

تحلیل عددی انتقال حرارت جابجایی مرکب نانوسیالات مختلف درون فضای حلقوی هم مرکز

سعید عمادالدین^۱، احد عابدینی اسفهلانی^{۲*}، علی حیدری^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران

۲- استادیار، گروه مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران

* سمنان، صندوق پستی ۱۷۹-۳۵۱۴۵، a.abedini@semnaniau.ac.ir

چکیده

در این تحقیق به بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی مرکب آرام درون فضای حلقوی افقی هم مرکز در حضور سیال پایه آب به همراه نانو ذرات اکسید آلومینیوم، مس، نقره و اکسید تیتانیوم می پردازیم. حل عددی با استفاده از روش حجم محدود بر پایه الگوریتم سیمپل انجام پذیرفته و گسسته سازی معادلات عموماً از مرتبه اول می باشد. سیلندر خارجی و داخلی در شرایط دما ثابت می باشند و دمای سیلندر داخلی از سیلندر خارجی بیشتر است. دو سیلندر می توانند در هر دو جهت با سرعت زاویه ای ثابت دوران کنند. تاثیر پارامترهایی مانند عدد رایلی، ریچاردسون، رینولدز و درصد حجمی نانو ذرات بر انتقال حرارت و الگوی جریان بررسی می شود. نتایج نشان دادند با افزایش عدد رایلی انتقال حرارت افزایش می یابد، همچنین با افزایش درصد حجمی نانو ذرات میزان انتقال حرارت افزایش می یابد و این افزایش در حدود ۸/۲۵ درصد برای ۵ درصد حجمی نانو ذرات می باشد، دوران سیلندر ها موجب کاهش میزان انتقال حرارت کلی می شود. دوران متفاوت سیلندرها تاثیر زیادی بر الگوی جریان و خطوط همدم و در نهایت انتقال حرارت دارد. افزودن نانو ذرات تاثیر زیادی بر الگوی جریان و خطوط هم دما ندارد ولی به صورت کمی موثر می باشد. نتایج استخراج شده مطابقت خوبی با کارهای مشابه قبلی دارد.

کلیدواژگان

جابجایی مرکب، نانو سیال، فضای حلقوی، هم مرکز

Numerical Analysis of mixed convection heat transfer for different nanofluids inside concentric annulus

Saeid Emadodin, Ahad Abedini Esfahlani*, Ali Heidary

Department of Mechanical Engineering, Semnan Branch, Islamic Azad University, Semnan, Iran

* P.O.B. 35145-179 semnan, Iran, a.abedini@semnaniau.ac.ir

Abstract

In this study, numerical mixed convection heat transfer in a horizontal concentric annulus in the presence of water-based fluid with nanoparticles of aluminum oxide, copper, silver and titanium dioxide discussed. Numerical solution using finite volume method based on SIMPLE algorithm is done and discretization of equations generally is first order. Inner and outer cylinders have constant temperature and inner cylinder temperature is higher than outer one. Both of the cylinders can be rotated in either direction with constant angular velocity. The effect of parameters such as Rayleigh, Richardson, Reynolds number and volume fraction of nanoparticles on heat transfer and flow pattern discussed. Results showed that by increasing Rayleigh number increases heat transfer, heat transfer rate also increases with increasing volume fraction of nanoparticles and these increase is about 8.25 percent for 5 percent nanoparticles by volume. Rotation of cylinders reduces the overall heat transfer rate. Different rotation has large impact on the flow pattern and heat transfer. Adding nanoparticles has not significant impact on the flow patterns and isotherms but is effective in quantity. The results has good agreement with the similar work has been done before.

Keywords Mixed convection, Nano fluid, concentric, annulus

جابجایی طبیعی آشفته در فضای حلقوی هم مرکز برای هلیوم در دمای بسیار پایین پرداختند، آنها توزیع دمای میانگین زمانی و نوسانات دمایی را اندازه گیری کردند. یو [۴] انتقال حرارت ترکیبی بین دو سیلندر هم مرکز با شرایط مرزی دما ثابت در شرایطی که سیلندر خارجی دوران می کند را مورد بررسی قرار داد و نتایج خود را با استفاده از الگوهای جریان و خطوط هم دما تشریح کرد. نتایج نشان دادند که با افزایش عدد رینولدز میزان عدد ناسلت متوسط برای تمام اعداد رایلی کاهش می یابد، همچنین عواملی از قبیل تاثیر نسبت قطر داخلی به فاصله بین دو سیلندر بر عدد رینولدز بحرانی، تاثیر عدد رایلی بر گشتاور مورد نیاز چرخش سیلندر خارجی نیز توسط یو بررسی شد و مشخص شد که با افزایش عدد رایلی میزان گشتاور مورد نیاز برای دوران سیلندر خارجی افزایش می یابد. ابو نادا و همکارانش [۵] به بررسی انتقال حرارت طبیعی درون فضای حلقوی در حضور نانو سیال پرداختند، نتایج آنها نشان داد که نانو ذرات با رسانایی گرمایی زیاد موجب افزایش قابل توجه در انتقال حرارت می شوند، همچنین

۱- مقدمه

انتقال حرارت و جریان سیال درون فضای حلقوی به دلیل کاربردهای زیاد در صنعت مانند یاتاقان های لغزشی، مکسیرها، ذخیره انرژی گرمایی، مبدل های حرارتی دو لوله ای، خنک کردن سیستم های الکتریکی، راکتورهای هسته ای و... مورد توجه محققان قرار گرفته است. کوهن و گلدشتاین [۱] انتقال حرارت جابجایی طبیعی را به صورت تئوری و آزمایشگاهی در فضای حلقوی هم مرکز انجام دادند، آنها در پژوهشی دیگر [۲] انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون فضای حلقوی هم مرکز و غیر هم مرکز را به صورت آزمایشگاهی انجام دادند و ضریب انتقال حرارت کلی را برای فضای حلقوی به دست آوردند، نتایج آنها نشان داد که مکان سیلندر داخلی تاثیر زیادی بر کاهش و افزایش انتقال حرارت دارد، همچنین با انتقال سیلندر داخلی به پایین فضای حلقوی میزان انتقال حرارت حدود ۱۰ درصد افزایش می یابد. مکلفود و بیشاپ [۳] به بررسی انتقال حرارت

خواص پرداخته‌اند. چون و همکاران [۱۴] رابطه تجربی برای به دست آوردن رسانایی گرمایی نانو سیال اکسید آلومینوم با سیال پایه آب در بازه دمایی ۲۱ تا ۷۱ درجه سانتیگراد و قطر نانوذرات حداکثر تا ۱۵۰ نانومتر معرفی کردند. آنها رابطه خود را بر اساس تئوری پی باکینگهام با رگرسیون خطی به دست آوردند. رابطه معرفی شده شامل قطر ملکول سیال پایه، نانو ذرات، رسانایی گرمایی سیال پایه و نانوذرات بود. نتایج ارائه شده در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی بسیار نزدیک به هم بودند. گوین و همکاران [۱۵] به بررسی تاثیر دما و درصد حجمی نانو ذرات بر ویسکوزیته دینامیکی نانو سیال شامل اکسید آلومینوم و اکسید مس پرداختند. نتایج آنها نشان داد که در حالت کلی در دمای معین با افزایش درصد حجمی نانو ذرات ویسکوزیته نانو سیالات افزایش می‌یابد، همچنین در درصد حجمی معین با افزایش دمای نانو سیال، میزان ویسکوزیته آن کاهش می‌یابد و ویسکوزیته نانو سیال آب-اکسید مس بیشتر از آب-اکسید آلومینوم است. هانزین و همکارانش [۱۶] به بررسی رسانایی گرمایی نانوسیال با سیال پایه آب و نانو ذرات اکسید آلومینوم و اکسید مس پرداختند، آنها تاثیر درصد حجمی نانو ذرات، دمای سیال و اندازه ذرات را بر رسانایی گرمایی بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که به طور کلی با افزایش درصد حجمی نانو ذرات، میزان رسانایی گرمایی موثر افزایش می‌یابد علاوه بر این نتایج آنها نشان داد که در دماهای بالاتر و اندازه ذرات کوچکتر، نسبت رسانایی گرمایی افزایش بیشتری را نشان می‌دهد. به منظور دسترسی به مطالعات انجام شده توسط محققان و دانشمندان مقالات مروری مختلفی به چاپ رسیده که از جمله آنها می‌توان به مقاله مروری وانگ و موجودمدار [۱۷] اشاره کرد آنها در مقاله خود به بررسی روش‌های مختلف تولید نانو ذرات، اندازه گیری رسانایی گرمایی نانوسیال، اندازه گیری ویسکوزیته نانو سیالات پرداخته اند، علاوه بر این موارد آنها بررسی روش‌های تئوری پیش بینی رسانایی گرمایی نانو سیالات را نیز مورد توجه قرار دادند. سایدور و همکارانش [۱۸]، در مقاله مروری خود به بررسی کاربردها و چالش‌های نانو سیالات پرداختند و تعداد زیادی از کاربردهای نانو سیالات را در وسایل گوناگون از جمله خنک کاری وسایل الکترونیکی، چیلرها، یخچال‌های خانگی، خنک کاری موتورها و... ذکر کردند. و چالش‌هایی از جمله نبود شباهت بین نتایج دانشمندان مختلف، پایداری ضعیف نانو سیالات و نبود فهم تئوری جهت دستیابی به خواص نانو ذرات را مطرح کردند.

در مطالعاتی که در زمینه بررسی انتقال حرارت ترکیبی در فضای حلقوی هم مرکز در حضور نانو ذرات انجام شده است، تاثیر پارامترهایی مانند درصد حجمی نانو ذرات، عدد رایلی، رینولدز، طول مشخصه و ... بر میزان انتقال حرارت، شکل گیری خطوط هم دما و الگوی جریان انجام پذیرفته است، اما پارامترهایی مانند تاثیر جهت‌های مختلف دوران بر خطوط هم‌دما و جریان و همچنین مقایسه نانو ذرات مختلف بر انتقال حرارت مورد توجه قرار نگرفته است. در این پژوهش انتقال حرارت ترکیبی درون فضای حلقوی هم مرکز افقی با استفاده از روش حجم محدود بر پایه الگوریتم سیمپل مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- فرمولاسیون مسئله

شکل ۱ نشان دهنده هندسه مسئله می‌باشد. دو سیلندر دارای شرایط مرزی دما ثابت می‌باشند و دمای سیلندر داخلی از سیلندر خارجی بیشتر است، هر دو سیلندر داخلی و خارجی با سرعت زاویه ای ثابت در جهت ساعتگرد و خلاف جهت دوران می‌کنند، همچنین دوران در جهت خلاف عقربه های

آنها نشان دادند برای مقادیر متوسط عدد رایلی ضریب انتقال حرارت برای نانو ذرات با ضریب رسانایی کم، کاهش می‌یابد. برادران رحیمی و همکاران [۶] به بررسی دو بعدی جریان سیال و انتقال حرارت درون فضای حلقوی غیر هم مرکز با شرایط مرزی دما ثابت پرداختند، نتایج آنها نشان دهنده افزایش چشمگیر عدد ناسلت با افزایش میزان غیر هم مرکزی بود.

برادران رحیمی و عابدینی در مقاله ای دیگر [۷] انتقال حرارت درون فضای حلقوی غیر هم مرکز افقی را به صورت سه بعدی بررسی کردند، نتایج آنها نشان داد که میزان غیر هم مرکزی و عدد رایلی تاثیر زیادی بر انتقال حرارت دارند. نتایج آنها نشان داد حل سه بعدی بیانگر اختلاف قابل توجهی در الگوی جریان و انتقال حرارت با حل دو بعدی می‌باشد. حبیبی و پاپ [۸] انتقال حرارت جابجایی آزاد را درون فضای حلقوی در حضور نانو سیال بررسی کردند، نتایج آنها نشان دهنده افزایش میزان انتقال حرارت با افزودن نانو ذرات می‌باشد، همچنین افزایش غیر هم مرکزی موجب تغییر در الگوی جریان و میزان انتقال حرارت شد. محمد [۹] به بررسی جابجایی ترکیبی نفوذ دوگانه درون فضای حلقوی با شرایط مرزی دما ثابت پرداخت.

نتایج ایشان نشان داد که در مقادیر پایین نسبت شناوری، تغییر عدد لوییس تاثیر بسیار کمی بر عدد ناسلت دارد و به صورت کلی تاثیر عدد لوییس برای نسبت شناوری‌های بزرگ، بهتر نمایان می‌گردد و روابطی برای تعیین عدد ناسلت و ورود ارائه داد، از این نتایج می‌توان در مسائل انتقال جرم و حرارت استفاده کرد. برادران رحیمی و عابدینی [۱۰] به بررسی انتقال حرارت ترکیبی در فضای حلقوی هم مرکز با دوران سیلندر خارجی در شرایط غیر دائم با استفاده از روش حجم محدود پرداختند و سرعت زاویه ای مختلف نظیر لگاریتمی و سینوسی را بررسی کردند، نتایج آنها نشان داد که نمودار عدد ناسلت و گشتاور بی بعد، کاملا وابسته به نوع چرخش سیلندر خارجی است، و نمودار خطوط هم دما و خطوط جریان نیز کاملا وابسته به شرایط زمانی و نوع شرایط مرزی سیلندر خارجی است. حبیبی و پاپ [۱۱] به بررسی عددی انتقال حرارت ترکیبی درون فضای حلقوی غیر هم مرکز با شرایط مرزی دما ثابت در حضور نانو سیال آب-اکسید آلومینوم پرداختند. آنها خطوط هم‌دما و جریان را برای حالت‌های مختلف غیر هم مرکزی، درصد‌های حجمی مختلف و شرایط مختلف اعداد رینولدز و رایلی بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که افزایش عدد رینولدز موجب کاهش عدد ناسلت می‌شود. برای اعداد رایلی بزرگ، افزودن نانو ذرات موجب افزایش قابل توجهی در عدد ناسلت می‌شود. افزایش انتقال حرارت طبیعی درون فضای حلقوی هم مرکز با پره‌های شعاعی با افزودن نانو ذرات توسط اربابان و سلیمپور انجام پذیرفت [۱۲]. نتایج آنها نشان دهنده افزایش انتقال حرارت با افزایش درصد حجمی نانو ذرات و کاهش گرادیان دما و مقادیر مطلق تابع جریان با اضافه کردن نانو ذرات بود. انتقال حرارت جابجایی آزاد درون فضای حلقوی با سیلندر داخلی دارای پره در حضور نانو ذرات توسط شیخ‌زاده و همکاران بررسی شد [۱۳]. آنها تاثیر پارامترهای مختلفی نظیر عدد رایلی، تعداد و طول پره‌های متصل به سیلندر داخلی و درصد حجمی نانو ذرات را مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها بیانگر افزایش عدد ناسلت با افزایش عدد رایلی و درصد حجمی نانو ذرات بود، علاوه بر این آنها نشان دادند با افزایش طول پره‌ها و تعداد آنها عدد ناسلت متوسط کاهش می‌یابد. با توجه به اهمیت تعیین خواص نانوسیالات از قبیل رسانایی گرمایی، ویسکوزیته و... نیاز به دانستن روش‌های محاسبه این خواص می‌باشد به همین دلیل دانشمندان زیادی به بررسی روش‌های مختلف تعیین این

$$= -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_R}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \phi} (U_R) - \frac{U_R}{R^2} - \frac{2}{R^2} \frac{\partial U_\phi}{\partial \phi} \text{Gr} \theta \sin(\phi)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_R U_\phi) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} (U_\phi^2) - \frac{U_R U_\phi}{R} \quad (5)$$

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_\phi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 U_\phi}{\partial \phi^2} - \frac{U_\phi}{R^2} + \frac{2}{R^2} \frac{\partial U_R}{\partial \phi}$$

$$-\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U_\phi}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 U_\phi}{\partial \phi^2} - \frac{U_\phi}{R^2} + \frac{2}{R^2} \frac{\partial U_R}{\partial \phi} + \text{Gr} \theta \cos(\phi) \quad (6)$$

شرایط مرزی:

$$R = R_i \quad \longrightarrow \quad \theta = 1$$

$$R = R_o \quad \longrightarrow \quad \theta = 0 \quad (7)$$

ویسکوزیته نانو سیال با استفاده از ویسکوزیته سیال پایه بر اساس رابطه (۸) قابل تخمین است، این رابطه برای سوسپانسیون‌ها با غلظت کم و ذرات جامد کروی توسط برینکمن [۱۹] ارائه شده است.

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \phi)^{2.5}} \quad (8)$$

دانسیته و ظرفیت حرارتی نانو سیال با استفاده از روابط (۹) و (۱۰) قابل محاسبه است.

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (9)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (10)$$

رسانایی گرمایی نانو سیال با استفاده از رابطه (۱۱) قابل تخمین است، در این رابطه n نشان دهنده ضریب شکل نانو ذرات است و برای نانو ذرات کروی مقدار آن برابر ۳ است. این رابطه توسط همیلتن و کروزر [۲۰] ارائه شده است.

$$\frac{K_{nf}}{K_f} = \frac{K_s + (n - 1)K_f - (n - 1)K_f - (n - 1)(K_f - K_s)\phi}{K_s + (n - 1)K_f + (K_f - K_s)\phi} \quad (11)$$

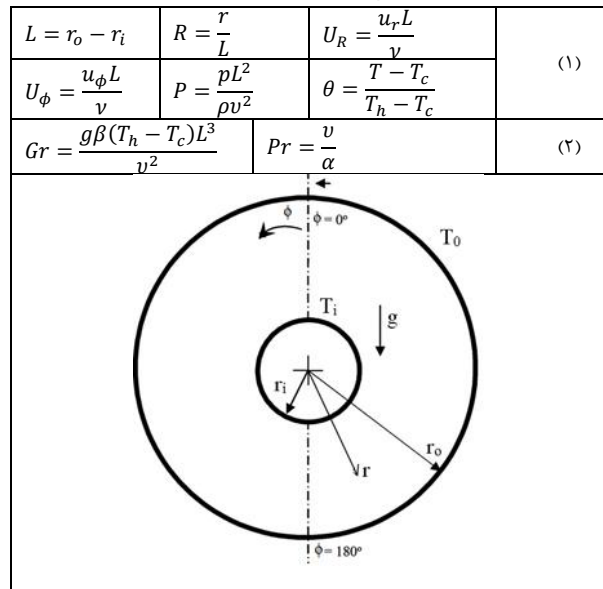
با توجه به دوران متفاوت سیلندر خارجی و داخلی شرایط مرزی سرعت بر روی این دو سیلندر متفاوت می باشد. مطابق روابط (۱۲) و (۱۳) عدد ناسلت موضعی روی دو سیلندر به صورت تقسیم عدد ناسلت واقعی به عدد ناسلت در حالت هدایت خالص تعریف می شود.

$$Nu_i = \frac{-R \frac{\partial \theta}{\partial R}}{Nu_{cond}}, \quad R = R_i \quad (12)$$

$$Nu_o = \frac{-R \frac{\partial \theta}{\partial R}}{Nu_{cond}}, \quad R = R_o \quad (13)$$

در روابط فوق Nu_{cond} نشان دهنده عدد ناسلت در شرایط انتقال حرارت خالص هدایت است و به صورت معادله (۱۴) تعریف می شود.

ساعت را مثبت و دوران در جهت عقربه های ساعت را منفی در نظر می گیریم، مسئله در شرایط پایا و آرام حل می شود، نانو ذرات با سیال پایه در شرایط تعادل گرمایی قرار دارند و سرعت نسبی بین آنها برابر صفر است. خواص ترمو فیزیکی سیال ثابت در نظر گرفته می شود، به غیر از چگالی که با استفاده از تقریب بوزینسک محاسبه می شود. به دلیل سرعت کم در پدیده انتقال حرارت جابجایی مرکب از ترم اتلاف لزجت در معادله انرژی صرف نظر شده است. خواص آب و نانو ذرات در جدول ۱ قابل مشاهده است، مطابق این جدول مشخص می شود که خواص ترمو فیزیکی نانو ذرات با سیال پایه مانند آب بسیار متفاوت می باشد. مسئله مورد نظر در حالت دو بعدی بررسی شده و از سیستم مختصات استوانه ای (r, ϕ) استفاده شده است. مختصات شعاعی ϕ از قسمت فوقانی محور عمودی فضای حلقوی در جهت خلاف عقربه های ساعت شروع می شود. پارامترهای بی بعد به صورت معادلات (۱) و (۲) تعریف می شوند.



شکل ۱ هندسه مسئله به همراه پارامترهای مختلف

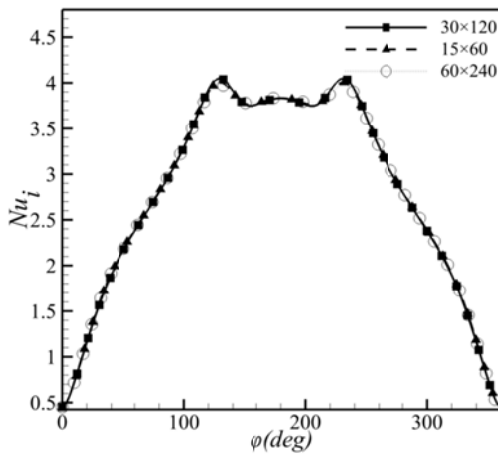
جدول ۱ خواص ترمو فیزیکی

$Cp \left(\frac{J}{kgK} \right)$	$\rho \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	Pr	مواد
۴۱۷۹	۹۹۷/۱	۶/۲	آب
۷۶۵	۳۹۷۰	-	اکسید آلومینیوم
۳۸۵	۸۹۳۳	-	مس
۲۳۵	۱۰۵۰۰	-	نقره
۶۸۲/۲	۴۲۵۰	-	اکسید تیتانیوم

باید توجه داشت که از ویسکوزیته سینماتیکی جهت بی بعد کردن سرعت استفاده می شود. با استفاده از این روش سرعت به عدد رینولدز تبدیل می شود، که با استفاده از عدد رینولدز می توان تفسیر بهتری از نتایج ارائه. معادله پیوستگی، جرم، مومنتوم و انرژی به صورت زیر بی بعد می شوند.

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_R) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} (U_\phi) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R U_R U_\phi) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} (R U_\phi U_R) - \frac{U_\phi^2}{R} \quad (4)$$



شکل ۳ استقلال از شبکه

جدول ۲ اندازه شبکه و عدد ناسلت متوسط

اندازه شبکه (r × Ø)	ناسلت متوسط
۱۵×۶۰	۲/۸۰۱
۳۰×۱۲۰	۲/۷۹
۶۰×۲۴۰	۲/۷۱۳

در شکل ۴ نتایج پژوهش حاضر با نتایج مرجع [۴] به صورت کیفی مقایسه شده است، مطابق این شکل که در آن خطوط هم دما و جریان با نتایج یو مقایسه شده است، جهت گیری خطوط هم دما و جریان مطالعه حاضر کاملاً مشابه نتایج یو می‌باشد. همچنین در شکل ۵ و شکل ۶ مقادیر عدد ناسلت بر روی سیلندر داخلی و خارجی در شرایط مختلف جابجایی طبیعی و جابجایی ترکیبی برای مطالعه حاضر و نتایج یو [۴] با یکدیگر مقایسه شده است، نتایج نشان دهنده سازگاری خوب مطالعه حاضر با نتایج یو می‌باشد. شکل ۷ نشان دهنده دمای بی بعد در موقعیت های شعاعی مختلف می‌باشد، مطابق شکل مشخص می‌شود که نتایج به دست آمده با حل مرجع [۵] تطابق خوبی دارد، با توجه به توضیحات مطرح شده مشخص شد که حل عددی با نتایج پژوهش‌های منتشر شده سازگاری مناسبی دارد.

۵- نتایج و بحث‌ها

در این پژوهش به بررسی انتقال حرارت جابجایی ترکیبی آرام درون فضای حلقوی در شرایط هم مرکز و غیر هم مرکز در حضور سیال پایه آب به همراه نانو ذرات اکسید آلومینیوم، نقره، مس و اکسید تیتانیوم پرداخته می‌شود، محدوده عدد رایلی بین 10^3 تا 10^5 و حداکثر میزان عدد رینولدز $200 < \phi < 5$ درصد می‌باشد. بازه تغییرات درصد حجمی نانو ذرات $0 < \phi < 5$ درصد می‌باشد، این میزان از تغییرات درصد حجمی نانو ذرات در بسیاری از تحقیقات که به صورت آزمایشگاهی انجام شده‌اند گزارش شده است.

$$Nu_{cond} = \frac{1}{\ln \frac{T_o}{T_i}} \quad (14)$$

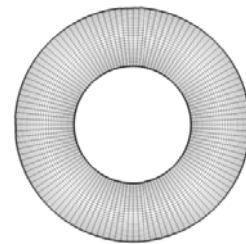
عدد ناسلت میانگین با استفاده از انتگرال گیری عدد ناسلت موضعی در اطراف سیلندر ها به صورت روابط (۱۵) و (۱۶) به دست می‌آید.

$$\overline{Nu}_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu_i(\phi) d\phi \quad (15)$$

$$\overline{Nu}_o = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu_o(\phi) d\phi \quad (16)$$

۳- روش عددی

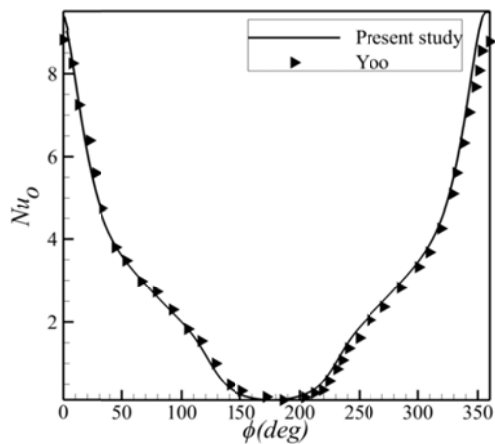
شکل ۲ هندسه شبکه بندی شده مسئله را نشان می‌دهد، معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود بر پایه الگوریتم سیمپل حل شده است. گسسته سازی معادله فشار با استفاده از روش استاندارد و معادلات مومنوم و انرژی با استفاده از روش بالادست مرتبه اول صورت گرفته است. مقادیر ضرایب زیر تخفیف برای فشار، چگالی، نیروی شناوری، مومنوم و انرژی در حدود ۰/۲ تا ۱ می‌باشد. تعداد تکرار به منظور همگرا شدن در شرایط مختلف حدود ۲۰۰۰ تکرار می‌باشد و میزان باقیمانده برای معادلات پیوستگی، مومنوم و انرژی به ترتیب برابر با 10^{-9} ، 10^{-11} و 10^{-15} می‌باشد.



شکل ۲ نمونه شبکه محاسباتی

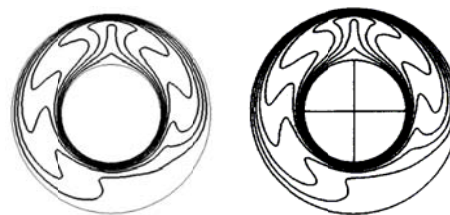
۴- استقلال از شبکه و صحت گذاری حل عددی

به منظور اطمینان از عدم وابستگی نتایج به اندازه شبکه، مقدار عدد ناسلت موضعی روی سیلندر داخلی برای شرایط $Pr=0.7$ با استفاده از سه شبکه بندی 15×60 و 30×120 و 60×240 برای جابجایی طبیعی در شرایط مشخص شده در شکل ۳ استخراج و با هم مقایسه شده است. جدول ۲ مقادیر عدد ناسلت متوسط در شرایط شکل ۳ را نشان می‌دهد، مطابق جدول مشخص می‌شود که مقدار عدد ناسلت میانگین در شبکه‌های مختلف کمتر از چهار درصد اختلاف دارند، مجموعه حل‌های صورت گرفته در این پژوهش با استفاده از شبکه 120×30 انجام پذیرفته است.



$Ra=5 \times 10^4, Pr=0.7, L/D=0.5$

شکل ۶ مقایسه عدد ناسلت با مرجع [۴]



خطوط همدمای



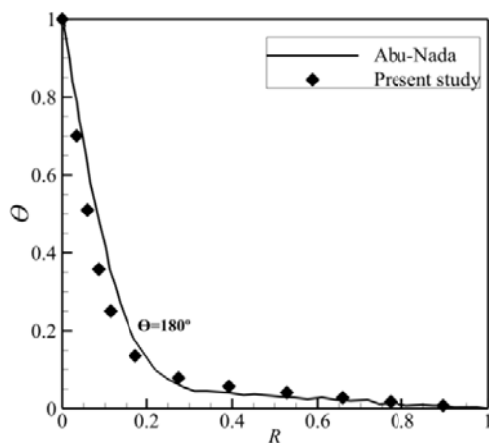
خطوط جریان

مطالعه حاضر

مرجع [۴]

$Ra=5 \times 10^4, Re=100, Pr=0.7, L/D=0.5$

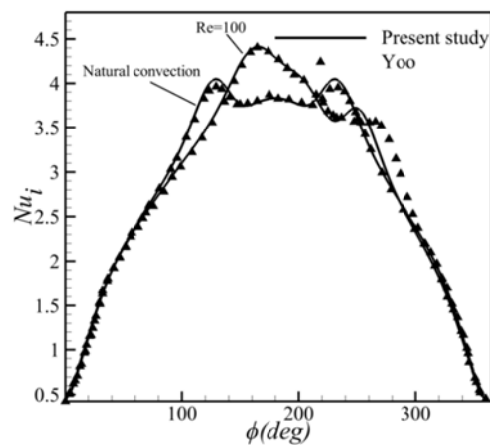
شکل ۴ صحنه گذاری حل عددی



$Ra=4.7 \times 10^4, Pr=0.706, L/D=0.8$

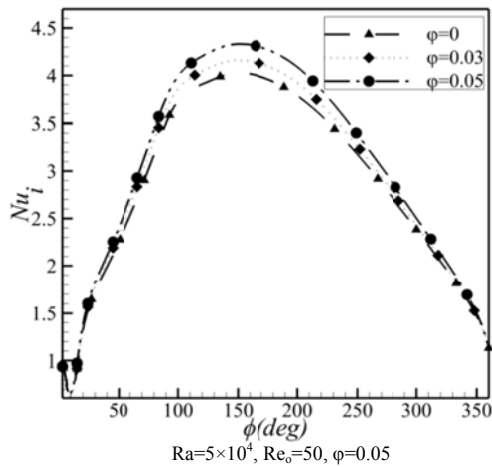
شکل ۷ مقایسه دمای بی بعدی بعدی با مرجع [۵]

شکل ۸ اثر افزایش عدد رایلی بر میزان عدد ناسلت متوسط را نشان می‌دهد، مطابق شکل با افزایش عدد رایلی میزان عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد، این افزایش انتقال حرارت کاملاً قابل پیش بینی است و علت آن را می‌توان افزایش نیروی شناوری حاصل از اختلاف دما دانست.

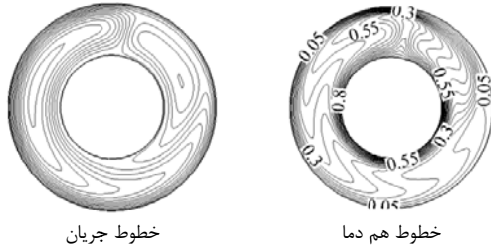


$Ra=5 \times 10^4, Pr=0.7, L/D=0.5$

شکل ۵ مقایسه بین عدد ناسلت



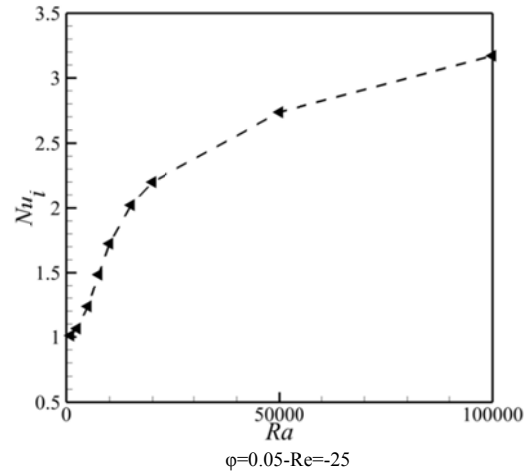
شکل ۹ نمودار تغییرات عدد ناسلت بر حسب زاویه و درصد حجمی نانو ذرات



$Ra=5 \times 10^4, Re=50, \phi=0.05$

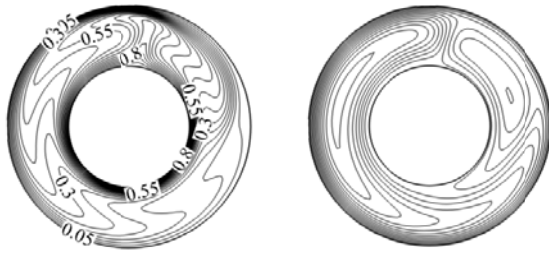
شکل ۱۰ خطوط هم‌دما و جریان

شکل ۱۱ که به ازای اعداد ریچاردسون مختلف استخراج شده است تغییرات عدد ناسلت موضعی را نشان می‌دهد، مطابق این شکل برای حالت جابجایی طبیعی نمودار عدد ناسلت کاملاً متقارن است و ماکزیمم عدد ناسلت در زاویه 180° درجه اتفاق می‌افتد. با بررسی شکل فوق مشخص می‌شود که چرخش سیلندر خارجی موجب تغییر در محل ماکزیمم نیز می‌شود، با کاهش عدد ریچاردسون بر خلاف حالت جابجایی طبیعی که فقط دارای یک نقطه ماکزیمم است نمودار یک نقطه مینیمم و یک نقطه ماکزیمم پیدا می‌کند، همچنین با کاهش عدد ریچاردسون عدد ناسلت ماکزیمم نیز کاهش می‌یابد و مینیمم عدد ناسلت موضعی برای حالت $Ri=1$ در زاویه حدود 325° درجه اتفاق می‌افتد. مقدار میانگین عدد ناسلت با افزایش عدد ریچاردسون که نشان دهنده افزایش نیروی شناوری است زیاد می‌شود، به طوری‌که در حالت $Ri=0.5$ مقدار عدد ناسلت میانگین برابر $1/23$ و برای جابجایی طبیعی این مقدار برابر $1/965$ است.



شکل ۸ اثر عدد رایلی بر عدد ناسلت

شکل ۹ تاثیر درصد حجمی نانو ذرات بر عدد ناسلت موضعی را مشخص می‌کند، مطابق این شکل افزودن نانو ذرات موجب افزایش عدد ناسلت می‌شود و علاوه بر آن مشاهده می‌شود که در مکان ماکزیمم عدد ناسلت تاثیر افزودن نانو ذرات و افزایش درصد حجمی آنها بیشتر از سایر موقعیت‌ها می‌باشد. ماکزیمم عدد ناسلت برای $\phi=0.05$ و در $\Phi=150^\circ$ دیده می‌شود که این مقدار معادل $8/25$ افزایش در انتقال حرارت در مقایسه با سیال پایه می‌باشد. تغییرات عدد ناسلت در زوایای مختلف شکل ۹ را می‌توان توسط شکل ۱۰ بررسی نمود، مطابق شکل در قسمت فوقانی فضای حلقوی به علت نیروی زیاد شناوری توده سیال تمایل دارد تا از سیلندر داخلی به سمت سیلندر خارجی جریان یابد به همین دلیل فاصله بین خطوط هم‌دما در این حالت زیاد است و با توجه به تعریف عدد ناسلت که در بخش معادلات حاکم آورده شده است مقدار عدد ناسلت در این موقعیت به دلیل کوچک بودن گرادیان دما کم است، همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه از قسمت فوقانی سیلندر به سمت پایین آن گرادیان‌های دما افزایش یافته به گونه‌ای که در زاویه 150° درجه گرادیان دما به بیشترین مقدار خود می‌رسد و فاصله بین خطوط هم‌دما بسیار کمتر از قسمت فوقانی است، به همین دلیل عدد ناسلت در این ناحیه بیشتر از ناحیه فوقانی سیلندر داخلی است.

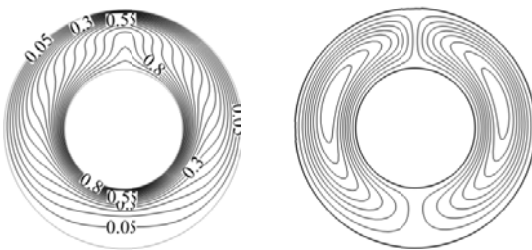


$\phi=0.05$

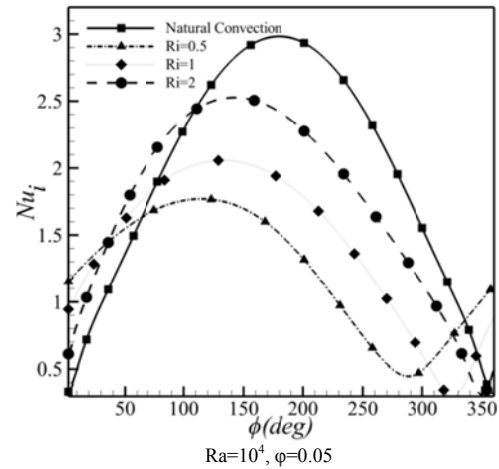
$Ra=5 \times 10^4, Re=50$

شکل ۱۲ خطوط جریان و همدمای برای درصد حجمی‌های مختلف نانو ذرات

شکل ۱۳ خطوط هم‌دما و جریان را برای اعداد ریچاردسون مختلف نشان می‌دهد، مطابق این شکل در جابجایی طبیعی خطوط جریان کاملا متقارن شکل می‌گیرند و در دو سمت فضای حلقوی یک گردابه بزرگ به وجود می‌آید، در اعداد ریچاردسون پایین ($Ri=0.5$) خطوط هم‌دما شکل گرفته به صورت دایره‌های هم مرکز هستند، با افزایش عدد ریچاردسون خطوط هم‌دما از حالت متقارن خارج شده به طوری که یک برآمدگی ناشی از اختلاف دما در حالت جابجایی طبیعی خالص ایجاد می‌شود، با استفاده از خطوط هم‌دما می‌توان دلیل شکل گیری نمودار ناسلت در شکل ۱۱ را توجیه کرد، مطابق این شکل در حالت جابجایی طبیعی انتقال حرارت صرفا به دلیل نیروی شناوری می‌باشد، در حالی که در اعداد ریچاردسون کم $Ri=0.5$ انتقال حرارت ناشی از هدایت به انتقال حرارت جابجایی غلبه می‌کند در این شرایط به دلیل کم بودن ضریب هدایت سیال میزان عدد ناسلت کمتر از حالت جابجایی طبیعی می‌باشد، لذا با افزایش عدد ریچاردسون میزان انتقال حرارت نیز افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود که تغییر عدد ریچاردسون موجب تغییر در الگوی جریان می‌شود به طوری که با شروع دوران تقارن خطوط نسبت به حالت جابجایی طبیعی حذف می‌شود. به طور مثال خطوط جریان در اعداد ریچاردسون مختلف نشان داده شده با کاهش عدد ریچاردسون خطوط جریان به صورت هم مرکز شکل گرفته و تنها گردابه ایجاد شده در سمت چپ باقی می‌ماند.

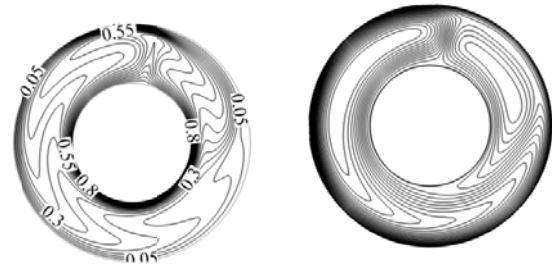


جابجایی طبیعی

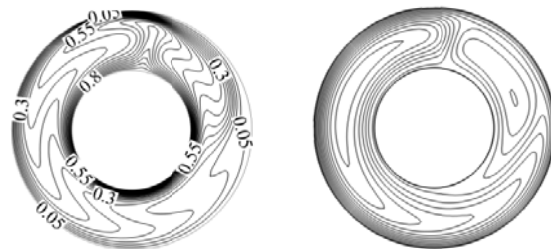


شکل ۱۱ نمودار تاثیر عدد ریچاردسون و زاویه روی سیلندر بر عدد ناسلت

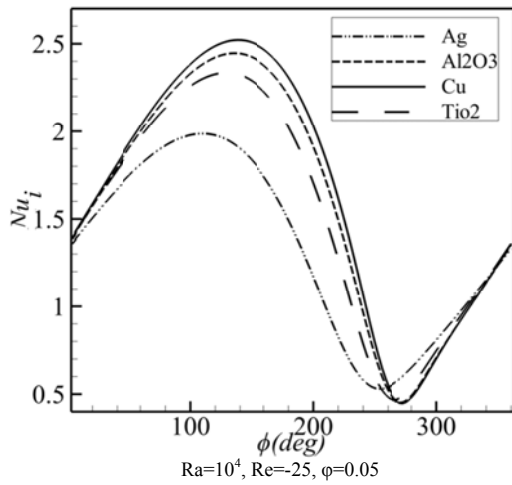
شکل ۱۲ تاثیر افزودن نانو ذرات بر خطوط هم‌دما و جریان را در حالت $Ra=5 \times 10^4, Re=50$ نشان می‌دهد، مطابق شکل افزایش درصد حجمی نانو ذرات موجب تغییر جزئی در محل برآمدگی خطوط هم‌دما در بخش بالایی فضای حلقوی می‌گردد، همچنین با توجه به شکل خطوط جریان مشاهده می‌شود که افزودن نانو ذرات موجب کوچک شدن گردابه تولید شده در قسمت چپ فضای حلقوی می‌شود. علت این تغییرات در خطوط هم‌دما و جریان، به دلیل افزایش ویسکوزیته و چگالی سیال در اثر افزودن نانو ذرات است. باید در نظر داشت که این افزایش ویسکوزیته و دانسیته موجب می‌شود تا اثر نیروی شناوری تضعیف گردد. در نهایت با توجه به میزان تغییرات مشخص می‌شود که افزودن نانو ذرات تغییر زیادی در الگوی جریان و خطوط هم‌دما ایجاد نمی‌کند.



$\phi=0$

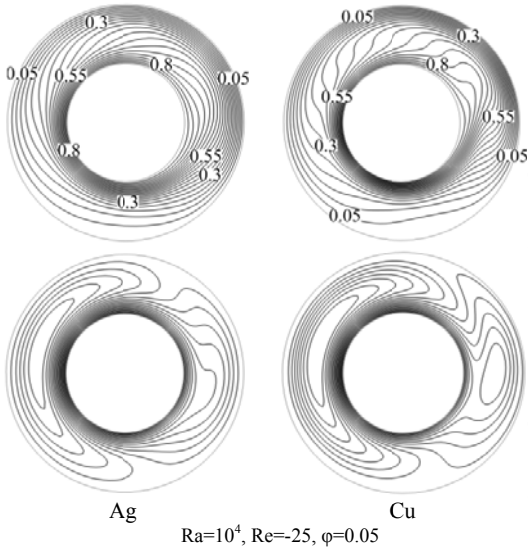


$\phi=0.03$



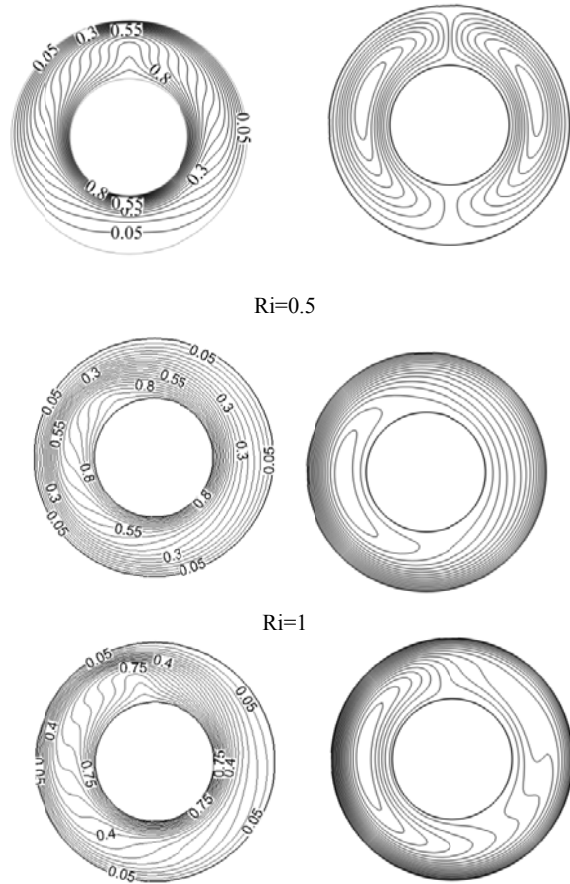
شکل ۱۴ مقایسه عدد ناسلت برای نانوذرات مختلف

شکل ۱۵ نشان دهنده خطوط هم‌دما و جریان برای دو نانو سیال با نانو ذرات مس و نقره در شرایط شکل ۱۴ است، مطابق این شکل می‌توان نمودار عدد ناسلت برای این دو نانو سیال را توجیه کرد، مشاهده می‌شود که میزان برآمدگی خطوط هم‌دما برای نانو سیال با نانو ذره مس بیشتر از نانو سیال با نانو ذره نقره است، همچنین خطوط جریان نیز تفاوت قابل توجهی دارند به گونه‌ای که برای نانو سیال آب-نقره گردابه سمت راست تشکیل نمی‌شود، با توجه به این شکل نمودار ناسلت این نانو سیالات کاملاً قابل توجیه است.



شکل ۱۵ تاثیر نوع نانو ذرات مختلف بر خطوط هم‌دما و جریان

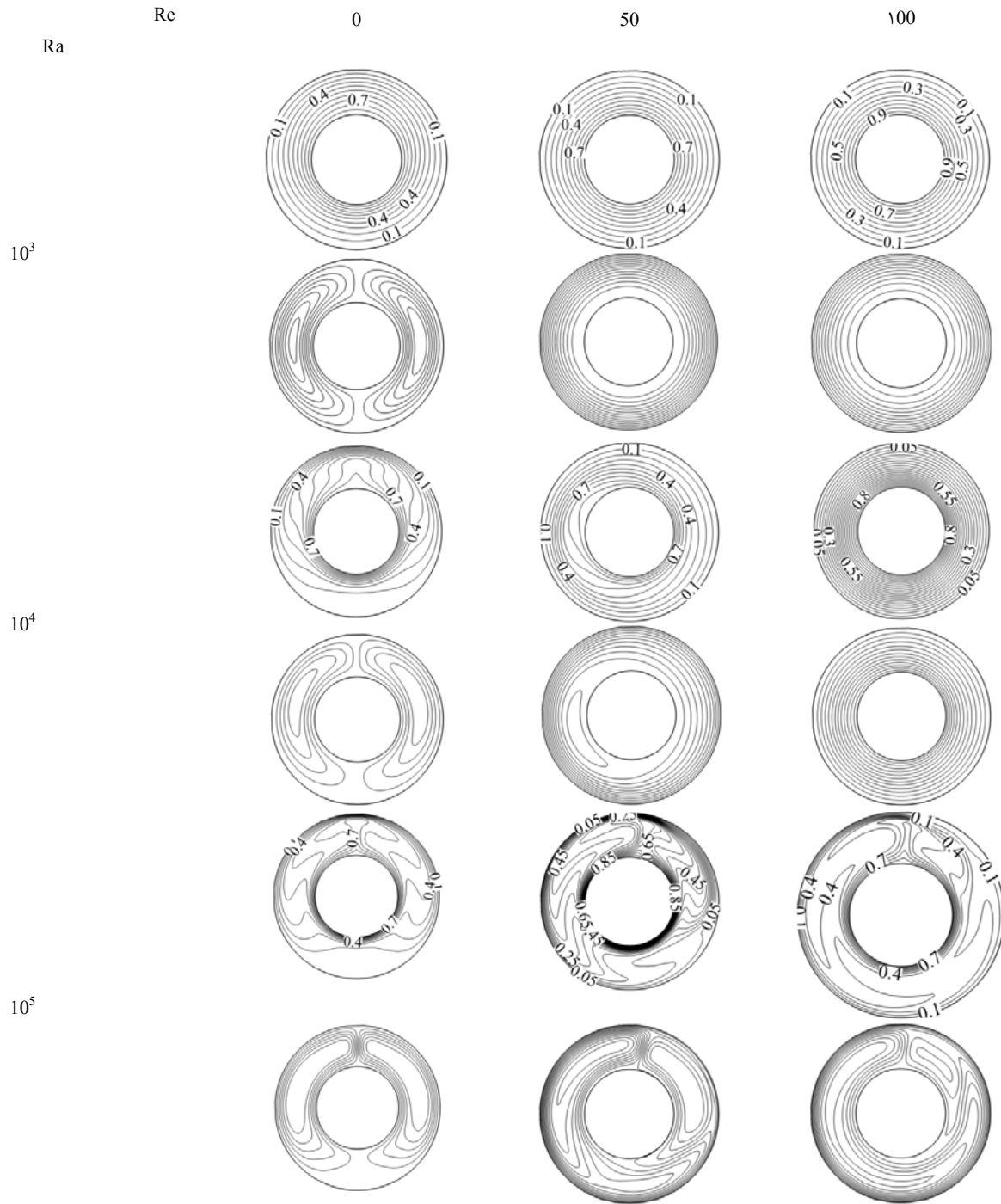
خطوط هم‌دما و جریان برای اعداد رایلی و رینولدز مختلف در شکل ۱۶ نمایش داده شده است، برای حالت $Re=0$ مشاهده می‌شود که در اعداد رایلی پایین خطوط هم‌دما مانند دایره‌های هم مرکز تشکیل می‌شوند و در این حالت پدیده غالب در انتقال حرارت مکانیزم رسانش است. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رایلی جهت گیری این دایره‌های هم مرکز تغییر می‌کند به نحوی که تراکم خطوط هم‌دما اطراف سیلندرها افزایش می‌یابد و



شکل ۱۳ تاثیر عدد ریچاردسون بر خطوط هم‌دما و جریان

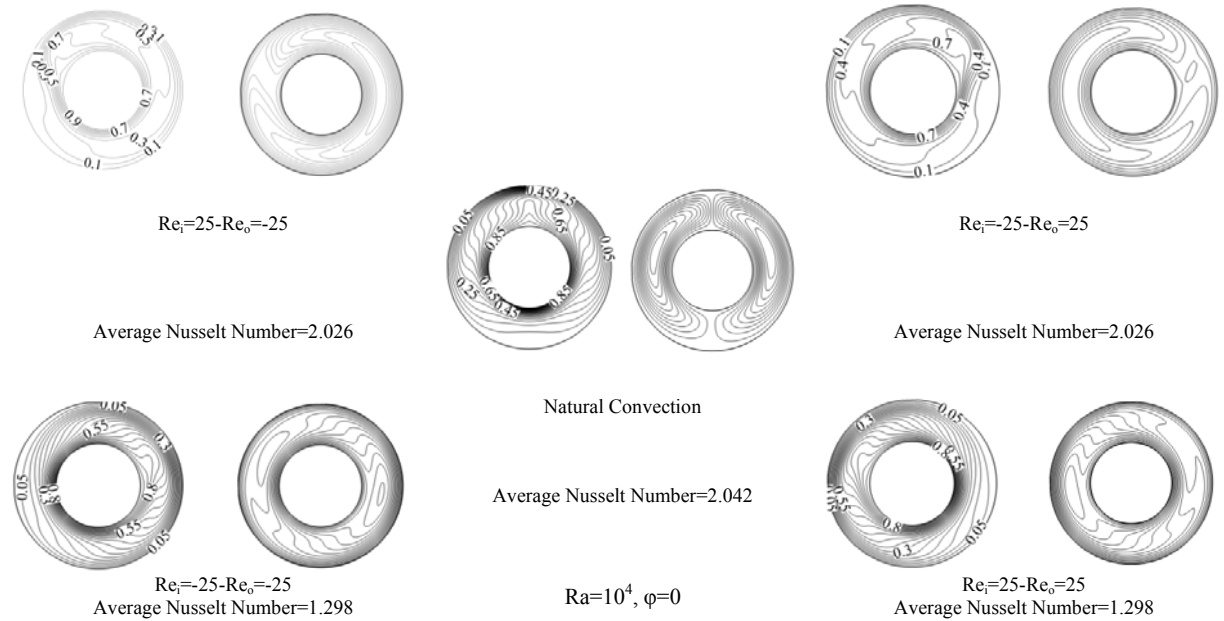
شکل ۱۴ نشان دهنده عدد ناسلت روی سیلندر داخلی برای نانو سیالات مختلف می‌باشد، مطابق شکل استفاده از نانو ذرات مختلف تاثیر زیادی بر انتقال حرارت دارد، نکته قابل توجه در نمودارهای زیر ترتیب نانو سیالات با نانو ذرات مختلف از لحاظ میزان انتقال حرارت است. با توجه به جدول ۱ میزان رسانایی گرمایی نقره از تمام نانو ذرات استفاده شده در این پژوهش بیشتر است و با توجه به تعریف عدد ناسلت انتظار می‌رود که انتقال حرارت با استفاده از نانو سیال آب-نقره از سایر نانو سیالات به کار رفته بیشتر باشد، اما میزان عدد ناسلت برای این نانو سیال از تمام نانو سیالات به کار رفته کمتر است.

با توجه به جهت نیروی شناوری این خطوط به سمت بالا جهت گیری می‌کنند و به شکل یک برآمدگی تشکیل می‌شوند. با شروع دوران سیلندر خارجی در جهت پادساعتگرد، بسته به میزان عدد رایلی شکل گیری این خطوط متفاوت است، به نحوی که در اعداد رایلی پایین این خطوط هم مرکز باقیمانده و با افزایش عدد رایلی و شروع دوران جهت گیری این خطوط نامتقارن می‌شود به نحوی که برای $Ra=10^5$ قسمت فوقانی خطوط همدم در خلاف جهت چرخش و به سمت راست منحرف می‌شود. در مورد خطوط جریان نیز باید در نظر داشت که در اعداد رایلی پایین و $Re=0$ دو گردابه تشکیل شده و گردابه های اطراف سیلندر داخلی کاملاً متقارن می‌باشد. با افزایش عدد رایلی ضمن حفظ این تقارن مرکز گردابه ها به دلیل افزایش نیروی شناوری به سمت بالا انتقال پیدا می‌کند. با شروع دوران در جهت پادساعتگرد خطوط جریان نیز تغییر می‌کنند به نحوی که برای اعداد رایلی پایین در تمامی اعداد رینولدز خطوط جریان به صورت دایره‌های هم مرکز شکل می‌گیرند. در حالتیکه $Re=10^4$ با شروع چرخش روند فوق کمی تغییر می‌کند به طوری که در $Re=50$ گردابه کوچکی در سمت چپ ایجاد شده که با افزایش عدد رینولدز این گردابه نیز حذف شده و دایره‌های هم مرکز دوباره تشکیل می‌شوند. برای حالت $Re=10^5$ و $Re=50$ دو گردابه تشکیل می‌شود گردابه سمت چپ به شکل باله هواپیما تشکیل می‌شود و گردابه سمت راست نیز پهن‌تر است، با افزایش عدد رینولدز در حالت $Re=100$ گردابه سمت چپ کشیده شده و بیش از نیمی از فضای بین دو سیلندر را در بر می‌گیرد اما گردابه سمت راست محدود تر می‌شود. شکل ۱۷ تاثیر دوران‌های متفاوت بر خطوط همدم و جریان درون فضای حلقوی را نشان می‌دهد، در حالت اول سیلندر داخلی در جهت خلاف عقربه‌های ساعت دوران می‌کند و سیلندر خارجی در جهت ساعتگرد دوران می‌کند، مطابق این شکل به دلیل دوران سیلندر داخلی محل برآمدگی خطوط همدم در جهت دوران تغییر کرده اما مناطق نزدیک سیلندر خارجی به دلیل تفاوت در جهت جریان در جهت دوران سیلندر خارجی منحرف شده اند، برای این حالت از دوران در قسمت راست سیلندر گردابه تشکیل می‌شود که تمام فضای حلقوی را تحت پوشش قرار می‌دهد، در مورد دوم جهت دوران سیلندرها بر خلاف حالت اول است لذا تغییر در جهت گیری خطوط همدم و جریان قرینه حالت اول است و گردابه در قسمت چپ فضای بین دو سیلندر تشکیل شده است، در حالت سوم دو سیلندر در جهت ساعتگرد دوران می‌کنند و به همین دلیل خطوط همدم کاملاً در جهت ساعتگرد منحرف شده اند و خطوط جریان در سمت راست فضای حلقوی تشکیل گردابه داده اند، در حالت چهارم دو سیلندر در جهت مخالف عقربه های ساعت حرکت می‌کنند در این حالت رفتار خطوط همدم کاملاً مشابه حالت قبل است با این تفاوت که خطوط همدم به سمت چپ قسمت فوقانی سیلندر داخلی منحرف می‌شوند که در جهت چرخش دو سیلندر است، خطوط جریان نیز به دلیل چرخش یکسان سیلندر ها به نحوی شکل گیری پیدا می‌کنند که مانند حالت قبل یک گردابه را تشکیل می‌دهند، با این تفاوت که این گردابه در سمت چپ تشکیل می‌شود. با مقایسه حالت‌های چهار گانه چرخش با حالت جابجایی طبیعی مشخص می‌شود که دوران سیلندرها تاثیر زیادی بر الگوی جریان و خطوط هم دم دارند، در نتیجه عدد ناسلت تحت تاثیر این دوران‌ها بسیار تغییر می‌کند به نحوی که بیشترین عدد ناسلت در دوران‌ها برای دوران خلاف جهت دو سیلندر می‌باشد (۲/۰۲۶) و در بین تمامی حالت‌ها همچنان جابجایی طبیعی بیشترین میزان انتقال حرارت را دارد (۲/۰۴۲).



$\phi=0.03$

شکل ۱۶ تاثیر عدد رایلی و رینولدز بر خطوط هم‌دما و خطوط جریان.



شکل ۱۷ تاثیر چرخش‌های مختلف بر الگوی جریان، خطوط هم‌دما و عدد ناسلت

طول مشخصه (m)	L
عدد ناسلت	Nu
فشار بی بعد	P
فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)	p
عدد پرنتل	Pr
مختصات شعاعی بی بعد	R
شعاع (m)	r
عدد رایلی	Ra
عدد رینولدز	Re
عدد ریچاردسون	Ri
دما (K)	T
سرعت ($\text{m}\cdot\text{sec}^{-1}$)	u
سرعت بی بعد	U
ضریب انبساط (K^{-1})	β
دمای بی بعد	Θ
لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)	μ
لزجت سینماتیکی ($\text{m}^2\cdot\text{sec}^{-1}$)	ν
چگالی (kgm^{-3})	ρ
مختصات مماسی	ϕ
درصد حجمی نانو ذرات	ϕ

زیر نویس ها

سرد	c
گرم	h
سیال پایه	f
داخلی	i
خارجی	o
جامد	s

۶- نتیجه گیری

در این پژوهش انتقال حرارت جابجایی مرکب آرام درون فضای حلقوی افقی هم مرکز در حضور سیال پایه آب به همراه نانو ذرات اکسید آلومینیوم، مس، نقره و اکسید تیتانیوم به صورت عددی با استفاده از روش حجم محدود بر پایه الگوریتم سیمپل انجام شده است. پس از ارزیابی پارامترهای مختلف مؤثر خلاصه نتایج به شرح زیر استخراج گردید:

۱. با افزایش عدد رایلی میزان عدد ناسلت افزایش می‌یابد.
۲. افزایش عدد ریچاردسون موجب افزایش انتقال حرارت می‌شود.
۳. افزودن نانو ذرات تاثیر زیادی بر الگوی جریان ندارد و فقط به صورت کمی روی پارامترهای انتقال حرارت مؤثر می باشد. به طوریکه افزودن نانو ذرات بعضاً موجب افزایش انتقال حرارت در حدود ۸/۲۵٪ می‌شود.
۴. در اعداد رایلی ثابت افزایش عدد رینولدز موجب کاهش انتقال حرارت می‌شود.
۵. عدد رایلی و رینولدز تاثیر زیادی بر خطوط هم‌دما و جریان دارند.
۶. جهت دوران سیلندر ها تاثیر بسزایی در شکل‌گیری خطوط هم‌دما، جریان و در نهایت میزان انتقال حرارت دارند.
۷. علاوه بر میزان رسانایی گرمایی نانو ذرات خواص ترمو فیزیکی نانو ذرات در شکل‌گیری خطوط هم‌دما، جریان و در نهایت انتقال حرارت دارد.

۷- فهرست علائم

D	قطر سیلندر داخلی (m)
g	شتاب گرانش
Gr	عدد گراشف

- [20] R. Hamilton, O. Crosser, Thermal conductivity of heterogeneous two-component systems, *Industrial & Engineering chemistry fundamentals*, vol. 1, pp. 187-191, 1962.

نانو سیال nf

۸- مراجع

- [1] T. Kuehn, R. Goldstein, An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 74, pp. 695-719, 1976
- [2] T. Kuehn, R. Goldstein, An experimental study of natural convection heat transfer in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli, *Journal of Heat Transfer*, vol. 100, pp. 635-640, 1978.
- [3] A. E. McLeod, E. H. Bishop, Turbulent natural convection of gases in horizontal cylindrical annuli at cryogenic temperatures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 32, pp. 1967-1978, 1989
- [4] J. S. Yoo, Mixed convection of air between two horizontal concentric cylinders with a cooled rotating outer cylinder, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 41, pp. 293-302, 1998.
- [5] E. Abu-Nada, Z. Masoud, A. Hijazi, Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nano fluids, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 35, pp. 657-665, 2008.
- [6] A. B. Rahimi A. Abedini, A. Kianifar, Numerical study of mixed convection in the annulus between eccentric rotating cylinders, *Scientia Iranica*, vol. 21, pp. 1403-1414, 2014.
- [7] A. B. Rahimi, A. Abedini Numerical study of three-dimensional mixed convection in an eccentric annulus, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 27, pp. 719-732, 2013.
- [8] A. M. Habibi Matin, I. Pop, Natural convection flow and heat transfer in an eccentric annulus filled by copper nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 61, pp. 353-364, 2013.
- [9] M. A. Teamah, Numerical simulation of double diffusive laminar mixed convection in a horizontal annulus with hot, solutal and rotating inner cylinder, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 46, pp. 637-648, 2007.
- [10] A. Abedini, A. B. Rahimi, Numerical study of mixed convection in an annulus between concentric rotating cylinders with time-dependent angular velocity, *Iranian Journal of Science and Technology-Transactions of Mechanical Engineering*, vol. 36, No. 2, pp. 165-180, 2012.
- [11] M. H. Matin, I. Pop, Numerical study of mixed convection heat transfer of a nanofluid in an eccentric annulus, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 65, pp. 84-105, 2014.
- [12] M. Arbaban, M. Salimpour, Enhancement of laminar natural convective heat transfer in concentric annuli with radial fins using nanofluids, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 1-10, 2014.
- [13] G. Sheikhzadeh, M. Arbaban, M. Mehrabian, Laminar natural convection of cu-water nanofluid in concentric annuli with radial fins attached to the inner cylinder, *Heat and Mass Transfer*, vol. 49, pp. 391-403, 2013.
- [14] C. H. Chon, K. D. Kihm, S. P. Lee, S. U. Choi, Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al₂O₃) thermal conductivity enhancement, *Applied Physics Letters*, vol. 87, pp. 153107-153107-3, 2005.
- [15] C. Nguyen, F. Desgranges, G. Roy, N. Galanis, T. Mare, S. Boucher, Temperature and particle-size dependent viscosity data for water-based nanofluids-hysteresis phenomenon, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 28, pp. 1492-1506, 2007.
- [16] H. A. Mintsu, G. Roy, C. T. Nguyen, D. Doucet, New temperature dependent thermal conductivity data for water-based nanofluids, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 48, pp. 363-371, 2009.
- [17] X. Q. Wang, A. S. Mujumdar, Heat transfer characteristics of nanofluids: a review, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 46, pp. 1-19, 2007.
- [18] R. Saidur, K. Y. Leong, H. A. Mohammad, A review on applications and challenges of nanofluids, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 15, pp. 1646-1668, 2011.
- [19] H. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *The Journal of Chemical Physics*, vol. 20, pp. 571-571, 1952.