فصل‌نامهٔ علمی، پژوهشی *ابتکار و خلاقیت در علوم انسانی*، http://journal.bpj.ir
دورهٔ چهارم، شماره سوم، زمستان ۹۳، صص ۹۵- ۱۳۹

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۲/۳۰
تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۱/۱۴

واکاوی برخی از عوامل تأثیرگذار بر خلاقیت ریاضی از منظر تازه‌کاران ریاضی: مهارت‌ها و دانش ریاضی و ویژگی‌های شخصیتی[۱]

نرگس یافتیان[۲]

چکیده

زمینه: فعالیت‌های خلاقانه در ریاضی به‌منزلهٔ فعالیتی مرتبه بالا نیازمند دانش و مهارت‌هایی غنی در آن حیطه و ویژگی‌های شخصیتی خاصی است. از جمله گام‌های ضروری در راستای شناسایی این دانش و مهارت‌ها و همچنین ویژگی‌های شخصیتی، انجام پژوهش‌هایی است که به تدوین و ارائه نظریه‌هایی می‌پردازد که از بطن جامعه خود برخاسته باشد.

هدف: چگونگی تأثیرگذاری دانش و مهارت‌ها و ویژگی‌های شخصیتی بر خلاقیت ریاضی دانشجویانی که درگیرفعالیت‌های خلاقانه ریاضی هستند.

روش پژوهش: رویکرد کیفی به روش نظریهٔ زمینه‌ای با استفاده از ابزار مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختار یافته به کار گرفته شد. جامعه آماری این پژوهش کلیه دانشجویان رشته ریاضی در دانشگاه‌های دولتی واقع در شهر تهران هستند. برای انجام مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختار یافته، ۱۳ دانشجوی ریاضی با روش نمونه‌گیری هدفمند و نظری به طور داوطلبانه دعوت به همکاری شدند. جهت حصول اطمینان از کیفیت تحقیق از معیارهای باورپذیری، اطمینان‌پذیری، انتقال‌پذیری و تأییدپذیری استفاده شد.

---

۱. این پژوهش با حمایت مالی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی طبق قرارداد شماره ۲۱۰۹۴ مورخ ۹۲/۸/۲۹ انجام شده است.

۲. استادیار گروه ریاضی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی yaftian@srttu.edu

یافته‌ها: نتایج نشان می‌دهد که برای مقوله‌های دانش و مهارت‌های ریاضی و ویژگی‌های شخصیتی دانشجویان زیر مقوله‌هایی حاصل شده است که چگونگی تأثیر آن‌ها در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی را تبیین می‌کند.

نتیجه‌گیری: نظام‌های آموزشی و متخصصان امور تعلیم و تربیت باید با اتکا بر یافته‌های علمی به تبیین دقیق‌تری از فرایند یاددهی- یادگیری دست یابند و با فراهم کردن محیط‌هایی که بتوانند یادگیرندگان را با وضعیت‌ها و مسائل چالش برانگیز مواجه کنند و در حین دست و پنجه نرم کردن و حل این مسائل، زمینه را برای پرورش خلاقیت در آن‌ها مهیا کنند.

کلیدواژه‌ها: خلاقیت ریاضی، آموزش ریاضی، دانش و مهارت‌های ریاضی، ویژگی‌های شخصیتی، نظریهٔ زمینه‌ای.

مقدمه

ریاضی از لحاظ ماهیت و ساختار خاصی که دارد برای تقویت مهارت‌هایی چون تعمیم، حدسیه سازی و حل مسئله که لازمهٔ بروز خلاقیت و پرورش آن هستند حوزه‌ای مناسب است؛ بنابر این، حل مسئله ریاضی باید در فعالیت‌های این حوزه وجود داشته باشد. خلاقیت در ریاضی که با عبارت خلاقیت ریاضی[1] بیان می‌شود، اغلب پدیده‌ای ناشناخته محسوب می‌شود. از دیدگاه صاحب‌نظران و محققان تعاریف مختلفی برای خلاقیت ریاضی و ویژگی‌های آن می‌توان یافت و این ادبیات بیانگر آن نیز هست که تعریف مشخصی به صورت قراردادی برای خلاقیت ریاضی وجود ندارد (Mann, 2005; Sriraman, 2005; Haylock, 1987; Sriraman & Lee, 2012). در ادامه برای آشنایی با حوزه خلاقیت ریاضی به بعضی از تعاریف خلاقیت ریاضی اشاره می‌شود که صاحب‌نظران این حوزه مطرح کرده‌اند.

لی کوک[2] (1970) خلاقیت ریاضی را توانایی تحلیل مسئله به شیوه‌های مختلف و انتخاب روشی مناسب برای روی آوردن به وضعیت‌های ناآشنا در ریاضیات می‌داند (به نقل از

1. mathematical creativity
2. Laycock

ایدریس و نور[1]، 2010). بُدن[2] (2004) نیز ترکیب کردن ایده‌های شناخته شده به شیوه‌های جدید را کاری خلاقانه می‌داند. این نظر تا حدودی مشابه با نظر اروینک[3] (1991) هم هست که بیان می‌کند خلق مفاهیم ریاضی سودمند از طریق ترکیب کردن مفاهیم از قبل شناخته شده و یا کشف روابط ناشناخته بین حقایق و ایده‌های ریاضی می‌توانند به‌مثابهٔ عمل‌های خلاقانه محسوب شوند. او شکل گیری تعریف مفهوم جدید ارزشمند ریاضی با استفاده از مفاهیم قبلی را مثالی از فعالیت خلاقانه در ریاضی می‌داند. چمبرلین و مون[4] (2005) نیز تفکر واگرا[5] را توصیف پذیرفته شده‌ای از خلاقیت ریاضی می‌دانند. بر طبق نظر گیلفورد[6] (1959 و 1967) منظور از تفکر واگرا تفکری است که بر جواب‌های چندگانه با نظر گرفتن مسئله از نقطه نظرهای مختلف تأکیدمی‌کند. در حالی که تفکر همگرا[7] به یافتن تنها یک جواب درست و منطقی برای تکلیف داده شده یا مسئله در حال بررسی می‌پردازد. در واقع، گیلفورد تفکر خلاق را فرایند ذهنی پویا شامل تفکر همگرا و تفکر واگرا می‌داند. وی برای تفکر واگرا چهار مؤلفه در نظر می‌گیرد: سیالی[8] (روانی)، انعطاف‌پذیری[9]، بِکر بودن[10] (تازگی، اصالت) و (گسترش). سیالی بر راه حل‌های متعدد در حل مسئله توجه می‌کند. انعطاف‌پذیری به این توانایی می‌پردازدکه شخص قادر است ایده‌های متنوعی را تولیدکند. بِکر بودن به تولید جواب‌های جدید و غیرمنتظره دلالت دارد و بالاخره بسط به توصیف و گسترش یک ایده و توجه به جزئیات می‌پردازد. لیکین و لو[12] (2013) معتقدند از آن جایی که خلاقیت فرایندی

1. Idris& Nor
2. Boden
3. Ervynck
4. Chamberlin and Moon
5. Divergent thinking
6. Guilford
7. Convergent thinking
8. fluency
9. flexibility
10. originality
11. elaboration
12. Leikin, and Lev

است که منجر به تولید ایده‌ها، رویکردها و اعمال جدید می‌شود از مؤلفه بِکر بودن در حوزه خلاقیت تقدیر بیشتری می‌شود.

پارکر و بگناد[1] (2004) معتقدند که افراد در فرایند حل مسئله به دفعات نیازمند به‌کارگیری تفکر واگرا و تفکر همگرای خود به‌طور متناوبی هستند. همچنین آن‌ها با تأکید بر اهمیت تفکر منطقی معتقدند که تفکر منطقی و تفکر خلاق در این فرایند کامل کننده یکدیگرند و ایده‌های جدید از تعامل بین این دو تفکر شکل می‌گیرند. برخی از محققان (Leikin & Lev, 2013,2007; Leikin,2009; Bahar & Maker, 2011; Kontrovich et al., 2011; Kwon et al., 2006; Walia, 2012; Kiymaz et al. 2012) با مطالعه روی مؤلفه‌های تفکر واگرا- سیالی، انعطاف‌پذیری، بِکر بودن و بسط- سعی در توصیف و تحلیل رفتارهای خلاقانه ریاضی افراد دارند. هدف بهار و میکر (2011) و والیا (2012) از مطالعه روی مؤلفه‌های تفکر واگرا نشان دادن رابطهٔ معنادار بین خلاقیت ریاضی و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان پایه‌های مختلف تحصیلی بوده است. آنان به این نتیجه رسیدند که این مؤلفه‌های چهارگانه می‌توانند پیش‌بین‌های معناداری از پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان در ریاضی باشند. بهار و میکر معتقدند دانش‌آموزان از تجربه‌های تفکر خلاق لذت می‌برند، در حالی که تفکرشان را در ریاضی به خدمت می‌گیرند مفاهیم و فرایندهای ریاضی را بهتر درک می‌کنند و در زمینهٔ ریاضی موفقیت‌های بالاتری کسب می‌کنند.

اگرچه برخی افراد خلاقیت ریاضی را حوزهٔ اختصاصی ریاضی‌دانان حرفه‌ای می‌دانند، سریرامان (2005) معتقد است که خلاقیت در ریاضیات تنها با کار اصیل و بِکر ریاضی‌دانان مرتبط نیست بلکه شامل کشف بعضی موارد توسط شخصی که این کشف برای او جدید است و از قبل شناخته شده نیز می‌شود. از جمله مواقعی که خلاقیت ریاضی آشکار می‌شود زمانی است که شخص جواب غیراستانداردی برای مسئله‌ای می‌یابد که ممکن است قبلاً به شیوه‌ای استاندارد حل شده باشد(Ervynck, 1991; Chamberlin and Moon, 2005).بعضی از

1. Parker & Begnaud

محققان بین تعریف خلاقیت ریاضی در سطح حرفه‌ای و در سطح مدرسه‌ای تمایز قائل می‌شوند (Shriki, 2010). مینا[1] (2008) با بیان این که باید در وضعیت‌های آموزشی تأکید بیشتر روی فرایند خلاقانه باشد و نه فقط محصول آن، معتقد است که محصولات فرایندهای خلاقانه در ریاضی کافی است برای دانش‌آموزان و دانشجویان جدید و بِکر باشد و نه در ریاضی.

بسیاری از محققان بر این باورند که خلاقیت ریاضی در سطوح مدرسه به‌طور کلی مرتبط با حل‌مسئله یا طرح مسئله است (Chamberlin and Moon, 2005; Silver, 1997; Haylock, 1987; Kim, 2009; Yuan &Sriraman,2012; Kontorovich et al., 2011; Leikin & Lev, 2013; Sriraman et al., 2013; Leung, 1997; Sriraman,2004).

لیلجدا و اسریرامن[2] (2006)، ال وود و همکاران[3] (2009) و پوسامنتایر و همکاران[4] (2010) معتقدند که در زمینهٔ‌حل‌مسئله و طرح مسئله در کلاس‌های درسی ریاضی برای فراگیران باید فرصت‌های بسیاری فراهم شود تا بتوانند در مقام یک ریاضی‌دان تازه‌کار، فکر و عمل کنند. با اینکه ریاضی‌دانان پیاپی با مسائلی درگیر می‌شوند که پر از ابهام و عدم قطعیت است، بیشتر برنامه‌های درسی ریاضی و رویکردهای آموزشی از این دید بازپاسخ[5] غفلت می‌کنند و مسائل بد طرح شده و باز پاسخ را در کلاس‌های ریاضی به خدمت نمی‌گیرند. به عبارت دیگر از دادن فرصت‌هایی که افراد با این نوع مسائل به طور مستقل و برای دوره زمانی ممتد و طولانی درگیر شوند خودداری می‌کنند (Sriraman, 2005). این بدان معنی است که باید به افراد فرصت‌هایزیادی داده شود تا مسائل ریاضی چالش برانگیز حل کنند و با تکالیفی دست‌وپنجه نرم کنند که منجر می‌شود آنان خلاقیت ریاضی را تجربه کنند. در این خصوص، هی‌لاک (1987) بیان می‌کند که «به نظر می‌آید شیوه‌ای که از طریق آن، موضوعات ریاضی

1. Mina
2. Liljedahl & Sriraman
3. Ellwood et al.
4. Posamentier et al.
5. open ended

در مدارس یاد داده می‌شود و ارزشیابی می‌شوند به گونه‌ای است که افراد را تشویق به فکر کردن در حوزه‌های محدود و معینی می‌کند که به فرایندها و الگوریتم‌های روتین وابسته هستند. این امر باعث می‌شود که افراد دربارهٔ مسائل ریاضی غالباً به صورت همگرا فکر کنند. در حالی که باید فرصت‌هایی فراهم شود تاتشویق به شکستن کلیشه‌ها و تصورهای قالبی خود شوند تا بتوانند به طور منعطف و واگرا نیز فکر کنند. متأسفانه، تفکر ریاضی که ممکن است بتواند توصیف خلاقانه را در کلاس‌های درس توجیه کند، در این کلاس‌هامورد غفلت قرار گرفته است» (صص ۶۰-۵۹).

محققان بر این باورند که عوامل متعددی بر پرورش خلاقیت ریاضی و همچنین برزمینه‌های بروز آن تأثیرگذار هستند؛ از آن جمله می‌توان به نقش مهارت‌ها و دانش ریاضی و ویژگی‌های شخصیتی اشاره کرد. در ادامه به بعضی از این پژوهش‌ها اشاره شده است.

مهارت‌ها و دانش ریاضی و ویژگی‌های شخصیتی

صاحب‌نظران معتقدند که دانش موضوعی به میزان بسیاری سبب بهبود عملکرد حل مسئله می‌شود، اما داشتن دانش به تنهایی برای حل مسائل چالش‌برانگیز کافی نیست، بلکه آگاهی از چگونگی و چرایی روابط بین این دانش نیز بسیار ضروری است. جاناسن[1] (1997) بیان می‌کند افرادی که در حل مسائل موفق‌ترند، معمولاً دارای دانش موضوعی مرتبط به هم در آن حوزه خاص هستند. در واقع، برای حل مسئله شخص باید بتواند دانسته‌های قبلی خود را به شیوه‌ای جدید با هم ترکیب کند. به عبارت دیگر اگر شخص دارای دانش موضوعی باشد که به خوبی درذهن او سازمان یافته است، توانایی او در استفاده از این دانش و به‌کارگیری به موقع راهبردها افزایش می‌یابد. اگر شخص در حل مسئلهدانش موضوعی داشته باشد و به خوبی آن را در ذهنش سازماندهی و منسجم نکرده باشد در موقعیت‌های مورد نیاز نمی‌تواند آن را به

1. Jonassen

خوبی به‌کارگیرد و این امر بر اهمیت درک و بصیرت دلالت دارد. اروینک (1991) نیز درک و بصیرت را از نیروهای محرکه خلاقیت در ریاضی می‌داند.

یان و سریرامان (2012) نیز در تحقیق خود به این نتیجه رسیدند که دانش پایه و مهارت‌های اساسی می‌تواند ارتباط زیادی با خلاقیت ریاضی داشته و قطعاً باید برای خلاق شدن در ریاضی، تعادلی بین این دو وجود داشته باشد. کاتوو[1] و همکاران (2009) در مطالعه خود تلاش بر ارائه فاکتورهایی داشتند که توانایی خلاق در ریاضی را پیش‌بینی می‌کند. آن‌ها دریافتند که می‌توان برای پیش‌بینی پتانسیل خلاقیت افراد در ریاضی از دانش موضوعی و همچنین توانایی‌های ریاضی اعم از توانایی‌های فضائی، استدلال استقرایی و استدلال استنتاجی استفاده کرد. آن‌ها همانند بسیاری از محققین (Ervynck, 1991; Hadamard, 1945; Poincare, 1948,1956) معتقدند که خلاقیت در ریاضی توانایی دیدن روابط جدید و ارتباط دادن بین ایده‌های به ظاهر نامرتبط است. از آن جایی که در انجام فعالیت‌های خلاقانه، شخص نیاز به دوباره ترکیب کردن ایده‌های ریاضی دارد بنابراین، دانش و توانایی‌های ریاضی از جمله عامل‌های مهم و تأثیرگذار در خلاقیت ریاضی هستند. استاندارد ارتباطات و اتصالات ریاضی[2] که یکی از اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای (NCTM, 2000) است نیزبیان می‌کند که ارتباطات و اتصالات درون و برون ریاضی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

زمانی نسبت به ایدهٔ ریاضی درک و بصیرت پیدا می‌کنیم که بتوانیم آن را با سایر ایده‌ها ارتباط دهیم و بین آن‌ها اتصال و ارتباط برقرار کنیم (McIntosh et al., 2000). از آن جا که در فرایند حل مسئله فرد نیاز دارد دانش قبلی خود را به گونه‌ای جدید با هم ترکیب کند، مهارت ارتباط دادن بین اجزای این دانش از اهمیت خاصی برخوردار است. درک و بصیرت داشتن به ایجاد این ارتباط کمک زیادی می‌کند. در واقع، می‌توان گفت درک و بصیرت در آموزش زمانی رخ می‌دهد که اتصالات و ارتباطات بین مفاهیم و حوزه‌های مختلف ریاضی

1. Kattou
2. connection

برای یادگیرنده مشخص شده باشد. از طریق تعمیم دادن در ریاضی نیزمی‌توان بین مفاهیم و ایده‌ها ارتباط برقرار کرد. همچنین، درک و بصیرت داشتن و توانایی ارتباط دادن به توانایی تعمیم دادن کمک می‌کند. به گفته اروینک(1991) توانایی تعمیم دادن از نیروهای محرکه خلاقیت در ریاضی است. سریرامان(۲۰۰۳)نیز در این خصوص بیان می‌کند که تعمیم شکلی از فعالیت خلاقانه ریاضی محسوب می‌شود.

اروینک(1991) علاوه بر تعمیم، شهود[1]را نیز از نیروهای محرکهٔ خلاقیت ریاضی می‌داند. بسیاری از محققان، شهود را عامل اساسی برای خلق نظریه‌های ریاضی می‌دانند و معتقدند که باعث بالا رفتن درک ریاضی‌دانانی می‌شود که نظریه‌های ریاضی را خلق می‌کنند (Borba & Villarreal, 2005; Polya, 1962,1945; Lakatos, 1976; Poincare, 1956; Hadamard, 1945; Tall, 1991). شاید به جرئتبتوان گفت که خلق بسیاری از ایده‌های ریاضی توسط ریاضی‌دانان، به کمک شهود اولیه آنان قبل از دنبال کردن استدلال‌های منطقی است.در واقع، اگر چه شهود برای اعتبار بخشیدن خود نیاز به دقت و منطق دارد، نقطهٔ مقابل دقت نیست (Tall, 1991) بلکه از تعامل بین این دوایده‌های ریاضی شکل می‌گیرند. در حقیقت شهود گامی مؤثر در جهت رسیدن به ریاضیات صوری و رسمی است. دیوید تال (1991) به دلیل وجود ساختارهای منطقی در ریاضیات منطق را یکی از ابزارهای پرورش شهود می‌داند. تال شهود را محصول تصاویر ذهنی فرد معرفی می‌کند.

کیماز و همکاران (2012) نیز در پژوهش خود بر اهمیت تفکر شهودی تأکید کردند. هدف اصلی مطالعهٔآنان تعیین ویژگی‌های مهارت تفکر خلاق در دانشجو- معلمان ریاضی دبیرستان در حین فرایند حل مسائل ریاضی بر اساس مؤلفه‌های سیالی، انعطاف‌پذیری و بِکربودن است. آنان معتقدند که مدارس تجربه‌های کافی مرتبط با خلاقیت ریاضی را در اختیار افراد قرار نمی‌دهد. بنابراین، مطالعه مهارت‌های تفکر خلاق دانشجو- معلمان ریاضی که قرار است عهده‌دار مسئولیت تدریس باشند، از اهمیت زیادی برخوردار است. آن‌ها در

1. intuiton

تحقیق خود به اهمیت مواردی از جمله: تفکر شهودی، تفکر منطقی، استراتژی‌های حل مسئله، جستجوی روابط و الگوها و غلبه بر قالبی فکرکردن تأکید کردند. کیماز و همکاران به برخی از ویژگی‌های تفکر شهودی اشاره می‌کنند: اجتناب از عملیات الگوریتمی، علاقه نداشتن به نوشتن، ریسک‌پذیری در حل مسائل و استفاده از شکل‌ها و نمودارها در حل مسائل جبری. همچنین آنان به برخی از ویژگی‌های تفکر منطقی نیز اشاره می‌کنند: اجتناب نکردن از عملیات الگوریتمی، ادامه به حل مسئله در یک مسیر از پیش تعیین شده، ریسک نکردن در حل مسائل و اجتناب نکردن از نوشتن جزئیات تفکرشان (ص ۱۸۷). علاوه بر این، بیان می‌کنند افرادی که در حل مسائل بیشتر بر تفکر منطقی خود وابسته‌اند، سیالی در ارائه ایده‌های آنان بیشتر دیده می‌شود و افرادی که بر تفکر شهودی بیشتر تکیه می‌کنند، منعطف‌تر فکر می‌کنند و در حل مسائل ریسک‌پذیری بیشتری از خود نشان می‌دهند. همچنین آنان در تحقیق خود به اهمیت ویژگی‌های شخصیتی از جمله سماجت در حل مسائل نیز تأکید می‌کنند.

ویلکرسون و ویلن‌اسکای[1] (2008) برای پاسخگویی به این سؤال که متخصصان حوزهٔ ریاضی چگونه دربارهٔ ایده‌ها و پدیده‌های ناشناخته در ریاضی فکر می‌کنند و به آن‌ها معنا می‌بخشند، تحقیقی با رویکرد کیفی و با استفاده از مصاحبه‌های نیمه ساختاریافته در مورد استادان و دانشجویان انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که دانش و تجربه های قبلی ریاضی افراد، نقشی اساسی ایفا می‌کند. آنان بر اهمیت دانش، شامل دانش رسمی و دانش غیررسمی که به صورت تصورهای ذهنی افراد است، تأکید می‌کنند و بیان می‌کنند که تازه‌کاران ریاضی همان طوری که مسیر خود را به سمت کارشناس شدن در این حوزه ادامه می‌دهند، دانش آنان به سمت دانش رسمی سوق می‌یابد. در این دانش رسمی اشیای ریاضی همراه با فرایندهای وابستهٔ آن‌ها به صورت بسته‌بندی در ذهن متخصصان وجود دارد. این نظر مشابه نظر اروینک است (1991) که بیان می‌کرد در سطوح میانی خلاقیت، مفاهیم ریاضی به صورت یک شئ در

1. Wilkerson & Wilensky

ذهن فرد بسته‌بندی می‌شود و فرد به هنگام نیاز از آن در جای ابزار استفاده می‌کند.برتن[1] (1999) نیز تلاش کرد که با مطالعهٔ کیفی به این مسئله بپردازد که ریاضی‌دانان ریاضی را چطور می‌فهمند؛ به این نتیجه رسید که ارتباط دادن بین مفاهیم ریاضی و بین حوزه‌های ریاضی در این خصوص از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. از آنجا که حوزه‌های مختلف ریاضی با هم همپوشانی دارند و با یکدیگر در ارتباط‌اند، او بر اهمیت ارتباط دادن این حوزه‌ها و کاربردپذیری یک حوزه در حوزه‌های دیگر تأکید می‌کند.

پیشینهٔنظری و پژوهش در حیطهٔ حل مسائل خلاقانه درریاضی حاکی از آن است که تحقیق در این زمینه نیازمند توجه به مؤلفه‌های مختلفی از جمله جنبه‌های فراشناختی است. از آن جا که فراشناخت عامل اساسی در حل مسئله و طرح مسئله است (Schoenfeld, 1985; Baker & Norman, 2012) و حل مسئله و طرح مسئله از جمله فعالیت‌های خلاقانه در ریاضی محسوب می‌شوند، توجه به فراشناخت و مؤلفه‌های دخیل در آن باید سهم فراوانی در فعالیت‌های خلاقانه ریاضی داشته باشند. ونگ[2] (2012) طی تحقیقی به این نتیجه‌رسیدکه در خلال فرایند یادگیری وقتی دانش‌آموزان از خود سؤال‌های ریاضی می‌پرسند، یادگیری و فراشناخت آن‌ها ارتقا می‌یابد. این عمل باعث می‌شود آنان یادبگیرندکه چگونه مانند یک ریاضی‌دان فکرکنند، چرا که ریاضی‌دانان نیزایده‌های جدید خود را با پرسیدن سؤال‌های جدید و تلاش برای حل آن خلق می‌کنند. بیکر و نورمن (2012) نقش توانایی‌های فراشناختی را در حل مسائل ریاضی حیاتی می‌دانند. آنان با معرفی انواع توانایی‌های درگیر شده در فرایند حل مسئله معتقدند که بهبود و توسعهٔتوانایی‌های فراشناختی به افراد کمک می‌کند در ریاضی که ذهن‌های خلاقی داشته باشند.

در ایران پژوهش‌های متعددی در مورد خلاقیت در سطوح مختلف تحصیلی و دانشگاهی انجام شده است؛ اما به نظر می‌رسد پژوهش‌هایی که خلاقیت در ریاضی را بررسی کنند، تقریباً

1. Burton
2. Wong

وجود ندارد. البته در کشورما پژوهش‌هایی انجام شده است که به‌طور غیرمستقیم با آن مرتبط باشد. بیشتر این پژوهش‌ها در ریاضی ابعادی از حل مسئله و طرح مسئله را بررسی کرده‌اند.

تحقیقاتی که ذکر شد بر اهمیت ویژگی‌های شخصیتی و مهارت‌ها و دانش ریاضی بر حل مسائل غیرمعمول و خلاقیت ریاضی تأکیدمی‌کند؛ اما به نظر می‌رسد که چگونگی تأثیرآن‌ها بر حل مسائل غیرمعمول و خلاقیت ریاضی بررسی نشده است. از اهداف اصلی این پژوهش آن است که از منظر دانشجویان ایرانی شرکت‌کننده در این پژوهش که در رشته ریاضی تحصیل می‌کنند به ابعادی از خلاقیت ریاضی بپردازد و به سؤالاتی در این خصوص پاسخ دهد:

سؤال اول: مهارت‌ها و دانش ریاضی دانشجویان چگونه می‌تواند در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در ریاضی تأثیر بگذارد؟

سؤال دوم: ویژگی‌های شخصیتی دانشجویان چگونه می‌تواند در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در ریاضی تأثیر بگذارد؟

روش پژوهش

پژوهش حاضر با هدف چگونگی تأثیر مهارت‌ها و دانش ریاضی و ویژگی‌های شخصیتی دانشجویان رشته ریاضی در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی و شناسایی چارچوبی مفهومی آن شکل گرفته است. از آن جا که به نظر می‌رسد این پدیده برای اولین بار، حداقل در کشور ایران، در قالب یک پژوهش بررسی شده است به استفاده از رویکرد پژوهشی نیاز است که بتواند این پدیده را موشکافی کند. در این پژوهش رویکرد کیفی به روش نظریهٔ زمینه‌ای[1] مناسب تشخیص داده شد؛ چرا که این روش امکان مطالعهٔ عمیق پدیده‌ها را در بافت طبیعی خود فراهم می‌آورد وبه جای تدوین فرضیه‌ها و آزمون آن‌ها به ارائه چارچوبی مفهومی[2] یا تولد نظریه‌ای منجر می‌شود. به منظور بررسی عمیق‌تر از نمونه‌گیری هدفمند استفاده شد و نمونه از افرادیتشکیل شد که با موضوع این پژوهش تعامل بیشتری دارد

1. grounded theory
2. Theoretical frameworks

و اطلاعات جامعی در اختیار محقق قرار می‌دهد. هدف این پژوهش کهاز پژوهش‌های کیفی است، تعمیم پذیری نیست و محقق بیشتر از آنکه دغدغه تعمیم پذیری داشته باشد در پی شناخت دقیق حوزهٔتحقیق خود است. این پژوهش، جزء پژوهش‌های اکتشافی است و از نظر هدف بنیادی محسوب می‌شود.

جامعه و نمونه: جامعهٔ آماری این پژوهش کلیهٔ دانشجویان شاغل به تحصیل در رشتهٔ ریاضی در دانشگاه‌های دولتی شهر تهران هستند. در تحقیقات کیفی به روش نظریهٔ زمینه‌ای به جای نمونه‌گیری تصادفی از نمونه‌گیری هدفمند و نظری[1] استفاده می‌شود؛ به طوری که برای خلق نظریه یا کشف چارچوب نظری بیشترین اطلاعات را در اختیار پژوهشگر قرار دهد (Gall et al., 2003، ترجمه نصر و همکاران، ۱۳۸۶). در این این پژوهش ۱۳ دانشجو از چند دانشگاه در دسترس که بتوانند بیشترین اطلاعات را در اختیار پژوهشگر قرار دهند، برای انجام مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختار یافته به‌طور داوطلبانه به مشارکت دعوت شدند. مبنای توقف نمونه‌گیری بر اساس اشباع نظری[2] مقوله‌ها[3] است. در این پژوهش نمونه‌گیری و انجام مصاحبه تا جایی ادامه یافت که محقق متقاعد شد که انجام مصاحبه‌های بیشتر به داده‌ها چیزی اضافه نمی‌کند. در واقع، پس از مصاحبه با ده دانشجو محقق به این نتیجه رسید که اشباع نظری در مقوله‌ها اتفاق افتاده است. برای کسب اطمینان بیشتر مصاحبه با سه نفر دیگر ادامه یافت و معلوم شد که در ارتباط با مقوله‌ها، داده‌های جدیدی به دست نیامد. به این ترتیب حجم نمونه به ۱۳ نفر رسید. برای هر یک از مشارکت‌کنندگان نام مستعاری در نظر گرفته شده است. برای مثال، ک.م. نام یکی از مشارکت‌کنندگان این پژوهش است.

روش گردآوری داده‌ها: کرسول[4] (1998) مصاحبه را از مهم‌ترین ابزارهای گردآوری داده‌ها در روش نظریهٔ زمینه‌ای می‌داند و معتقد است که مصاحبه می‌تواند بهترین ابزار برای

1. theoretical sampling
2. theoretical saturation
3. categories
4. Creswell

به‌دست آوردن تجربه‌های اشخاص به بیان خودشان باشند. همچنین، اشتراوس و کوربین[1] (1998) نیز بیان می‌کنند که در نظریهٔ زمینه‌ایتأکید بیشتر بر مصاحبه شفاهی، ضبط و پیاده‌سازی آن‌هاست. ابزار گردآوری در تحقیق حاضر، مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختار یافته بود. در این مصاحبه‌های نیمه ساختار یافته بر اساس سؤالات تحقیق پرسش‌هایی مطرح شد و سپس با توجه به پاسخ‌های مصاحبه شونده‌ها سؤال‌های تکمیلی مرتبط با سؤال‌های تحقیق جهت نیل به مقوله‌های مرتبط با پدیده مطرح و پرسیده شد.

قبل از انجام هر مصاحبه، ابتدا توضیح مختصری دربارهٔ اهداف تحقیق به مصاحبه شونده‌ها ارائه شد. در خلال مصاحبه‌هابه آنان اختیار تام داده شد که هر جا به وقفه و استراحت نیاز داشتنداعلام کنند. با کسب اجازه از آنان مصاحبه‌ها به صورت صوتی ضبط شد. طول زمان مصاحبه‌ها از ۴۵ تا ۱۵۰ دقیقه متغیر بود. پس از انجام مصاحبه‌ها برای تحلیل داده‌هافایل‌های صوتی به نوشتار تبدیل شدند؛ در کل فرایند پژوهش محقق یادداشت‌های شخصی و تحلیلی خود را کامل و کامل‌تر می‌کرد.

روش تجزیه و تحلیل داده‌ها: بعد از پایان هر مصاحبه و تبدیل محتوای مصاحبه به نوشتار، مطالب برای تأیید به مصاحبه شوندگان نشان داده شد. این عمل که « بررسی توسط اعضا[2]» گفته می‌شود، معیاری برای اعتبار یافته‌های تحقیق است(Lincoln & Guba, 1985، نقل شده در Walker, 2008). بعد از حصول اطمینان از مطالب فایل‌های نوشتاریبه منظور استخراج مفاهیم و مقوله‌ها، فرایند کدگذاری انجام شد. برای این منظور ابتدا متن مصاحبه چندین بار مطالعه شد و با بررسی خط به خط آن نکات کلیدی متن‌ها برای مفهوم‌سازی و مقوله‌سازی استخراج و سپس کدگذاری باز[3] و محوری[4] انجام شد. همانطوری که می‌دانیم روش نظریهٔ زمینه‌ای در فرایند رفت و برگشت میان داده‌ها و تحلیل آن‌ها انجام می‌شود و این فرایند رفت و

1. Corbin & Strauss
2. member checking
3. open coding
4. axial coding

برگشتی تا زمان اشباع نظری ادامه دارد. در این تحقیق، مصاحبه به مصاحبه، جهت توسعه و تکمیل چارچوب مفهومی همواره از مقایسه داده‌های جدید با داده‌های مصاحبه‌های قبلی استفاده کرده است. از آن جا که هدف این تحقیق، ارائهٔ چارچوب مفهومی است به مرحلهٔ سوم کدگذاری یعنی کدگذاری انتخابی[1] نیازی نبود (Strauss &Corbin, 1998). در این پژوهش به منظور تسهیل در تحلیل داده‌ها و فرایند کدگذاری از نرم‌افزار MAXQDA9 استفاده شده است.

اعتبار بخشی پژوهش: در این تحقیق برای حصول اطمینان از کیفیت تحقیق از معیارهای مطرح شده توسط لینکلن و گوبا[2] (1985) استفاده شده است. معیارهای باورپذیری[3]، اطمینان پذیری[4]، انتقال پذیری[5] و تأییدپذیری[6] که تحت عنوان معیارهای اعتمادپذیری[7] در تحقیقات کیفی است. به گفته فلیک[8] (2006، ترجمه جلیلی، ۱۳۹۰)، این معیارها به این موضوع می‌پردازد که تا چه میزان می‌توان به یافته‌های تحقیق اعتماد کرد. در این تحقیق برای دست‌یابی به این اعتبار اقدام‌های زیر انجام شده است:

- در طول فرایند تحقیق همواره پژوهشگر تعامل مستمر و طولانی خود را با مشارکت‌کنندگان، داده‌ها و میدان تحقیق حفظ و برای بیشتر کردن این تعامل تلاش کرد.
- پژوهشگر به‌منظور اطلاع از صحت‌وسقم استنباط‌های خود، داده‌ها و یافته‌های خود را به مشارکت‌کنندگان نشان داد و همچنین از نظرات اصلاحی آنان استفاده کرد.

1. selective coding
2. Lincoln &Guba
3. credibility
4. dependability
5. transferability
6. conformability
7. trustworthiness
8. Flick

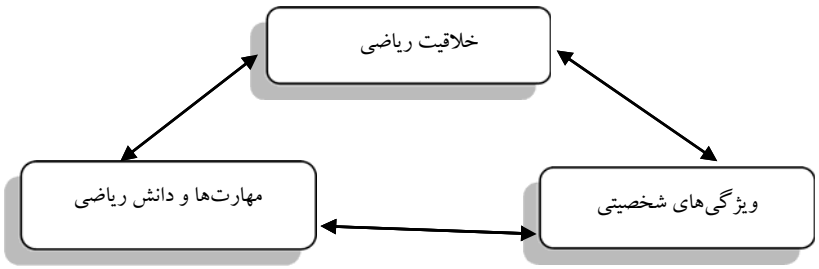
- پژوهشگر برای تأیید درک و تفسیر خود در خلال مصاحبه با مشارکت‌کنندگان، صحبت‌های آنان را گاهی اوقات به زبان خود تکرار کرد و از آنان تأیید گرفته است (تکنیک پارافریزینگ).
- بعد از انجام مصاحبه و پیاده‌سازی آن، پژوهشگر علاوه بر این که خود مصاحبه‌ها را کدگذاری کرد از شخص صاحب‌نظر دیگری هم برای کدگذاری مصاحبه‌ها کمک گرفت و گاهی هم فرایند کدگذاری به صورت اشتراکی با این فرد انجام شده است.
- پژوهشگر نتایج خود را به متخصصان و صاحب‌نظران نشان داد و از صحت‌وسقم تحلیل داده‌ها و نتایج مطلع شد.
- پژوهشگر کیفی می‌تواند از یادداشت‌های[1] مختلفی استفاده کند (Lincoln & Guba, 1989). در این تحقیق پژوهشگر در فرایند کار همواره رفتارهای پژوهشی خود را ثبت و یادداشت کرد و از یادداشت‌های شخصی و تحلیلی خویش بهره برد.
- پژوهشگر نتایج خود را بر اساس داده‌های جمع‌آوری شده و در عین بی‌طرفی، آن‌ها را قضاوت و مستندسازی کرد.
- همواره پژوهشگر سعی کرد تا دقت لازم در انجام مصاحبه‌ها، تحلیل داده‌ها و هم در ارائه چارچوب مفهومی داشته باشد و به نکات توصیه شده از سوی صاحب‌نظران عمل کند.
- پژوهشگر در انتخاب مشارکت‌کنندگان افرادی را برگزید که تعامل بیشتری با موضوع داشتند تا بتوانند بیشترین اطلاعات را در اختیار قرار دهند.

یافته‌های پژوهش

در این بخش به ارائه داده‌های کیفی حاصل از فرایند کدگذاری و تحلیل مصاحبه‌های عمیق انجام شده با مشارکت کنندگان پرداخته می‌شود و مقوله‌ها و زیرمقوله‌هایبه دست آمده از فرایند کدگذاری بازو محوری ارائه می‌شود. هدف اساسی در این پژوهش این است که از

1. memos

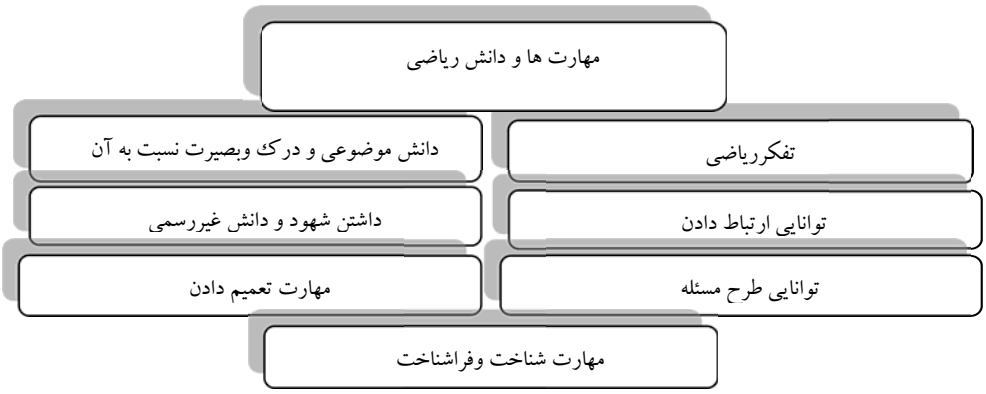
منظر دانشجویان رشته ریاضی ابعادی از پدیدهٔ خلاقیت ریاضی بررسی شود؛ در واقع، به چگونگی تأثیر مهارت‌ها و دانش ریاضی و ویژگی‌های شخصیتی دانشجویان رشته ریاضی در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی پرداخته شود. چارچوب مفهومی استخراج شده از داده‌ها درشکل ۱ نشان داده شده است.برای جلوگیری از پیچیده شدن شکل، زیرمقوله‌هایآن رسم نشده است؛ در ادامه زیرمقوله‌ها توضیح داده می‌شوند.



شکل ۱. مدل مفهومی

سؤال اول: مهارت‌ها و دانش ریاضی دانشجویان چگونه می‌تواند در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در ریاضی تأثیر بگذارد؟

بررسی و طبقه‌بندی مقوله‌ها نشان می‌دهد که بر اساس دیدگاه‌هایمشارکت‌کنندگان این پژوهش، تمایلات مهارت‌ها و دانش ریاضی افراد در بروز خلاقیت در ریاضی مؤثر است. این مقوله در قالب زیرمقوله‌های متعددی در خلال مصاحبه‌ها مشاهده‌شدنی و استنباط‌شدنی است که پس از کدگذاری و استخراج مهم‌ترین آن‌ها در شکل ۲ ارائه شده است.



شکل ۲. زیرمقوله‌های مقولهٔمهارت‌ها و دانش ریاضی

تفکر ریاضی

برخی از مشارکت‌کنندگان به اهمیت تفکر ریاضی اشاره کردند و در قالب تفکر منطقی برآنتأکیدکردند و آن را جزء ضروری در برخورد با مسائل ریاضی می‌دانند. برای مثال، م.ح. در مورد فوائد منطقی بودن می‌گوید:

«وقتی آدم منطق و استدلالش قوی باشد راحت‌تر می‌تواند روی مسائل ریاضی و حتی مسائل روزمره فکر کند و ایدهٔ مناسب بدهد تا بتواند مسئله‌ای را حل کند. منطق جزئی از دانش تخصصی ریاضی است و یک جورهایی تقریباً زیر گروه آن است».

همچنین او معتقد است:

«انسان باید تا حد امکان منطقی هم باشد. فقط با احساسش در ریاضی خلاق نباشد؛ یعنی تصور شهودی داشته باشد نه این که اصلاً تصور شهودی را کامل کنار بگذارد ولی این طور نباشد که آخر شهودش سلطان ذهنش شود و باعث شود که منطق از بین برود. شهودش را به سمت منطق هدایت کند ...منطق و تصور شهودی خیلی کمک می‌کند.به‌خصوص تصور شهودی؛ چون که منطق چیزی است که به قول معروف آن ضربه آخر را می‌زند. ضربهٔ میان راه را تصور شهودی انجام می‌دهد و منطق آن ضربهٔ آخری است که به مسئله وارد می‌کنیم».

ت.ه. بر اهمیت تفکر منطقی در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه تأکید می‌کند و معتقد است که پایه‌های تفکر منطقی در ریاضی از اول دبستان شکل می‌گیرد.همچنین بیان می‌کند که ریاضی، منطقی بودن را به افراد آموزش می‌دهد:

«منطق ابزار مهمی در راه‌حل‌های خلاقانه است. یک وقت‌هایی فکرهای اولیه به ما می‌گوید که جواب چی می‌شود ولی تا وقتی که منطق نباشد، نمی‌توان برای آن استدلال کرد و کسی قبول نمی‌کند. منطق ابزاری است که به ما می‌گوید راه را درست می‌رویم یا نه و بر راه‌حل نظارت دارد... یک دانشجوی ریاضی باید کلاً منطقش قوی باشد ... منطق را ریاضی به او یاد داده است. دانش ریاضی، فکر او را منطقی بار می‌آورد. شروعش در مدرسه از اول دبستان بوده است که با رگه‌هایی از منطق آشنا می‌شود».

ش. ز. همانند ت. ه. بر اهمیت منطق ریاضی تأکید می‌کند و معتقد است تفکر منطقی، نتیجهٔ *دانستن فراوان ریاضی* است وبیان می‌کند که حتی می‌توان ریاضی را با منطق برابر دانست:

«تفکر شخصی که ریاضی حل می‌کند، منطقی است.منطق ریاضی با منطقِ همین طوری یعنی منطق اجتماعی فرق می‌کند. منطق ریاضی فرد با دانستن زیاد ریاضی ایجاد می‌شود. یعنی به تدریج که ریاضی یاد می‌گیرد، چون ریاضی همه چیزش براساس منطق است. مثلاً وقتی از این به آن می‌رسی، تو داری منطق را قبول می‌کنی و بر اساس منطق عمل می‌کنی. شاید بتوان ریاضی را برابر با منطق دانست، همه ریاضی براساس منطق رشد پیدا کرده است».

دانش موضوعی ریاضی و درک و بصیرت نسبت به آن

همهٔ مشارکت‌کنندگان هم نظر بودند که دانش و آگاهی نسبت به موضوع ریاضی و همچنین استفاده از این دانش در موفقیت و بروز خلاقیت ریاضیِ فرد مؤثر است. برای مثال، ک. م. معتقد است:

«دانش موضوعی صددرصد [در بروز خلاقیت ریاضی] تأثیر دارد و منطقی است که اثر دارد. دانش تخصصی قبلی افراد می‌تواند در خلاقیت آن‌ها در موضوع مورد نظر خیلی تأثیر داشته باشد».

به نظر ل. م. دانش موضوعی در بروز خلاقیت مؤثر است:

«دانش ریاضی تأثیر دارد. اگر دانش ریاضی بیشتری داشته باشیم، ایده‌های بهتری به ذهن می‌رسد و خلاقیت به وجود می‌آید».

س. ف. نیز معتقد است که دانش ریاضی مرتبط در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه تأثیرگذار است:

«اگر من ریاضی را خوب بدانم در این که راه‌حل خلاقانه بروم، مؤثر است. در واقع باید ریاضی را بدانم و فهمیده باشم که بتوانم در حل مسئله تشخیص دهم از کدام روش استفاده کنم یا از کدام مسئله دیگر می‌توانم کمک بگیرم. این‌ها همه مهم هستند».

ن. م. بر اهمیت دانش و ارتباط اجزای آن با هم یعنی درک و بصیرت تأکید می‌کند:

«اگر یک مسئله به شما بدهند و مثلاً بگویند با استفاده از کل دانشی که داری آن را حل کن و اشاره نکنند که این سؤال مرتبط با فلان مبحث ریاضی است و شخص آن را حل کند، این یک خلاقیت است».

ش. ز. درک و فهم عمیق از مفاهیم ریاضی را یکی از عوامل موفقیت افراد در موقعیت‌های گوناگون و یکی از ویژگی‌های افراد خلاق در ریاضی می‌داند و در این مورد می‌گوید:

«دانش هم مهم است. کل قضیه‌ها را باید بدانی و ارتباط آن‌ها را هم بدانی. قشنگ فهمیده باشی. مثلاً آنالیز را من کاملاً می‌فهمیدم ... خلاقیت در ریاضی سخت‌تر است تا در مسائل معمولی. در ریاضی، خیلی چیزهای آن خوانده شده و خیلی چیزهای آن به دست آمده است. اگر شما بخواهید روی این خیلی چیزها، یک چیز دیگر هم اضافه کنید، بالاخره سخت‌تر است تا مسائل روزمره. باید دانش آن را خیلی زیادتر از خود ریاضی داشته باشی و باید همه آن چیزهایی که به دست آمده را بدانی تا بتوانی چیزی به آن اضافه کنی و برای همین سخت‌تر است».

س. ف. بر فهم و درک برای انتخاب راه‌حل مناسبِ حل مسائل تأکید می‌کند و می‌گوید:

«باید ریاضی را بدانم و فهمیده باشم که بتوانم در حل مسئله تشخیص دهم از کدام روش استفاده کنم یا از کدام مسئله دیگر می‌توانم کمک بگیرم».

ف.ح. بیان می‌دارد:

«به نظر من کسانی که خلاق هستند اطلاعات خوبی دارند ... منظورم از اطلاعات یعنی کسی که آن‌قدر برای ریاضیات ارزش قائل شده و آن‌قدر این شخص دنبال کار ریاضیات دویده که هر چیزی از او بپرسند می‌تواند جواب دهد. ممکن است کمی هم فکر کند ولی بهترین و ساده‌ترین راه را انتخاب می‌کند؛ چون می‌داند، یعنی اطلاعات دارد».

ف. ح. در این مورد برای خلاق شدن در ریاضی توصیه‌ای دارد:

«اولاً درس‌ها را خوب و عمیق بخوان و بگو چرا این را این طور تعریف کردی و چرا این تابع را وارد کردی. قضیه‌ها را وقتی یاد بگیری، نحوهٔ تفکر روی سؤال‌ها هم تمرین می‌شود ... وقتی از استاد می‌پرسیم شروع حل را از کجا بفهمیم، بیشتر استادها می‌گویند که باید بیشتر تمرین حل کنید، باید با عمق بیشتری بخوانید. خودم هم دیدم که وقتی زیاد تمرین حل می‌کنم، این اتفاق می‌افتد».

ف. ح. با مثالی به مهارت افرادی اشاره می‌کند که درک و احاطه بیشتری نسبت به یک موضوع دارند؛ او توضیح می‌دهد:

«در آن مثال معروف خرگوش و هویج، ما چون علاوه بر خرگوش هویج را هم در آن شکل می‌بینیم، راه را پیدا می‌کنیم. ما می‌بینیم، چرا چون احاطه‌ای از بالا داریم. شاید کار یک استاد یا حتی یک دانشجو برای حل تمرین شبیه این باشد؛ چون احاطه‌ای از بالا به موضوع دارد. حالا ما که در ریاضی تازه کار هستیم شاید این احاطه را نداشته باشیم».

داشتن شهود و دانش غیررسمی

برخی از مشارکت‌کنندگان معتقدند که فرایند آزمون و خطا و همچنین استفادهٔ مناسب از شهود و درک اولیه می‌تواند در موفقیت حل مسائل مؤثر باشد. آن‌ها نیز بر این باورند حتی ریاضی‌دانان و افراد خلاق نیز برای رسیدن به هدف، مرحلهٔ آزمون و خطا را طی می‌کنند و از شهود اولیهٔ خود به خوبی استفاده می‌کنند. برای مثال، ف. ح. می‌گوید:

«شروع راه‌حل یا اثبات‌ها یک دفعه به ذهن ریاضی‌دانان نرسیده است. کارهای زیادی روی آن انجام داده‌اند که همراه با آزمایش و خطا بوده است. اگر شخص آزمایش و خطا نکند،

ریاضی‌دان نمی‌شود. این آزمایش و خطاهاست که به آدم یاد می‌دهد که چه کار کنیم ... خطا کردن چیز بدی نیست ولی باید به اندازه خطا کنیم. نمی‌شود که هر دفعه خطا کنیم. اول شاید خطاها زیاد باشد ولی کم کم این خطاها کم می‌شود و بعد درست می‌شود... به نظر من در این راه‌های خطا تجربه‌های زیادی هست».

ش. ز. بیان می‌دارد:

«وقتی گاوس در حال حل کردن مسئله جمع ۱+۲+...+n بود، همه کارهایی که من اول از آن جا شروع می‌کنم را انجام داده است و مرتب راه‌های مختلف را امتحان کرده تا به نتیجه رسیده است ... برای هر مسئله که یک سری کارها روی آن انجام می‌دهی که شاید این راه‌حل‌ها درست نباشند، ولی همین باعث شده که در مسئله حل کردن راه بیفتی».

ک. م. نیز همانند ش. ز. از اهمیت شهود اولیه در ریاضیات می‌گوید و تجربه‌ای را نیز در مورد خودش بیان می‌دارد:

«منطق و تصور شهودی خیلی کمک می‌کند؛ مخصوصاً تصور شهودی، چون منطق چیزی است که به قول معروف ضربهٔ آخر را می‌زند. ضربهٔ میان راه را تصور شهودیمی‌زند و منطق آن ضربه آخری است که به مسئله وارد می‌کنیم».

او در این مورد توضیح بیشتری می‌دهد:

«منظورم از تصور شهودی این است که... فرض کنیم می‌خواهیم مسئله سختی را حل کنیم. مثلاً جمع ۱+۲+...+n و زمان قبل از شخص گاوس باشد که مسئله سختی به حساب آید. فرض کنیم شخص یک سری کارهای شهودی انجام داده، مثلاً به جای n مقدار بگذارد. n را یک قرار دهیم می‌شود یک، n را ۲ قرار بدهد می‌شود ۲+۱ که نتیجه می‌شود ۳. پس یک سری کارهای شهودی انجام داده است ولی در این شهود، روحی وجود ندارد. باید به این مطالبی که به دست آورده، روح و روانی هم بدهد. به قول معروف با این‌ها ارتباط برقرار کنیم. یعنی مثلاً موقعی که می‌نویسیم... +۲+۱ چه به دردمان می‌خورد، یا اگر به درد نمی‌خورد، بریزیم دور و نگه نداریم. همانبحث پشتکار که دوباره از صفر شروع کند و یک طرز تفکر دیگر ایجاد کند. مثلاً اسم ۱+۲+...+n را s بگذاریم و s را به توان دو برسانیم و یک سری عملیات

جبری انجام دهیم و از این جور چیزها و بعد هم به نتیجه نرسیم و باز خط بزنیم. تا اینکه به راه‌حل گاوس برسیم. یعنی منظورم این است که انسان باید آن‌قدر تمرین کند که تصور شهودی ایجاد شود. از طرف دیگر، تصور شهودی می‌تواند بدین معنا باشد که بین چیزها و حدس‌های اولیه با حل مسئله ارتباط برقرار کنیم».

ک.م. تجربه‌ای را در مورد عملکرد خودش بیان می‌کند که از تصور شهودی بهره برده است:

«حل مسئله‌ای از ریاضی عمومی۱ که یک مسئله مبارزه طلب بود من را به وجد آورد. مسئله خوبی بود و همان روز توانستم بدون کمک حل کنم ... من در این مسئله یک تصور شهودی داشتم، شکل کشیدم و توانستم حل کنم».

ع. م. از مزایا و معایب استفاده از شهود صحبت می‌کند و البته بر فواید استفاده از آن تأکید بیشتری می‌کند:

«گاهی شهود ما را به اشتباه می‌اندازد. اما چیز خوبی است و باعث می‌شود که آدم بیشتر بفهمد. وقتی مسائل پیچیده می‌شود، شهود آدم را به اشتباه می‌اندازد. اما گاهی که آدم هیچی نمی‌فهمد، اگر شهودی از آن داشته باشد می‌تواند در ذهنش استدلالی کند و راهی جلوی پای آدم بگذارد تا بتوانیم شروع کنیم. گاهی اوقات هم وقتی به بن‌بست می‌رسیم، در آن بن‌بست هم شهود کمک می‌کند ... [این شهود] شامل تجسم هم می‌شود. وقتی ریاضی‌دانی مثلاً در حال اثبات قضیه‌ای است، قطعاً او شهود دارد، او شهود به واقعیت دارد و می‌فهمد که چه کار می‌کند».

در واقع، او به استفاده ریاضی‌دانان از شهود هم اشاره می‌کند و این می‌تواند بیانگر شهودی قوی در افراد خبره (ماهر) در ریاضی باشد.

ت. ه. معتقد است:

«برداشت‌های اولیه و راه‌حل‌های اولیه‌ای که به ذهن می‌رسد حتی اگر درست هم نباشند ولی خیلی مهمند. اگر این‌ها یعنی شهود اولیه نباشد که نمی‌شود شروع کرد».

ف.ح. هم معتقد است که تصور شهودی منجر به درک بهتر او از مفهوم می‌شود:

«قضیه‌ها را به شیوهٔ خودم اثبات می‌کردم؛ مثلاً شکل می‌کشیدم؛ یعنی از تجسم استفاده می‌کردم. من چیزهای شهودی را بهتر می‌فهمم. یعنی اگر تصویری از آن در ذهنم باشد، هیچ وقت یادم نمی‌رود. برای مطالب برای خودم با شکل، کلیدهایی می‌گذارم».

به طور کلی او به اهمیت تصورهای اولیه ذهنی یا شهود در اثبات قضیه‌ها نیز اشاره می‌کند:

«کسی که قضیه را اثبات می‌کرده، به آخر قضیه هم فکر کرده و ته قضیه را گرفته و شروع کرده به دانه دانه چیدن مثل یک خانه‌ای که از پی می‌گنیم و شروع به چیدن می‌کنیم. اول یک تصویر ذهنی و یک نقشه داریم و بعد آجرها را شروع به چیدن می‌کنیم، تا تبدیل به یک خانه شود. اگر همین طوری بخواهی، نمی‌شود. اثبات قضیه هم همین طور است».

ل.م. تجسم مفاهیم یا موقعیت‌ها را در درک آن مفاهیم و موقعیت‌ها مؤثر می‌داند:

«در مورد تعمیم فضای برداری دو بعدی به فضای برداری n بعدی، تصور n بعدی سخت است چون تجسم درستی از آن نداریم ... مثلاًدر هندسه تجسم کمک می‌کند. شکل اتفاقاتی است که به‌طور واقعی رخ می‌دهد. شکل در جایگاه ابزار کمک می‌کند و چیز خوبی است».

توانایی ارتباط دادن

بیشتر مشارکت‌کنندگان به اهمیت ارتباط دادن در یادگیری ریاضی و انجام فعالیت خلاقانه در ریاضی اشاره می‌کنند و معتقدند که ارتباط مناسب بین مفاهیم و گزاره‌های ریاضی و همچنین توانایی ارتباط دادن یک مسئله با مسائل قبلی می‌تواند از عوامل تأثیرگذار در بروز خلاقیت ریاضی باشد. ک.ن. یکی از دوستانش را فردی خلاق معرفی می‌کند و یکی از ویژگی‌های برجسته او را مهارت ارتباط دادن بین مفاهیم و مطالب می‌داند:

«دوستم برای حل تمرین ریاضی وقت می‌گذارد، فکر می‌کند و می‌تواند حل کند. به نظرم او خلاق است. او می‌داند حل مسئله را از کجا شروع کند. به نظر من شروعش مهم است. مثلاً، برای حل یک مسئله من اصلاً فکر نمی‌کنم می‌شود از فلان قضیه استفاده کرد و اصلاًآن قضیه به ذهنم هم نمی‌آید. قضیه‌های مختلف را توی ذهنم نمی‌آورم که کدامشان می‌تواند به این جواب بدهد اما این دوستم که می‌گویم خلاق است این کار را می‌کند و می‌گوید در آن

قضیه این را خواندیم پس از این جا شروع کنیم و این مطلب را به آن وصل کنیم. مطالبی را که خوانده است خوب به هم ارتباط می‌دهد».

ت. ه. معتقد است:

«دانشجوی خلاق در ریاضی می‌تواند رابطه‌هایی را از تعاریف اولیه و مفاهیم اولیه در بیاورد و روابطی که واضح نبوده را ببیند».

او برای خلاق شدن افراد در ریاضی ارتباط بین مفاهیم را ضروری می‌داند و به افراد توصیه می‌کند:

«مسئله‌ای حل کند که آن دانش تخصصی را هم درگیر کند تا بتواند مطالب را به هم ربط دهد. بعضی اوقات استادان نمی‌گویند که این مطلب به آن مطلب ربط دارد و ربط به یک چیز را به یک چیز دیگر نمی‌گویند ولی ما بعداً خودمان می‌فهمیم و احساس خوبی به آدم دست می‌دهد».

ع. ش. نیز به اهمیت ارتباط بین مسائل و قضیه‌های ریاضی در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه اشاره می‌کند:

«اول از همه قاعدتاً باید مبحث و آن درس را کامل درک کرده باشد. درک یعنی قضیه‌ها را بفهمد و ارتباط بین قضیه‌ها را هم بفهمد تا اگر مسئله‌ای را به او دادند که حل کند، یاد یک قضیه‌ای بیفتدو بگوید آهان! و باید از آن قضیه استفاده شود».

ف. ح.هم به فواید مهارت ارتباط دادن بین مسائل و مفاهیم ریاضی اشاره می‌کند و می‌گوید:

«اگر مسئله‌ای را از چند راه‌حل کنیم، کار خلاقانه‌ای است. خیلی مهم است، چون توانایی ارتباط دادن را داریم. از چی کجا باید استفاده کنیم، این به آن ربط دارد، از این هم می‌شود این جا استفاده کرد... اصل مسئله حل کردن، درس یاد گرفتن است. درس را باید خوب تحلیل کنی، خودت یاد بگیری و بتوانی بین قضیه‌ها ارتباط بدهی».

برخی از مشارکت‌کنندگان استفادهٔ مناسب از موقعیت‌ها و تجربه‌های قبلی را در شرایط مختلف عملکردی مفید برای موفقیت در ریاضی و در برخی مواقع به عنوان یک فعالیت خلاقانه، توصیه و پیشنهاد می‌کنند. به عنوان مثال، م.ح. تجربه‌ای را بیان می‌کند:

«یکی از ویژگی‌های آدم خلاق این است که باید به تجربه‌های قبلی نگاه بکند ... وقتی که یک مسئله را حل می‌کنیم باید از تجربه‌های قبلی هم استفاده کنیم. این تجربه‌ها باید به گونه‌ای در ذهن باشند که فراموش نشوند. یک آدم خلاق، یک حافظه قوی هم دارد ... از تجربه‌های قبلی، در حل مسئله استفاده می‌کند، حتی اگر آن مسئله ظاهراً به این تجربه‌ها ربط نداشته باشد».

همچنین او استفاده از تجربه‌های قبلی را در موقعیت‌های جدید حل مسئله، یکی از ویژگی‌های افراد خلاق می‌داند:

«از تجربه‌های خلاقانه‌ام در ریاضی، یکی این بود که سال قبل، انجمن ریاضی سؤالی داده بود، که در زمینه هندسه بود و به نظر سؤال سختی می‌آمد ... ولی من تجربه قبلی داشتم، نمی‌گویم یک دفعه، اما خُب، این سؤال را روی دستگاه مختصات پیاده کردم و به راحتی حل کردم ... همیشه سعی کردم تجارب قبلی را در حل مسائل استفاده کنم، چون بدون تجربه قبلی نمی‌توان [مسئله] حل کرد ... شخص باید ابتدا به سؤالاتی که مطرح می‌شوند توجه کند و از آن‌ها در حل مسائل بعدی استفاده کند ... خلاقیت یعنی به کار بردن قضیه‌ها و گزاره‌های قبلی که داشتیم به بهترین نحو، یا به یک شکل دیگر، اما اگر فقط همان قضیه‌ها باشد، همان گزاره‌ها باشد و همه قسمت‌هایش دست نخورده باشد، خلاقیتی وجود ندارد».

ت. ه. نظرات و پیشنهادهای مختلفی را در این زمینه بیان می‌کند:

«خوب است که یک مسئله از دو راه‌حل شود. پیش می‌آید که یک مسئله از یک راه‌حل می‌شود ولی یک تمرین دیگر نمی‌تواند از این راه‌حل شود ولی اگر راه‌حل دومی داشته باشد، این راه دوم را شاید بتوان برای مسئله دیگر استفاده کرد. در ریاضی گسسته خیلی پیش می‌آمد که استاد از یک راه‌حل کرده بود ولی یک مسئله‌ای بود که از یک راه شبیه آن حل شده بود.

بعد من از آن استفاده کردم و یک سؤال در امتحان را از آن راه، حل کردم و استادم هم خیلی خوشش آمده بود و این راه برایش خیلی جالب بود».

او حتی معتقد است که از خطاها و اشتباهات هم می‌توان ایده گرفت:

«یک وقت‌هایی راه‌حل‌های اشتباه، ایده می‌دهد که بعد آدم برود دنبالش و یک سرنخ‌هایی می‌دهد. یک استدلال حتی اگر اشتباه هم باشد، ارائه آن باعث می‌شود که حداقل به نواقص کارپی برد و برای مسائل دیگر بهتر عمل کرد».

مهارت تعمیم دادن

همانند صاحب‌نظران، برخی از مشارکت‌کنندگان *تعمیم دادن را کاری خلاقانه می‌دانستند.* برای مثال، م. ح. می‌گوید:

«تعمیم دادن کار خلاقانه‌ای است. به نظر من این که آدم یک مسئله‌ای را فقط برای یک مقطع گذری و حالت خاصی حل کند زیاد جالب نیست. شخص باید فکر کند که این سؤالی را که من حل کردم آیا در حالت کلی هم برقرار است، تا هر جا بتوانم از آن استفاده کنم یا نه. مثلاً فرض کنیم داریم روی فضای اقلیدسی کار می‌کنیم، بعد بررسی می‌کنیم که آیا در فضاهای دیگر هم برقرار است یا نه. یا مثلاً در فضای اعداد حقیقی یا در فضای اعداد مختلط برقرار است. یا مثلاً بررسی کنیم نامساوی مثلثی در جبر برداری یا در فضای متریک هم برقرار است».

ک. م. با مثالی اهمیت تعمیم دادن در مسائل ریاضی را مشخص می‌کند:

«تعمیم دادن، گاهی اوقات کار راحتی است؛ مثلاً برای $n=۲$ مسئله را جوری حل کردیم که واقعاً $n=۲$ یعنی خود n داره با ما حرف می‌زند که چه کار کنیم مسئله حل شود. خُب $n=۵$ هم می‌تواند همان حرف‌ها را با ما بزند و در آخر° مسئله حل شود ولی گاهی اوقات سخت است. در مورد n معادلهٔ n مجهولی، موقعی که اشخاص آمدند روش حل دستگاه دو معادله دو مجهولی یا سه معادله سه مجهولی را تعمیم دادند تا n معادله n مجهولی را چه جوری حل کنیم، به نظر من اگر حداقل مفهومی به نام ماتریس نباشد کار خیلی سختی بوده است و کار خلاقانه‌ای محسوب می‌شد».

ل. م. معتقد است:

«تعمیم دادن گاهی می‌تواند خلاقانه باشد و گاهی هم نه. مثلاً برای ب م م چند تا عدد می‌گویند از دوتای اولی ب م م بگیرید و بعد با بعدی‌ها و این همان ب م م گرفتن است و کار ساده‌ای است. ولی در مورد تعمیم فضای برداری دو بعدی به فضاییرداری n بعدی، تصور n بعدی سخت است، چون تجسم درستی از آن نداریم و کار خلاقانه‌ای است».

ت. ه. تعمیم دادن را کاری خلاقانه می‌داند و می گوید:

«تعمیم دادن به نظر من یک طور راه‌حل خلاقانه است. بالاخره باید از یک سری ابزارها استفاده بکند تا بتواند برای یک مقدار بزرگ‌تری آن را تعمیم دهد و باید رویش فکر کند و باید خلاق باشد تا بتواند تعمیم دهد».

نظر ع. ش. این است که تعمیم دادن در ریاضی کاری خلاقانه است:

«تعمیم دادن کار سختی است... به‌منزلهٔ کار خلاقانه در ریاضی است... خیلی سخت است، باید همهٔ جنبه‌های موضوع را بررسی کنیم».

ف. ح. نیز تعمیم دادن را به عنوان یک کار خلاقانه در ریاضی می‌داند و برای آن تعریفی نیز ارائه می‌دهد:

«مثلاًوقتی فضای برداری دو بعدی را به n بعدی تعمیم می‌دهیم، می‌توان گفت که تعمیم دادن کاری خلاقانه در ریاضی است. ولی بعضی وقت‌ها خیلی راحت می‌توانی تعمیم دهی. مثلاً بسط اتحادهای دوجمله‌ای‌ها، تعمیم دادن آن ساده است».

م. ا. فرایند تعمیم دادن را یکی از زمینه‌های مناسب بروز خلاقیت در ریاضی می‌داند و معتقد است باید از مسائل مربوط به تعمیم دادن برای پرورش خلاقیت ریاضی بهره گرفت:

«هر مسئله‌ای که محدود باشد ولی یک چیز کلی بخواهد، می‌تواند مهد خلاقیت باشد. یعنی از یک چیز کوچک با این همه اطلاعات راه‌حل را به دست بیاوری؛ یعنی دقیقاً تعمیم دادن است. مبحث جبر یا آنالیز مهد تعمیم دادن هر چیزی است».

توانایی طرح مسئله

در خلال مصاحبه با مشارکت‌کنندگان، در مورد طرح مسئله نظر آنان خواسته شد. اینکه آیا می‌توان طرح مسئله را فعالیتی خلاقانه در ریاضی دانست یا نه. در پاسخ به این سؤالاتم. ح.می گوید:

«شخص باید روی مسائل قبلی تمرین کرده باشد و تا آن‌ها را خوب درک نکرده باشد نمی‌تواند مسئله‌ای جدید طرح کند ... در طرح مسئله اگر بخواهیم فقط از تجربه‌های[مسائل] قبلی استفاده کنیم یعنی هیچ ابداعی در کار نباشد آنگاه طرح مسئله آسان است. درواقع، طرح مسئله‌های معمول کاری ندارد ولی طرح مسائل غیر معمول خیلی سخت است... .تا به حال از ما نخواستند سؤال طرح کنیم. حتی اگر هم بگویند مسئله طرح کنید دانش‌آموزان جوری بار آمده‌اند که هر مسئله‌ای که به آن‌ها گفتند عددش را تغییر بدهند، می‌شود مسئله جدید».

به نظر می‌رسد تقریباً تجربهٔ همهٔ مشارکت‌کنندگان در «طرح مسئله» بسیار کم است. ولی با وجود این، همهٔ آن‌ها طرح مسئله را فعالیتی خلاقانه در ریاضی می‌دانند و معتقدند که یک فرد باید توانایی و مهارت ویژه‌ای برای طرح یک مسئله خوب در ریاضی داشته باشد. ل. م. می گوید:

«خیلی کم، تجربه طرح مسئله داشتم و مسائل خیلی بزرگی نبودند. در سطحی بوده که ذهنی بشود حل کرد. تا به حال استادهایمان از ما نخواستند که مسئله طرح کنیم. به جز تنها یک بار در امتحان جبر۲ که گفته بودند یک مسئله بسازید و حلش کنید و تنها تعداد محدودی از دانشجویان توانستند طرح کنند».

ن. م. نیز می گوید:

«طرح مسئله سخت است. باید روی آن فکر کرد و هم این که شخصی که می‌خواهد مسئله طرح کند باید مسئله زیاد دیده باشد. بداند که مسئله قابل حل است یا نه. درواقع، او باید مسئله را بسازد و آن را حل کند. زمان بیشتری نسبت به حل مسئله به خود اختصاص می‌دهد ... فکر می‌کنم طرح یک مسئله غیر معمول کار جالبی باشد؛ تا حالا امتحان نکردم. احساس می‌کنم طرح مسئله یک ذره هیجان دارد، دغدغه دارد، مثلاً این که در این قسمت مسئله چه بگذاریم،

از کجا شروع کنیم و به چه چیزی می‌خواهیم برسیم یا مثلاً چه چیزی می‌تواند مسئله را کمی سخت‌تر یا آسان‌تر کند؛ به نظرم کار قشنگی است».

ت. ه. طرح مسئله را کار خلاقانه‌ای می‌داند که نیاز به مهارت‌هایی دارد:

«باید خود شخص مبحث را خیلی مسلط باشد که بتواند از آن مسئله و تمرین در بیاورد و سؤالی هم باشد که جواب داشته باشد، یعنی مسئله اشتباهی نباشد. سر امتحان نه، ولی سر کلاس از بچه‌ها بخواهند که مسئله طرح کنند و به استاد تحویل بدهند. سر امتحان کلاً این طور سؤال ندهد. اگر هم سر امتحان می‌دهد مازاد بر ۲۰ نمره بگذارد».

همچنین ش. ز. معتقد است برای طرح مسئله توانایی بالایی نیاز است. باور او در این زمینه این است که:

«فکر نکنم در حد دانشگاه‌های ما باشد که بخواهند سر امتحان مسئله طرح کنیم، ولی به عنوان تمرین سر کلاس خوب است که از ما خواسته شود مسئله طرح کنیم ... . برای آنالیز اگر بخواهی سؤال طرح کنی کار سختی است. طرح سؤال در آنالیز کاری خلاقانه است».

ع. ش. در ارتباط با طرح مسئله نظراتی را مطرح می‌کند و همچنین به ویژگی‌های مسائل طرح شده می‌پردازد:

«در دانشگاه زیاد نشده که مسئله‌ای طرح کنم زیرا، هنوز احساس می‌کنم خوب راه نیفتادم؛ نمی‌توانم درست طرح کنم ... مهم این است که چقدر در آن درس راه افتاده باشی، چقدر آن درس را بلد باشی. اگر کسی به مرحله طرح مسئله برسد آن درس را کاملاً یاد گرفته و فهمیده است، چون به جایی رسیده که از آن می‌تواند چیزی به وجود آورد. باید حواشی آن درس را هم بداند. یک ذهن خلاق هم می‌خواهد، چون ذهن خلاق می‌تواند خلق کند ... . طرح مسئله یک کار خلاقانه است و کار زمان‌بری است؛ البته اگر قرار است که سؤال خوب طرح شود. من برای برادرم که دبیرستان می‌رود سؤال طرح می‌کنم. زمانی که طول می‌کشد برای او سؤال طرح کنم، خیلی بیشتر از زمانی است که او آن را حل می‌کند. برای من مهم است که چه چیزی طرح می‌کنم. گاهی اوقات صد تا سؤال حل می‌کنی ولی آخرش تمام آن مطلب را پوشش نمی‌دهی ولی چهار تا سؤال حل می‌کنی و سه فصل را در آن جا می‌دهی. این سؤالات

قشنگ هستند. سؤالات قشنگ، سؤالاتی هستند که جامع باشد؛ همه چیز را دربر داشته باشد؛ ارتباط دهد. من این ارتباط دادن را خیلی دوست دارم. تا حالا سر هیچ امتحانی نشده که استاد از ما بخواهد سؤال طرح کنیم. سر کلاس هم نگفتند. خوب است که سر کلاس از ما بخواهند که سؤال طرح کنیم. برای کسی که دوست داشته باشد، باعث پرورش خلاقیت می‌شود».

شناخت و فراشناخت

برخی از مشارکت‌کنندگان در مورد عملکرد خود یا افراد خلاق به گونه‌ای صحبت می‌کنند که به آگاهی آن‌ها به دانش، توانایی، درک، بازبینی و دست‌ورزی با فرایندهای شناختی خوداشاره دارد. ش. ز. دربارهٔ خود می‌گوید:

«من به استاد خیلی وابسته هستم اگر استادم خوب باشد پیشرفتم خیلی بهتر است ... . من شاید خلاقیت داشته باشم و استعداد ریاضی را هم داشته باشم، ولی حتماً یک کسی باید من را هول بدهد».

ف. ح. به برخی از روش‌های یادگیری در مورد خودش اشاره می‌کند:

«من ترم دوم راهم را پیدا کردم و فهمیدم که در ریاضی چه کار باید بکنم تا خلاق باشم. چطور بخوانم، با استاد چطور رفتار کنم، چطوری باید سر کلاس بیایم. برایم مهم بود که سر کلاس حرف بزنم، به خودم و استادم نشان بدهم که می‌فهمم، برایم مهم بود که سر کلاس چیزی که استاد پای تخته می‌گوید و می‌نویسد را می‌فهمم و برایم جذاب بود. بعد کم کم جذابیتش بیشتر هم شد. خودم راهم را پیدا کردم و خدا هم پشت پناهم بود. خدا کمک کرد که به راه بیایم و بفهمم که چه کار کنم. فهمیدم که چیزهایی که‌ترم اول به دنبال آن دویدم، درست نبود. ترم اول مثل دبیرستان عمل می‌کردم».

ع. ش. به آگاهی از توانایی خودش اشاره می‌کند و می‌گوید:

«اول فکر می‌کردم که همه را باید حفظ کنم. هر چه بیشتر پیش رفتیم، یاد گرفتم که چه طوری یاد بگیرم به جای این که حفظ کنم. استادان خیلی سریع، حجم زیادی از مطالب را درس می‌دهند. آدم نمی‌تواند طوری وقت بگذارد که تسلط پیدا کند و خودش بتواند راه دیگری برای اثبات قضیه پیدا کند».

م. ا. نیز این آگاهی را از عملکرد خود دارد و می‌داند که در چه کارهایی پشتکار دارد:

«در همه چیز، پشتکار رمز موفقیت است از جمله خلاق شدن در ریاضی. من روی چیزی که دوست داشته باشم پشتکار دارم ولی اگر دوست نداشته باشم سطحی کار می‌کنم. کاری را شروع نمی‌کنم، ولی وقتی شروع کنم سعی می‌کنم که تا آخرش بروم».

م. ح.به آگاهی از توانایی‌های خودش اشاره می‌کند و می‌گوید:

«وقتی روی مسئله‌ای بسیار فکر کنم و ایده‌های متفاوتی را به کار بگیرم اما مسئله حل نشود و متوجه شوم (احساس کنم) که مسئله فعلاً فراتر از ذهنم است، دیگر ادامه نمی‌دهم و موقتاً مسئله را کنار می‌گذارم.».

ش.ز. بر استفاده از استراتژی‌ها در حل مسائل خود نظارت دارد:

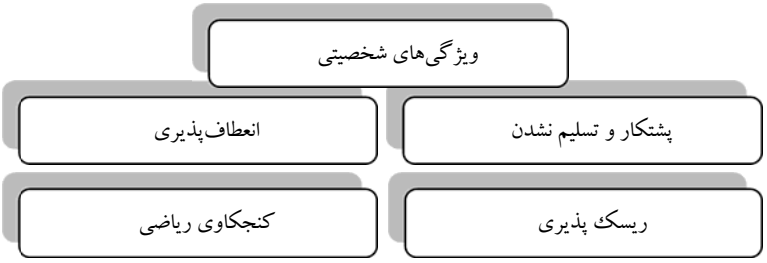
«کسی که می‌خواهد راه‌حل‌های خلاقانه در ریاضی برود باید بتواند خوب فکر کند. در مسئله حل کردن روان باشد، مثلاً نوع مسئله را بشناسد. وقتی خیلی مسئله حل کنی می‌فهمی که هر وقت مثلاً $Sin2x$ را دیدی باید بگذاری $2Sinx\ cosx$، شاید این طوری حل شود. پس این طوری‌ها را بشناسیم و گیج و گم نشویم. وقتی خیلی مسئله حل می‌کنی، چشمت با این همه مسئله‌ها آشناست. می‌دانی که از کجا باید شروع کنی و این مسئله چه مدل از مسائل است».

همچنین وی دربارهٔ تجربه‌های خود زمانی که می‌خواهد مسئله‌ای را حل کند می‌گوید:

«هر فکری که در مورد مسئله به نظرم می‌آید می‌نویسم. همین‌طور که در حال نوشتن هستم، ممکن است قفلی درباره مسئله بازشود. همین که می‌بینم باز می‌شود، ادامه می‌دهم و شاید باز هم به قفل دیگری برسم. کلنجار می‌روم که چرا نشد. اگر هم نشد، این راه را کنار می‌گذارم شروع به فکر کردن روی راه دیگری می‌کنم. ممکن است ببینیم که یک مسئله شبیه به این، چطور حل شد و یا فلان مسئله از این جا شروع شد».

سؤال دوم: ویژگی‌های شخصیتی دانشجویان چگونه می‌تواند در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در ریاضی تأثیر بگذارد؟

ویژگی‌های شخصیتی نیز از دیگر مقوله‌های استخراج شده برای بروز خلاقیت در ریاضی است. بسیاری از این ویژگی‌های شخصیتی از مؤلفه‌های تفکر واگرا یا تفکر خلاقبه شمار می‌آیند که مشارکت‌کنندگان به دفعات ذکر کرده‌اند. این مقوله و زیرمقوله‌های مهم آن در شکل۳ آمده است. در ادامه به توضیح این زیرمقوله‌ها می‌پردازیم.



شکل ۳. زیرمقوله‌های مقوله ویژگی‌های شخصیتی

انعطاف‌پذیری(ذهن باز برای دیدن مسائل از ابعاد و زوایای مختلف)

مشارکت‌کنندگان انعطاف‌پذیری و داشتن ذهن باز را برای دیدن مسائل از ابعاد و زوایای مختلف، که از مؤلفه‌های تفکر واگراست،به‌منزلهٔیکی از ویژگی‌هایشخصیتی فرد خلاق معرفیمی‌کنند. برای مثال، ل.م. معتقد است حل مسئله از چند راه مختلف جذّاب است و این عمل را کاری خلاقانه به حساب می‌آورد:

«تا حالا خیلی شده است که یک مسئله را از چند راه‌حل کنم. مثلاً یک مسئله‌ای را حل می‌کنم و یک صفحه جوابش شده و می‌گویم این نباید یک صفحه جواب داشته باشد، ممکن است راه کوتاه‌تری هم باشد. اینکه یک مسئله را از چند راه‌حل کنیم خیلی جذاب است. این کاری خلاقانه است... اینکه مسئله‌ای را از چندین راه‌حل کنیم در فهم مطلب هم کمک می‌کند. باید مسئله را خیلی خوب فهمیده باشیم تا بتوانیم از راه دیگری هم حل کنیم».

ش.ز. در شروع حل مسئله راه‌حل‌های مختلفی را در نظر می‌گیرد و به دنبال این است که ادامه کدام مسیر به راه‌حل درست می‌انجامد:

«بیشتر شروع مسئله که راه اول آن به ذهنم برسد مهم است. چند راه به نظرم برای شروع مناسب است. بعد می‌بینیم که روی یکی به نظر می‌رسد که یک چیزهایی به دست می‌آید، آن را ادامه می‌دهم. اگر به جایی رسیدم که رسیدم و اگر نرسیدم به دنبال راه دیگری می‌روم».

م.ح. انعطاف‌پذیر بودن در حل مسئله را تجربه کرده است:

«همه مسئله‌ها به یک ایدهٔ خاص نیاز ندارند و ممکن است با استفاده از چند ایده و استراتژی حل شوند. پس فرد فکر کند که مثلاً مسئله از این راه‌حل نشد، از راه دیگر هم می‌تواند حل شود».

همچنین او معتقد است که اگر شخصی مسئله‌ای را درست حل کند و بخواهد راه‌حل‌های دیگری را نیز ارائه دهد، کار آسانی نیست و به ابتکار و نوآوری نیاز دارد:

«به نظر من ارائه راه‌حل دوم یا سوم برای یک مسئله تقریباً کار سختی است، زیرا شخص باید جور دیگری فکر کند که متفاوت از راه‌حل اولی باشد. یعنی یک ابتکار دیگر به خرج دهد تا بتواند از راه‌حلی دیگر برود».

برخی از مشارکت‌کنندگاندر صحبت‌های خود به محدود نبودن ذهن افراد خلاق به مسائل عادی اشاره می‌کنند. به‌عنوان مثال، ک.ن. می‌گوید:

«آدم‌های خلاق برای حل مسئله راهی ارائه می‌دهند که بقیه ارائه نداده‌اند و غیر معمول هم نیست. در واقع، چیز جدیدی است. آدم‌های خلاق فقط به چیزهایی که تا حالا دیده‌اند و انجام داده‌اند و تجربه کرده‌اند، فکر نمی‌کنند».

ع.م.برای داشتن ذهن باز راهی پیش روی افراد می‌گذارد و آن هم حل مسئله است:

«وقتی که صد تا، هزار تا مسئله حل کند، طبیعتاً ذهنش در آن زمینه باز می‌شود».

پشتکار و تسلیم نشدن

می‌توان گفت که تقریباً همه دانشجویان برای رسیدن به هدف، داشتن پشتکار را یکی از ویژگی‌های اصلی افراد خلاق به ویژه خلاق در ریاضی می‌دانند.آنان در حل مسائل ریاضی

اغلب سماجت و پشتکاررا یکی از ویژگی‌های ضروری فرد مسئله حل‌کنِ موفق قلمداد می‌کنند. برای مثال، م. ح. می‌گوید:

«شخص حتماً باید زحمت بکشد. ریاضیات به گونه‌ای است که وقتی زیاد تمرین و ممارست کنیم، ذهن آدم باز می‌شود».

همچنین او ادامه می‌دهد:

«خلاق در ریاضی کسی است که ... در حل مسائل پشتکار داشته باشد. یعنی این گونه نباشد که مسئله را تا نیمه حل کند و اگر حل نشد کنار بگذارد، بلکه باید بگوید از یک راه دیگر می‌روم».

البته او فقط توصیه نمی‌کند بلکه با توجه به گفته‌هایش به نظر می‌رسد که خود او هم در حل مسائل ریاضی، پشتکار به خرج می‌دهد:

«تا حالا پیش آمده که مسئله‌ای را از یک راه، حل کردم و خودم خواستم که از راه دیگری هم حل کنم. در واقع دنبال راه‌حل ساده‌تری بودم که بتوانم با اطلاعات کم‌تری همان مسئله را حل کنم ... مسئله‌ای بوده که ساعت‌ها روی آن فکر کردم، البته نه کل روز ولی چند روزی بود که به آن مسئله فکر می‌کردم. با خودم گفتم مثل آن شخصی که ۲۰ سال همهٔ بعدازظهرهایش را روی حل یک مسئله گذاشت من هم یک هفته، هر روز چند ساعتی را روی مسئله وقت بگذارم».

ک.م. معتقد است:

«انسان خلاق پشتکار زیادی دارد و هر موقع مسئله حل می‌کند تسلیم نمی‌شود ...انسان خلاق، انسانی است که شرط علاقه و پشتکار را دارد. این انسان‌ها، تا موقعی که مسئله‌ای را به طور کامل حل نکنند و به طور کامل در مورد مسئله توجیه نشوند، به قول معروف دست از سر مسئله به برنمی‌دارند؛ یعنی آن‌قدر می‌جنگند تا بتوانند مسئله را حل کنند».

ل.م. از جنبه‌های مختلف به پشتکار در حل مسائل ریاضی اشاره می‌کند:

«خلاق بودن در ریاضی مهارت‌های خاصی می‌خواهد. خیلی باید مسئله حل کنیم. یا حداقل دنبالش باشیم و از این و آن بپرسیم ... ترجیح می‌دهم که خودم آن مسئله را حل کنم. لذت خاصی دارد. یک مسئله انگار یک مبارزه است».

ش.ز. بر پشتکار به‌خصوص در بروز خلاقیت ریاضی تأکید می‌کند و می‌گوید:

«از عوامل تأثیرگذار، پشتکار خود آدم است. پشتکار در خلاقیت عام کم‌تر مهم است ولی در خلاقیت ریاضی اهمیت بیشتری دارد».

م. ا. نیز پشتکار را رمز موفقیت در هر کاری می‌داند و با بیان مثالی این موضوع رابه روشنی بیان می‌کند:

«در همه چیز، پشتکار رمز موفقیت است از جمله خلاق شدن در ریاضی ... انیشتین می‌گوید که پشتکار مثل یک تمبر است که باید نامه را به مقصد برساند، تا آخرین لحظه‌ای که می‌خواهد نامه به مقصد برسد باید همراهش باشد».

برخی از مشارکت‌کنندگان معتقدند برای موفقیت ریاضی و پرورش خلاقیت ریاضی باید صبر و حوصله داشت. زیرا موفقیت و خلاقیت با گذشت زمان و تلاش فرد به دست می‌آید. ت. ه. می‌گوید:

«فرد خلاق در ریاضی بایدپشتکار و صبر و حوصله هم داشته باشد، زیاد باید مسئله حل کند... برای خلاق شدن در ریاضی. باید وقت زیادی بگذاری».

کنجکاوی و دغدغه نسبت به ریاضی

برخی از مشارکت‌کنندگان در صحبت‌های خود به این نکته اشاره می‌کنندکه کنجکاوی و دغدغه نسبت به ریاضی برای رسیدن به هدف مطلوب و موفقیت در ریاضی لازم است و تلاش مستمر در این راستا باید برای فرد مهم و با ارزش باشد. اغلب مشارکت‌کنندگان این دغدغهٔذهنی را یکی از ویژگی‌های شخصیتی فرد خلاق معرفی می‌کنند. پژوهشگر این نکات مطرح شده را کدگذاری کرده و سپس عنوان «کنجکاوی ودغدغه نسبت به ریاضی» را برایاینکدها انتخاب نموده است. م. ح. می‌گوید:

«به ریاضی علاقه داشتم که آن را انتخاب کردم. به مسئله‌هایی که توی ذهنم بوده یا کسی پرسیده، هر جا که توانستم فکر کردم و همیشه سعی کردم تجربه‌های قبلی را در حل مسائل استفاده کنم».

همچنین او بیان می‌دارد:

«شخص خلاق باید دائم در ذهنش مسئله باشد. مثلاً یکی از دوستانم به من سؤالی داده بود و من در همان ابتدا نتوانستم آن را حل کنم. بعد از مدتی، در راه خوابگاه ایده‌ها به ذهنم می‌آمد و بالاخره هم حل شد».

ل. م.می گوید: *«از عوامل تأثیرگذار در خلاقیت ریاضی این است که کنجکاو باشی».*او در زندگی روزمره نیز دغدغه حل مسائل ریاضی را دارد:

«هر گاه که وقت اضافه بیاورم به یک سری مسائل ریاضی فکر می‌کنم. حتی وقتی در خیابان راه می‌روم. خیلی وقت‌ها شده که این مسئله‌ها یک‌باره به ذهنم می‌آیند. حتی ممکن است راه‌حلشان نیز یک‌باره بیاید».

ن. م.بیانمی‌دارد:

«اگر (ریاضی) برایم دغدغه شود، حاضرم چندین ساعت روی هر یک از مسائل آن وقت بگذارم».

ک. ن. تجربه‌ای را از سال‌های دبیرستان تعریف می‌کند و در پایان به اهمیت دغدغهٔ ذهنی اشاره می‌کند:

«سوم دبیرستان که بودم یک مسئله ریاضی بود که حل نمی‌شد. آن موقع خیلی سراغ حل تمرین نمی‌رفتم. یادم می‌آید خواب دیدم که حلش کردم، بعد وقتی که بیدار شدم یادم نمی‌آمد که حلش چی بود ولی فهمیدم که می‌توانم حل کنم و حلش هم کردم؛ از حل آن لذت هم بردم. خیلی به آن مسئله فکر می‌کردم و دوست داشتم حلش کنم. آن‌قدر فکر کرده بودم که خوابش را دیدم. به نظر من اگر می‌خواهی مسئله حل کنی باید همّ و غمت آن درس و حلِ تمرین باشد. باید قسمتی از فکرمان را مشغول کند [باید دغدغه باشد] یک گوشه ذهنمان باشد که به آن فکر کنیم».

ش. ز. نیز می گوید:

«افراد خلاق، افرادی هستند که بتوانند فکر جدیدتری بکنند. این افراد خودشان بیشتر تکاپو دارند که دنبال چیزهایی مثل علم و ...بروند. خودش باید یک حالت کنجکاوی درباره مسائل داشته باشد و هر چیزی که می‌بیند در آن حیطه وارد شود، تا بتواند فکرش را پیاده کند و به خلاقیت منجر شود».

ریسک‌پذیری

همان گونه که می‌دانیم افراد ریسک‌پذیر، اغلب برای رسیدن به هدف خود حاضرند درجه‌ای از خطر و ضرر را بپذیرند. این ویژگی را می‌توان در صحبت‌های برخی مشارکت‌کنندگان به منزلهٔ ویژگی افراد خلاق برداشت کرد. برای مثال، ف. ح. می گوید:

«گاهی اوقات به مشکلاتی برمی‌خوریم ... اگر برایمان مهم باشد که آن مسئله حل شود، آن وقت حاضریم که آن راهی را که تا وسط‌ها رفتیم و دیدیم که خطا است، برگردیم و راه را عوض کنیم. به نظر من در این راه‌های خطا تجربه‌های زیادی هست... بعضی اوقات وقتی مسئله را می‌بینیم می‌ترسیم. ولی آدم تا درون آن سؤال نرود و وسط گود میدان نرود، نمی‌فهمد که چه خبر است؟».

ش. ز. روش خود را در حل مسئله این گونه عنوان می کند:

«هر فکری که در این مورد به نظرم می‌آید می‌نویسیم. همین‌طور که در حال نوشتن هستم، ممکن است قفلی درباره مسئله بازشود. همین که می‌بینم باز می‌شود، ادامه می‌دهم و شاید باز هم به یک قفل دیگری برسم. کلنجار می‌روم که چرا نشد. اگر هم نشد، این راه را کنار می‌گذارم شروع به فکر کردن روی راه دیگری می‌کنم... اگر به جایی رسیدم که رسیدم و اگر نرسیدم به دنبال راه دیگری می‌روم».

این روش بیانگر آن است که او در برابر موانع و اشتباه‌ها در حل مسئله ناامید نمی‌شود و ریسک‌پذیر نیز هست.

به نظر می‌رسد که‌ام. ح. نیز ریسک‌پذیری را ویژگی مثبت افراد خلاق و به طور کلی یکی از عوامل موفقیت افراد در حل مسائل ریاضی می‌داند:

«بهتر است استاد در حین صحبت کردنش مسئله‌ای طرح کند و برای حل آن به دانشجویان فرصت دهد که روی آن فکر کنند وهر کسی نظر و ایده‌اش را چه درست و چه غلط، بیان کند. من خودم تقریباً این کار را می‌کنم،...یکی از استادانمان هم می‌گفت شما نظر بدهید حتی اگر اشتباه باشد. در آن صورت دانشجو سعی می‌کند دنبال اشتباهاتش بگردد تا بتواند آن مسئله را حل کند».

ک. ن. بر اهمیت ریسک‌پذیری در ریاضی تأکید می‌کند:

«از نظر من خلاقیت در ریاضی اکتسابی است و تنها کمیذاتی است ... می‌تواند کسب شود و همه این‌ها به تلاش فرد برمی‌گردد ...یکی از دوستان منذر مورد خودش این طوری فکر می‌کند که هر مسئله ریاضی را می‌تواند حل کند و اگر چند تا را هم نتواند حل کند، ناامید نمی‌شود و ریسک می‌کند و دوباره راه دیگری را امتحان می‌کند».

ف. ح. نیز می‌گوید:

«اگر کسی واقعاً دوست داشته باشد به جایی برسد به هیچ عنوان رها نمی‌کند؛ حتی اگر هر راهی را برود، غلط باشد. اگر چه خیلی خیلی سخت است ولی باید ریسک کرد».

بحث و نتیجه‌گیری

پدیدهٔاصلی در این پژوهش خلاقیت ریاضی و ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در ریاضی است. یافته‌های حاصل از فرایند کدگذاری نشان می‌دهد که زیرمقوله‌های استخراج شده برای مقولهٔ مهارت‌ها و دانش ریاضی شامل زیرمقوله‌های تفکر ریاضی، دانش موضوعی، شهود، توانایی ارتباط دادن، تعمیم دادن، طرح مسئله، شناخت و فراشناخت است. به عبارت دیگر، یافته‌ها حاکی از آن هستند که حل مسائل خلاقانه نیازمند دانش و مهارت‌هایی غنی در آن حیطه است. ویژگی‌های شخصیتی که از دیگر مقوله‌هاست شامل زیرمقوله‌های انعطاف‌پذیری، پشتکار، کنجکاوی و ریسک پذیری می‌شود.

تجزیه و تحلیل یافته‌ها نشان می‌دهد که کلاس‌های درسی بیشتر باید بر بینش شهودی تأکید داشته باشند تا استدلال‌های منطقی. در واقع، بدون شتاب‌زدگی در تحمیل زبان صوری و رسمی ریاضی، ضمن آموزش منطق و استدلال و به کار گیری آن در موقعیت‌های چالش‌برانگیز ریاضی، از نقش قوی شهود در خلق ایده‌های ریاضی نباید غافل بود تا شرایطی فراهم شودکه فراگیران بتوانند در جایگاهتازه‌کارانریاضی به باز تولید ایده‌های ریاضی به شیوهٔ بازسازی بپردازند. در حقیقت، خلق بسیاری از ایده‌های ریاضی نیز توسط ریاضیدانان به یاری شهود اولیهٔ آنان قبل از دنبال کردن استدلال‌های منطقی است. به بیان دیگر، اگر شهود و منطق به یاری هم بشتابند می‌توان تفکر خلاق در ریاضی را تقویت کرد. برای تحقق این پیوند یعنی، پیوند بین شهود و منطق فرد به مهارت‌های دیگری هم نیازمند است.

برای مثال، مهارت شناخت و فراشناخت باعث می‌شود که فرد بتواند بر فرایندهای تفکر خود در فعالیت‌های خلاقانه ریاضی و چگونگی پیشرفت آن نظارت کند و نسبت به نقاط قوت و ضعف خود آگاهی داشته باشد. همچنین نیاز است که توانایی ارتباط دادن در فرد تقویت شود. از طریق تعمیم دادن می‌تواند بین مفاهیم و ایده‌های ریاضی ارتباط برقرار کرد. این امر موجب بالا رفتن فهم و درک عمیق فرد می‌شود و بصیرت او را نسبت به ریاضی ارتقا می‌دهد.

علاوه بر مهارت‌ها و دانش ریاضی، ویژگی‌های شخصیتی فرد نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.مثلاً، ریسک‌پذیری و کنجکاویاز ویژگی‌های شخصیتی افراد خلاق است. این دو ویژگی در تازه‌کاران ریاضی، افراد را تشویق می‌کند تا با پشتکار و سماجت به جستجوی ناشناخته‌های خود در ریاضیبپردازند و استعدادهای خلاقشان را در ریاضی توسعه دهند و از شکست‌ها و اشتباهاتشان، پلی برای رسیدن به راه‌های تازه و ابتکاری برای حل مسائل استفاده کنند و در حل مسائل ریاضی نگاه منعطفی داشته باشند.

بحث‌های نظری و یافته‌های پژوهشی انجام شده توسط صاحب‌نظران و پژوهشگران نیز مؤید این عوامل است. برای مثال، مطالعهٔ کیماز و همکاران (2012) هم‌سویی زیادی با نتایج این تحقیق دارد. نتایج مطالعهٔ آنان در مورد مهارت‌های تفکر خلاق دانشجو– معلمان ریاضی

نشان می‌دهد که از جمله عوامل تأثیرگذار بر مهارت‌های تفکر خلاق می‌توان به تفکر شهودی، تفکر منطقی و جستجوی روابط و الگوها تأکید کرد. همچنین، نتایج نشان داد که حل مسائل خلاقانه به منزلهٔ یک فعالیت مرتبه بالا نیازمند درک و فهمی است که باید از بصیرت لازم نیز برخوردار باشد تا با تکیه بر این حلقه واسط، فرد بتواند به ارتباطات و اتصالات بین مفاهیم و موضوعات ریاضی پی‌ببرد. به عبارت دیگر، از آن جا که در فرایند حل مسئله فرد نیاز دارد دانش قبلی خود را به گونه‌ای جدید با هم ترکیب کند، مهارت ارتباط دادن بین اجزای این دانش از اهمیت خاصی برخوردار است. درک و بصیرت داشتن به ایجاد این ارتباط کمک بسیاری می‌کند. در این خصوص، نتایج مطالعهٔ ویلکرسون و ویلن‌اسکای (2008) و برتن (1999) نیز بر اهمیت دانش رسمی و غیر رسمی و همچنین ارتباط بین ریاضی و حوزه‌های مختلف تأکید دارند. همچنین تحقیقات دیگری نیز بر اهمیت این دانش و مهارت‌ها اشاره دارند. برای مثال، نتایج مطالعهٔ کاتوو و همکاران (2009) نشان داد که دانش موضوعی و همچنین توانایی‌های ریاضی بهترین پیش‌بین‌ها برای خلاقیت ریاضی هستند. یان و سریرامان (2012) نیز به این نتیجه رسیدند که دانش ریاضی عامل مهمی در توانایی افراد برای طرح مسئله است و بین این دو رابطهٔ معناداری وجود دارد. آنان بیان می‌کنند که دانش پایه و مهارت‌های اساسی می‌تواند ارتباط زیادی با خلاقیت ریاضی داشته باشد.

پارکر و بگناد (2004) نیز بر اهمیت تفکر منطقی به منزلهٔ زیرمجموعه‌ای از تفکر ریاضی تأکید کرده و آن را مکملی برای تفکر خلاق در ریاضی می‌داند و معتقد است که ایده‌های جدید از تعامل بین این دو تفکر شکل می‌گیرد. تال (1991) نیز بر شهود که یکی از یافته‌های پژوهش حاضر است، تأکید کرده است و منطق را یکی از ابزارهای تقویت شهود می‌داند. همچنین نتایج مطالعهٔ ارونیک (1991) و سریرامان (2004) نشان دهنده آن است که شهود یکی از نیروهای محرک خلاقیت ریاضی است. مهارت طرح مسئله به‌منزلهٔ مهارت‌ها و دانش ریاضی نیز با مطالعهٔیان و سریرامان (2012) انطباق دارد. آنان توانایی طرح مسئله را شاخصی از خلاقیت ریاضی بررسی کردند. همچنین دانش و مهارت‌های اساسی در ریاضی را عامل مهمی

در توانائی افراد برای طرح مسئله می‌دانند. همچنین در مورد فراشناخت، می‌توان گفت که بعضی از پژوهش‌ها از این یافتهٔ تحقیق حاضر حمایت می‌کنند. نتایج مطالعات شونفلد (1985 و 1992)، ونگ (2012) و بیکر و نورمن (2012) نشان می‌دهند که فراشناخت عامل اصلی در حل مسئله و طرح مسئله است و بهبود و توسعهٔ توانایی‌های فراشناختی به افراد کمک می‌کند که ذهن‌های خلاقی در ریاضی داشته باشند.

در اهمیت توجه به ویژگی‌های شخصیتی می‌توان به هم‌سویی آن با مطالعات متعددی در زمینهٔ خلاقیت ریاضی (Leikin & Lev, 2013,2007; Leikin,2009; Bahar & Maker, 2011; Kontrovich et al., 2011; Kwon et al., 2006; Walia, 2012; Kiymaz et al. 2012) اشاره کرد. همان طور که قبلاً اشاره شد، این تحقیقات به منظور سنجش و ارزیابی خلاقیت ریاضی از مؤلفه‌های چهارگانه سیالی، انعطاف‌پذیری، بِکر بودن و بسط استفاده کردند. نتایج مطالعه کیماز و همکاران (2012) نیز به اهمیت ویژگی‌های شخصی از جمله داشتن پشتکار و سماجت در حل مسائل، ریسک‌پذیری، قالبی فکر نکردن نیز تأکید می‌کند.

در مجموع، با اتکا به هر آن‌چه تشریح شد نتیجه‌گیری نهایی رامی‌توان به این صورت ارائه داد که حل مسائل خلاقانه به منزلهٔ یک فعالیت مرتبهٔ بالا نیازمند مهارت‌ها و دانش ریاضی است. البته داشتن دانش و مهارت‌هابه منزلهٔ یکی از عوامل تأثیر گذار برای فعالیت‌های خلاقانه ریاضی کافی نیست بلکه، آگاهی از چگونگی و چرایی روابط بین این دانش و مهارت‌ها نیز بسیار ضروری است. همچنین، ویژگی‌های شخصیتی دانشجویان نیز از جمله عوامل تأثیرگذار در پرورش خلاقیت ریاضی است. به امید آنکه نظام‌های آموزشی و متخصصان امور تعلیم و تربیت با اتکا بر یافته‌های علمی به تبیین دقیق‌تری از چگونگی تأثیرآن‌ها دست یابند و با دادن فرصت‌های مناسب در کلاس‌های درسی ریاضی محیطی برای افراد فراهم شود تا بتوانند در مقام یک ریاضی‌دان تازه کار فکر و عمل کنند.

منابع

فلیک، اووه (۲۰۰۶) درآمدی بر تحقیق کیفی، ترجمه هادی جلیلی (۱۳۹۰). تهران: نشر نی.

گال، مردیت؛ بورگ، والتر و گال، جویس (۲۰۰۳). روشهای تحقیق کمی و کیفی. ترجمه نصر، احمدرضا؛ عریضی، حمیدرضا؛ ابوالقاسمی، محمود؛ پاک سرشت، محمدجعفر؛ کیامنش، علیرضا؛ باقری، خسرو ؛ خیر ، محمد؛ شهنی ییلاق، منیجه و خسروی، زهره (۱۳۸۶). انتشارات دانشگاه شهید بهشتی و سمت.

Bahar, A. K. & Maker, C.J. (2011). Exploring the relationship between mathematical creativity and mathematical achievement.*Asia-Pacific Journal of Gifted and Talented Education*, 3(1), 33-48.

Bakar, M. N. & Norman, I. (2012). The Role of Metacognitive Abilities in Posing Mathematical Problems.*Journal of Science and Mathematics Education*, 5, 1-10.

Boden, M. (2004).*The creative mind: Myths and mechanisms* (2nd ed.). London: Routledge.

Borba, M. C., Villarreal, M. E. (2005). Humans- with- media and the reorganization of mathematical thinking.Information and Communication Technologies, Modeling, Experimentation and Visualization, *Mathematics Education Library*.

Burton, L. (1999). The practices of mathematicians: What do they tell us about coming to knowmathematics? *Educational Studies in Mathematics*, 37(2), 121-143.

Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-eliciting activities as tool to develop and identify creativity gifted mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37–47.

Creswell, J.W. (1998). Qualitative inquiry and research design: Choosing among five radiations. *Thousand Oaks, CA: Sage*.

Ellwood, S., Pallier, G.,Snyder, A., Gallate,J, (2009). The Incubation Effect: Hatching a Solution? *Creativity Research Journal*, 21(1), 6–14.

Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity.In D. Tall, Advanced mathematical thinking (pp. 42-52). *Kluwer Academic Publishers New York*.

Guba, E.G., & Lincoln, Y.S. (1989). Fourth generation evaluation.*Beverly Hills, CA: Sage*.

Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1985). *Naturalistic inquiry* (Vol. 75). *Sage Publications, Incorporated*.

Guilford, J. P. (1959). Traits of creativity. In H. H. Anderson (Ed.), Creativity and its cultivation (pp. 142-161). *New York: Harper & Brothers Publishers*.

Guilford, J. (1967). The nature of human intelligence.*New York: McGraw-Hill*.

Hadamard, J. (1945). The Psychology of Invention in the Mathematical Field. *Princeton University Press*.

Haylock, D.W. (1987). Aframework for assessing mathematical creativity in school children. – In: *Educational Studies in Mathematics.* 18 (1), 59–74.

Idris, N., &Nor, N. M. (2010). Mathematical creativity: usage of technology. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, *2*(2), 1963-1967.

Jonassen, D. H. (1997). Instructional design models for well-structured and III-structured problem-solving learning outcomes. *Educational Technology Research and Development*, *45*(1), 65-94.

Kattou, M., Kontoyianni, K., Pitta-Pantazi, D., Christou, C., & Cleanthous, E. (2009). *PREDICTING MATHEMATICAL CREATIVITY.*

Kim, K. H. (2009). Creative Problem Solving.In B. Kerr (Ed). Encyclopedia of Giftedness, Creativity and Talent.*Sage Publications*.Pp, 188-191.

Kiymaz, Y., Sriraman, B., & Lee, K. H. (2012). Prospective Secondary Mathematics Teachers' Mathematical Creativity in Problem Solving. *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics*, 173-191.

Kontorovich, I., Koichu, B., Leikin, R., & Berman, A. (2011). Indicators of creativity in mathematical problem posing: How indicative are they? In *Proceedings of the 6th international conference on creativity in mathematics education and the education of the gifted studentsUniversity of Latvia, Riga, Latvia/Angel Kanchev University of Ruse, Ruse, Bulgaria* (pp. 120-125).

Kwon, O. N., Park, J. H., & Park, J. S. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review*, *7*(1), 51-61.

Lakatos, I. M. (1976). Proofs and refutations: The logic of mathematical discovery, *Cambridge University Press.*

Laycock, M. (1970). Creative mathematics at Nueva.*Arithmetic Teacher*, 17, 325-328

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks.In R. Leikin, A. Berman & B. Koichu (Eds.), Creativity in mathematics and the education of gifted students. (Ch. 9, pp. 129-145). *Rotterdam, the Netherlands: Sense Publisher*.

Leikin, R., & Lev, M. (2013). Mathematical creativity in generally gifted and mathematically excelling adolescents: what makes the difference? *ZDM*, 1-15.

Leikin, R., & Lev, M. (2007, July). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In *PME CONFERENCE* (Vol. 31, No. 3, p. 3).

Leung, S. K. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing.*ZDM*, *29*(3) , 81-85.

Liljedahl, P., & Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For The Learning of Mathematics*, *26*(1), 17-19.

Lincoln, Y.S., & Guba, E.G. (1985). Naturalistic inquiry.*Beverly Hills, CA: Sage*.

McIntosh, R., Jarrett, D., & Peixotto, K. (2000). Teaching mathematical problem solving: Implementing the vision. *Journal of mathematics and science education center*, *23*(1).

Mann, E. L. (2005). *Mathematical creativity and school mathematics: Indicators of mathematical creativity in middle school students* (Doctoral dissertation, University of Connecticut).

Mina, F.(2008). Promoting Creativiy for all students in mathematics educations.Proceedings of the discussing group 9: Promoting Creativity for all students in mathematicseducation. In the 11th ICME (Monterrey, Mexico, 2008).

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and Standards for School Mathematics.*Reston, VA: Author*.

Parker, J. P., & Begnaud, L. G. (2004). Developing creative leadership.*Libraries Unlimited.*

Poincaré, H. (1948). Science and method.*New York: Dover*.

Poincaré, H (1956). Mathematical Creation. In: J. R. Newman (ed.): The world of mathematics, v4, New York, *NY: Simon and Schuster*, pp. 2041-2050.

Polya, G. (1962). Mathematical discovery: on understanding, learning andteaching problem solving, *New York, NY, Wiley*.

Polya, G. (1945). How to Solve It, *Princeton University Press*, Princeton.

Posamentier, A. S., Smith, B. S. & Stepelman, J. (2010). *Teaching secondary mathematics: techniques and enrichment units.* (8th ed.). Columbus, Ohio: Merrill Prentice Hall.

Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical problem solving.School of education, Department of mathematics, University of Colifornia, Brekly, Colifornia. *ACADEMIC PRESS. INC*.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics.In D. Grouws (Ed.), Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning (pp. 334-370).*New York: MacMillan*.

Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: Developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. *Educational Studies in Mathematics*.

Silver, E.A. (1997). Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 29 (3), 75–80.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The International Journal on Mathematics Education [ZDM]*, 41, 13-27.

Sriraman, B. (2005). Are giftedness & creativity synonyms in mathematics? An analysis of constructs within the professional and school realms. The Journal of Secondary Gifted Education, 17, 20–36.

Sriraman, B., & Lee, K. H. (Eds.). (2012). *The elements of creativity and giftedness in mathematics*. Boston: Sense Publishers.

Sriraman, B., Haavold, P., & Lee, K. (2013). Mathematical creativity and giftedness: a commentary on and review of theory, new operational views, and ways forward. *ZDM*, 1-11.

Strauss A. & Corbin J. (1998). Basics of Qualitative Research: Techniques and Procedures for Developing Grounded Theory, 2nded. *Sage Publications, Thousand Oaks, CA, USA.*

Tall, D. (1991) (Ed).Advanced mathematical thinking (pp. 3-21*).Kluwer Academic Publishers New York.*

Walia, P. (2012). Achievement In Relation To Mathematical Creativity Of Eighth Grade Students. *Indian Streams Research Journal*, 2(2), 1-4.

Walker, C. (2008). *Factors Relating to the Success or Failure of College Algebra Internet Students: A Grounded Theory Study*. ProQuest.

Yuan, X., & Sriraman, B. (2012).An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities.*The elements of creativity and giftedness in mathematics*, 5-28.