزایش منظور شده است. سنجل [۱۴] عدم قطعیت نتایج این روابط را ۱۵٪ اعلام کرده است. لواسانی و بیات [۱۵] افت فشار و انتقال حرارت روی دسته لوله‌های استوانه‌ای و بادامی در نانوسیال آلومینا را بصورت عددی بررسی کرده‌اند. در این تحقیق رینولدز ۱۰۰ تا ۴۰۰، کسر حجمی تا ۷ درصد شرایط مرزی متقارن و دمای ورودی ۲۷ و دمای لوله‌ها ۷۷ درجه سلسیوس منظور شده است. این بررسی نشان داد با افزایش رینولدز و کسر حجمی مقدار ناسلت متوسط لوله‌ها افزایش پیدا میکند. همچنین صرفاً در رینولدز ۲۰۰ ردیف‌ها جداگانه بررسی و نشان داده شده که ردیف دوم نسبت به ردیف اول افزایش ناسلت را نشان داده در صورتیکه پس از آن ناسلت از این دو مقدار کمتر شده است.

احمد و همکاران [۱۶] در یک تحقیق عددی، انتقال حرارت جابجائی اجباری نانو سیال روی چند لوله را مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها از نانوذره آلومینا تا کسر حجمی ۵ درصد در رینولدزهای ۱۰۰ تا ۶۰۰ و با انتخاب فاصله عرضی لوله‌ها ۲ استفاده کرده‌اند. این فاصله عرضی هر ردیف با ردیف بعدی خود است به عبارتی با توجه به شرط تقارن و تکرار ردیف‌ها در بالا و پائین آرایش انتخاب شده فاصله عرضی لوله‌ها در یک ردیف دو برابر این مقدار و برابر ۴ خواهد بود که این فاصله زیاد عملاً اثر

## ۲- بیان مسئله و روش حل

معادلات حاکم بر جریان آرام سیال تراکم ناپذیر دوبعدی شامل معادلات بقای جرم، بقای مومنتوم و انرژی برای نانوسیال تحت اثر میدان مغناطیسی که بی بعد شده باشند در روابط (۱) تا (۴) آمده است. این روابط روابطی کلاسیک بوده که در متون کلاسیک انتقال حرارت به آن اشاره و در مراجع متعددی همچون [۱] باز نشر شده و در برنامه نوشته شده به زبان Fortran نیز از آنها استفاده شده است.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} \frac{\text{Ha}^2}{\text{Re}} (v \sin \gamma \cos \gamma - u \sin^2 \gamma) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{\text{Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{\sigma_{nf}}{\sigma_f} \frac{\text{Ha}^2}{\text{Re}} (u \sin \gamma \cos \gamma - v \cos^2 \gamma) \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{(\rho C_p)_f}{(\rho C_p)_{nf}} \frac{1}{\text{Pr Re}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad (4)$$

در روند بی بعدسازی از روابط (۵) استفاده شده است که طی آن اعداد پرانتل و رینولدز و هارتمن ظاهر می شوند.

$$x = \frac{x^*}{D}, y = \frac{y^*}{D}, t = \frac{t^* u_a}{D}, u = \frac{u^*}{u_a}, v = \frac{v^*}{u_a}, P = \frac{P^*}{\rho_{nf} u_a^2}, T = \frac{T^* - T_c}{T_h - T_c}, \text{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \text{Re} = \frac{u_a D}{\nu_f}, \text{Ha} = B_0 D \sqrt{\frac{\sigma_f}{\mu_f}} \quad (5)$$

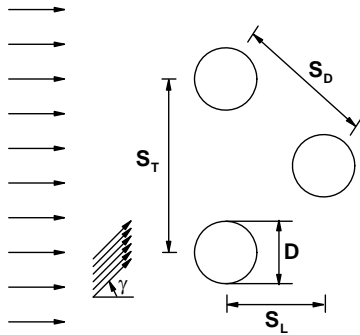
متغیرهای ستاره دار کمیت‌هایی بعددار بوده و طول مشخصه بکار گرفته شده در این تحقیق قطر لوله است.

لوله ها را بر یکدیگر ناچیز میکند. اگرچه دمای لوله و یا مقدار عدد پرانتل در این دما قید نشده اما در این مقاله آمده است که مقادیر ناسلت متوسط با زوکاس کاس در رینولدز ۱۰۰ تا ۴۰۰ مطابقت دارد. در شرایط مذکور این تحقیق مقادیر ناسلت متوسط تمامی لوله‌ها را ارائه کرده است.

طهماسبی و همکاران [۱۷] اثر نانو سیال و چیدمان لوله‌ها را در جابجائی اجباری روی دسته لوله‌های یک مبدل حرارتی مورد بررسی قرار داده‌اند. در مقاله آنها ۶ ردیف لوله فرض شده و فواصل عرضی و طولی این لوله‌ها  $(S_T/D) \times (S_L/D)$  در دو اندازه  $5 \times 5$  و  $5 \times 4.33$  در نظر گرفته شده‌اند که فواصل زیادی بوده و موجب کاهش اثر لوله‌ها بر یکدیگر است. در این بررسی عددی، نوار تکرار شونده‌ای شامل ۶ ردیف نیم لوله ارزیابی و نتایج برای آب خالص و نانوسیال اکسید نقره با کسر حجمی ۶ درصد در رینولدز ۱۰۰، ۴۰۰، ۱۰۰۰ و ۱۸۰۰ ارائه شده است که نشان می‌دهد مقادیر در ردیف دوم و سوم کاهش و چهارم افزایش و پنجم و ششم به ترتیب کاهش و افزایش بوده و روند یکنواختی را طی نمی‌کنند. مرزبان و همکاران [۱۸] در چیدمان مشابه‌ای از لوله‌هایی با مقطع مربعی و با استفاده از کسر جرمی به جای کسر حجمی از نانو ذرات گرافن با ازت تغلیظ شده در رینولدز ۱۰، ۱۰۰ و ۴۵۰ نشان داده‌اند مقادیر ناسلت ردیف دوم نسبت به ردیف اول افزایش میابد و پس از آن با نوسانات کاهش و افزایشی در مجموع تا ردیف ششم کاهش می‌باشد.

همانگونه که در مطالب فوق مشخص است مطالعات معدودی در خصوص انتقال حرارت جابجائی روی لوله‌ها در نانوسیالات تحت تاثیر میدان مغناطیسی صورت گرفته است. اغلب شبیه‌سازی‌های عددی از مدل برینکمن برای ویسکوزیته و مدل ماکسول برای ضریب انتقال حرارت هدایتی استفاده کرده‌اند که هر دو صرفاً تابعی از کسر حجمی نانو ذرات می‌باشند و نتایجی که در برآورد ویسکوزیته و ضریب انتقال حرارت نانوسیال میدهند تفاوت‌های قابل ملاحظه‌ای با سایر مراجع دارند. در اینجا از مدل خانافر و وفائی [۲] که علاوه بر کسر حجمی تابعی از دما و قطر نانو ذرات نیز می‌باشد استفاده می‌گردد. همچنین فواصل عرضی و طولی لوله‌ها  $(S_T/D) \times (S_L/D)$  برابر  $1.5 \times 1.5$  در نظر گرفته شده که فواصل معمول و اثرگذار بر یکدیگراند. نتایج در مقادیر رینولدز ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰، هارتمن ۰، ۲۵، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰، کسر حجمی نانو ذرات ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ درصد و زاویه میدان مغناطیسی ۰ و ۹۰ درجه مورد بررسی قرار گرفته و ارائه خواهد شد.

آنها عبور می‌کند. مرزهای بالا و پائینی همچنین روی لوله‌ها شرط عدم لغزش در نظر گرفته می‌شود از این مرزها سیال عبور نمی‌کند و سرعت بر روی آنها صفر منظور می‌گردد. در ورودی پروفیل سرعت سهموی و بخش ورودی قبل و بخش دنباله پس از لوله‌ها جهت تطبیق جریان در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱ هندسه مسئله

همانند کندانسورها و اواپراتورها دمای روی لوله‌ها و دمای سیال در ورود ثابت فرض شده است. محدوده‌ای در ورود اختیار می‌گردد بگونه‌ای که جریان فرصت تطابق کامل با شرایط را پیدا کرده و کوتاه بودن ورودی اثری بر نتایج نداشته باشد. همچنین در دنباله طول مناسبی در نظر گرفته می‌شود تا کوتاهی دنباله بر نتایج موثر نگردد.

نسبت فاصله عرضی و طولی لوله‌ها برابر  $(S_T/D) \times (S_L/D) = 1.5 \times 1.5$  انتخاب شده است که یک نسبت معمول و مناسب است. دمای روی لوله‌ها  $T_h = 55^\circ C$  و دمای سیال در بدو ورود  $T_c = 35^\circ C$  در نظر گرفته شده است که این محدوده دمائی در کندانسورهای سیکل تبرید اتفاق می‌افتد. خواص سیال در میانگین این دو دما سنجیده خواهد شد. این مقادیر در جدول ۱ آمده است [۲۰، ۲۱]. منطبق بر مراجع [۱۸، ۱۶] و نتایج حاصل، طول ورودی برابر  $6D$  و بخش دنباله  $22D$  کفایت می‌کند تا دامنه لازم برای پایدار شدن نتایج و حذف اثر کوتاهی ورودی و دنباله فراهم شده باشد. ارتفاع دامنه معادل  $4D$  انتخاب می‌شود تا حدود لوله‌ها را کاملا در بر بگیرد. در این بررسی قطر نانو ذرات  $29$  نانومتر بوده و سایر مقادیر لازم، مقادیر خواص ترموفیزیکی آب به عنوان سیال پایه و خواص آلومینا می‌باشد که این مقادیر در دمای متوسط لوله‌ها و سیال ورودی سنجیده شده و حاصل در جدول ۱ آمده است [۲۱، ۲۰].

روابط حاکم بر نانوسیال روابط (۶) تا (۱۱) بوده و از مدل خانافر و وفائی [۲] که علاوه بر کسر حجمی اثر دما و اندازه قطر نانو ذرات را نیز در نظر می‌گیرد استفاده شده است.

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p \quad (6)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_p \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mu_{nf} = & (-0.4491 + \frac{28.837}{T^*} + 0.574\phi - 0.1634\phi^2 + 23.053 \frac{\phi^2}{T^{*2}} \\ & + 0.0132\phi^3 - 2354.735 \frac{\phi}{T^{*3}} + 23.498 \frac{\phi^2}{d_p^2} - 3.0185 \frac{\phi^3}{d_p^2}) \times 10^{-3} \\ & 1\% \leq \phi \leq 9\%, 20 \leq T^*(^{\circ}C) \leq 70, 13nm \leq d_p \leq 131nm, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} k_{nf} = & k_f (0.9843 + 0.398\phi^{0.7383} \left(\frac{1}{d_p}\right)^{0.2246} \left(\frac{\mu_{nf}(T^*)}{\mu_f(T^*)}\right)^{0.0235} \\ & - 3.9517 \frac{\phi}{T^*} + 34.034 \frac{\phi^2}{T^{*3}} + 32.509 \frac{\phi}{T^*}), \\ & 0 \leq \phi \leq 10\%, 20 \leq T^*(^{\circ}C) \leq 70, 11nm \leq d_p \leq 150nm. \end{aligned} \quad (9)$$

در روابط مذکور مقدار  $\mu_f(T^*)$  از رابطه (۱۰) بدست می‌آید که در این رابطه دما بر حسب کلون است.

$$\mu_f(T^*) = 2.414 \times 10^{-5} \times 10^{247.8/(T^* - 140)} \quad (10)$$

همچنین رسانائی الکتریکی از مدل ماکسول [۱۹] چنین برآورد می‌گردد:

$$\sigma_{nf} = \sigma_f \left( 1 + \frac{3 \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_f} - 1 \right) \phi}{\left( \frac{\sigma_p}{\sigma_f} + 2 \right) - \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_f} - 1 \right) \phi} \right) \quad (11)$$

و جهت ارزیابی ناسلت محلی و ناسلت متوسط به ترتیب از رابطه (۱۲) و (۱۳) استفاده شده است:

$$Nu = - \left( \frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{wall} \quad (12)$$

$$Nu_{avg} = \frac{1}{\pi D} \int_0^{2\pi} Nu \times r d\theta \quad (13)$$

در بیان هندسه مسئله سه لوله گرم به عنوان یک واحد از مجموعه دسته لوله‌ها، مطابق شکل ۱ انتخاب شده که در یک کانال قرار گرفته است و سیال سرد عمود بر محور لوله‌ها از روی

همانگونه که از جدول ۳ مشخص است مقادیر حاصله از برنامه با مراجع مذکور تطابق خوبی دارد و اختلافات اندک ناشی از روش‌های مختلف عددی است.

برای صحت سنجی برنامه نوشته شده در حضور میدان مغناطیسی با توجه به اینکه نتایجی برای مقایسه برای جریان حول استوانه در مقالات در دسترس نبود، نتایج جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی [۲۵] مورد مقایسه قرار گرفت. محفظه مربعی دارای شرایط مرزی دیواره های بالا و پایین عایق و دیواره سمت چپ گرم و دیواره سمت راست سرد می‌باشد و شرط عدم لغزش روی دیواره‌ها اعمال می‌شود. نانو سیال مورد بررسی آب-اکسید آلومینیوم بوده و  $Pr=6.2$  می‌باشد. مدل مورد استفاده در مقاله مدل برینکمن و ماکسول بوده و بی‌بعدسازی و سایر شرایط طبق مرجع [۲۵] انجام شده است. در جدول ۴ مقادیر ناسلت میانگین در  $Ha=30$  برای اعداد رایلی  $10^3$  و  $10^4$  در نسبت حجمی نانو سیال صفر و ۶ درصد با نتایج قاسمی و همکاران [۲۵] مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج توافق بسیار خوبی دارند و نشان از صحیح بودن برنامه تحت شرایط میدان مغناطیسی و نانوسیال دارد.

**جدول ۴** مقایسه نتایج مقاله با نتایج قاسمی و همکاران [۲۵]. برای جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی در  $Ha=30$  برای اعداد رایلی  $10^3$  و  $10^4$  در کسر حجمی ۰ و ۶ درصد با مدل برینکمن - ماکسول.

$Nu_{ave}$	نتایج مقاله	$Ra = 10^3$		$Ra = 10^4$	
		$\phi = 0$	$\phi = 0.06$	$\phi = 0$	$\phi = 0.06$
		Ghasemi et al. [۲۵]	۱,۰۰۲	۱,۱۸۴	۱,۱۸۱
		۱,۰۰۲	۱,۱۸۴	۱,۱۸۳	۱,۲۹۱

#### ۴- نتایج

معادلات حاکم در مقادیر رینولدز ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰، هارتمن ۰، ۲۵، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰، زاویه میدان ۰ و ۹۰ درجه و کسر حجمی ۰ تا ۶ درصد توسط برنامه حل شده نتایج بصورت نمودارهایی ارائه می‌شود تا اثر این متغیرها بر جریان و بر مقدار انتقال حرارت بررسی گردد. نتایج بدست آمده در هندسه مسئله و در محدوده متغیرهای مذکور در چند بخش ارائه خواهد شد. در ابتدا اثرات میدان مغناطیسی و زاویه آن را خواهید دید. اثر عدد هارتمن و میدان مغناطیسی بر مقدار ناسلت متوسط سه لوله در زاویه میدان صفر در شکل ۲ آمده است.

**جدول ۱** خواص ترموفیزیکی آب و آلومینا [۲۰،۲۱]

خواص فیزیکی	آب در دمای $45^\circ C$	$Al_2O_3$
$\rho(kg / m^3)$	۹۹۰,۲	۳۹۷۰
$C_p(J / kg.K)$	۴۱۱۱	۷۶۵
$\sigma(S / m)$	$1,398 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-12}$
Pr	۳,۹۵۵	—

#### ۳- استقلال از شبکه و صحت‌سنجی

در ابتدا جهت بررسی استقلال حل از شبکه در دامنه مورد بررسی شبکه‌های مختلفی جهت حل استفاده شده که نتایج آن در جدول ۲ آمده است. همانگونه که مشاهده می‌شود پس از شبکه‌ای با تعداد المان ۶۸۸۶۷ نتایج تغییر محسوسی نمی‌کنند. این بدان معناست که با انتخاب این شبکه و عدم افزایش تعداد المان‌ها نسبت به آن ضمن رسیدن به نتایجی قابل قبول از افزایش حجم محاسبات جلوگیری می‌گردد.

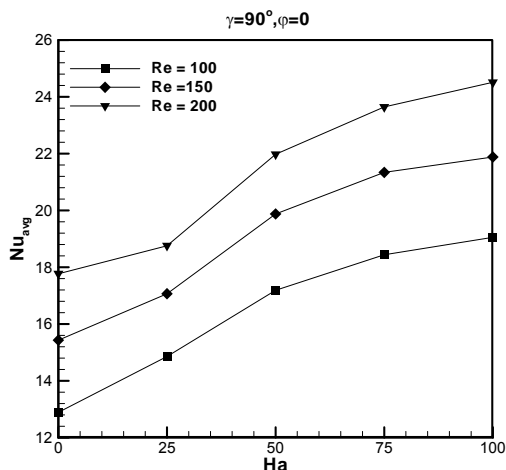
**جدول ۲** نتایج شبکه های مختلف در  $Re=150, Ha=0, f=0, Pr=3.955$

تعداد المان ها	ناسلت سه لوله	
	$Nu_{avg}$	درصد خطا
۴۰۱۷۰	۱۴,۵۰۸	۸,۶
۶۱۵۱۸	۱۵,۲۴۸	۱,۷
۶۸۸۶۷	۱۵,۴۳۱	۰,۴۹
۱۰۲۰۷۲	۱۵,۵۰۸	—

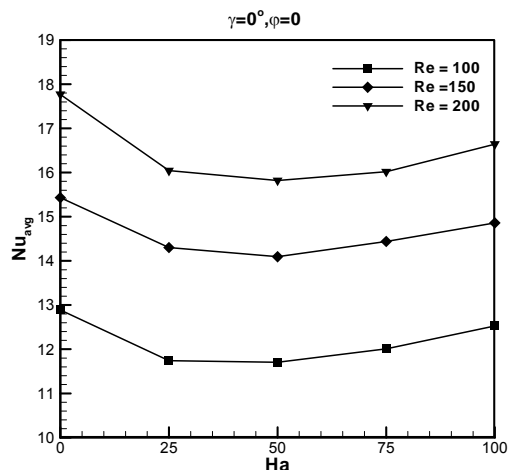
جهت صحت‌سنجی برنامه نوشته شده، نتایج حاصل از برنامه با نتایج برخی از مراجع در جدول ۳ مقایسه شده است. این نکته قابل ذکر است که نتایجی که از مراجع در دسترس‌اند و در جدول ۳ آمده است برای تک لوله و  $Pr=6.2$  می‌باشد لذا جهت صحت سنجی، برنامه در شرایط مذکور اجرا و نتایج حاصل با مراجع تطابق داده شده است.

**جدول ۳** نتایج تک لوله در  $Ha=0, Pr=6.2, f=0$

Re	ناسلت متوسط			
	نتایج مقاله	Churchill and Bernstein [۲۲]	Khan et al. [۲۳]	Sarkar et al. [۲۴]
۱۰۰	۱۲,۰۲	۱۱,۳۳	۱۱,۸۴	۱۱,۰۹
۱۵۰	۱۴,۸۱	۱۳,۸۴	۱۳,۲۷	۱۳,۸۴
۲۰۰	۱۷,۱۲	۱۵,۹۵	۱۵,۳۳	۱۶,۲۱

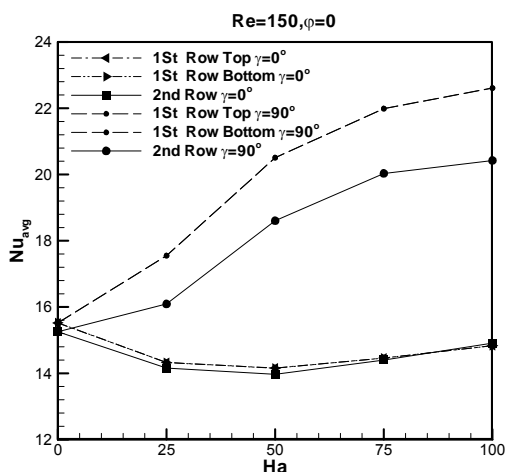


شکل ۳ ناسلت متوسط سه لوله در هارتمن ۰ تا ۱۰۰ در زاویه میدان ۹۰ درجه



شکل ۲ ناسلت متوسط سه لوله در هارتمن ۰ تا ۱۰۰ در زاویه میدان صفر درجه

در بررسی مقادیر ناسلت متوسط هر یک از لوله‌ها در ردیف اول و دوم چنانچه در شکل ۴ آمده است نتایج نشان می‌دهند مقادیر ناسلت دو لوله در ردیف اول بسیار به یکدیگر نزدیک‌اند. همچنین در زاویه میدان صفر مقادیر ردیف دوم به ردیف اول نزدیک و اندکی کمتر است چنانچه در  $Ha=0$  به اندازه ۱٫۷٪ اختلاف داشته و در  $Ha=75$  و پس از آن تقریباً بر یکدیگر منطبق می‌شوند. به عبارتی افزایش هارتمن این مقادیر را به یکدیگر نزدیک‌تر هم می‌کند. در زاویه میدان ۹۰ درجه مقادیر ردیف دوم علی‌رغم آنکه مشابه حالت قبل همچنان کمتر از ردیف اول بوده‌اند فاصله بیشتری از آنها گرفته و این تفاوت به ۱۰٫۷٪ نیز رسیده است.



شکل ۴ ناسلت متوسط لوله‌های ردیف اول و دوم در هارتمن ۰ تا ۱۰۰

چنانچه از شکل پیداست زمانیکه میدان مغناطیسی بر جریان اثر میکند موجب کاهش انتقال حرارت خواهد شد و دلیل این امر آن است که در غیاب میدان مغناطیسی اغتشاشاتی در جریان اطراف لوله‌ها وجود دارد که موجب عبور سیال سرد از نواحی پشت لوله خواهد بود و این اغتشاشات جریان با شروع اثر میدان مغناطیسی کمتر و کمتر می‌شود. نحوه این تغییرات را در ادامه و در بخش بررسی شکل جریان خواهید دید. از آنجائیکه این اغتشاشات در اطراف لوله‌ها موجب افزایش ناسلت بوده‌اند با کمتر شدن آنها انتقال حرارت در وهله اول کاهش می‌یابد اگرچه پس از آن با افزایش هارتمن مقدار ناسلت افزایش یافته است اما تا پایان محدوده به مقدار اولیه خود نخواهد رسید.

نقش زاویه میدان مغناطیسی کمی متفاوت است. چنانچه در شکل ۳ مشاهده می‌شود اثر زاویه میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت افزایشی بوده و بیشترین شیب افزایش بین  $Ha=25$  تا  $Ha=50$  اتفاق می‌افتد و پس از آن از شدت این اثر کاسته می‌شود. مقدار افزایش عدد ناسلت از هارتمن صفر تا ۱۰۰ در رینولدز ۱۰۰، ۱۵۰، و ۲۰۰ به ترتیب ۴۷٫۸، ۴۱٫۸، و ۳۸ درصد می‌باشد. زاویه میدان مغناطیسی موجب نظم کامل جریان و جلوگیری از جدائی جریان و حذف گردابه‌ها و اغتشاشات اطراف لوله‌ها بوده که این امر خود عامل افزایش عدد ناسلت است و همچنین همواره با افزایش این زاویه در محدوده ذکر شده در این بررسی در مقدار ناسلت افزایش دیده می‌شود. نظم یافتگی جریان و تبعیت کامل جریان از مرزها در ادامه و در بخش بررسی شکل جریان به وضوح قابل مشاهده است.

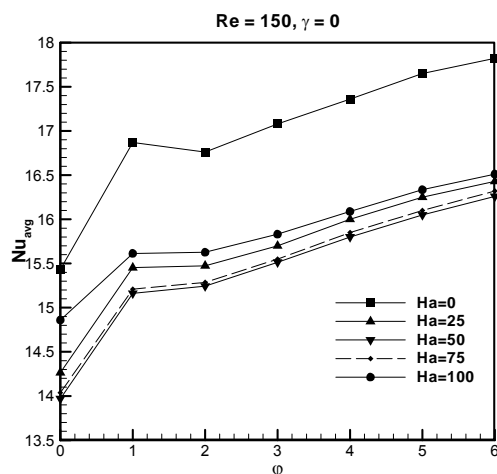
تعدیل می‌کند. در زاویه میدان صفر (شکل ۵-الف) کمترین درصد افزایش مقدار ناسلت نانوسیال با کسر حجمی ۶ درصد به سیال پایه ( $Nu_{avg, f=6\%}$  به  $Nu_{avg, f=0\%}$ ) در  $Ha=100$  و به مقدار ۱۱,۱٪ و بیشترین آن در  $Ha=50$  و به مقدار ۱۶,۴٪ اتفاق افتاده است. در صورتیکه در زاویه میدان ۹۰ درجه (شکل ۵-ب) کمترین درصد افزایش مقدار ناسلت نانوسیال با کسر حجمی ۶ درصد به سیال پایه در  $Ha=50$  و به مقدار ۱۱,۷٪ و بیشترین آن در  $Ha=100$  و به مقدار ۱۵,۶٪ اتفاق افتاده است که میزان اثر کسر حجمی نانو ذره را نشان می‌دهد.

در بررسی شکل جریان، چنانچه در شکل ۶ و ۷ پیداست در این محدوده رینولدز در فقدان میدان مغناطیسی گردابه‌هایی پشت هر سه لوله ایجاد میشود (شکل ۶-الف) و در مجموع جریان غیر دائمی در اطراف لوله‌ها بوجود آمده است که با حضور میدان مغناطیسی در زاویه صفر درجه جریان شکل منظم‌تری به خود گرفته و جریان اطراف لوله‌ها دوکی شکل شده و این شکل دوکی با افزایش هارتمن (شکل ۶-ب تا د) کشیده‌تر و کشیده‌تر می‌شود. اما در زاویه ۹۰ درجه میدان مغناطیسی چنانچه در شکل ۷-الف تا ج دیده می‌شود گردابه‌ها و شکل دوکی بکلی حذف شده و ناحیه جدائی در پشت استوانه‌ها از بین رفته و خطوط منطبق بر مرزها کاملاً منظم می‌شوند. اثر این تغییرات جریان موجب افزایش انتقال حرارت خواهد بود که در بخش‌های قبلی توضیح داده شد.

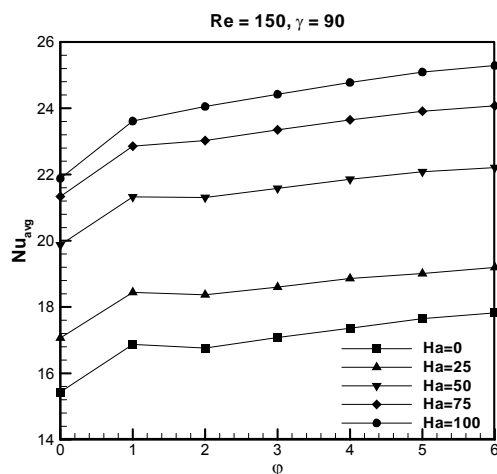
### ۵- نتیجه گیری

به منظور بررسی انتقال حرارت جابجائی اجباری در جریان دو بعدی نانوسیال آب - آلومینا بر روی سه لوله گرم با چیدمان مثلثی، معادلات انرژی و ناویر استوکس بصورت عددی و با استفاده از روش المان محدود مورد ارزیابی واقع و حل شدند. برای محاسبه لزجت و ضریب انتقال حرارت هدایتی از مدل خانافر و وفایی استفاده شد چرا که علاوه بر کسر حجمی اثر دما و اندازه نانو ذرات در آن دیده شده است. نتایج این تحقیق در مقادیر رینولدز ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰، هارتمن ۰، ۲۵، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰، کسر حجمی نانو ذرات ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ درصد و زاویه میدان مغناطیسی ۰ و ۹۰ درجه ارائه شد. نتایج برای خطوط جریان، ناسلت متوسط لوله‌های ردیف اول و ردیف دوم و ناسلت متوسط سه لوله در حدود متغیرهای مذکور ارائه و مورد بحث قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهند در فقدان میدان مغناطیسی در این محدوده رینولدز، اغتشاشاتی در اطراف لوله‌ها بوجود آمده

اثر کسر حجمی نانوسیال بر ناسلت متوسط سه لوله در  $Re=150$  و مقادیر هارتمن مختلف در شکل ۵ آمده است.



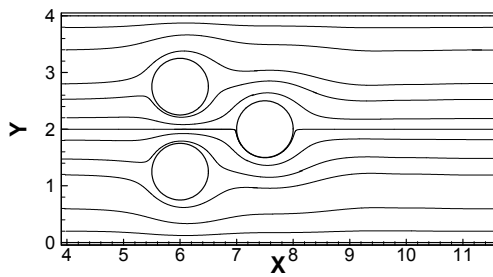
الف)  $g=0^\circ$



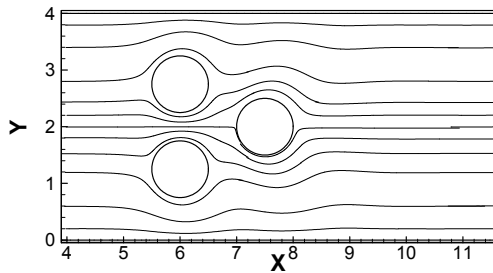
ب)  $g=90^\circ$

شکل ۵ ناسلت متوسط سه لوله در هارتمن ۰ تا ۱۰۰ در کسر حجمی ۰ تا ۶ درصد

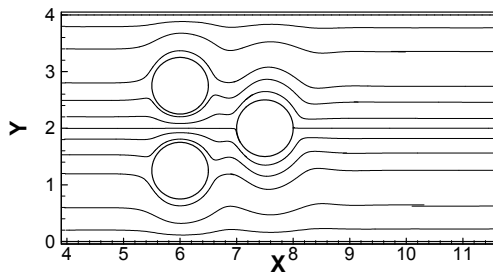
بطور کلی این اثر افزایشی است و بیشترین شیب افزایش در  $f=0.01$  اتفاق می‌افتد و پس از آن شیب این افزایش کمتر و کمتر می‌شود. همچنین در اعداد هارتمن پائین‌تر مقدار ناسلت در  $f=0.02$  از ناسلت در  $f=0.01$  کمتر است و پس از آن مجدد افزایشی می‌شود. این رفتار در این محدوده رینولدز عمومیت داشته و مقادیر ناسلت در  $f=0.02$  اندکی کاهش می‌اند و تنها اثر افزایش هارتمن به دلایلی که در بیان اثر میدان مغناطیسی بر جریان و انتقال حرارت در قبل ذکر شد این اثر را



Ha=25 (الف)



Ha=50 (ب)

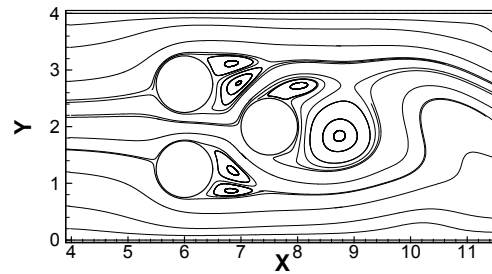


Ha=100 (ج)

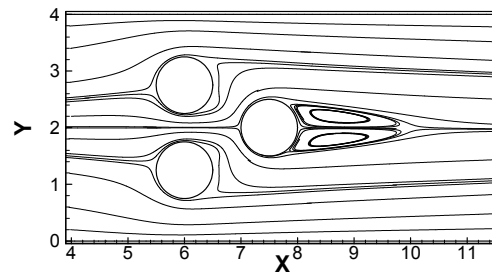
شکل ۷ خطوط جریان در  $Re=150$  و  $g=90^\circ$

این میدان، جریان اطراف لوله‌ها منظم‌تر شده، گردابه و حالت دوکی شکل قبلی از بین رفته و انتقال حرارت نسبت به حالت ابتدایی اثر میدان مغناطیسی افزایش پیدا کرده است. این نکته نیز قابل ذکر است که انتقال حرارت در این چیدمان لوله‌ها در دو لولهٔ ردیف اول بسیار نزدیک به هم بوده و در نبود میدان مغناطیسی در ردیف دوم اندکی انتقال حرارت نسبت به ردیف اول کمتر است. اختلاف مقادیر دو ردیف در حضور میدان مغناطیسی شدت گرفته و در حالی که همچنان ردیف دوم کمتر از ردیف اول است فاصله آنها بیشتر شده است. اثر رینولدز بر انتقال حرارت همواره افزایشی بوده و اثر کسر حجمی نانو ذرات نیز در مجموع افزایشی است اگرچه بیشترین شیب این افزایش در کسر حجمی یک درصد اتفاق میافتد و در فقدان میدان

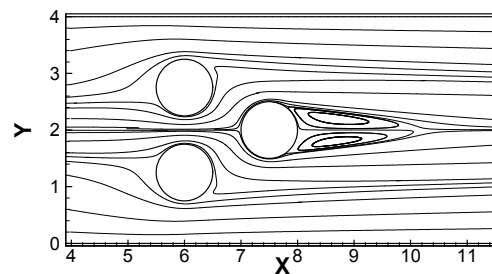
که به افزایش انتقال حرارت کمک می‌کنند. با ایجاد میدان مغناطیسی ابتدا این اغتشاشات کمتر شده و جریان منظم‌تر می‌شود که این امر موجب کاهش انتقال حرارت خواهد شد اما پس از بیشتر شدن شدت میدان مغناطیسی و همچنین اثر زاویه



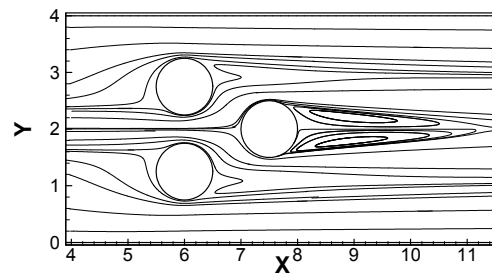
Ha=0 (الف)



Ha=25 (ب)



Ha=50 (ج)



Ha=100 (د)

شکل ۶ خطوط جریان در  $Re=150$  و  $g=0^\circ$



مغناطیسی و مقادیر هارتمن کمتر در کسر حجمی ۲ درصد اندکی کاهش یافته، در مقادیر بالاتر هارتمن اثر میدان مغناطیسی بر این کاهش چیره و حاصل افزایشی شده است. پس از کسر حجمی ۲ درصد اثر کسر حجمی افزایشی بوده که البته هرچه به پیش می‌رود شیب این افزایش کاسته شده است.

**اندیس ها**

- f سیال پایه
- nf خواص موثر نانوسیال
- p نانوذره

**نماد**

\* بعددار بودن کمیت ها

**۶- فهرست علائم**

- $B_0$  شدت میدان مغناطیسی - (T)
- $C_p$  ظرفیت گرمائی ویژه (J/kg.K)
- D قطر (m)
- $H_a$  عدد هارتمن
- K ضریب انتقال حرارت هدایتی (W/m.K)
- Nu عدد ناسلت
- P فشار (N/m<sup>2</sup>)
- Pr عدد پراوتل
- Ra عدد رایلی
- Re عدد رینولدز
- $S_T$  فاصله عرضی (m)
- $S_L$  فاصله طولی (m)
- T دما (°C)
- $T_c$  دمای سیال ورودی (سرد) (°C)
- $T_h$  دمای سطح لوله‌ها (گرم) (°C)
- t زمان (s)
- u, v سرعت در جهات x و y (m/s)
- $u_a$  سرعت متوسط سیال ورودی (m/s)
- x, y مختصات کارتیزین (m)
- $\alpha$  ضریب پخش حرارتی (m<sup>2</sup>/s)
- $\gamma$  زاویه میدان مغناطیسی (°)
- $\mu$  لزجت دینامیکی (kg/m.s)
- $\nu$  لزجت سینماتیکی (m<sup>2</sup>/s)
- $\rho$  چگالی (kg/m<sup>3</sup>)
- $\sigma$  رسانندگی الکتریکی (S/m)
- $\phi$  کسر حجمی

**۷- مراجع**

[1] V. Bianco, O. Manca, S. Nardini, K. Vafai, Heat Transfer Enhancement with Nanofluids, 1st ed., CRC Press Taylor & Francis Group, 2015.

[2] K. Khanafer, K. Vafai, A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids, International Journal of Heat and Mass Transfer Sciences 54 (2011) 4410-4428.

[3] M. S. Valipour, A. Z. Ghadi, Numerical investigation of fluid flow and heat transfer around a solid circular cylinder utilizing nanofluid, International communications in heat and mass transfer 38 (9) (2011) 1296-1304.

[4] R. Bouakkaz, F. Salhi, Y. Khelili, M. Ouazzazi, K. Talbi, Numerical investigation of fluid flow and heat transfer around a circular cylinder utilizing nanofluid for different thermal boundary condition in the steady regime, Metallurgical and Materials Engineering 23 (2) (2017) 131-141.

[5] R. Deepak Selvakumar, S. Dhinakaran, Nanofluid flow and heat transfer around a circular cylinder: a study on effects of uncertainties in effective properties, Journal of Molecular Liquids 223 (2016) 572-588.

[6] R. Deepak Selvakumar, S. Dhinakaran, Forced convective heat transfer of nanofluids around a circular bluff body with the effects of slip velocity using a multi-phase mixture model, International Journal of Heat and Mass Transfer 106 (2017) 816-828.

[7] D. Chatterjee, K. Chatterjee, Wall-Bounded Flow and Heat Transfer Around a Circular Cylinder at Low Reynolds and Hartmann Numbers, Heat Transfer-Asian Research, 42 (2) (2013) 133-150.

[8] S. Ghosh, S. Sarkar, R. Sivakumar, T. V. S. Sekhar, Full magnetohydrodynamic flow past a circular cylinder considering the penetration of magnetic field, Physics of Fluids 30 (2018) 087102.

[9] S. Sarkar, S. Ghosh, R. Sivakumar, T. V. S. Sekhar, On the quasi-static approximation in the finite magnetic Reynolds number magnetohydrodynamic flow past a circular cylinder, European Journal of Mechanics / B Fluids 77 (2019) 259-272.

[10] M. Nemati, M. Sefid, A.R. Rahmati, Investigating the effect of magnetic field slope variations and wall temperature boundary conditions on the natural convection in the cavity with obstacle filled with water, Journal of Vibration and Mechanical Engineering, Vol. 11, No. 1, pp. 39-53, 2019-2020. (In Persian)

[11] M. Nemati, R. Jahangiri, M. KHalilian, Analysis of heat transfer in the cavity with different shapes filled nanofluid in the presence of magnetic field with heat generation/absorption

**علائم یونانی**

- nanofluid on tube banks with rhombic cross section with different longitudinal arrangements, *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry* volume 140, pages 427-437 (2020)
- [19] J. C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, 3rd ed., Dover, New York, 1954, Vol. 1, p. 435.
- [20] ASTM Standards, D1125, *Standard Test Methods for Electrical Conductivity and Resistivity of Water*, 2014.
- [21] ASTM Standards, D2442, *Standard Specification for Alumina Ceramics for Electrical and Electronic Applications*, 2016.
- [22] S.W. Churchill, M. Bernstein, A correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in crossflow, *Journal of Heat Transfer* 99 (2) (1977) 300-306.
- [23] W.A. Khan, J.R. Culham, M.M. Yovanovich, Fluid flow around and heat transfer from an infinite circular cylinder, *ASME Journal of Heat Transfer* 127 (2005) 785-790.
- [24] S. Sarkar, A. Dalal, G. Biswas, Unsteady wake dynamics and heat transfer in forced and mixed convection past a circular cylinder in cross flow for high Prandtl numbers, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 54 (15-16) (2011) 3536-3551.
- [25] B. Ghasemi, S.M. Aminossadati, A. Raisi, Magnetic field effect on natural convection in a nanofluid-filled square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences* 50 (2011) 1748-1756.
- using LBM, *Journal of Vibration and Mechanical Engineering*, Vol. 10, No. 4, pp. 51-62, 2020. (In Persian)
- [12] F. Selimefendigil, H. F. Oztop, Magnetic field effects on the forced convection of CuO-water nanofluid flow in a channel with circular cylinders and thermal predictions using ANFIS, *International Journal of Mechanical Sciences* 146-147 (2018) 9-24.
- [13] Zukauskas, A., "Convective Heat Transfer in Cross Flow," *Handbook of Single Phase Convective Heat Transfer*, edited by Kakac, S., Shah, R. K., and Aung, W., Wiley, New York, 1987, Chap. 6.
- [14] Yunus A Cengel, Afshin J. Ghajar, *Heat and Mass Transfer: Fundamentals & Applications*, Fifth Edition, McGraw-Hill Education 2015.
- [15] A. M. Lavasani, H. Bayat, Numerical study of pressure drop and heat transfer from circular and cam-shaped tube bank in cross-flow of nanofluid, *Energy Conversion and Management* 129 (2016) 319-328.
- [16] M.A. Ahmed, M.M. Yaseen, M.Z. Yusoff, Numerical study of convective heat transfer from tube bank in cross flow using nanofluid, *Case Studies in Thermal Engineering* 10 (2017) 560-569.
- [17] M.Tahmasebiboldaji, M. Afrand, A.A. Barzinjy, S.M. Hamad, P. Talebizadehsardari, *International Journal of Mechanical Sciences* 161-162 (2019) 105056.
- [18] Ali Marzban, GhanbarAli Sheikhzadeh, Davood Toghraie, *Laminar flow and heat transfer of water/NDG*