

# بررسی تغییر مکان استاتیکی وابسته به اندازه نانولوله تحت نیروی الکترواستاتیک با شرایط مرزی مختلف

عباس زندی باغچه مریم<sup>۱\*</sup>، سید علی موسوی<sup>۲</sup>

۱- گروه مهندسی مکانیک، آموزشکده فنی و حرفه‌ای سما، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اسلام آباد غرب، اسلام آباد غرب، ایران

۲- گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه امام حسین (ع)، تهران، ایران

\* اسلام آباد غرب، ۶۷۶۱۷-۷۵۳۳۶، Abas.zandi@yahoo.com

## چکیده

در مطالعه حاضر، تحلیل تغییر مکان استاتیکی وابسته به اندازه نانولوله تحت نیروی الکترواستاتیک با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی و شرایط مرزی مختلف بررسی شده است. نتایج این بررسی برای چهار شرایط مرزی مختلف، دوسرهمفصل، دوسرگیردار، گیردار-مفصل و گیردار-آزاد به دست آمده است. همچنین نانولوله تحت میدان مغناطیس، تحریک الکترواستاتیک نیروی مکانیکی و حرارتی است. در این بررسی معادلات حاکم بر حرکت با استفاده از تئوری ارینگن حاصل شده و این معادله با استفاده از روش عددی مانده وزن دار محاسبه می‌شود. همچنین سرعت سیال، پارامتر مقیاس طول، میدان مغناطیس، ولتاژ الکترواستاتیک، اثرات لایه سطحی و شرایط مرزی مختلف بر تغییر مکان استاتیکی در این پژوهش بررسی می‌شود. نهایتاً صحت نتایج حاصله با مقایسه آن‌ها با نتایج حاصل از روش‌های عددی در پژوهش‌های قبلی مورد بررسی قرار گرفته و مطابقت خوبی بین کار حاضر و مطالعات پیشین دیده شده است. با توجه به نتایج مشخص شد که افزایش مقادیر مختلف اثرات لایه سطحی موجب افزایش سفتی سیستم می‌گردد و با افزایش سرعت سیال تغییر مکان استاتیکی افزایش می‌یابد. از سویی دیگر مشاهده گردید که افزایش پارامتر مقیاس طول موجب افزایش تغییر مکان استاتیکی و کاهش سفتی سیستم می‌شود.

## کلیدواژگان

تغییر مکان استاتیکی، نانولوله، اثرات لایه سطحی، نیروی الکترواستاتیک، شرایط مرزی مختلف

## Size- dependent static displacement analysis of nanotube under electrostatic force with different boundary conditions

Abbas Zandi Baghche Maryam<sup>1\*</sup>, Seyed Ali Mousavi<sup>2</sup>

1- Sama Technical and Vocational Training College, Islamic Azad University, Eslamabad Gharb Branch, Eslamabad Gharb, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Imam Hossein University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 676177-75336, Eslamabad Gharb, Iran, Abas.zandi@yahoo.com

## Abstract

In present study, size- dependent static displacement analysis of nanotube under electrostatic force with considering the surface effects and different boundary conditions is investigated. The results of this analysis are obtained for four different boundary conditions, namely pinned-pinned, fixed- fixed, fixed- pinned and fixed- free. Also, the nanotube is subjected to magnetic field, electrostatic actuation, mechanical and thermal force. In the investigation, the governing equation of motion are achieved using the Eringen's theory and this equation is calculated by using the weighted residual method. Also, velocity of fluid, length scale parameter, magnetic field, electrostatically voltage, effect of surface layer and different boundary conditions on the static displacements has been studied. Finally, the validity of the results by comparing them with the results of the numerical methods in previous research is investigated, in which there is very good agreement between the results of the present work and previous studies. It is obvious that the structural stiffness is increased with increases in the effect of surface layer and the static displacements increase with the increases of the velocity of fluid. In addition, it is shown that the stiffness of nanotube and the dimensionless static displacements, respectively, is decreased and increased with increases in the length scale parameter.

## Keywords

Static Displacement, Nanotube, Effect of Surface Layer, Electrostatic Force, Different Boundary Conditions

## ۱- مقدمه

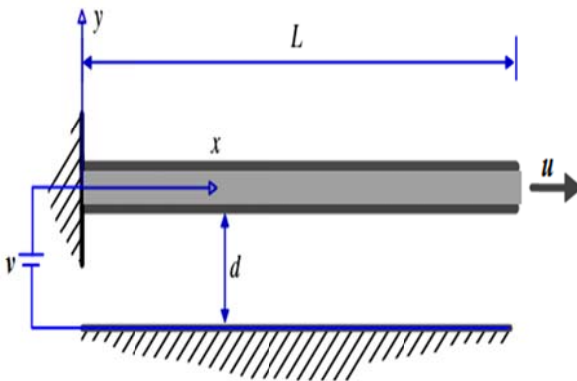
این الکترودها باعث تغییر شکل الکتروود متحرک به سمت الکتروود ثابت می‌شود که این عمل به علت وجود نیروی الکترواستاتیک می‌باشد. از آنجایی که اندازه نانولوله به قدر کافی بزرگ نیست، باید اثرات وابسته به اندازه را در تحلیل دینامیکی آن‌ها در نظر گرفت [۲، ۳]. لذا در ابعاد کوچک، استفاده از مدل تیر کلاسیک برای تحلیل نانولوله‌ها، خطاهای ناخواسته‌ای را ایجاد می‌کند. در این صورت استفاده از یک مدل اصلاح شده که اثرات پارامترهایی در بعد نانو را نیز در نظر گرفته باشد، الزامی است. تئوری الاستیسیته غیرمحملی از جمله‌ی پر کاربردترین تئوری‌های غیرکلاسیک است، با توجه به

در سال‌های اخیر سیستم‌های میکرو و نانو الکترومکانیک به عنوان یک فناوری جدید در شاخه‌های مختلف مانند مکانیک، حرارت، شیمیایی، نورانی، مغناطیس، الکتریکی و غیره کاربردهای بسیار متنوعی پیدا کرده است. امروزه سیستم‌های نانو الکترو مکانیک بطور گسترده‌ای برای توسعه ابزارهای نانویی همانند گیره‌ها، سوئیچ‌ها و غیره استفاده می‌شود [۱]. سیستم‌های نانو الکترومکانیک تیر شکل از دو الکتروود رسانا تشکیل شده است که یکی از این الکتروودها متحرک بوده و الکتروود دیگر ثابت می‌باشد. اعمال اختلاف ولتاژ بین

شود. طادی بنی و کریمی پور [۱۷] ناپایداری استاتیکی پولین یک نانو تیر یک سرگیردار و اثر اندازه تحت اثر نیروی الکترواستاتیک و نیروهای بین مولکولی را با استفاده از تئوری گرادیان کرنش بررسی کردند. در این پژوهش تغییر مکان استاتیکی وابسته به اندازه در یک نانولوله تحت نیروی الکترواستاتیک با استفاده از روش عددی مانده وزن دار بررسی شده است. همچنین سازه مورد نظر علاوه بر نیروی الکترواستاتیک، تحت میدان مغناطیس و با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی، نیروی مکانیکی و حرارتی است. در این پژوهش سرعت سیال، پارامتر مقیاس طول، میدان مغناطیس، ولتاژ الکترواستاتیک، اثرات لایه سطحی و بارگذاری حرارتی بر تغییر مکان استاتیکی بررسی می‌شود. از نتایج این مطالعه می‌توان در طراحی و بهینه سازی نانولوله دوسرگیردار حامل سیال تحت تاثیر میدان مغناطیس و تحریک الکترواستاتیک استفاده کرد. همچنین از کاربرد این بررسی می‌توان به سنسورها، تحریک کننده‌ها، فشار سنسور، ژيروسکوپ‌ها و شتاب سنسورها اشاره کرد [۱۸، ۱۹].

## ۲- معادلات حاکم

در شکل ۱ شکل شماتیک نانوتیر تحت تحریک الکترواستاتیک نشان داده شده است. در این شکل پارامترهای  $L$  و  $d$  به ترتیب معرف فاصله از صفحه طول نانولوله و ولتاژ الکترواستاتیک هستند.



شکل ۱: شکل شماتیک نانوتیر تحت تحریک الکترواستاتیک

استفاده از اصل همیلتون توسعه یافته این مزیت را دارد که در حین توسعه معادلات حاکم، تمام شرایط مرزی نیز به دست می‌آیند. با استفاده از اصل توسعه یافته همیلتون می‌توان معادله حرکت و شرایط مرزی برای یک لوله حامل سیال که به صورت زیر فرمول بندی شده است استخراج کرد [۲۰].

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T_t + T_f - U + W_{ext} + W_H - U_T) dt = 0 \quad (1)$$

که  $T_t$  انرژی جنبشی نانولوله و  $T_f$  انرژی جنبشی سیال به ترتیب با روابط زیر نشان داده می‌شوند.

$$T_t = \frac{1}{2} m_p \int_0^L \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx \quad (2)$$

$$T_f = \frac{1}{2} m_f \int_0^L \left[ u^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (3)$$

انرژی الاستیک برای نانولوله یک بعدی بر روی دامنه  $\bar{\Omega}$  به صورت زیر قابل بیان است:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\bar{\Omega}} \sigma_{xx} \varepsilon_{xx} d\bar{\Omega} \quad (4)$$

این تئوری، تنش در یک نقطه از جسم تابع کرنش در تمامی نقاط جسم می‌باشد.

امروزه تحقیقات فراوانی در زمینه کماتش و ارتعاشات میکرو و نانولوله‌ها بدون بار متحرک انجام شده است. در نخستین مطالعات انجام شده در این زمینه، یون و همکارانش [۴] به مطالعه اثرات جریان سیال بر روی ارتعاشات نانولوله‌های کربنی حامل جریان سیال پرداختند. در این مطالعه آن‌ها نشان دادند که جریان سیال درون لوله بر روی فرکانس ارتعاشی نانولوله کربنی اثر می‌گذارد، که این اثرات برای نانولوله‌هایی با قطر بزرگتر، طول بیشتر و سیال با سرعت داخلی بیشتر، قابل توجه می‌باشد. آن‌ها همچنین به بررسی نقش محیط الاستیک اطراف لوله بر روی فرکانس‌های نانولوله کربنی پرداختند و نشان دادند که این محیط الاستیک می‌تواند اثرات سیال درون لوله را کاهش دهد. آن‌ها در مطالعه‌ی خود از تئوری تیر کلاسیک برای مدل کردن نانولوله کربنی و تحلیل خواص ارتعاشی آن استفاده کردند. با استفاده از مدل تیر کلاسیک، مطالعات زیاد دیگری بر روی ارتعاشات نانولوله‌های کربنی حامل جریان سیال نظیر مطالعات انجام شده توسط وانگ و همکارانش [۵]، وانگ و نی [۶] و ژن و همکارانش [۷] صورت گرفته است. آن‌ها در این مطالعات با استفاده از مدل تیر کلاسیک به مطالعه اثرات پارامترهای مختلف بر روی رفتار دینامیکی نانولوله‌های کربنی حامل جریان سیال پرداختند. لازم به ذکر است که معادله دیفرانسیل جزئی حاکم بر حرکت نانولوله‌های کربنی حامل جریان سیال با استفاده از مدل تیر کلاسیک از مرتبه چهارم می‌باشد. ارتعاشات عرضی نانولوله کربنی تک‌جداره و دوجداره تحت نیروی محوری با استفاده از تئوری تیر اویلر برنولی و تیموشنکو توسط قربانپور و همکاران [۸] بررسی شد. در این بررسی نشان داده شد که تئوری غیرمحلی، فرکانس طبیعی کمتری نسبت به تئوری کلاسیک پیش بینی می‌کند.

پانندی [۹] مطالعه‌ای در مورد میکروتیرهای تحت تحریک الکترواستاتیکی براساس نظریه تنش کوپل اصلاح شده انجام داده است. دای و همکارانش [۱۰] اثرات ولتاژ الکتریکی و تغییرات تنش بر پایداری میکروسیستم‌ها را در نظر گرفتند. آن‌ها از روش تربیع دیفرانسیلی تعمیم یافته برای گسسته‌سازی معادله حرکت استفاده کردند. روسیکانی و همکاران [۱۱] مطالعاتی درباره‌ی رفتار دستگاه‌های میکروالکترومکانیک که متشکل از یک میکروتیر دوسرگیردار تحت اثر عملگر الکتروپینامیکی و الکترواستاتیکی هستند، داشتند. زمان‌زاده و همکارانش [۱۲] ناپایداری و ولتاژ پولین میکرو تیر ساخته شده از مواد تابعی تحت تأثیر تغییرات دما را با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح شده مورد بررسی قرار دادند. عباس‌نژاد و همکاران [۱۳] به بررسی ناپایداری میکروتیر ساخته شده از جنس نیکل و طلا پرداختند. در این بررسی صفحه پایینی تیر از جنس طلائی خالص و صفحه بالایی از جنس نیکل خالص در نظر گرفته شد. صادقی و همکاران [۱۴] اثر شدید وابستگی به اندازه روی رفتار استاتیکی و دینامیکی میکروتیرهای با تحریک الکترواستاتیک را بررسی کردند. پلویی و همکاران [۱۵] تغییر مکان استاتیکی و فرکانس میکروتیر یک سرگیردار دو لایه تحت تحریک الکترواستاتیک که لایه دوم بخشی از طول لایه اول را می‌پوشاند را بررسی کردند.

در مقالات ذکر شده، مدل میکروالکترومکانیکی توسط تئوری تیر غیر کلاسیک مدل سازی شد. اگر ابعاد مدل میکروالکترومکانیکی به اندازه نانو تغییر کند، سیستم نانو الکترومکانیکی نامیده می‌شود. برخی آزمایشات نشان می‌دهد که پدیده ناپایداری نانوتیر وابسته به اندازه است، که مدل تیر کلاسیک قادر به توصیف این پدیده‌ها نیست [۱۶]. بنابراین، یک مدل تیر اصلاح شده که می‌تواند اثرات اندازه را در معادلات ظاهر کند استفاده می-

که در آن  $EI$  سفتی خمشی،  $\bar{h}$  سفتی خمشی ناشی از لایه سطحی،  $m_f$  جرم سیال بر واحد طول نانولوله،  $u$  سرعت سیال،  $P$  نیروی مکانیکی،  $N_x^T$  نیروی حرارتی،  $\Pi_0$  تنش باقی مانده در سطح،  $\eta$  ضریب ثابت میدان مغناطیس،  $H_x$  میدان مغناطیس،  $m_p$  جرم نانولوله بر واحد طول،  $e_0a$  پارامتر مقیاس طول،  $x$  متغیر مکان،  $t$  متغیر مکان،  $w$  تغییر مکان است. با قرار دادن  $e_0a = m_f = 0$  معادله بالا به معادله حرکت تیر اویلر برنولی کلاسیک کاهش می‌یابد. همچنین  $q$  نیروی الکترواستاتیک می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰]:

$$q = \frac{1}{2} \varepsilon_0 b \frac{v^2}{(d-w)^2} \quad (12)$$

در این رابطه  $\varepsilon_0$  ثابت دی‌الکتریک و  $b$  پهنا است. معادله حرکت بی بعد در حالت استاتیکی را می‌توان به صورت زیر نوشت [۲۳]:

$$(1+h) \frac{\partial^4 y_s}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^2 y_s}{\partial \xi^2} - \mu^2 (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) \frac{\partial^4 y_s}{\partial \xi^4} = \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{V^2}{(1-y_s)^2} \quad (13)$$

در این رابطه  $y_s$  تغییر مکان استاتیکی است. ضرایب رابطه فوق به صورت زیر است:

$$\xi = \frac{x}{L}, y = \frac{w}{d}, h = \frac{\bar{h}}{EI}, H = \frac{\eta A H_x^2 L^2}{EI} \quad (14)$$

$$P = \frac{pL^2}{EI}, N_x^T = \frac{N_T L^2}{EI}, \pi_0 = \Pi_0 \frac{L^2}{EI}$$

$$\mu = \frac{e_0 a}{L}, U = \left(\frac{m_f}{EI}\right)^{1/2} Lu$$

$v$  ولتاژ الکترواستاتیک می‌باشد، که شکل بی‌بعد آن به صورت رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$V = vL^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0 b}{2d^3 EI}} \quad (15)$$

### ۳- روش حل

هنگامی که ولتاژ  $V$  در سراسر دو الکتروود نانولوله اعمال می‌شود نیروی الکترواستاتیک تولید می‌شود که باعث انحراف نانولوله از حالت افقی خود می‌شود. در روش تابع وزن‌دار تغییر مکان استاتیکی را می‌توان به صورت یک چند جمله‌ای طبق رابطه زیر تقریب نمود [۲۴]:

$$y_s(\xi) = C_1 \sin \sigma_1 \xi + C_2 \cos \sigma_1 \xi + C_3 \sinh \sigma_1 \xi + C_4 \cosh \sigma_1 \xi \quad (16)$$

$C_1, C_2, C_3, C_4$  ضرایب ثابت هستند که از شرایط مرزی بدست می‌آیند. به عنوان یک مثال برای شرایط مرزی دوسر گیردار تغییر مکان به صورت رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$y_s(\xi) = C_1 F(\xi) \quad (17)$$

$$F(\xi) = (\sin \sigma_1 \xi - \cos \sigma_1 \xi - \alpha_1 (\sinh \sigma_1 \xi - \cosh \sigma_1 \xi))$$

که

$$\alpha_1 = 0.982202 \quad (18)$$

$$\sigma_1 = 4.730048$$

با جایگزینی معادله (۴) در معادله (۱)، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$(1+h) C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H) C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} \quad (19)$$

همچنین با استفاده از تئوری الاستیسیته خطی غیرمحملی، معادله ساختاری در حالت یک بعدی برای نانولوله‌های ایزوتروپیک با رابطه زیر نمایش داده می‌شود.

$$\sigma_{xx} - (e_0a)^2 \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2} = E \varepsilon_{xx} \quad (5)$$

در روابط فوق،  $\sigma_{xx}$  و  $\varepsilon_{xx}$  به ترتیب تنش و کرنش محوری غیرمحملی در راستای  $x$  می‌باشد. همچنین وردش انرژی کرنشی به دلیل ایجاد یک نیروی محوری  $N_x^T$  ناشی از تغییرات دما به صورت زیر می‌باشد [۲۱]:

$$\delta U_T = \int_0^L N_x^T \left( \frac{\partial w}{\partial x} \delta \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) dx \quad (6)$$

نیروی  $N_x^T$  در رابطه فوق به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_x^T = - \int_A E(r) \alpha_T(r) \Delta T dA \quad (7)$$

که در آن  $\Delta T$  تغییرات دما و  $\alpha_T$  ضریب انبساط حرارتی است. تغییرات کار مجازی انجام شده توسط نیروی خارجی و نیروی الکترواستاتیک به صورت زیر قابل بیان می‌باشد.

$$\delta W_{ext} = \frac{1}{2} \int_0^L \varepsilon_0 b \frac{v^2}{(d-w)^2} \delta w dx + \int_0^L P \left( \frac{\partial w}{\partial x} \delta \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) dx \quad (8)$$

که  $P$  نیروی خارجی می‌باشد. همچنین میدان مغناطیسی میدانی است که در مجاورت با یک جسم مغناطیسی ایجاد می‌گردد که در هر نقطه با دو پارامتر جهت و شدت شناخته می‌شود. با استفاده از روابط ماکسول و ساده‌سازی معادلات، تغییرات کار مجازی توسط میدان مغناطیس به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\delta W_H = \int_0^L \eta A H_x^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \delta w dx \quad (9)$$

که  $\eta$  ضریب نفوذ پذیری حوزه مغناطیسی و  $H_x$  شدت میدان مغناطیس می‌باشد. با کاهش ابعاد لوله، اثرات سطح با ازدیاد نسبت سطح به حجم نیز افزایش می‌یابد که دارای دو اثر تغییر سختی خمشی و تنش باقی مانده سطح می‌باشد که اثر تغییر سختی خمشی به صورت زیر بیان می‌گردد [۲۲]:

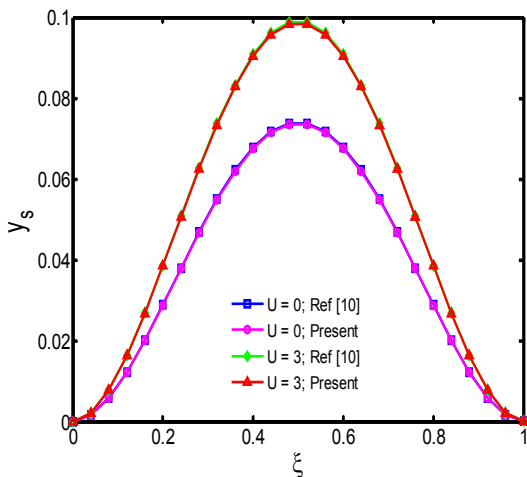
$$\bar{h} = \frac{1}{8} \pi E_s t_0 (D^3 + d^3) \quad (10)$$

که در آن،  $E_s$  مدول یانگ،  $t_0$  ضخامت دو لایه داخلی و خارجی و  $D, d$  به ترتیب قطرهای خارجی و داخلی هستند. همچنین بار گسترده ناشی از تنش باقی مانده  $q(x) = \Pi_0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$  به صورت زیر قابل بیان است [۲۲].

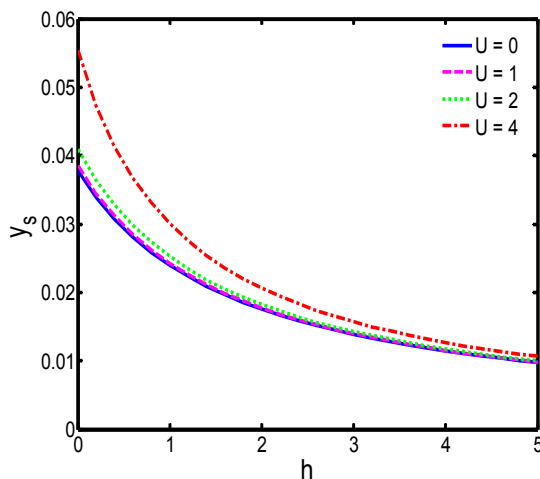
با استفاده از اصل همپلتون، معادله حرکت نانولوله افقی دوسرگیردار با جریان یکنواخت سیال تحت تاثیر میدان مغناطیس و تحریک الکترواستاتیک با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی و نیروی مکانیکی و حرارتی را می‌توان به صورت زیر استخراج نمود:

$$(EI + \bar{h}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (m_f u^2 - P - N_x^T - \Pi_0 - \eta A H_x^2) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f u + (m_p + m_f) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - (e_0a)^2 (m_f u^2 - P - N_x^T - \Pi_0 - \eta A H_x^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2(e_0a)^2 m_f u \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial t} - (e_0a)^2 (m_p + m_f) \frac{\partial^4 w}{\partial t^2 \partial x^2} = \left(1 - (e_0a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) q \quad (11)$$

توجه به این شکل مشخص است که با افزایش مقادیر مختلف اثرات لایه سطحی، سیستم سفت‌تر می‌گردد، در نتیجه تغییر مکان استاتیکی کمتر می‌شود. همچنین با مشاهده شکل مشاهده می‌شود که با افزایش سرعت سیال تغییر مکان استاتیکی افزایش می‌یابد. توجیه فیزیکی این رخداد به دلیل کاهش سفتی مؤثر سازه با افزایش سرعت سیال می‌باشد. در شکل ۴ تغییر مکان استاتیکی برحسب ولتاژ الکترواستاتیک به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال آورده شده است. در این شکل ملاحظه می‌شود ولتاژ الکترواستاتیک رابطه مستقیم با تغییر مکان استاتیکی دارد به‌طوری‌که که با افزایش ولتاژ الکترواستاتیک تغییر مکان استاتیکی افزایش می‌یابد.



شکل ۲. اعتبار سنجی و مقایسه مقدار تغییر مکان بی‌بعد نانولوله با مرجع [۱۰] به‌ازای دو مقدار بی‌بعد شده سرعت برای شرایط مرزی گیردار-گیردار



شکل ۳. تغییر مکان استاتیکی برحسب اثرات لایه سطحی به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال برای شرایط مرزی گیردار-گیردار

$$-\mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} = \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{V^2}{(1 - C_1 F)^2}$$

برای بدست آوردن ضریب  $C_1$  می‌توان با تشکیل تابع باقی مانده و حداقل نمودن آن از طریق تابع وزنی به‌صورت زیر عمل نمود. بنابراین تابع باقی مانده به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R_d(\xi) = (1 + h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} - \mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} - \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \frac{V^2}{(1 - C_1 F)^2} \quad (20)$$

با استفاده از بسط سری تیلور می‌توان رابطه (۸) را به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

$$R_d(\xi) = (1 + h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} - \mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} - \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) V^2 \times (1 + 2C_1 F + 3C_1^2 F^2 + 4C_1^3 F^3 + \dots) \quad (21)$$

روش تابع وزن‌دار به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\int_0^1 R_d(\xi) \phi(\xi) d\xi = 0 \quad (22)$$

که  $\phi(\xi)$  تابع وزن است و به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\phi(\xi) = F(\xi) \quad (23)$$

با جایگذاری روابط (۹) و (۱۱) در رابطه (۱۰)، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\int_0^1 \left( (1 + h)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} + (U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} - \mu^2(U^2 - P - N_x^T - \pi_0 - H)C_1 \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} - \left(1 - \mu^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}\right) \times V^2(1 + 2C_1 F + 3C_1^2 F^2 + 4C_1^3 F^3 + \dots) (\sin \sigma_1 \xi - \cos \sigma_1 \xi - \alpha_1 \times (\sinh \sigma_1 \xi - \cosh \sigma_1 \xi)) \right) d\xi = 0 \quad (24)$$

با بدست آوردن مقدار  $C_1$  از رابطه فوق تابع تغییر مکان استاتیکی حاصل می‌شود.

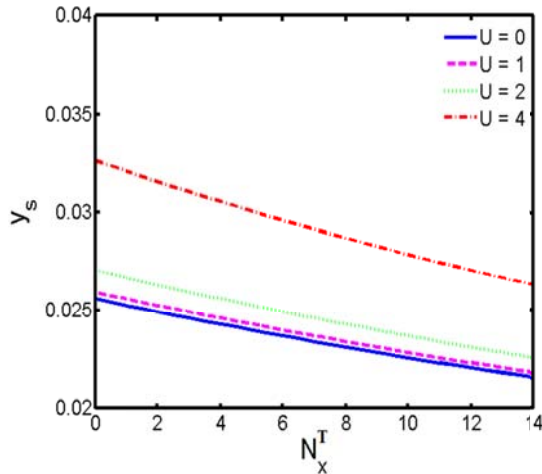
#### ۴- نتایج و بحث

برای بررسی نتایج از پارامترهای زیر استفاده شده است:

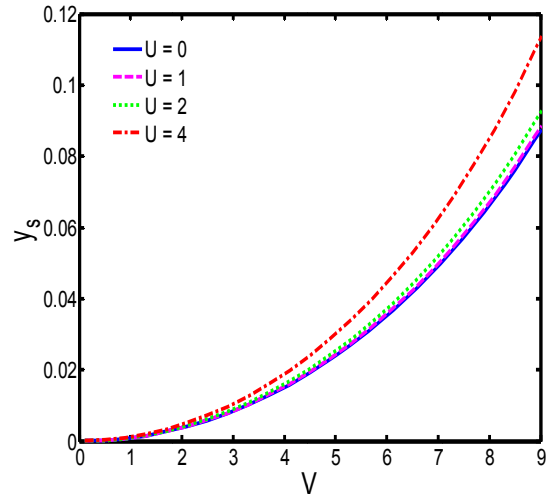
$$h = 1, H = 5, P = 10, N_x^T = 5, \pi_0 = 5, V = 5, \mu = 0.1, U = 2 \quad (25)$$

علاوه‌براین به‌منظور اعتبارسنجی و مقایسه نتایج به‌دست آمده با نتایج مرجع [۱۰] در غیاب اثرات لایه سطحی، میدان مغناطیس و نیروی حرارتی و مکانیکی براساس تئوری کلاسیک شکل ۲ ترسیم شده است. در شکل ۲ تغییر مکان بدون بعد سیستم به‌ازای مقادیر مختلف طول بی‌بعد نشان داده شده است. با توجه به مقایسه نتایج به‌دست آمده مشخص است که نتایج دقیق بوده و می‌توان از صحت نتایج به‌دست آمده اطمینان حاصل کرد.

در شکل ۳ به بررسی اثرات لایه سطحی بر تغییر مکان استاتیکی به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال پرداخته شده است. در این شکل محور عمودی تغییر مکان استاتیکی بی‌بعد و محور افقی آن اثرات لایه سطحی است. با



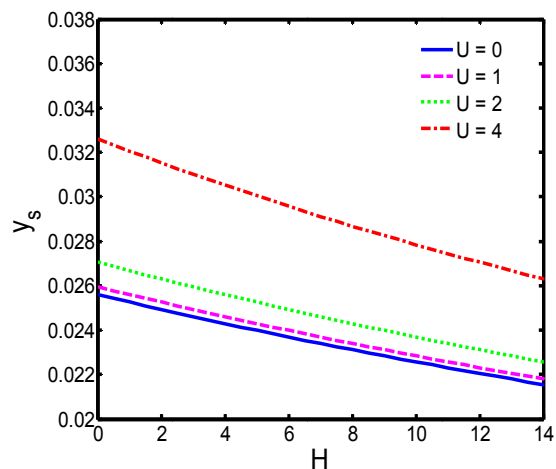
شکل ۶. تغییر مکان استاتیکی برحسب اثرات نیروی دمایی به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال برای شرایط مرزی گیردار-گیردار



شکل ۴. تغییر مکان استاتیکی برحسب ولتاژ الکترواستاتیک به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال برای شرایط مرزی گیردار-گیردار

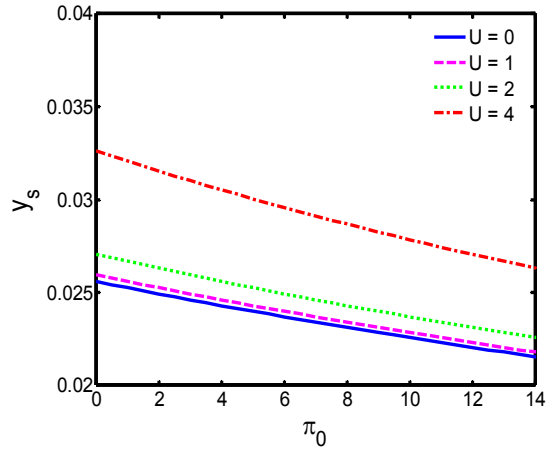
شکل ۷ اثرات تنش باقی مانده در سطح بر تغییر مکان استاتیکی برحسب به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال را نشان می‌دهد. با کاهش ابعاد لوله، اثرات سطح با ازدیاد نسبت سطح به حجم نیز افزایش می‌یابد که دارای دو اثر تغییر سختی خمشی و تنش باقی مانده سطح می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که تغییر مکان سیستم با افزایش تنش باقیمانده در سطح دچار کاهش می‌شود. در شکل ۸ به بررسی تغییر مکان استاتیکی برحسب نیروی مکانیکی به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال پرداخته می‌شود. اثرات نیروی مکانیکی اثرات مشابه با اثرات میدان مغناطیسی، نیروی دمایی و تنش باقی مانده در سطح دارد، به‌طوری‌که با افزایش نیروی مکانیکی تغییر مکان استاتیکی دچار کاهش می‌شود. بنابراین در کاربردهای صنعتی می‌توان جهت کاهش اثرات سرعت سیال و کاهش ناپایداری سیستم می‌توان از این میدان‌ها استفاده نمود. در شکل ۹ اثر پارامتر مقیاس طول بر تغییر مکان استاتیکی سیستم نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که افزایش پارامتر مقیاس طول منجر به آن می‌شود که تغییر مکان افزایش یافته و در نتیجه سیستم در پارامتر مقیاس طول پایین‌تر، کاهش دامنه تغییر مکان استاتیکی را تجربه می‌کند. این رفتار به این دلیل است که با افزایش این پارامتر، انعطاف‌پذیری نانولوله بیشتر شده و در نتیجه خیز استاتیکی بیشتر می‌گردد. بنابراین تئوری ارینگ نسبت به تئوری الاستیسیته کلاسیک رفتار نرم‌تری از ماده را پیش‌بینی می‌کند. همچنین با کاهش مقدار مقیاس طول، نتایج تئوری غیرکلاسیک به تئوری الاستیسیته کلاسیک ( $\mu = 0$ ) نزدیک می‌شود. در این شکل اثرات میدان مغناطیس، لایه سطحی، نیروی مکانیکی کششی که موجب افزایش سفتی سیستم می‌گردد، نیز در نظر گرفته شده است. همچنین به دلیل حضور این پارامترها، اثر پارامتر غیر محلی که باعث کاهش سفتی و بالطبع افزایش خیز استاتیکی سیستم می‌گردد، تضعیف می‌شود.

به منظور بررسی و تحلیل تغییر مکان استاتیکی برحسب میدان مغناطیسی به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال شکل ۵ ترسیم شده است. در این شکل محور افقی بیانگر میدان مغناطیسی می‌باشد. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که افزایش میدان مغناطیسی موجب کاهش تغییر مکان استاتیکی می‌شود. به بیانی دیگر وجود میدان مغناطیسی در نانولوله، موجب کاهش تغییر مکان استاتیکی و سفت شدن سیستم می‌شود. جهت بررسی تغییر مکان استاتیکی برحسب اثرات نیروی دمایی به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال شکل ۶ آورده شده است. نتایج این شکل نشان دهنده این است که افزایش نیروی حرارتی موجب کاهش تغییر مکان استاتیکی نانولوله حامل سیال می‌شود. از سویی دیگر افزایش سرعت جریان سیال بی‌بعد باعث افزایش تغییر مکان استاتیکی می‌شود.

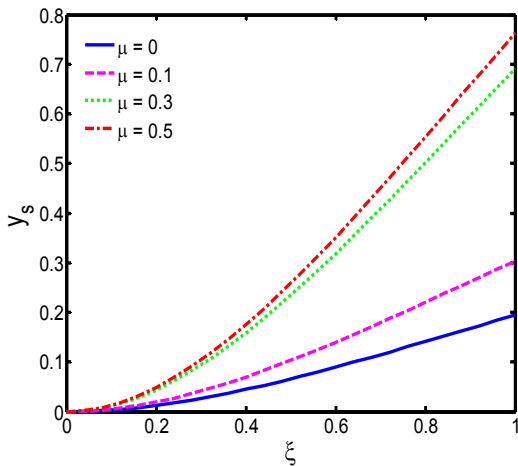


شکل ۵. تغییر مکان استاتیکی برحسب میدان مغناطیسی به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال برای شرایط مرزی گیردار-گیردار

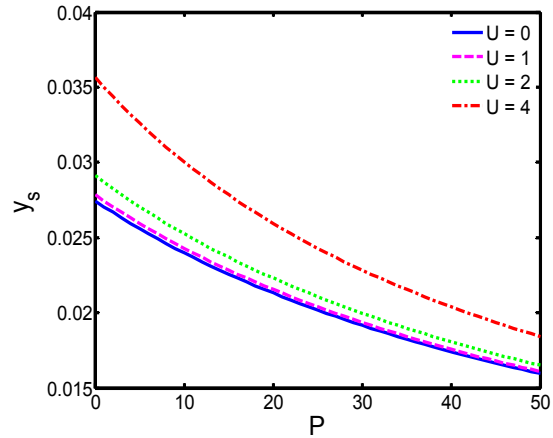
در شکل ۱۰ به بررسی تغییر مکان استاتیکی برحسب طول بدون بعد به‌ازای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس طول برای شرایط مرزی یکسرگیردار-یکسر آزاد پرداخته می‌شود. در این شکل محور افقی طول بدون بعد نانولوله و محور عمودی آن تغییرات جابجایی استاتیکی تحت نیروهای خارجی است. با توجه به این شکل همان‌طور که مشخص است، حداکثر تغییر مکان با توجه به شرایط مرزی گیردار-آزاد در انتهای نانولوله رخ می‌دهد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش پارامتر غیرمحملی تغییر مکان افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان این گونه بیان کرد که با افزایش پارامتر غیرمحملی نرمی سیستم افزایش پیدا کرده و با توجه به اینکه نرمی رابطه مستقیمی با تغییر مکان استاتیکی دارد، لذا تغییر مکان افزایش می‌یابد. جهت بررسی حداکثر تغییر مکان استاتیکی برای شرایط مرزی مختلف و مقادیر مختلف ولتاژ الکترواستاتیک جدول ۱ آورده شده است. با توجه به نتایجی که در این جدول لیست شده است، تغییر مکان استاتیکی با افزایش ولتاژ الکترواستاتیک افزایش می‌یابد، همچنین در شرایط مرزی گیردار-آزاد حداکثر تغییر مکان استاتیکی نسبت به شرایط مرزی دیگر مقادیری بیشتری دارد.



شکل ۷. تغییر مکان استاتیکی برحسب تنش باقی مانده در سطح به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال برای شرایط مرزی گیردار-گیردار



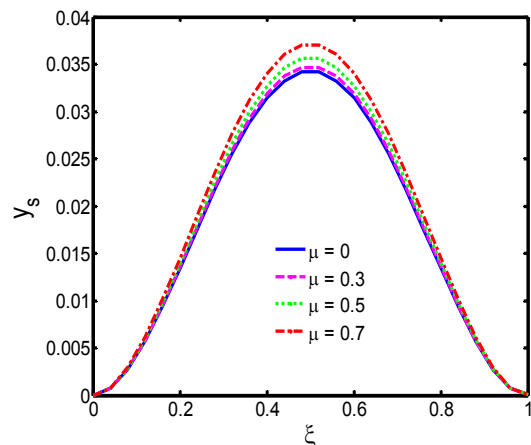
شکل ۱۰. تغییر مکان استاتیکی برحسب طول بدون بعد به‌ازای مقادیر مختلف پارامتر مقیاس طول برای شرایط مرزی گیردار-آزاد



شکل ۸. تغییر مکان استاتیکی برحسب نیروی مکانیکی به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال برای شرایط مرزی گیردار-گیردار

جدول ۱. حداکثر تغییر مکان استاتیکی برای شرایط مرزی مختلف و مقادیر مختلف ولتاژ الکترواستاتیک

شرایط مرزی	ولتاژ الکترواستاتیک		
	$V = 10$	$V = 5$	$V = 3$
گیردار-گیردار	۰/۱۴۹۷۰	۰/۰۳۰۰۴	۰/۰۱۰۴۵
گیردار-مفصل	۰/۱۵۳۶	۰/۰۳۱۳۴	۰/۰۱۱۱۱
دوسرمفصل	۰/۱۵۹۸	۰/۰۳۲۴۵	۰/۰۱۲۶۴
گیردار-آزاد	۰/۳۷۲۱۴	۰/۳۰۳۸۹	۰/۱۴۰۶۸



شکل ۹. تغییر مکان استاتیکی برحسب طول بدون بعد به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال برای شرایط مرزی گیردار-گیردار

شرایط مرزی گیردار- آزاد حداکثر تغییر مکان استاتیکی نسبت به شرایط مرزی دیگر مقادیری بیشتری دارد. علاوه بر این در شرایط مرزی گیردار- گیردار به دلیل استفاده از تکیه‌گاه ثابت، تغییر مکان نسبت به حالات دیگر شرایط مرزی کمتر است.

#### ۶- مراجع

- [1] F. Najari, S. El-Borgi, J. Reddy, K. Mrabet, Nonlinear nonlocal analysis of electrostatic nanoactuators, *Composite Structures*, Vol. 120, pp. 117-128, 2015.
- [2] R. Ansari, B. Arash, Nonlocal Flügge Shell Model for Vibrations of Double-Walled Carbon Nanotubes With Different Boundary Conditions, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 80, No. 2, pp. 021006, 2013.
- [3] L. Wang, Vibration and instability analysis of tubular nano-and micro-beams conveying fluid using nonlocal elastic theory, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 41, No. 10, pp. 1835-1840, 2009.
- [4] J. Yoon, C. Ru, A. Mioduchowski, Vibration and instability of carbon nanotubes conveying fluid, *Composites Science and Technology*, Vol. 65, No. 9, pp. 1326-1336, 2005.
- [5] L. Wang, Q. Ni, M. Li, Buckling instability of double-wall carbon nanotubes conveying fluid, *Computational Materials Science*, Vol. 44, No. 2, pp. 821-825, 2008.
- [6] L. Wang, Q. Ni, A reappraisal of the computational modelling of carbon nanotubes conveying viscous fluid, *Mechanics Research Communications*, Vol. 36, No. 7, pp. 833-837, 2009.
- [7] Y.-X. Zhen, B. Fang, Y. Tang, Thermal-mechanical vibration and instability analysis of fluid-conveying double walled carbon nanotubes embedded in visco-elastic medium, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 44, No. 2, pp. 379-385, 2011.
- [8] A. Ghorbanpourarani, M. Mohammadimehr, A. Arefmanesh, A. Ghasemi, Transverse vibration of short carbon nanotubes using cylindrical shell and beam models, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 224, No. 3, pp. 745-756, 2010.
- [9] A. K. Pandey, Effect of coupled modes on pull-in voltage and frequency tuning of a NEMS device, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 23, No. 8, pp. 085015, 2013.
- [10] H. Dai, L. Wang, Q. Ni, Dynamics and pull-in instability of electrostatically actuated microbeams conveying fluid, *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 18, No. 1, pp. 49-55, 2015.
- [11] L. Ruzziconi, A. M. Bataineh, M. I. Younis, W. Cui, S. Lenci, Nonlinear dynamics of an electrically actuated imperfect microbeam resonator: experimental investigation and reduced-order modeling, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 23, No. 7, pp. 075012, 2013.
- [12] M. Zamanzadeh, G. Rezaadeh, I. Jafarsadeghi-Poornaki, R. Shabani, Static and dynamic stability modeling of a capacitive FGM micro-beam in presence of temperature changes, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 37, No. 10, pp. 6964-6978, 2013.
- [13] B. Abbasnejad, G. Rezaadeh, R. Shabani, Stability analysis of a capacitive fgm micro-beam using modified couple stress theory, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 26, No. 4, pp. 427-440, 2013.
- [14] M. Sadeghi, M. Fathalilou, G. Rezaadeh, Study on the Size Dependent Behavior of a Micro-beam Subjected to a Nonlinear Electrostatic Pressure, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 137-144, 2015. (in Persian)
- [15] E. Poloei, M. Zamanian, S. A. A. Hosseini, Static deflection and natural frequency analysis of a two-layered electrostatically actuated microcantilever for finding the optimum configuration, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 5, pp. 245-253, 2015. (in Persian)
- [16] R. Barretta, L. Feo, R. Luciano, F. M. de Sciarra, Variational formulations for functionally graded nonlocal Bernoulli-Euler nanobeams, *Composite Structures*, Vol. 129, pp. 80-89, 2015.

جدول ۲ به بررسی حداکثر تغییر مکان استاتیکی برای شرایط مرزی مختلف و مقادیر مختلف شدت میدان مغناطیس پرداخته شده است. در این جدول شرایط مرزی گیردار-گیردار، گیردار-مفصل، دوسر مفصل و گیردار-آزاد بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش شدت میدان مغناطیس تغییر مکان کاهش می‌یابد، به طوری که مشخص است با افزایش این پارامتر سفتی سیستم افزایش می‌یابد و در دستگاه‌های مختلف برای کاهش تغییر مکان ناخواسته از میدان مغناطیس جهت کاهش آن استفاده می‌شود. علاوه بر این در شرایط مرزی گیردار-گیردار به دلیل استفاده از تکیه‌گاه ثابت، تغییر مکان نسبت به حالات دیگر شرایط مرزی کمتر است. از سویی دیگر شرایط مرزی گیردار- مفصل نسبت شرایط مرزی دوسر مفصل و گیردار- آزاد تغییر مکان کمتری وجود دارد.

جدول ۲. حداکثر تغییر مکان استاتیکی برای شرایط مرزی مختلف و مقادیر مختلف

شرایط مرزی	شدت میدان مغناطیس		
	H = 10	H = 5	H = 0
گیردار-گیردار	۰/۰۲۷۸۴	۰/۰۳۰۰۴	۰/۰۳۲۶۱
گیردار-مفصل	۰/۰۲۸۸۴	۰/۰۳۱۳۴	۰/۰۳۲۹۹
دوسر مفصل	۰/۰۲۹۶۵	۰/۰۳۲۴۵	۰/۰۳۳۴۶
گیردار-آزاد	۰/۲۶۷۲۱	۰/۳۰۳۸۹	۰/۳۴۰۱۲

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله تغییر مکان استاتیکی وابسته به اندازه در یک نانولوله تحت نیروی الکترواستاتیک و میدان مغناطیس و با در نظر گرفتن اثرات لایه سطحی، نیروی مکانیکی و حرارتی با استفاده از روش عددی مانده وزن دار بررسی شد. سرعت سیال، پارامتر مقیاس طول، میدان مغناطیس، ولتاژ الکترواستاتیک، اثرات لایه سطحی و بارگذاری حرارتی بر تغییر مکان استاتیکی در این پژوهش بررسی گردید. نتایج به دست آمده با مطالعات پیشین مقایسه و نشان داده شد که نتایج استخراج شده از دقت بالایی برخوردار می‌باشد. علاوه بر این در ادامه خلاصه‌ایی از نتایج به دست آمده ارائه می‌شود.

با توجه به نتایج مشخص شد که با افزایش مقادیر مختلف اثرات لایه سطحی، سیستم سفت‌تر می‌گردد و با افزایش سرعت سیال تغییر مکان استاتیکی افزایش می‌یابد. همچنین ملاحظه شد ولتاژ الکترواستاتیک رابطه مستقیم با تغییر مکان استاتیکی دارد به طوری که با افزایش ولتاژ الکترواستاتیک تغییر مکان استاتیکی افزایش می‌یابد. علاوه بر این وجود میدان مغناطیسی و اثرات تنش باقی مانده در نانولوله، موجب کاهش تغییر مکان استاتیکی و سفت شدن سیستم می‌شود. از سویی دیگر با افزایش پارامتر مقیاس طول، انعطاف‌پذیری نانولوله بیشتر شده و در نتیجه خیز استاتیکی بیشتر می‌گردد. با توجه به نتایج مشخص شد، حداکثر تغییر مکان با توجه به شرایط مرزی گیردار- آزاد در انتهای نانولوله رخ می‌دهد. همچنین مشاهده شد که با افزایش پارامتر غیرمحل تغییر مکان افزایش می‌یابد. همچنین در

- [17] Y. Tadi Beni, I. Karimipour, Static pull-in instability analysis of beam type NEMS under molecular force using strain gradient theory, *Madares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 3, pp. 37-49, 2012. (in Persian فارسی)
- [18] H. Dai, L. Wang, Dynamics and Stability of Magnetically Actuated Pipes Conveying Fluid, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, pp. 1550026, 2015.
- [19] A. R. Askari, M. Tahani, Size-dependent dynamic pull-in analysis of beam-type MEMS under mechanical shock based on the modified couple stress theory, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 2, pp. 934-946, 2015.
- [20] T. B. Benjamin, Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid. I. Theory, in *Proceeding of, The Royal Society*, pp. 457-486.
- [21] F. Ebrahimi, E. Salari, Thermo-Mechanical Vibration Analysis of Nonlocal Temperature-Dependent FG Nanobeams with Various Boundary Conditions, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 78, pp. 272-290, 2015.
- [22] L. Wang, Vibration analysis of fluid-conveying nanotubes with consideration of surface effects, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, Vol. 43, No. 1, pp. 437-439, 2010.
- [23] A. G. Arani, M. Roudbari, Nonlocal piezoelectric surface effect on the vibration of visco-Pasternak coupled boron nitride nanotube system under a moving nanoparticle, *Thin Solid Films*, Vol. 542, pp. 232-241, 2013.
- [24] G. Rezazadeh, H. Madinej, R. Shabani, Study of parametric oscillation of an electrostatically actuated microbeam using variational iteration method, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 36, No. 1, pp. 430-443, 2012.