



ارائه مدلی جهت تعیین مقدار بهینه سفارش اقتصادی بر اساس نرخ معیوبیت و اعتبار معامله مصطفی جاویدی مشتقین

کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، واحد پرند، دانشگاه آزاد اسلامی، پرند، ایران

حامد کاظمی پور (نویسنده مسؤول)

استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

Email: Hkazemipoor@yahoo.com

علی تقی زاده هرات

استادیار، گروه مهندسی صنایع، واحد پرند، دانشگاه آزاد اسلامی، پرند، ایران

تاریخ دریافت: ۹۵/۲/۱۵ * تاریخ پذیرش: ۹۶/۱/۲۸

چکیده

اعتبار معامله به عنوان یک استراتژی مهم برای افزایش سودآوری در مدیریت موجودی شناخته شده است. تعیین و چگونگی این اعتبار به سفارش خرده فروش بستگی دارد. اگر سفارش خرده فروش از پیش فرض تامین کننده کمتر باشد، تامین کننده کسری از مبلغ را ابتدا و باقی را در مدت زمان تعیین شده و اگر بیشتر باشد تمامی مبلغ را در همان مدت زمان تعیین شده دریافت می کند. پیشینه پژوهش نشان داده است مدل هایی که به این امر پرداخته اند، فرض کیفیت محصولات را از قلم انداخته اند. از این جهت هدف اصلی این پژوهش معرفی مدلی است که به طور همزمان اعتبار معامله و فرض معیوبیت کالا را در نظر گرفته باشد. نتایج این پژوهش شامل ارائه روش حلی جهت تعیین سیاست بهینه سفارش و زمان بازپرسی از سوی خرده فروش است. به منظور اجرای بهینه سازی مدل میزان سفارش اقتصادی از نامعادله حسابی-هندسی استفاده شده است.

کلمات کلیدی: مدیریت موجودی، مقدار سفارش اقتصادی، اعتبار معامله، کالای معیوب، نامعادله حسابی-هندسی.

۱- مقدمه

در بسیاری از مطالعات گذشته اثر اعتبار معامله بر اندازه سفارش بررسی شده است. در واقعیت تامین‌کننده زمانی را به عنوان مهلت پرداخت به خرده‌فروش پیشنهاد می‌کند و در طول این مدت، بهره‌ای دریافت نمی‌کند. از این رو خرده‌فروش می‌تواند بهره‌ای از سود فروش به‌دست آورد. از سوی دیگر اگر خرده‌فروش در مدت زمان تعیین شده مبلغ قابل پرداخت را به‌طور کامل پرداخت ننماید، تامین‌کننده بهره‌ای را بابت مقدار پرداخت نشده از خرده‌فروش دریافت می‌کند. پیشنهاد اعتبار مالی برای خرده‌فروشان ممکن است سطح کالای موجود را برای تامین‌کنندگان کاهش و فروش آن‌ها را افزایش دهد (Emery, 1987). چن و همکاران (۲۰۱۴)، در مطالعه خود به این موضوع اشاره کرده‌اند که؛ موضوع تعیین اعتبار معامله برای خرده‌فروش از دو بابت برای تامین‌کننده مهم است: ۱) اعتبار معامله سبب جذب مشتریانی می‌گردد که به نوعی این وضعیت را برابر با کاهش قیمت می‌دانند و افزایش قدرت رقابت قیمتی برای تامین‌کننده. ۲) اعتبار معامله نه تنها سبب ایجاد هزینه‌های اضافی می‌گردد (تامین‌کننده به جای دریافت مبلغ فروش خود در زمان حال، این مبلغ را با تاخیر دریافت می‌کند)، بلکه ریسک دیگری (عدم توانایی خریدار در پرداخت بدهی) برای تامین‌کننده به همراه دارد، که هر چه این زمان اعتبار طولانی‌تر گردد، این ریسک نیز افزایش می‌یابد (Chen et al., 2014). مدل مقدار اقتصادی سفارش توسط هریس (۱۹۱۳) معرفی شده است (Harris, 1913). پس از معرفی این مدل توسط وی محققان بسیاری سعی در توسعه این مدل داشته‌اند، گویال (۱۹۸۵)، مدل مقدار اقتصادی سفارشی را براساس مدل، تامین‌کننده به خریدار اعتبار معامله پیشنهاد میکند ارائه نمود (Goyal, 1985). می‌توان این گونه بیان کرد که مدل گویال (۱۹۸۵) به عنوان بدنه اصلی مدل‌های دیگر با در نظر گرفتن اعتبار معامله قرار گرفته است. آگرووال و جاگی (۱۹۹۵) مدل گویال (۱۹۸۵) را برای شرایطی که کالا زوال پذیر است، توسعه داده‌اند (Aggarwal & Jaggi, 1995). چن و همکاران (۲۰۰۳)، یک مدل میزان سفارش اقتصادی برای اقلام زوال پذیر در شرایط اعتبار تامین‌کننده مرتبط با میزان سفارش توسعه داده‌اند (Chen et al., 2003). چانگ (۲۰۰۴)، مدل چانگ و همکاران (۲۰۰۳) را با در نظر گرفتن تورم و بازه زمانی محدود توسعه داده است (Chang, 2004). هوانگ (۲۰۰۷) مدلی را معرفی نموده که اگر میزان سفارش خرده‌فروش کمتر از میزان سفارش تعیین شده از سوی تامین‌کننده باشد، بایستی کسری از مبلغ معامله را بپردازد (Huang, 2007). تنگ (۲۰۰۹) و چانگ و همکاران (۲۰۱۰) مدلی را معرفی کرده‌اند که نه تنها تامین‌کنندگان برای خرده‌فروشان اعتبار معامله در نظر گرفته‌اند، بلکه خرده‌فروشان نیز می‌توانند بخشی از این اعتبار معاملات را به مشتریانی خود انتقال دهند (Teng, 2009; Chang et al., 2010). گوچه‌هایت و همکاران (۲۰۱۵) بر اساس منطق فازی و بهینه‌سازی غیرخطی (Guchhait et al., 2015) و شاه و بارون (۲۰۱۵) برای تحلیل تصمیم خرده‌فروش برای سفارش و سیاست‌های اعتباری بر اساس پیشنهادات تامین‌کننده به خرده‌فروش (خواه به صورت تخفیف نقدی یا خواه به صورت مدت زمان ثابت اعتبار)، ارائه نمودند (Shah & Barron, 2015). وو و همکاران (۲۰۱۴)، بر اساس نقد و بررسی مقاله سونی (۲۰۱۳)، در ارتباط با سیاست‌های جایگزینی بهینه اقلام زوال پذیر با تاخیر با قیمت و تقاضای وابسته به سطح موجودی انبار به بررسی و توسعه مدل میزان اقتصادی سفارش تحت اعتبار معامله پرداخته‌اند (Wu et al., 2014; Sony, 2013). از سوی دیگر باید به این نکته توجه کرد که در دنیای واقعی تولید، به دلایل متفاوتی همچون فرایند ناقص تولید یا دیگر خطاها، تمامی محصولات سالم نیستند. این محصولات ناقص بر سطح موجودی در دست، سطح خدمات و فراوانی سفارش در سیستم کنترل موجودی تأثیر خواهند داشت. از این رو فرض وجود محصولات معیوب در سفارشات که به خرده‌فروش می‌رسد، سبب می‌گردد تا مدل میزان اقتصادی سفارش به دنیای واقعی نزدیکتر گردد.

پرتوس (۱۹۸۶) و سپس لی و رزنبلات (۱۹۸۶) مفاهیم کالای معیوب را در مدل‌های میزان اقتصادی سفارش مطرح کرده (Porteus, 1986; Lee HL & Rosenblatt MJ, 1986). و سپس محققانی همچون تنگ و لو (۲۰۱۲) و کینگ و تان (۲۰۱۱) نیز به بررسی این نوع مدل‌های میزان اقتصادی سفارش پرداختند (Teng & Lou, 2012; Kreng & Tan, 2011). در مدل معرفی شده توسط لین و همکاران (۲۰۱۲) هر دوی تامین‌کننده و خرده‌فروش سیاست‌های اعتبار معامله را پذیرفته‌اند و خرده‌فروش می‌داند مقداری محصول معیوب دریافت می‌کند (Lin et al., 2012). در مدل توسعه داده شده

توسط جاگی و همکاران (۲۰۱۳) نیز بخش های ناقص، کمبود مجاز و اعتبار معامله در نظر گرفته شده است (Jaggi et al., 2013). اگرچه مدل هایی که در بالا به آن ها اشاره شده است تنها بر میزان سفارش اقتصادی یا میزان تولید اقتصادی تمرکز داشته اند. هیچ کدام از آن ها میزان سفارش اقتصادی را تحت شرایطی که مدت زمان قابل پذیرش از سوی تامین کننده پیشنهاد شده است و محصولات از نظر کیفیت کامل نیستند و تعدادی از محصولات معیوب نیز وجود دارد بررسی نشده است. از این رو هدف این پژوهش ارائه مدلی است که نه تنها میزان اقتصادی سفارش را بر اساس پیشنهاد تامین کننده مبنی بر تعیین مدت زمان قابل قبول برای پرداخت تعیین کند، بلکه در تعیین میزان اقتصادی سفارش خرده فروش محصولات معیوب در اندازه سفارش ارسالی از سوی تامین کننده را نیز در بر بگیرد. همچنین به منظور بهینه سازی زمان سفارش از نامساوی حسابی-هندسی $(\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab})$ استفاده شده است، که شرط برابر شدن $\frac{a+b}{2}$ و \sqrt{ab} این است که $a=b, a \geq 0, b \geq 0$.

مفروضات این پژوهش به صورت زیر ارائه شده است:

- ۱- اگر میزان سفارش خرده فروش (محصولات سالم) از میزان تعیین شده توسط تامین کننده بیشتر باشد، مدت زمان پرداخت (اعتبار معامله) از سوی تامین کننده تضمین شده است و اگر کمتر از میزان تعیین شده تامین کننده باشد، خرده فروش کسری از مقدار خرید را بایستی بلافاصله بپردازد و کسر دیگر را می تواند در مدت زمان تعیین شده بپردازد.
- ۲- مقدار سفارش خرده فروش از محصولات غیر معیوب است. بر اساس فرایند تولید تامین کننده تعدادی محصول معیوب دارد. نرخ محصولات معیوب توسط تامین کننده و بر اساس روش های آماری مشخص شده است. تمامی محصولات توسط بازرسی می گردد و محصولات معیوب در دور بعدی سفارش به تامین کننده عودت داده می شود.
- ۳- در طول دوره بازرسی موجودی محصولات سالم بیشتر از تقاضا است.
- ۴- تامین کننده می تواند از خرده فروش به ازای مقدار پرداخت نشده در مدت زمان تعیین شده بهره دریافت کند. همچنین از سوی دیگر خرده فروش می تواند در مدت زمان تعیین شده از فرصت استفاده کرده و در بازارهای مالی سرمایه گذاری کند.
- ۵- نرخ تقاضا مشخص و ثابت است.
- ۶- بازپس سازی به صورت آنی صورت می گیرد.
- ۷- کمبود مجاز نیست.
- ۸- تنها یک نوع محصول مورد بررسی است.
- ۹- افق زمانی نامحدود است.

۲- مواد و روش ها

به منظور مدل سازی میزان اقتصادی سفارش پارامترها و متغیر تصمیم به صورت زیر تعریف می شود:
پارامترها

D : نرخ تقاضای سالیانه، A : هزینه سفارش به ازای هر بار سفارش، Q_d : کمترین مقدار تعیین شده از سوی تامین کننده که مدت زمان قابل پذیرش پیشنهاد شده برای پرداخت خرده فروش به ازای این مقدار سفارش تضمین شده است. v : هزینه خرید هر واحد، P : قیمت فروش هر واحد، که قیمت فروش مساوی یا بیشتر از هزینه خرید است. h_1 : هزینه نگهداری از محصولات سالم به طور سالیانه، بدون در نظر گرفتن بهره ای که باید به تامین کننده پرداخت گردد. h_2 : هزینه نگهداری از محصولات معیوب به طور سالیانه، بدون در نظر گرفتن بهره ای که باید به تامین کننده پرداخت گردد. که $h_1 \geq h_2$. γ : نرخ محصولات معیوب در هر دسته سفارش، که $0 \leq \gamma < 1$. X : تعداد محصولات بازرسی شده در سال. s : هزینه بازرسی هر محصول. α : کسری از مدت زمان پیشنهاد شده از سوی تامین کننده برای پرداخت، در صورتی که خرده فروش کمتر از مقدار Q_d خریداری کند. که $0 \leq \alpha < 1$. I_e : مقدار بهره دریافتی توسط خرده فروش. I_p : مقدار بهره دریافتی توسط تامین کننده. T_d : فاصله زمانی

که مقدار محصول سفارش داده شده بر اساس پیشنهاد تامین کننده بر اساس نرخ تقاضا به صفر می رسد، که $M \cdot T_d = Q_d / D$: مدت زمان پیشنهاد شده از سوی تامین کننده برای پرداخت. متغیرهای تصمیم

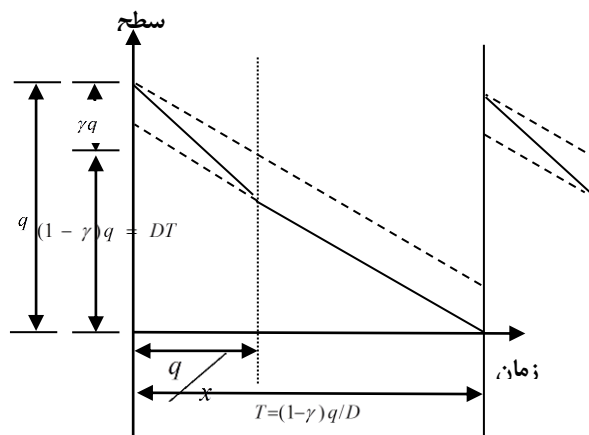
$$T = Q/D \text{ که زمان چرخه بازسازی در سال، که } T^* \text{ زمان چرخه بازسازی بهینه.}$$

Q : میزان سفارش خرده فروش که شامل محصولات معیوب نمی شود.

q : مقدار باری که از سوی تامین کننده به خرده فروش حمل می گردد، که شامل محصولات سالم و معیوب با نرخ γ است

$$TC^* = TC(T^*) \text{ هزینه کلی بهینه سالیانه که:}$$

بر اساس مفاهیم و فرضیات بیان شده، شکل شماره یک سیستم موجودی را به طور گرافیکی نشان داده است. مجموع هزینه سالیانه برای سفارش ها شامل موارد زیر است؛ (۱) هزینه سفارش، (۲) هزینه نگهداری موجودی (که شامل بهره نمی شود)، (۳) هزینه بازرسی بخش ها، (۴) هزینه فرصت پرداخت جزئی به تامین کننده $v(1-\alpha)Q$ ، زمانی که مقدار سفارش خرده فروش Q کمتر از مقدار تعیین شده تامین کننده Q_d باشد، یا هزینه بهره گرفته شده توسط تامین کننده برای بخش های فروخته نشده پس از مدت زمان تعیین شده M و (۵) بهره دریافتی خرده فروش از سود فروش در طول مدت زمانی که از سوی تامین کننده برای او تعیین شده است.



شکل شماره (۱): سیستم کنترل موجودی با محصول معیوب

(۱) هزینه سفارش: A/T

(۲) هزینه نگهداری سالیانه انبار

هزینه نگهداری بخش های غیرمعیوب و بخش های در انتظار بازرسی به صورت زیر است:

$$\frac{h_1}{T} \left[\frac{DT^2}{2} + \frac{\gamma q^2}{2x} \right] = \frac{h_1 DT}{2} \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] \quad (1)$$

هزینه نگهداری بخش های معیوب:

$$\frac{h_2}{T} \left[\gamma q T - \frac{\gamma q^2}{2x} \right] = \frac{h_2 \gamma DT}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] \quad (2)$$

از این رو مجموع کلی هزینه نگهداری برابر است با:

$$\frac{h_1 DT}{2} \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + \frac{h_2 \gamma DT}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] \quad (3)$$

$$(۳) \text{ هزینه بازرسی: } sq/T = sD/(1-\gamma)$$

بر اساس بهره دریافت شده و پرداخت شده (موارد ۴ و ۵ که در بالا ذکر شده است)، در این مدل دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد. حالت اول زمانی است که مقدار سفارش خرده‌فروش کمتر از مقدار تعیین شده توسط تامین کننده است؛ $Q < Q_d$ و حالت دوم زمانی است که مقدار سفارش خرده‌فروش برابر یا بیشتر از مقدار تعیین شده توسط تامین کننده است؛ $Q \geq Q_d$.

$$\text{حالت اول: } (T < T_d) \quad Q < Q_d$$

در این حالت مقدار سفارش کمتر از مقدار سفارش تعیین شده از سوی تامین کننده است. به همین خاطر خرده‌فروش بایستی کسری از مقدار تعیین شده پرداختی را $(v(1-\alpha)Q = v(1-\alpha)DT)$ ، در همان لحظه سفارش و باقی مانده را $(v\alpha Q = v\alpha DT)$ ، در زمان M به تامین کننده بپردازد. بر اساس ارزش های M ، T و T_d سه رخداد؛ $M \leq T < T_d$ ، $T \leq M \leq T_d$ و $T < T_d \leq M$ ممکن است اتفاق بیفتد که به ترتیب در شکل های ۲ الی ۴ نشان داده شده است.

$$\text{رخداد اول از حالت اول: } M \leq T < T_d$$

در این حالت سود خرده‌فروش بر اساس بهره کسب شده او از زمان صفر تا زمان M شروع می‌شود. از این رو بهره دریافتی خرده‌فروش به شکل $I_e pDM^2 / (2T)$ محاسبه می‌گردد. از سوی دیگر به دلیل اینکه $T < T_d$ است، خرده‌فروش بایستی مقدار $v(1-\alpha)DT$ را در زمان تحویل کالا به تامین کننده بپردازد. علاوه بر این به دلیل اینکه $M \leq T$ خرده‌فروش در زمان پرداخت و تسویه حساب با تامین کننده، مقداری موجودی در دست دارد. از این رو خرده‌فروش برای بخش های موجود در انبار هزینه فرصت سرمایه با نرخ I_p را متحمل می‌شود. از این رو مقدار بهره دریافتی توسط تامین کننده در این حالت برابر است با:

$$I_p [v(1-\alpha)DTM + vD(T-M)^2 / 2] / T = \quad (۴)$$

$$I_p [v(1-\alpha)DM + vD(T-2M + M^2 / T) / 2]$$

$$\text{رخداد دوم از حالت اول: } T \leq M \leq T_d$$

در حالتی که $T \leq M$ خرده‌فروش قبل از پرداخت و تسویه حساب با تامین کننده تمام بخش ها را فروخته و با مشتریان خود تسویه حساب می‌کند. بنابراین در این حالت خرده‌فروش متحمل هزینه فرصت نمی‌شود. از سوی دیگر در فاصله زمانی صفر تا M خرده‌فروش از سود فروش با نرخ I_e بهره دریافت می‌کند. در نتیجه بهره دریافتی توسط خرده‌فروش در این حالت برابر است با:

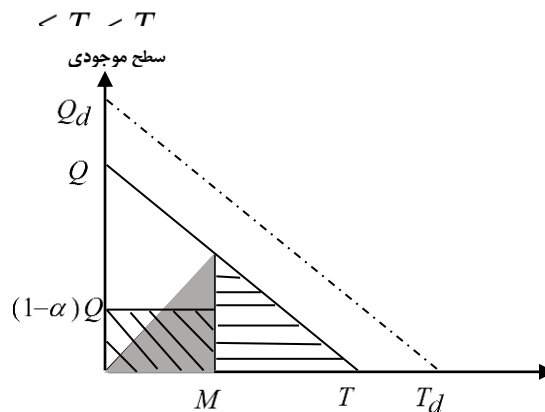
$$I_e [pDT^2/2 + pDT(M-T)] / T = I_e pD(M-T/2) \quad (۵)$$

به علاوه همانند مورد قبل خرده‌فروش بایستی در ابتدای دریافت بخش ها از سوی تامین کننده کسری از مبلغ $(v(1-\alpha)DT)$ را بپردازد. از این رو بهره دریافتی تامین کننده برابر است با:

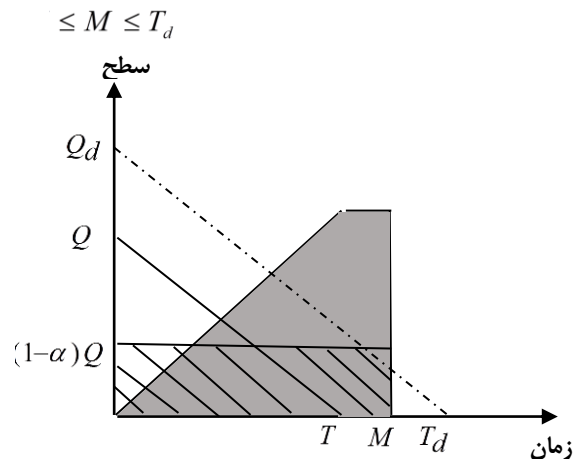
$$I_p [v(1-\alpha)DTM] / T = I_p v(1-\alpha)DM \quad (۶)$$

$$\text{رخداد سوم از حالت اول: } T < T_d \leq M$$

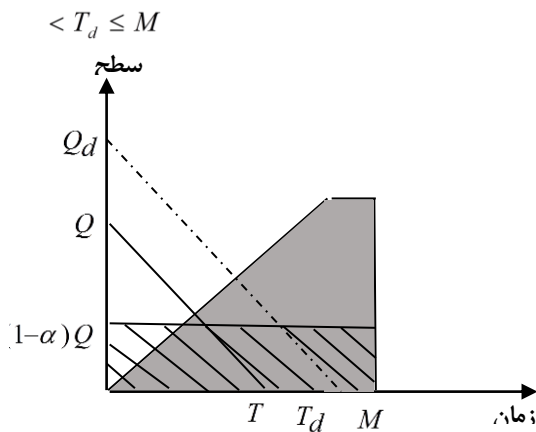
بهره دریافتی و پرداختی خرده‌فروش در این حالت کاملاً شبیه به رخداد دوم از حالت اول است.



شکل شماره (۲): زمان بازپرسازی بر اساس پیش فرض تامین کننده، بیشتر از زمان بازپرسازی بر اساس سفارش خرده فروش و مدت زمان تعیین شده برای پرداخت

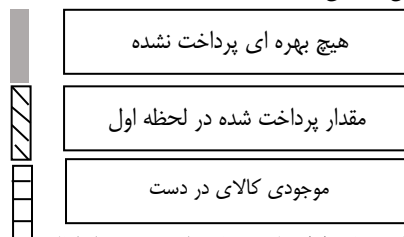


شکل شماره (۳): مدت زمان تعیین شده برای پرداخت بین زمان بازپرسازی تامین کننده و زمان بازپرسازی خرده فروش



شکل شماره (۴): مدت زمان تعیین شده برای پرداخت بیشتر از زمان بازپرسازی تامین کننده و زمان بازپرسازی خرده فروش

علائم اشکال نشان داده شده در بالا به صورت شکل ۵ بیان شده است.



شکل شماره (۵): علام نشان داده شده در اشکال

حالت دوم: $(T \geq T_d) \quad Q \geq Q_d$

در این حالت مقدار سفارش خرده فروش Q برابر یا بیشتر از مقدار تعیین شده Q_d توسط تامین کننده است. در این حالت خرده فروش هیچ پرداختی در زمان تحویل بخش ها ندارد و تمام پرداخت vQ در زمان M اتفاق می افتد. بر اساس ارزش های M ، T و T_d سه رخداد؛ $T_d \leq T \leq M$ ، $T_d \leq M \leq T$ و $M \leq T_d \leq T$ ممکن است اتفاق بیافتد که در شکل های ۶ و ۷ نشان داده شده است.

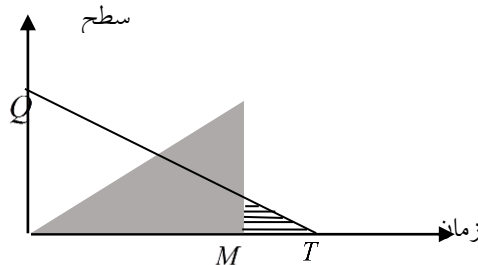
رخداد اول از حالت دوم: $T_d \leq T \leq M$

در این حالت خرده فروش هیچ بهره ای به تامین کننده نمی پردازد. از سوی دیگر در بازه زمانی صفر تا M خرده فروش از بهره ای با نرخ I_e بابت فروش بخش ها دریافت می کند. از این رو نرخ بهره سالانه خرده فروش عبارت است از:

(۷)

$$I_e [pDT^2 / 2 + pDT(M - T)] / T = I_e pD(M - T / 2)$$

$$T_d \leq M \leq T$$



شکل شماره (۶): زمان بازپرسازی خرده فروش بیش از مدت زمان تعیین شده برای پرداخت

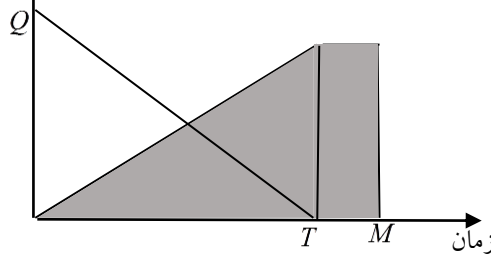
رخداد دوم از حالت دوم: $T_d \leq M \leq T$

در این حالت خرده فروش در بازه زمانی صفر تا M بهره ای با نرخ I_e بابت فروش بخش ها دریافت می کند. نرخ بهره دریافتی خرده فروش عبارت است از: $I_e pDM^2 / (2T)$. از سوی دیگر پس از زمان M مقداری موجودی در انبار وجود دارد که هزینه فرصت سرمایه با نرخ I_p به خرده فروش تحمیل می کند که عبارت است از:

$$I_p vD(T - M)^2 / (2T) = I_p vD(T - 2M + M^2 / T) / 2 \quad (۸)$$

$$T_d \leq T \leq M$$

سطح موجودی



شکل شماره (۷): مدت زمان تعیین شده برای پرداخت بیش از زمان بازپرسازی خرده فروش

رخداد سوم از حالت دوم: $M \leq T_d \leq T$

بهره دریافتی و پرداختی خرده فروش در این حالت کاملاً شبیه به رخداد دوم از حالت دوم است. با توجه به حالات و رخدادهای بیان شده مجموع هزینه های سفارش برای خرده فروش به صورت های زیر قابل بیان است:

مجموع هزینه های خرده فروش در حالت اول $(T < T_d)$ $Q < Q_d$

$$TC_{11}(T) = \frac{sD}{1-\gamma} + I_p v(1-\alpha)DM - I_p vDM + \frac{1}{T} \times (A + \frac{I_p vDM^2}{2} - \frac{I_e vDM^2}{2}) + T \left\{ \frac{h_1 D}{2} [1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2}] + \frac{h_2 \gamma DT}{1-\gamma} [1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)}] + \frac{I_p vD}{2} \right\} \quad (13)$$

برای دو بخش آخر در معادله توسط نامعادله هندسی-حسابی این نامعادله قابل دستیابی است:

$$TC_{11}(T) \leq \frac{sD}{1-\gamma} - I_p v\alpha DM + 2\sqrt{A + \frac{DM^2}{2}(I_p v - I_e p) \times \sqrt{\frac{h_1 D}{2} [1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2}] + \frac{h_2 \gamma T}{1-\gamma} [1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)}] + \frac{I_p vD}{2}}} \quad (14)$$

با توجه به رویکرد نامعادله حسابی-هندسی این نامعادله زمانی برقرار است که دو بخش آخر با یکدیگر برابر باشد یعنی:

$$\frac{1}{T} (A + \frac{I_p vDM^2}{2} - \frac{I_e vDM^2}{2}) = T \left\{ \frac{h_1 D}{2} [1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2}] + \frac{h_2 \gamma DT}{1-\gamma} [1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)}] + \frac{I_p vD}{2} \right\} \quad (15)$$

بر اساس معادله بالا می توان مشاهده کرد که مقدار T که برای این معادله (T_{11}) می نامیم معادله $TC_{11}(T)$ را کمینه می کند.

$$T_{11} = \sqrt{\frac{A + \frac{DM^2}{2}(I_p v - I_e p)}{\frac{D}{2} \left\{ h_1 [1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2}] + I_p v \right\} + \frac{h_2 \gamma D}{1-\gamma} [1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)}]}} \quad (16)$$

به منظور اطمینان از این که $M \leq T_{11} < T_d$ ما معادله (۱۶) را در نامعادله $M \leq T_{11} < T_d$ قرار می دهیم. بر این اساس اگر و تنها اگر $\Delta_1 \leq A < \Delta_2$ آنگاه $M \leq T_{11} < T_d$ که

$$\Delta_1 = \frac{DM^2}{2} \left\{ h_1 [1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2}] + I_e p \right\} + \frac{h_2 \gamma D}{1-\gamma} [1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)}] > 0, \quad (17)$$

$$\Delta_2 = \frac{DT_d^2 h_1}{2} [1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2}] + \frac{DI_p v}{2} (T_d^2 - M^2) \quad (18)$$

$$+ \frac{DM^2}{2} I_e p + \frac{h_2 \gamma D}{1-\gamma} [1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)}] > 0$$

بر اساس نتایج بالا می توان منطق های زیر را ارائه داد:

(۱) اگر $\Delta_1 \leq A < \Delta_2$ در نتیجه $T = T_{11}$ مقداری است که تابع $TC_{11}(T)$ را کمینه می کند.

(۲) اگر $A < \Delta_1$ در نتیجه $T = M$ مقداری است که تابع $TC_{11}(T)$ را کمینه می کند.

(۳) اگر $\Delta_2 < A$ در نتیجه مقداری که تابع $TC_{11}(T)$ را کمینه کند، وجود ندارد.

معادله دوم $TC_{12}(T)$ از حالت اول به صورت زیر قابل بیان است:

$$TC_{12}(T) = \frac{sD}{1-\gamma} + I_p v(1-\alpha)DM - I_e pDM + \frac{A}{T} + T \left\{ \frac{h_1 D}{2} [1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2}] + \frac{h_2 \gamma DT}{1-\gamma} [1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)}] + \frac{I_e pD}{2} \right\} \quad (19)$$

با توجه به رویکرد نامعادله حسابی-هندسی معادله بالا به صورت زیر قابل بیان است:

$$TC_{12}(T) \leq \frac{sD}{1-\gamma} + I_p v(1-\alpha)DM - I_e pDM$$

$$+ 2\sqrt{A \left\{ \frac{h_1 D}{2} \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + \frac{h_2 \gamma DT}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] + \frac{I_e pD}{2} \right\}} \quad (20)$$

و معادله زمانی برقرار است که دو بخش آخر با یکدیگر برابر باشد یعنی:

$$\frac{A}{T} = \sqrt{A \left\{ \frac{h_1 D}{2} \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + \frac{h_2 \gamma DT}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] + \frac{I_e pD}{2} \right\}} \quad (21)$$

بر اساس معادله بالا می توان مشاهده کرد که مقدار T که برای این معادله (T_{12}) می نامیم معادله $TC_{12}(T)$ را کمینه می کند.

$$T_{12} = \sqrt{\frac{A}{\frac{h_1 D}{2} \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + \frac{h_2 \gamma D}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] + \frac{I_e pD}{2}}} \quad (22)$$

به منظور اطمینان از این که $T_{12} \leq M$ ما معادله (۲۲) را در نامعادله $T_{12} \leq M$ قرار می دهیم. بر این اساس اگر و تنها اگر $A < \Delta_1$ آنگاه $T_{12} \leq M$ ، که Δ_1 در رابطه (۱۷) تعریف شده است. بر اساس نتایج بالا منطق های زیر زمانی که $M \leq T_d$ باشد به دست آمده است.

(۱) اگر $A < \Delta_1$ در نتیجه $T = T_{12}$ مقداری است که تابع $TC_{12}(T)$ را کمینه می کند.

(۲) اگر $\Delta_1 < A$ در نتیجه $T = M$ مقداری است که تابع $TC_{12}(T)$ را کمینه می کند.

از آنجایی که توابع دوم و سوم از حالت اول با یکدیگر برابر هستند ارزش بهینه T که تابع $TC_{13}(T)$ را کمینه می کند عبارت است از:

$$T_{13} = T_{12} = \sqrt{\frac{A}{\frac{h_1 D}{2} \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + \frac{h_2 \gamma D}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] + \frac{I_e pD}{2}}} \quad (23)$$

به منظور اطمینان از این که $T_{13} \leq T_d$ ما معادله (۲۳) را در نامعادله $T_{13} \leq T_d$ قرار می دهیم. بر این اساس اگر و تنها اگر $A < \Delta_3$ آنگاه $T_{13} \leq T_d$ ، که Δ_3 به صورت زیر تعریف شده است.

$$\Delta_3 = \frac{DT_d^2}{2} \left\{ h_1 \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + I_e p \right\} + \frac{h_2 \gamma D}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] \quad (24)$$

بر اساس نتایج بالا منطق های زیر زمانی که $M \geq T_d$ باشد به دست آمده است.

(۱) اگر $A < \Delta_3$ در نتیجه $T = T_{13}$ مقداری است که تابع $TC_{13}(T)$ را کمینه می کند.

(۲) اگر $A \geq \Delta_3$ در نتیجه مقداری که تابع $TC_{13}(T)$ را کمینه کند، وجود ندارد.

حالت دوم

در این حالت همانند حالت اول بر اساس ارزش های M ، T و T_d سه معادله بر اساس $T_d \leq M \leq T$ ، $T_d \leq T \leq M$ و $M \leq T_d \leq T$ قابل بیان است. معادله اول را بر اساس $T_d \leq T \leq M$ به صورت زیر می توان نوشت:

$$TC_{21}(T) = \frac{sD}{1-\gamma} - I_e pDM + \frac{A}{T} +$$

$$T \left\{ \frac{h_1 D}{2} \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + \frac{h_2 \gamma DT}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] + \frac{I_e pD}{2} \right\} \quad (25)$$

همانند آنچه در بالا بیان شد می توان زمان بهینه بازسازی را (T_{21}) به صورت زیر نوشت:

$$T_{21} = \sqrt{\frac{A}{\frac{h_1 D}{2} \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + \frac{h_2 \gamma D}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] + \frac{I_e pD}{2}}} \quad (26)$$

با استفاده از عبارات مشابه در حالت اول می توان نتایج زیر را به دست آورد.

- (۱) اگر $A < \Delta_3$ در نتیجه $T = T_d$ مقداری است که تابع $TC_{21}(T)$ را کمینه می کند.
 (۲) اگر $\Delta_3 \leq A \leq \Delta_1$ در نتیجه $T = T_{21}$ مقداری است که تابع $TC_{21}(T)$ را کمینه می کند.
 (۳) اگر $\Delta_1 < A$ در نتیجه $T = M$ مقداری است که تابع $TC_{21}(T)$ را کمینه می کند.
 معادله دوم را بر اساس $T_d \leq M \leq T$ به صورت زیر می توان نوشت:

$$TC_{22}(T) = \frac{sD}{1-\gamma} - I_p vDM + \frac{1}{T} \left(A + \frac{I_p vDM^2}{2} - \frac{I_e pDM^2}{2} \right) + T \left\{ \frac{h_1 D}{2} \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + \frac{h_2 \gamma DT}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right] + \frac{I_p vD}{2} \right\} \quad (۲۷)$$

به طور مشابه زمان بهینه بازپرسازی (T_{22}) برای این حالت به صورت ذیل است:

$$T_{22} = \sqrt{\frac{A + \frac{DM^2}{2} (I_p v - I_e p)}{\frac{D}{2} \left\{ h_1 \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + I_p v \right\} + \frac{h_2 \gamma D}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right]}} \quad (۲۸)$$

بر اساس نتایج بالا منطق های زیر زمانی که $M \geq T_d$ باشد به دست آمده است.

- (۱) اگر $A < \Delta_1$ در نتیجه $T = M$ مقداری است که تابع $TC_{22}(T)$ را کمینه می کند.
 (۲) اگر $A \geq \Delta_1$ در نتیجه $T = T_{22}$ مقداری است که تابع $TC_{22}(T)$ را کمینه می کند.
 از آنجایی که توابع دوم و سوم از حالت دوم نیز با یکدیگر برابر هستند ارزش بهینه T که تابع $TC_{23}(T)$ را کمینه می کند عبارت است از:

$$T_{23} = T_{22} = \sqrt{\frac{A + \frac{DM^2}{2} (I_p v - I_e p)}{\frac{D}{2} \left\{ h_1 \left[1 + \frac{\gamma D}{x(1-\gamma)^2} \right] + I_p v \right\} + \frac{h_2 \gamma D}{1-\gamma} \left[1 - \frac{D}{2x(1-\gamma)} \right]}} \quad (۲۹)$$

بر اساس نتایج بالا منطق های زیر زمانی که $M \leq T_d$ باشد به دست آمده است.

- (۱) اگر $A < \Delta_2$ در نتیجه $T = T_d$ مقداری است که تابع $TC_{23}(T)$ را کمینه می کند.
 (۲) اگر $A \geq \Delta_2$ در نتیجه $T = T_{23}$ مقداری است که تابع $TC_{23}(T)$ را کمینه می کند.
 با ترکیب منطق های اول تا ششم می توان نتایج زیر را به دست آورد. (T^*) زمان بازپرسازی بهینه را نشان می دهد.

قضیه ۱ برای $M \leq T_d$

- (۱) اگر $A \leq \Delta_1$ آنگاه:

$$TC(T^*) = \min \{ TC_{12}(T_{12}), TC_{23}(T_d) \}$$

و از این رو T^* یا T_{12} است یا T_d .

- (۲) اگر $\Delta_1 \leq A < \Delta_2$ آنگاه

$$TC(T^*) = \min \{ TC_{11}(T_{11}), TC_{23}(T_d) \}$$

و از این رو T^* یا T_{11} است یا T_d .

- (۳) اگر $\Delta_2 \leq A$ آنگاه

$$TC(T^*) = \min \{ TC_{12}(M), TC_{23}(T_{23}) \}$$

و از این رو T^* یا T_{23} است یا M .

قضیه ۲ برای $M \geq T_d$

$$TC(T^*) = \min \{ TC_{13}(T_{13}), TC_{21}(T_d) \}$$

- (۱) اگر $A \leq \Delta_3$ آنگاه:

و از این رو T^* یا T_{13} است یا T_d .

(۲) اگر $\Delta_3 \leq A \leq \Delta_1$ آنگاه:

$$TC(T^*) = TC_{21}(T_{21})$$

و از این رو T^* برابر است با T_{21} .

(۳) اگر $\Delta_1 < A$ آنگاه:

$$TC(T^*) = \min\{TC_{21}(M), TC_{22}(T_{22})\}$$

و از این رو T^* یا T_{22} است یا M .

هر زمان که زمان بهینه بازپرسازی (T^*) به دست آمد مقدار بهینه اقتصادی سفارش برابر است با: ($Q^* = DT^*$) و مقدار بهینه کمیت حمل شده از سوی تامین کننده به خرده فروش برابر است با: $q^* = Q^* / (1 - \gamma)$.

ارائه روش حل

بر اساس دو قضیه بالا، الگوریتم تصمیم برای زمان بازپرسازی بیان شده است:

(۱) تعیین مقادیر Δ_1 ، Δ_2 و Δ_3 به ترتیب بر اساس روابط (۱۷)، (۱۸) و (۲۴).

(۲) اگر $M \leq T_d$ ، به گام سوم می‌رویم، اگر نه به گام ششم می‌رویم.

(۳) اگر $A < \Delta_1$ ، مقدار زمان بهینه بازپرسازی T^* ، از رابطه $TC(T^*) = \min\{TC_{12}(T_{12}), TC_{23}(T_d)\}$ به دست می‌آید.

(۴) اگر $\Delta_1 \leq A < \Delta_2$ مقدار زمان بهینه بازپرسازی T^* ، از رابطه $TC(T^*) = \min\{TC_{11}(T_{11}), TC_{23}(T_d)\}$ به دست می‌آید.

(۵) اگر $\Delta_2 \leq A$ مقدار زمان بهینه بازپرسازی T^* ، از رابطه $TC(T^*) = \min\{TC_{11}(M), TC_{23}(T_{23})\}$ به دست می‌آید.

(۶) اگر $A \leq \Delta_3$ مقدار زمان بهینه بازپرسازی T^* ، از رابطه $TC(T^*) = \min\{TC_{13}(T_{13}), TC_{21}(T_d)\}$ به دست می‌آید.

(۷) اگر $\Delta_3 \leq A \leq \Delta_1$ مقدار زمان بهینه بازپرسازی T^* ، از رابطه $TC(T^*) = TC_{21}(T_{21})$ به دست می‌آید.

(۸) اگر $\Delta_1 < A$ مقدار زمان بهینه بازپرسازی T^* ، از رابطه $TC(T^*) = \min\{TC_{21}(M), TC_{22}(T_{22})\}$ به دست می‌آید.

(۹) تمام

مثال عددی

فرض کنید که $D = 10000$ به صورت سالیانه، $A = 50\$$ برای هر سفارش، $v = 20\$$ برای هر واحد، $p = 25\$$ برای هر واحد، $h_1 = 0.2\$$ برای هر واحد در سال، $h_2 = 0.1\$$ برای هر واحد در سال، $M = 45 / 365 = 0.123288$ سال، $I_e = 0.025$ ، $I_p = 0.0$ ، $s = 0.5$ برای هر واحد، $x = 175,200$ واحد در سال، $\gamma = 0.1$ ، $\alpha = 0$ و $Q_d = 1000$. از این رو $T_d = Q_d / D = 0.1$ سال، که نشان می‌دهد $T_d < M$. بنابراین $\Delta_1 = 64.442$ و $\Delta_3 = 42.396$ و $\Delta_3 < A < \Delta_1$. با استفاده از قضیه بیان شده در بخش قبل زمان بهینه بازپرسازی برابر است با $T^* = T_{21} = 0.108598$ سال و با توجه به این زمان مقدار بهینه اقتصادی سفارش (بخش های سالم) برابر است با $Q^* = DT^* = 1085.98$ واحد و بنابراین مقدار اقتصادی اندازه ارسال توسط تامین کننده با توجه به نرخ معیوب بودن برابر است با: $q^* = Q^* / (1 - \gamma) = 1206.64$ واحد.

نتایج تحلیل حساسیت بر اساس مدل توسعه داده شده و مثال عددی در بخش قبل در جداول ۱ الی ۳ قابل مشاهده است، در این قسمت هدف بر آن است تا با بکارگیری داده های مختلف و تصادفی به کاربردی بودن قضایا و روش حل پیشنهادی که به صورت فلوجارت ارائه گردید، صحت آن بررسی شود و نشان می‌دهد که زمان های مختلف بازپرسازی که از سوی خرده فروش براساس شرایط و سیاست های مناسب با مجموعه سیستم کنترل موجودی خود اتخاذ می‌گردد، با توجه به اعتبار معامله و معیوبیت احتمالی موجود می‌تواند برای تامین سفارشات خود به بهینه ترین حالت از هزینه کل که همان کمینه نمودن آن است دست یابد.

همانطور که در جدول ۱ گویاست مشاهده می شود با توجه به تعیین مقدار های پیشنهاد شده از سوی تامین کننده مانند مقدار سفارش و زمان بازپرسازی براساس همان مقدار سفارش تعریف شده و طبق داده های موجود در این مثال تفسیر خروجی این جدول حاکی از آن است که هرچه مقدار سفارش پیشنهاد شده توسط تامین کننده بیشتر باشد زمان بازپرسازی طولانی تر شده و می تواند مجموع هزینه سفارشات کاهش دهد و در نتیجه هزینه کل نیز بهینه شود، لازم به ذکر است که صرفا این استنباط بر اساس داده های تصادفی موجود در این مثال می باشد چرا که مقدار سفارشات زیاد می تواند هزینه نگهداری و به طبع هزینه کل را افزایش دهد بنابراین با تعیین مناسب سیاست و شرایط مختلف در هر سیستم کنترل موجودی که در چارچوب مفروضات و شرایط تعریف شده در این مقاله ذکر گردیده است می توان با مدل ریاضی ارائه شده بهینه ترین سفارشات اقتصادی را اتخاذ نمود. در جدول ۲ می توان بیان نمود که با ارائه داده های نرخ های متفاوت معیوبیت با توجه به شرایط موجود در مثال نشان می دهد که هرچه نرخ معیوبیت کمتر باشد با توجه به طولانی تر شدن زمان بهینه بازپرسازی تصمیم بر افزایش مقدار سفارش صورت می گیرد تا با کاهش هزینه هربار از سفارشات و هزینه نگهداری اقلام معیوب مواجه شود و هزینه کل بهینه گردد و بدیهیست با افزایش نرخ معیوبیت و شرایط مسئله تصمیم به سفارشات کمتری جهت دستیابی به هزینه کل بهینه خواهد گرفت. همینطور در جدول ۳ در زمان های متفاوت پیشنهاد شده توسط تامین کننده جهت پرداخت، مدل ارائه شده زمان های مختلفی جهت بهینه بازپرسازی را براساس شرایط و اعتبار معامله ارائه نموده که و این زمان ها براساس قضایا بیان شده و نشان می دهد که هر چه مهلت بیشتری توسط تامین کننده برای پرداخت وجود داشته باشد خرده فروش سیاستی مبنی بر افزایش سفارشات خود اتخاذ کند تا بتواند بهره حداکثری از اعتبار معامله کسب کند، تا در نهایت به هزینه کل بهینه دست پیدا کند.

جدول شماره(۱): تحلیل حساسیت مقدار تعیین شده تامین کننده

Q_d	T_d	T^*	Q^*	q^*	$TC(T^*)$	
۵۰۰	۰/۰۵	T_{21}	۰/۱۰۸۵	۱۰۸۵/۹۸	۱۲۰۶/۶۴	۴۴۲۹۴/۱۶
۱۰۰۰	۰/۱	T_{21}	۰/۱۰۸۵	۱۰۸۵/۹۸	۱۲۰۶/۶۴	۴۴۲۹۴/۱۶
۱۵۰۰	۰/۱۵	T_d	۰/۱۵	۱۵۰۰	۱۶۶۶/۶۷	۴۴۲۴۳/۹۳
۲۰۰۰	۰/۲	T_d	۰/۲	۲۰۰۰	۲۲۲۲/۲۲	۴۴۱۰۶/۰۳
۴۰۰۰	۰/۴	T_{21}	۰/۱۰۸۵	۱۰۸۵/۹۸	۱۲۰۶/۶۷	۴۳۶۹۰/۰۵
۵۰۰۰	۰/۵	T_{21}	۰/۱۰۸۵	۱۰۸۵/۹۸	۱۲۰۶/۶۷	۴۳۶۹۰/۰۵

جدول شماره(۲): تحلیل حساسیت نرخ معیوبیت

γ	T^*	Q^*	q^*	$TC(T^*)$	
۰/۰۱	T_{21}	۰/۱۰۹۹	۱۰۹۹/۵۸	۱۱۱۰/۶۸	۴۴۸۱۰/۶
۰/۰۳	T_{21}	۰/۱۰۹۶	۱۰۹۶/۷۴	۱۱۳۰/۶۶	۴۴۷۰۴/۱۶
۰/۰۵	T_{21}	۰/۱۰۹۳	۱۰۹۳/۷۹	۱۱۵۱/۳۷	۴۴۵۹۳/۱۵
۰/۰۸	T_{21}	۰/۱۰۸۹	۱۰۸۹/۱۹	۱۱۸۳/۹	۴۴۴۱۷/۶۵
۰/۱	T_{21}	۰/۱۰۸۵	۱۰۸۵/۹۸	۱۲۰۶/۶۴	۴۴۲۹۴/۱۶

جدول شماره (۳): تحلیل حساسیت اعتبار معامله

M	T^*	Q^*	q^*	$TC(T^*)$	
۰/۰۲۷	T_{23}	۰/۱۰۴۳	۱۰۴۳/۸۴	۱۱۵۹/۸۴	۴۳۶۷۲/۸۳
۰/۰۴۱	T_{23}	۰/۱۰۴۳	۱۰۴۷/۴۹	۱۱۶۳/۸۸	۴۳۷۶۵/۳۶

۰/۰۸۲	T_{23}	۰/۱۰۶۶	۱۰۶۶/۹۶	۱۱۸۵/۵۱	۴۴۰۳۵/۰۶
۰/۱۲۳	T_{21}	۰/۱۰۵۸	۱۰۹۸/۹۸	۱۲۰۶/۶۴	۴۴۲۹۴/۱۶
۰/۱۶۴	T_{21}	۰/۱۰۵۸	۱۰۹۸/۹۸	۱۲۰۶/۶۴	۴۴۵۵۱/۰۱
۰/۲	T_{21}	۰/۱۰۵۸	۱۰۹۸/۹۸	۱۲۰۶/۶۴	۴۴۸۰۷/۸۶

۳- نتایج و بحث

در این مقاله مدل های کنترل موجودی در تحقیق های گذشته که تحت شرایطی که دارای اعتبار معامله از سوی تامین کنندگان بوده، ولی کیفیت محصولات در آن ها لحاظ نشده بود، توسعه داده شده است. چارچوب اصلی مسئله مورد بررسی در این تحقیق به این شرح بود که خریدار برای سفارش محصولات خود با فروشنده ای در ارتباط است و فروشنده به خریدار اختیار میدهد که هزینه های محصولات سفارشی را با تاخیر پرداخت کند و زمان بازپسری بر اساس این اعتبار رخ میدهد. در حقیقت طول دوره بازپسری براساس زمان اعتبار معامله است. همچنین مسائل مرتبط با سیاست پرداخت معوقه به زمان پرداخت، هزینه معوقه، نرخ بهره های دریافتی و پرداختی بستگی دارد. همانطور که بیان شد سفارشات تامین شده توسط تامین کننده تمامی محصولات به طور کامل سالم به دست خرده فروش نمی رسد که این مسئله نه تنها بر میزان سفارش خرده فروش تاثیر می گذارد بلکه بر هزینه های نگهداری، طول دوره بازپسری و در نهایت مجموع هزینه های کلی سفارش اثر گذار است. بنابراین با توسعه مدل کنترل موجودی تحت اعتبار معامله و محصول معیوب، دو قضیه در این مقاله بیان شد که بر اساس این تحقیق یک الگوی تصمیم گیری بهینه زمان و مقدار بازپسری به صورت فلوچارت معرفی گردید. لازم به ذکر است که فرض و ماهیت بکارگیری پارامترها قطعی در نظر گرفته شده که می توان در تحقیقات آتی، فازی در نظر گرفت، بنابراین در همین راستا در پایان برای انجام پژوهش های آتی مواردی به پژوهشگران پیشنهاد می گردد: توسعه مدل میزان سفارش اقتصادی فازی تحت سیاست اعتباری و نرخ محصولات معیوب، توسعه مدل میزان سفارش اقتصادی تقاضای احتمالی تحت سیاست اعتباری و نرخ محصولات معیوب و تورم.

۴- منابع

1. Emery, GW. (1987). An optimal financial response to variable demand. *Journal Finance Quant Anal*, 22, 209-225.
2. Chen, S. C., Cárdenas-Barron, L. E., & Teng, J. T. (2014). Retailer's economic order quantity when the supplier offers conditionally permissible delay in payments link to order quantity. *International Journal of Production Economics*, 155, 284-291.
3. Harris, F.W. (1913). How many parts to make at once. *Factory. The Magazine of Management*, 10, 135-136 and 152.
4. Goyal, SK. (1985). Economic order quantity under conditions of permissible delay in payments. *Journal Operation Research Society*, 36, 335-339.
5. Aggarwal, SP, Jaggi, CK. (1995). Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments. *Journal Operation Research Society*, 46, 658-662.
6. Chang, CT, Ouyang, LY, Teng, JT. (2003). An EOQ model for deteriorating items under supplier credits linked to ordering quantity. *Applied Math Model*, 27, 983-996.
7. Chang, CT. (2004). An EOQ model with deteriorating items under inflation when supplier credits linked to order quantity. *International Journal of Production Economics* 88, 307-316.
8. Huang, YF. (2007). Economic order quantity under conditionally permissible delay in payments. *European Journal Operation Research*, 176, 911-924.
9. Teng JT. (2009). Optimal ordering policies for a retailer who offers distinct trade credits to its good and bad credit customers. *International Journal Production Economics*, 119, 415-423.

10. Chang C.T., Teng, J.T., Chern, M.S. (2010). Optimal manufacturer's replenishment policies for deteriorating items in a supply chain with up-stream and down-stream trade credits. *International Journal of Production Economics*, 127, 197–202.
11. Guchhait P., Maiti, M. K., & Maiti, M. (2015). An EOQ model of deteriorating item in imprecise environment with dynamic deterioration and credit linked demand. *Applied Mathematical Modelling*.
12. Shah, N. H., & Cárdenas-Barron, L. E. (2015). Retailer's decision for ordering and credit policies for deteriorating items when a supplier offers order-linked credit period or cash discount. *Applied Mathematics and Computation*, 259, 569-578.
13. Wu J., Skouri, K., Teng, J. T., & Ouyang, L. Y. (2014). A note on “optimal replenishment policies for non-instantaneous deteriorating items with price and stock sensitive demand under permissible delay in payment”. *International Journal of Production Economics*, 155, 324-329.
14. Soni, H. N. (2013). Optimal replenishment policies for non-instantaneous deteriorating items with price and stock sensitive demand under permissible delay in payment. *International Journal of Production Economics*, 146(1), 259-268.
15. Porteus, EL. (1986). Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction. *Operation Research*, 34,137–144.
16. Rosenblatt, MJ, Lee, HL (1986). Economic production cycles with imperfect production processes. *IIE Trans*, 18, 48–55.
17. Teng, J.T., Lou, K.R. (2012). Seller's optimal credit period and replenishment time in a supply chain with up-stream and down-stream trade credits. *Journal of Global Optimization*, 53, 417–430.
18. Kreng, V.B., Tan, S.J. (2011). Optimal replenishment decision in an EPQ model with defective items under supply chain trade credit policy. *Expert Systems with Applications* 38, 9888–9899.
19. Lin, Y.J., Ouyang, L.Y., Dang, Y.F. (2012). A joint optimal ordering and delivery policy for an integrated supplier–retailer inventory model with trade credit and defective items. *Applied Mathematics and Computation*, 218 (14), 7498–7514.
20. Jaggi, C.K., Goel, S.K., Mittal, M. (2013). Credit financing in economic ordering policies for defective items with allowable shortages. *Applied Mathematics and Computation*, 219 (10), 5268–5282.

