



استفاده از رویکرد تئوری بازی ها و تحلیل پوششی داده ها برای محاسبه کارایی هزینه در شبکه های دو سطحی

راحله موسوی زاده

دکتری مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد واحد تهران جنوب

مهرزاد نوابخش (نویسنده مسؤل)

استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد واحد تهران جنوب

Email: m_navabakhsh@azad.ac.ir

اشکان حافظ الکتب

دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد واحد تهران جنوب

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۲۹ * تاریخ پذیرش ۱۴۰۰/۰۷/۲۴

چکیده

ارزیابی عملکرد در تحلیل پوششی داده‌ها با استفاده از محاسبه کارایی تکنیکی حاصل می‌شود. اما آنچه که در این نوع محاسبه مد نظر قرار نمی‌گیرد قیمت ورودی‌های مدل است. در محاسبه کارایی تکنیکی مقدار خروجی به ورودی ماکزیمم می‌شود و با استفاده از مدل می‌توان واحدهای تصمیم‌گیری کارا را مشخص کرد در حالی که ممکن است واحد تصمیم‌گیری‌ای که در مرز کارایی است و مرجعی برای سایر واحدهای تصمیم‌گیری است با صرف هزینه بالا کارا شده باشد و بتوان واحد تصمیم‌گیری‌ای یافت که با هزینه تولید پایینی در مرز کارایی قرار گرفته باشد. کارایی هزینه به یافتن نقاطی می‌پردازد که با صرف کمترین هزینه بر روی مرز کارایی باشند. با توجه به اهمیت کارایی هزینه و عدم توجه به این مفهوم در ساختارهای شبکه‌ای و چند مرحله‌ای، این پژوهش به بررسی کارایی هزینه در فرآیند دو مرحله‌ای سری محض می‌پردازد. در تحقیق حاضر با بکارگیری مفهوم تئوری بازی‌ها و تحلیل پوششی داده‌ها در حالت متمرکز و غیر متمرکز به ارزیابی عملکرد فرآیندهای دو مرحله‌ای محض می‌پردازیم. به منظور بررسی اعتبار و کارایی مدل‌ها و نیز کاربردی بودن آنها یک مطالعه موردی انجام شده است و نتایج مدیریتی پیشنهاد خواهد شد. مدل‌ها برای شبکه برق ایران که شبکه‌ای شامل تولید و توزیع است به کار رفته شده است و ۱۴ واحد تصمیم‌گیری مورد ارزیابی قرار گرفته است. آنچه که واضح است این است که میانگین کارایی هزینه شبکه برق ایران مقدار پایینی است و نیاز به بازنگری و برنامه‌ریزی جهت افزایش کارایی وجود دارد. در شبکه برق ایران در صورت در نظر گرفتن عدم همکاری بین دو بخش تولید و توزیع، برای افزایش کارایی هزینه بهتر است بخش تولید رهبر باشد و با توجه به افزایش کارایی هزینه کل شبکه برق در حالت متمرکز، بهتر است که بین دو بخش تولید و توزیع همکاری و هم‌افزایی ایجاد شود.

کلمات کلیدی: کارایی هزینه، کارایی تکنیکی، تحلیل پوششی داده‌ها، تئوری بازی‌ها، فرآیندهای شبکه‌ای.

۱- مقدمه

ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیری مختلف با در نظر گرفتن هزینه، مقداری دقیقتر و نزدیکتر به دنیای واقعی است و لحاظ نکردن قیمت ورودی‌ها و هزینه‌ی ترکیبات مختلف از ورودی‌ها ممکن است نتیجه‌ای دور از واقع را به دنبال داشته باشد. یافتن میزان تولید بهینه و به دنبال آن مقدار بهینه استفاده از منابع تولید برای هر واحد تصمیم‌گیری از مسائل مهم پیش روست. واحدهای تصمیم‌گیری به دنبال آن هستند که ورودی‌های خود را با توجه به قیمت و فناوری تولید به نسبت بهینه مورد استفاده قرار دهند و از آنجا که تنها حداکثر تولید مد نظر نیست، هدف موسسه تولیدی آن است که با حداقل هزینه حداکثر تولید را ایجاد کند، لذا بررسی کارایی هزینه در کنار کارایی تکنیکی دارای اهمیت می‌شود. با توجه به اینکه ساختارهای شبکه‌ای به بسیاری از مسائل دنیای واقعی حاکم است، این تحقیق به بررسی کارایی هزینه در فرآیندهای دو سطحی می‌پردازد و از رویکرد تئوری بازی‌ها برای این مقصود کمک می‌گیرد. تئوری بازی‌ها از جمله رویکردهایی است که می‌تواند ارتباط بین اجزاء شبکه را به خوبی مد نظر قرار دهد.

۲- روش شناسی تحقیق

تحقیق حاضر به لحاظ عملیاتی در زمره پژوهش بنیادی قرار می‌گیرد و در آن تبیین مدل‌های کارایی هزینه در شبکه دو سطحی مورد توجه است که دنبال کردن و تبیین آن می‌تواند به توسعه مبانی نظری بیانجامد. در ضمن نتایج تحقیق به توسعه دانش کاربردی در زمینه رتبه بندی و امتیازدهی به واحدهای تصمیم‌گیری و همچنین قیمت گذاری محصولات در بازار رقابتی نیز کمک خواهد کرد. شیوه دنبال کردن تحقیق نیز در زمره تحقیقات کتابخانه‌ای با تمرکز بر جمع آوری مقالات از پایگاه‌های اطلاع رسانی، مطالعه و تلخیص آنها می‌باشد.

الف) مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای

احتمال وجود چنین ساختارهایی اولین بار توسط چارنز و همکاران (Charnes et al., 1986) مورد بحث قرار گرفت. از آن زمان به بعد، تحقیقات زیادی در مورد شناسایی و مدلسازی چنین ساختارهایی صورت گرفته است، بگونه‌ای که برخی از محققان مدل‌هایی را برای ارزیابی کارایی تحت شرایط خاص توسعه داده‌اند، برخی دیگر خواص و ویژگی‌های مدل‌ها را بررسی نموده‌اند و باقیمانده هم مدل‌های موجود را برای حل مسائل دنیای واقعی بکار برده‌اند. فار و گروسکوپف (Färe and Grosskopf, 1997) و فار و همکاران (Färe Grosskopf and Whittaker, 2007) چندین مدل تحلیل پوششی داده‌ها شبکه‌ای ارائه نمودند که این مدل‌ها می‌تواند برای توسعه حالت‌های مختلف مدل تحلیل پوششی داده‌ها سنتی استفاده شود. اولین دسته، مدل‌های ایستا می‌باشد که مانند مدل تحلیل پوششی داده‌ها سنتی بعد زمان را در نظر نمی‌گیرد، ولی قادر است فرآیندهای داخلی سیستم را مدل کند. در این نوع مدل‌ها، برخی خروجی‌های فرآیندهای خاص به عنوان ورودی فرآیندهای دیگر مصرف می‌شوند (به عنوان نمونه به Prieto and Zofío, 2007) مراجعه شود). مدل‌های دو مرحله‌ای تحلیل پوششی داده‌ها نوع خاصی از این دسته از مدل‌ها می‌باشد. دسته دوم، مدل‌های پویا هستند که در آنها، برخی از خروجی‌های یک فرآیند در یک دوره به عنوان ورودی‌های همان فرآیند در دوره بعد استفاده می‌شوند و می‌توان آنها را بصورت معیارهای میانی در واحد زمان در نظر گرفت (به عنوان نمونه به Jaenicke, 2000) مراجعه شود). دسته سوم، مدل‌های پذیرش فناوری یا جریان مشترک هستند که به منظور تخصیص مناسب منابع بین مراحل مختلف فناوری‌های تولید به کار گرفته می‌شوند (به عنوان نمونه به Charnes et al., 1986) مراجعه شود). بطور کلی، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به عنوان نوع خاصی از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها شناخته نمی‌شود، بلکه به گروهی از مدل‌ها که دارای برخی ویژگی‌های مشترک هستند اطلاق می‌شود.

کاو (2009) مدل‌های مختلفی برای محاسبه‌ی کارایی سیستم‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای توسعه داده شده است. کاو (2014) این مدل‌ها را در نه دسته طبقه‌بندی کرده است که آنها عبارتند از: مدل مستقل، مدل مبتنی به اندازه‌گیری فاصله

سیستم، مدل اندازه‌گیری فاصله فرآیند، مدل اندازه‌گیری فاصله عامل، مدل اندازه‌گیری مبتنی بر متغیرهای کمبود و مازاد، مدل کارایی سیستم دارای حالت نسبتی، مدل کارایی فرآیند دارای حالت نسبی، مدل مبتنی بر نظریه بازی‌ها و مدل مبتنی بر ارزش. فار و گروسکوپف (Färe and Grosskopf, 1997) مبتنی بر تحقیقات شپهارد (Shephard and Kuhn, 1970) و شپهارد و فار (Shephard and Fare, 2013) مجموعه‌ای از مدل‌ها را به منظور پرداختن به ساختارهایی که تحلیل پوششی داده‌ها سنتی از پرداختن به آنها عاجز است، ارائه نمودند. بر خلاف مدل‌های سنتی تحلیل پوششی داده‌ها، مدل‌های شبکه‌ای فرمولبندی ثابتی ندارند و بطور کلی، بر اساس ساختار شبکه و فرآیندهای درونی واحدهای مورد مطالعه مدلسازی می‌شوند. ساختار دو مرحله‌ای پایه، ساختار دو مرحله‌ای عمومی، ساختار سری، ساختار موازی، ساختار ترکیبی، ساختار پویا و ساختار سلسله مراتبی از رایج‌ترین ساختارهای تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشند (Kao, 2014). در ادامه به بررسی نظریه بازی‌ها در تحلیل پوششی داده‌ها می‌پردازیم.

ب) مدل های نظریه بازی‌ها در تحلیل پوششی داده‌ها

در سال‌های اخیر، برخی از محققان از مفاهیم نظریه بازی‌ها در فرموله کردن مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای استفاده کرده‌اند. مدل متمرکز یا با همکاری و مدل غیر همکارانه دو رویکرد اصلی در این دسته هستند. مدل‌های متمرکز اولین بار توسط لیانگ و همکاران (Chen, Liang and Zhu, 2006) برای سیستم‌های دو مرحله‌ای مطرح گردید. در مدل‌های متمرکز که از مفهوم نظریه بازی‌های با همکاری استفاده می‌کند، هر یک از مراحل یا فرآیندهای داخلی به صورت یک واحد در نظر گرفته می‌شوند تا کارایی کل سیستم را بیشینه کنند. بر اساس این چارچوب، کارایی کل سیستم می‌تواند به حاصلضرب مقادیر کارایی زیرسیستم‌ها تجزیه شود. هنگامی که وزن‌های بهینه منحصر به فرد نیستند، مقداری انعطاف پذیری در تجزیه کارایی کل سیستم به کارایی زیرسیستم‌ها وجود دارد. بنابراین، تعیین تجزیه عادلانه کارایی کل سیستم بین زیرسیستم‌ها برای همکاری مؤثر آنها امری ضروری است. برای حل این مشکل، کاو و هوانگ (Kao and Hwang, 2008) و لیانگ و همکاران (Liang, Cook and Zhu 2008) هردو پیشنهاد کردند که ابتدا، حداکثر کارایی قابل وصول از مرحله اول محاسبه شود و سپس، کارایی مرحله دیگر، با توجه به کارایی کل سیستم و حداکثر کارایی قابل وصول از مرحله اول مورد محاسبه قرار گیرد. جدول (۱) خلاصه‌ای از تحقیقات انجام شده در زمینه تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، که از نظریه بازی‌ها در فرآیند مدلسازی استفاده نموده‌اند، را ارائه نموده است. این تحقیق‌ها به زبان انگلیسی منتشر شده است

جدول شماره (۱): خلاصه‌ای از تحقیقات انجام شده در زمینه تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای مبتنی بر نظریه بازی‌ها

مراجع	نوع بازی	ساختار شبکه	فرآیند مدلسازی	بازیکنان	کاربرد
Chen, Liang, Yang and Zhu, 2006	بازی های با همکاری و بدون همکاری	دو مرحله ای	خطی	مراحل	-
Kao & Hwang, 2008	بازی با همکاری	دو مرحله ای	خطی	مراحل	شرکت های بیمه غیر زندگی در تایوان
Liang, Cook, and Zhu., 2008	بازی با همکاری و بدون همکاری	دو مرحله ای	خطی	مراحل	صنعت بانکداری - بانک های تجاری آمریکا
Du, Liang, Chen, Cook and Zhu., 2011	بازی چانه زنی نش	دو مرحله ای	خطی	مراحل	بانک های تجاری آمریکا، شرکت های بیمه غیر زندگی
Mahmoudi, Emrouznejad & Rasti-Barzoki, 2019	بازی چانه زنی نش	دو مرحله ای	غیر خطی	مراحل	کارایی بانک ها
Abdali & Fallahnejad, 2020	بازی چانه زنی نش	دو مرحله ای	غیر خطی	مراحل	یک مدل عددی

شعب بانک مردم در ایالت ویرجینیای شرقی	مراحل	خطی	دو مرحله ای	بازی بدون همکاری	Tavana and Khalili-Damghani, 2014
شرکت های توزیع برق در ایران	DMU ها	خطی	دو مرحله ای	بازی چانه زنی نش	Omrani, H., R. Gharizadeh Beiragh, and S. Shafiei Kaleibari., 2015
شرکت های تولید و توزیع برق قدرت	مراحل	خطی	دو مرحله ای	بازی با همکاری	Khalili-Damghani, K. and Z. Shahmir., 2015
بانک ملی ایران	مراحل	خطی	سه مرحله ای	بازی با همکاری	Khalili-Damghani, K., M. Taghavifard, L. Olfat, and K. Feizi., 2011
-	-	خطی	چند مرحله ای	-	Despotis, D.K., D. Sotiros, and G. Koronakos., 2016
سیستم های حمل و نقل	معیارها	غیر خطی	تک مرحله ای	بازی چانه زنی نش	Jahangoshai Rezaee, Izadbakhsh and Yousefi, 2016
شرکت های سیمان	مراحل	غیر خطی	چهار مرحله ای	بازی چانه زنی نش	Jahangoshai Rezaee and M. Shokry, 2016
شعب بانک مردم در ایالت ویرجینیای شرقی	مرحله	خطی	دو مرحله ای	بازی با همکاری و بدون همکاری	Esfandiari, Hafezalkotob, Khalili- Damghani and Amirkhan, 2017
یک کارخانه تولید کننده خودرو	مراحل	خطی	دو مرحله ای	بازی با همکاری و بدون همکاری	Sadjadi and Bayati, 2016

همانطور که دیده می شود، کارایی هزینه با توجه به اهمیت زیادش مورد بررسی قرار نگرفته است و به طور واضح شکاف تحقیقاتی در این مورد دیده می شود. ما در این تحقیق به دنبال بررسی تمام حالات همکاری و عدم همکاری اجزاء یک شبکه دو سطحی به منظور بررسی کارایی هزینه هستیم. با بررسی مطالعاتی که میزان کارایی هزینه در یک زنجیره تامین را مد نظر قرار داده است و از رویکرد تحلیل پوششی داده ها در این مورد استفاده کرده است در می یابیم که مطالعات بیشتر بر مدل کارایی هزینه فارل بنا شده است و در آنها قیمت عوامل تولید ثابت فرض شده است. از آن جمله می توان به منابع (Wanke and Antunes, 2019) و (Fukuyama and Tzeremes, 2020) اشاره کرد. که در آنها با در نظر گرفتن زنجیره تامین دو سطحی و ساختار سری به بررسی کارایی هزینه پرداخته اند. در سال های اخیر مطالعاتی در زمینه کارایی هزینه انجام شده است که از آن جمله می توان به (Zhu and Wang 2019) اشاره کرد که در این مقاله محققین به دنبال این هستند که مدل مناسب برای اندازه گیری کارایی هزینه را بیابند و نتیجه نشان می دهد که بازده ثابت در مقیاس مدل های بهتری برای اندازه گیری کارایی هزینه هستند. در مقاله (Chu and Zhang 2020) رویکرد تئوری بازی ها برای تخصیص هزینه در بانک استفاده شده است. این مقاله بهترین هزینه را از طریق روش چانه زنی نش می یابد و فاصله هزینه را تا آن نقطه مورد بررسی قرار می دهد.

با توجه به کارایی تئوری بازی ها و اهمیت کارایی هزینه، تحقیق حاضر یک مدل جامع برای محاسبه کارایی هزینه با روش تئوری بازی هاست که در آن کارایی هزینه ساختار کلی شبکه و هر یک از اجزاء مورد محاسبه قرار می گیرد. همانطور که دیده شد، در مطالعات قبلی فقدان استفاده از تئوری بازی ها به شکل جامع برای محاسبه کارایی هزینه به طوری که ارتباط بین اجزاء مدل مد نظر قرار گیرد و با استفاده از شیوه های ریاضی از پیچیدگی مدل کاسته شود، دیده می شود.

ج) مدل سازی ریاضی و روش حل پیشنهادی

کارایی هزینه نسبت حداقل هزینه به کل هزینه را محاسبه می کند. در تحلیل پوششی داده ها علاوه بر این مفهوم، منحنی کارایی تکنیکی نیز در نظر گرفته می شود و نقطه کارایی هزینه برای هر واحد تصمیم گیری نسبت حداکثر خروجی از ورودی های

مشخص است در حالی که هزینه نیز مینیمم شده است. فارل (Farrell, 1957) مدل محاسبه کارایی هزینه را برای هر واحد تصمیم گیری، وقتی که قیمت های ورودی مشخص هستند به صورت مدل (۱) پیشنهاد داد:

$$C_o^* = \min \frac{\sum_{i=1}^m p_{io} x_{io}^*}{\sum_{i=1}^m p_{io} x_{io}}$$

s.t.

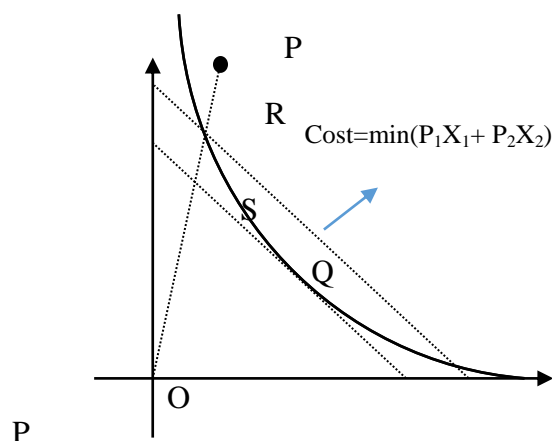
$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{io}^* \quad (i = 1, \dots, m)$$

رابطه (۱)

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad (r = 1, \dots, s)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n)$$

x_{io}^* is free

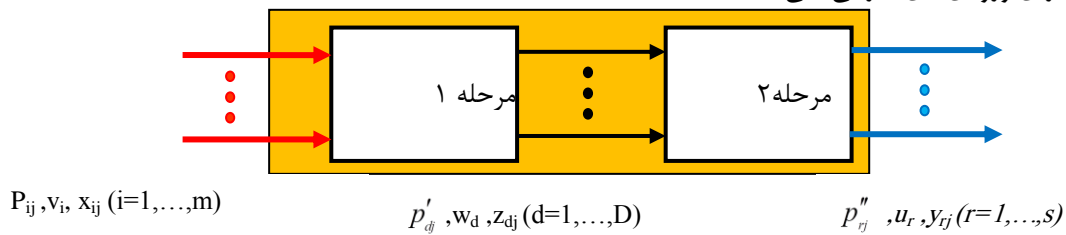


شکل شماره (۱): کارایی تکنیکی و کارایی هزینه برای نقطه

برای هر DMU_j ($j = 1, \dots, n$) بردار ورودی ها و خروجی ها به صورت (X_j, Y_j) است به طوری که $X_j = x_{1j}, \dots, x_{mj}$ و $Y_j = y_{1j}, \dots, y_{sj}$ و همچنین ماتریس X دارای ابعاد $m \times n$ و ماتریس Y دارای ابعاد $s \times n$ می باشد و $X > 0$ و $Y > 0$ است. در مدل بالا p_{ij} قیمت ورودی i ام برای DMU_j است و x_{io}^* مقدار بهینه ورودی i ام واحد تصمیم گیری تحت بررسی در شرایطی که هزینه مینیمم شده است. اگر فرض کنیم که واحدهای تصمیم گیری دو عامل تولید (ورودی) و یک خروجی داشته باشند و منحنی بودجه خطی باشد شکل (۱) کارایی هزینه و کارایی تکنیکی برای نقطه P را نشان می دهد. نقطه R تصویر واحد تصمیم گیری P روی منحنی کارایی و نقطه S تصویر همان واحد تصمیم گیری بر روی منحنی هزینه است. در صورتی که واحد تصمیم گیری P در نقطه R قرار داشت به لحاظ کارایی تکنیکی کارا بود ولی به لحاظ کارایی هزینه در نقطه بهینه ای قرار نداشت و نقطه Q وجود دارد که هم بر منحنی کارایی قرار دارد و هم با هزینه کمتری همان میزان خروجی ای

که R مصرف کرده را تولید کرده است. در واقع نقطه Q هم بر روی منحنی کارایی و هم بر روی منحنی هزینه قرار دارد. مقدار کارایی هزینه را از $\frac{OS}{OP}$ محاسبه می کنیم.

نمایشی از یک فرآیند دو سطحی محض در شکل (۲) به تصویر کشیده شده است. همانطور که نشان داده شده است، هر DMUj از دو مرحله تشکیل شده است، بگونه ای که این مراحل بطور سری به هم متصل شده اند. همچنین کل خروجی های هر مرحله به عنوان تنها ورودی های مرحله بعد مصرف می شوند. به عبارت دیگر، مرحله ۱ دارای خروجی های خارجی و نیز مرحله ۲ دارای ورودی های خارجی نمی باشند.



شکل شماره (۲): ساختار یک شبکه دو سطحی

فرض می کنیم که هر $DMU_j (j = 1, 2, \dots, n)$ ای m ورودی دارد که با $x_{ij} (i = 1, 2, \dots, m)$ نشان داده می شود. این ورودی ها D خروجی تولید می کنند که با $z_{dj} (d = 1, \dots, D)$ نشان داده می شود. این مقدار مستقیم به عنوان ورودی بخش دوم به کار برده می شود تا خروجی های $y_{rj} (r = 1, \dots, s)$ را تولید کند. v_i, w_d, u_r به ترتیب وزن های ورودی های، لایه میانی و وزن های خروجی ها می باشد. قیمت داده های ورودی، داده های میانی و داده های خروجی نیز در این مدل در نظر گرفته شده است که به ترتیب با $p_{ij}, p'_{dj}, p''_{rj}$ نشان داده شده اند. آنچه که مورد سوال این تحقیق است این است که در صورتی که دو بخش را به صورت متمرکز و غیر متمرکز بررسی کنیم، کارایی هزینه کل شبکه و هر یک از بخش ها چه میزان خواهد شد؟ البته در زمانی که قیمت های ورودی ثابت باشند.

طبق شکل (۲) اگر DMU_j را به عنوان یک کل در نظر بگیریم که دو فرآیند داخلی در آن در جریان است و از دیدگاه متمرکز به آن نگاه کنیم کارایی هزینه با استفاده از گسترش مدل فارل به صورت زیر پیشنهاد می شود.

$$e_o^{centralized} = \text{Min} \frac{\sum_{i=1}^m p_{io} x_{io}^*}{\sum_{i=1}^m p_{io} x_{io}}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 x_{ij} \leq x_{io}^*, \quad (i = 1, \dots, m) \quad (2 \text{ الف})$$

رابطه (۲)

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^1 z_{dj} \geq z_{do}^*, \quad (d = 1, \dots, D) \quad (2 \text{ ب})$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 z_{dj} \leq z_{do}^*, \quad (d = 1, \dots, D) \quad (2 \text{ ج})$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^2 y_{rj} \geq y_{ro}^*, \quad (r = 1, \dots, s) \quad (2 \text{ د})$$

$$\lambda_j^1, \lambda_j^2 \geq 0, z_{do}^*, x_{io}^* \text{ are free}$$

در مدل بالا p_{io} قیمت ورودی i در واحد تصمیم گیری O است و x_{io}^* میزان ورودی بهینه است (مقدار ورودی ای که کمترین هزینه تولید را به دنبال دارد)، تابع هدف در واقع نسبت مینیمم هزینه تولید را به کل هزینه مصرفی برای تولید محصول y_{rj} می‌سنجد. شرط کارایی هزینه این است که خط هزینه مینیمم شود تا جایی که همچنان با مرز کارایی در تلاقی باشد. این تعریف در محدودیت‌های (۲ الف) تا (۲ د) گنجانده شده است. محدودیت (۲ الف)، (۲ ب)، (۲ ج) و (۲ د) نشان می‌دهند که x_{io}^* و z_{do}^* روی مرز کارایی هستند. آنچه که گفته شد در شکل (۱) نشان داده شده است. برای مثال در شکل (۱) خط $Cost = \min (p_1 x_1 + p_2 x_2)$ به عنوان خط مرزی برای کارایی هزینه واحد تصمیم گیری P می‌باشد. در مدل (۳) تابع هدف مینیمم هزینه را مدل می‌کند و محدودیت‌های (۲ الف)، (۲ ب) و (۲ ج) نشان می‌دهند که منحنی مقدارهای مرزی حتماً منحنی مرز کارایی را قطع می‌کند.

حال فرض می‌کنیم که دو بخش هیچ همکاری با هم نداشته باشند و قیمت عوامل ورودی نیز ثابت باشد. بازی رهبر فالوور یک فرم از بازی غیر همکارانه است که به مدل استکلبرگ باز می‌گردد. اگر هر بخش را به عنوان یک بازیگر در نظر بگیریم و فرض کنیم بخش اول (دوم) رهبر باشد و دیگری پیرو باشد، در این شرایط کارایی هزینه بخش اول (دوم) از اهمیت بیشتری برخوردار است و کارایی هزینه بخش دوم (اول) در شرایطی که کارایی هزینه بخش اول (دوم) ماکزیمم شده باشد محاسبه می‌شود. در شرایطی که بخش اول رهبر است لیانگ (Liang and Zhu, 2008) کارایی این بخش را به صورت زیر پیشنهاد می‌دهد:

$$e_o^{1*} = \text{Max} \sum_{d=1}^D w_d z_{do},$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1$$

رابطه (۳)

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0,$$

$$w_d \geq 0; v_i \geq 0;$$

لیانگ کارایی بخش دوم را به صورت (۴) پیشنهاد داد. محدودیت (۴د) نشان می‌دهد که کارایی بخش پیرو در شرایطی ماکزیمم می‌شود که بخش رهبر ماکزیمم شده باشد. این محدودیت ماکزیمم رهبر را نشان می‌دهد.

$$e_o^{2*} = \text{Max} \left(\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \right) / e_o^{1*},$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \quad (۴ الف)$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad (۴ ب)$$

رابطه (۴)

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} \leq 0, \quad (۴ ج)$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{do} = e_o^{1*} \quad (۴ د)$$

$$u_r, v_i, w_d \geq 0$$

حال مدل کارایی هزینه در شبکه دو سطحی را با استفاده از بازی استکلبرگ مورد بررسی قرار می‌دهیم. اگر واحد تصمیم‌گیری O را به عنوان یک کل در نظر بگیریم که دو فرآیند داخلی در آن در جریان است و فرض کنیم که بخش اول رهبر باشد و بخش دوم فالوور آنگاه کارایی هزینه بخش اول را می‌توان به صورت مدل (۱) در نظر گرفت. برای محاسبه کارایی هزینه بخش

دوم با استفاده از روش استکلبرگ باید محدودیت بهینه شدن کارایی هزینه رهبر نیز به محدودیتها اضافه شود. با توجه به آنچه که گفته شد و مدل (۴) کارایی هزینه بخش دوم به صورت زیر پیشنهاد می شود:

$$ce_o^{2*} = \min \frac{\sum_{d=1}^D p'_{do} z_{do}^*}{\sum_{d=1}^D p'_{do} z_{do}}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{dj} \leq z_{do}^* \quad (5 \text{ الف})$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro} \quad (5 \text{ ب}) \quad \text{رابطه (5)}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^m p_{io} x_{io}^*}{\sum_{i=1}^m p_{io} x_{io}} = ce_o^{1*} \quad (5 \text{ ج})$$

$$\lambda_j \geq 0,$$

$$z_{do}^*, x_{io}^* \text{ are free}$$

p_{io} قیمت های ورودی های بخش اول است و p'_{do} قیمت های ورودی های بخش دوم است. از آنجایی که بخش دوم فالوور است باید کارایی هزینه بخش دوم در شرایطی که کارایی هزینه بخش اول ماکزیمم شده است بررسی شود. این موضوع باعث می شود که محدودیت (5 ج) به مدل اضافه شود. دوال مدل بالا به صورت زیر ارائه می شود:

$$ce_o^{2*} = \text{Max}(\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + ce_o^{1*} \delta_1 - ce_o^{1*} \delta_2),$$

s.t.

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + v_i \delta_1 - v_i \delta_2 \leq 0 \quad (6 \text{ الف}) \quad \text{رابطه (6)}$$

$$w_d = \frac{p'_{do}}{\sum_{d=1}^D p'_{do} z_{do}} \quad (6 \text{ ب})$$

$$u_r, w_d \geq 0, \delta_1 \text{ and } \delta_2 \text{ are free}$$

در مدل (6)، u_r و w_d وزن های استفاده شده برای خروجی های بخش اول و بخش دوم هستند و متغیرهای δ_1 و δ_2 به دلیل محدودیت (5 ج) به مدل اضافه شده اند. با قرار دادن مقدار w_d در محدودیت (6 الف) مدل به صورت زیر تغییر داده می شود.

$$ce_o^{2*} = \text{Max}(\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + ce_o^{1*} \delta_1 - ce_o^{1*} \delta_2),$$

s.t.

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + v_i \delta_1 - v_i \delta_2 \leq \frac{\sum_{d=1}^D p'_{do} z_{dj}^*}{\sum_{d=1}^D p'_{do} z_{do}} \quad (7 \text{ رابطه (7)})$$

$$u_r \geq 0, \delta_1, \delta_2 \text{ are free}$$

مدل کارایی هزینه رهبر فالوور را محاسبه کردیم. حال فرض می کنیم که مدل کارایی کل شبکه میانگین کارایی هزینه رهبر و فالوور باشد. پس کارایی هزینه کل شبکه به صورت زیر تعریف می شود.

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + \sum_{d=1}^D w_d z_{do}}{2}$$

در این بخش به منظور نشان دادن کاربردهای مدل ارائه شده و روش های حل مربوطه یک مطالعه موردی بررسی می شود. مدل - های شبکه ای ارائه شده می توانند در موارد زیادی در دنیای واقعی به کار برده شوند ما شبکه برق را در این تحقیق در نظر گرفته ایم.

انرژی الکتریسیته یکی از زیر ساخت های مهم و ضروری در همه صنایع است و نقش مهمی در زندگی افراد و در اقتصاد دارد. در این قسمت، برای بررسی اعتبار و درستی مدل، یک مطالعه موردی مربوط به شبکه تولید و توزیع برق در ایران ارائه شده است. صنعت برق شامل تولید، توزیع و انتقال می باشد و شبکه برق شامل فاز تولید و توزیع است. در فاز تولید، نیروگاه ها چندین نوع سوخت مصرف می کنند و تولید برق به عنوان خروجی این مرحله از شبکه است این خروجی در شبکه برق به عنوان ورودی فاز توزیع در نظر گرفته می شود و سه خروجی از این فاز حاصل می شود. شرکت های توزیع برق منطقه ای قسمتی از برق تولید شده را به شرکت های توزیع در منطقه تحت پوشش تحویل می دهند، قسمتی از آن را به صورت مستقیم به بخش صنعت می فروشند و قسمتی از آن را به شرکت های برق منطقه ای نزدیک انتقال می دهند. ساختار تصویری این زنجیره به همراه ورودی ها، خروجی ها و معیار میانی آن در شکل (۳) به نمایش در آمده است.



شکل شماره (۳): شبکه برق ایران شامل بخش تولید و توزیع

ورودی های نیروگاه های تولید برق، میزان مصرف سوخت های نفت سیاه، گازوئیل و گاز طبیعی است و خروجی نیروگاه ها برق تولید شده می باشد. ورودی بخش توزیع برق (شرکت های برق منطقه ای) همان خروجی بخش تولید می باشد و خروجی بخش توزیع عبارتست از: تحویل برق به شرکت های توزیع، فروش برق به صنایع و انتقال برق به شرکت های برق منطقه ای نزدیک در این تحقیق قیمت ورودی های بخش یک و دو در بازه ی کمترین و بیشترین مقدار در نظر گرفته شده است. بدین منظور قیمت ورودی ها طی دوره ۲۰۰۶-۲۰۱۶ مورد بررسی قرار گرفت و کمترین و بیشترین میزان آن در نظر گرفته شده است. جدول (۲) قیمت ورودی های بخش ۱ و ۲ را نشان می دهد.

جدول شماره (۲): قیمت ورودی های بخش ۱ و ۲ شبکه برق

	قیمت ورودی های بخش اول		قیمت ورودی بخش دوم	
DMUs	گاز طبیعی (متر مکعب)	گازوئیل (متر مکعب)	نفت کوره (میلیون متر مکعب)	برق ویژه (کیلووات ساعت)
آذربایجان	۱۴۰۱۶۴۲	۷۵۵۳۱۹/۳	۱۵۱۵۶۹۷	۱۱۲۸۰
اصفهان	۱۵۱۷/۶۵۶	۵۳۶۹۹۷/۵	۲۶۱۲۸۳/۵	۱۶۳۳۱/۵

باختر	۲۰۱۳۶۰	۵۴۷۱۷۸/۵	۳۰۷۸/۱۷	۱۲۲۳۶//۵
تهران	۱۹۰۰۶۸/۵	۲۶۱۹۹۵۶	۳۴۹۱۵۶/۹	۳۶۹۴۴
خراسان	۳۴۶۸۱۰/۹	۱۵۸۰۹۳۱	۸۲۳۵۶/۵	۱۴۸۷۰
خوزستان	۸۹۹۹۴/۵	۱۱۱۵۳۷۵	۲۴۸۸۵۶/۴	۱۲۳۱۳/۵
سیستان	۳۶۴۹۷۲	.	۱۸۴۳۷۳/۷	۳۱۹۳
غرب	۷۷۰۶۲/۰۵	۵۱۹۳۵۱	۸۱۵۶۸/۵	۶۳۹۷
فارس	.	۱۵۵۴۵۹۵	۱۰۸۵۴۱/۱	۱۵۰۸۵/۵
کرمان	۱۲۳۳۳۱	۵۸۳۴۹۷/۷	۱۳۵۴۸۸/۴	۷۴۰۲
گیلان	.	۶۹۰۷۵۵/۹	۸۶۸۳۳/۳۷	۹۱۷۶
مازندران	۱۲۲۹۴۸	۸۸۱۴۰۴/۹	۱۱/۲۶۹	۱۲۵۶۹/۵
هرمز	۹۶۲۶۴/۵	۹۶۸۱۱۷/۱	۳۱۲۵۵۶/۸	۱۱۰۷۵/۵
یزد	.	۳۱۸۲۸۹/۲	۴۷۱۸۸۸/۸	۲۹۲۳

مقدار ورودی ها و خروجی ها از تراز نامه انرژی سال ۲۰۱۶ و گزارشات تولید برق سالانه ایران استخراج شده است و در جدول (۳) نشان داده می شود.

جدول شماره (۳): مقدار ورودی ها و خروجی ها

DMUs	مقدارهای ورودی			مقدارهای برق ویژه (کیلووات ساعت)	مقدارهای خروجی		
	نفت کوره (میلیون متر مکعب)	گازوئیل (متر مکعب)	گاز طبیعی (متر مکعب)		برق تحویل داده شده به شرکت های توزیع (میلیون کیلووات ساعت)	فروش به بخش صنعت (میلیون کیلو وات ساعت)	برق انتقال داده شده به شبکه های برق نزدیک (میلیون کیلووات ساعت)
آذربایجان	۲۷۲۰۹۲	۳۰۱۱	۸۳۸۱۱۴	۳۸۷۵۱۳۷	۱۰۱۵۵	۴۲۳	۱۵۹۳
اصفهان	.	.	۷۶۴۰۸۰	۲۵۳۹۹۴۰	۱۳۰۹۸	۵۶۶۳	۷۴۶۸
باختر	.	۳۲۷	۷۸۴۹۱۱	۱۱۰۴۰۷۲۲	۹۲۶۸	۳۳۹۴	۸۲۶۵
تهران	۴۸۶۶۷۴	۹۸۶	۲۶۴۸۴۵۹	۱۴۲۳۹۸۶۳	۳۳۹۹۰	۲۰۴۸	۸۴۲۵
خراسان	۳۳۳۳۰۴	۲۶۲۶۸۲	۳۵۷۹۷۰۰	۵۳۴۵۴	۱۳۷۵۰	۱۳۴۲	۱۴۱۵
خوزستان	.	۲۱۳۷۲۰	۱۵۴۶۹۳۲	۱۰۴۵۳۸۵۱	۲۱۶۴۱	۴۱۶۵	۵۰۷۰
سیستان	.	۵۷۰۰۰	۲۸۵۱۱۹	۳۹۵۴۷۴۴	۳۴۸۷	۲۶۲	۴۲
غرب	۳۲۶۲۵۲	۳۳۵۰۱۹	۷۰۷۷۵۳	۴۲۶۸۱۷۶	۴۹۴۸	۵۵۷	۱۷۶۴
فارس	۷۰۲۸۳۲	۳۶۸	۴۵۲۵۶۷	۱۰۲۰۶۶۰	۱۳۴۶۷	۱۱۲۱	۵۰۸۸
کرمان	.	۱۹۵۸۸	۴۲۶۷۶۰	۷۴۳۱۵۳۱	۷۸۲۵	۹۰۶	۳۰۰۰

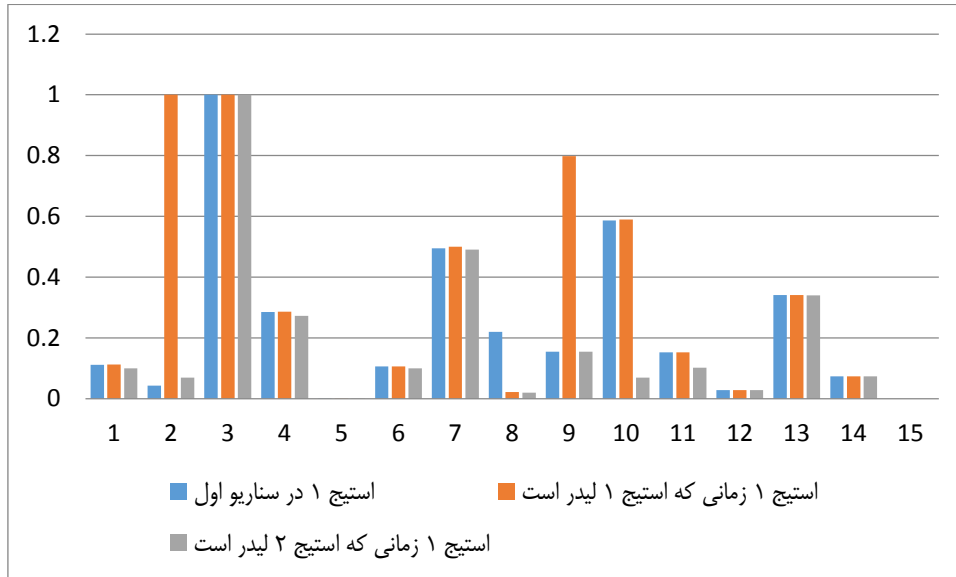
گیلان	۱۱۷۰۷۱	۹۸۷۶۸	۳۳۴۲۳۹۷	۱۴۴۲۳۴۳	۳۷۸۶	۱۱۹	۵۷۹۷
مازندران	۰	۶۲۸۲۶	۳۸۰۰۵۲	۱۰۶۴۴۲۳۷	۸۰۵۷	۳۷۶	۶۱۶۱
هرمز	۶۹۵۶۹۰	۰	۱۸۹۱۵۷۴	۱۳۹۰۳۲۶۸	۵۳۹۲	۳۱۶۱	۳۹۴۶
یزد	۸۴۲۹۲۹	۷۶۶۶۴	۳۳۷۸۲۵۲	۴۶۲۷۷۴۹	۳۴۱۷	۱۰۷۰	۱۳۷۱

فرض می‌کنیم که دو بخش تولید و توزیع در شبکه برق با یکدیگر همکاری نداشته باشند و قیمت عوامل تولید را نیز برای هر یک از شبکه‌های برق ثابت در نظر می‌گیریم. در این بخش قصد داریم که بازی استکلبرگ را بین دو بخش در نظر بگیریم. یعنی فرض کنیم بخش اول رهبر و بخش دوم پیرو باشد و سپس میزان کارایی هزینه هر یک از بخش‌ها و همچنین کل شبکه را محاسبه کنیم. در شرایطی که بازی استکلبرگ حاکم بر شبکه است. جدول (۴) نتایج را نشان می‌دهد. در این جدول کارایی هزینه یکبار در شرایطی که بخش اول رهبر باشد و یکبار در شرایطی که بخش دوم رهبر باشد محاسبه شده است این مقادارها با نتایج به دست آمده از مدل (۲) (یعنی شرایطی که کل شبکه به طور متمرکز در نظر گرفته شود) مقایسه شده است. بر اساس نتایج جدول (۴)، نتایج استکلبرگ برای هر بخش به صورت منحصر به فرد حاصل شده است و شبکه برق خراسان تنها واحد تصمیم‌گیری کاراست. نتایج به دست آمده با اختلاف بسیار کم به نتایج به دست آمده در حالت متمرکز (مدل (۲)) نزدیک است. از آنجایی که بخش اول رهبر است و از اهمیت بیشتری برخوردار است نتایج به دست آمده برای دو بخش زمانی که بخش اول رهبر می‌باشد بیشتر به مقدار کارایی هزینه در حالت متمرکز (آنچه که از مدل (۲) حاصل می‌شود) نزدیک است.

جدول شماره (۴): نتایج مدل استکلبرگ و مقایسه با مدل متمرکز

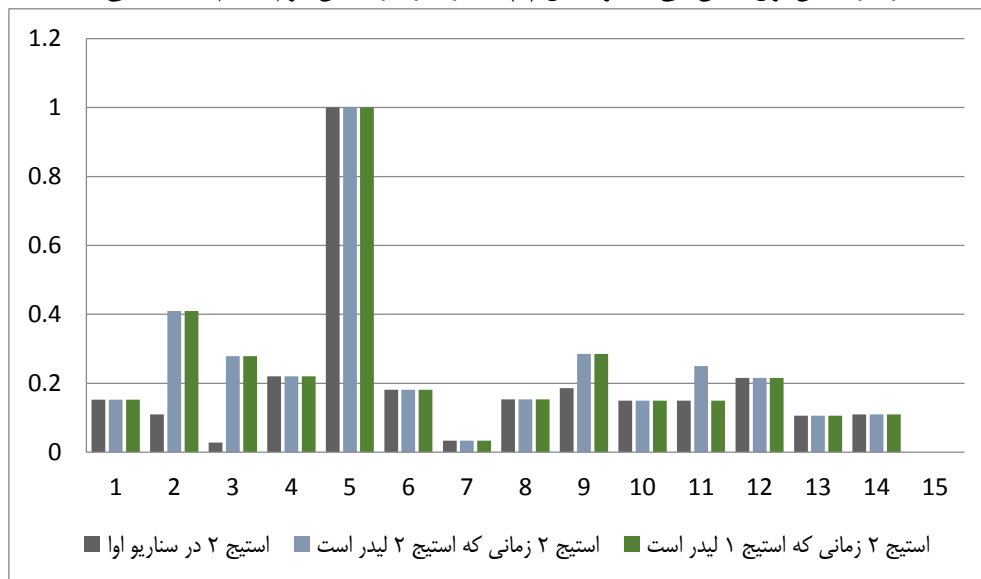
DMUs	متمرکز			استکلبرگ بخش اول رهبر			استکلبرگ بخش دوم رهبر		
	بخش ۱	بخش ۲	کل شبکه	بخش ۱	بخش ۲	کل شبکه	بخش ۱	بخش ۲	کل شبکه
آذربایجان	۰/۱۱۲	۰/۱۵۳	۰/۱۲	۰/۱۱۲۵	۰/۱۳۶	۰/۱۵۳	۰/۱	۰/۱۵۳	۰/۱۵۳
اصفهان	۰/۰۴۳۷	۰/۱۰۹۶	۰/۱۳	۰/۴۳۷	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۰۸	۰/۰۰۰۷	۰/۱۰۹۶	۰/۰۰۰۰۷
باختر	۱	۰/۰۲۷۹	۰/۳۶	۱	۰/۰۲۷۹	۰/۰۲۷۹	۱	۰/۰۲۷۹	۰/۰۲۷۹
تهران	۰/۲۸۶	۰/۲۲	۰/۱۴	۰/۲۸۶	۰/۰۷۶۹	۰/۰۲۱۹	۰/۹۹۹۷	۰/۰۲۲	۰/۰۲۱۹۹
خراسان	۰/۰۰۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
خوزستان	۰/۱۰۶۸	۰/۱۸۱	۰/۲۴	۰/۱۰۶۸	۰/۱۶۹۴	۰/۰۱۸	۰/۰۹۹۹	۰/۱۸۱	۰/۰۱۸۰۸
سیستان	۰/۴۹۵۴	۰/۰۳۴	۰/۳	۰/۴۹۵۴	۰/۰۰۶۸	۰/۰۰۳۳	۰/۹۹۰۸	۰/۰۰۳۴	۰/۰۰۳۳۶
غرب	۰/۲۲	۰/۱۵۴	۰/۱۳	۰/۰۲۲	۰/۷	۰/۰۱۵۴	۰/۰۶۰۶	۰/۲۵۴	۰/۰۱۵۳۹
فارس	۰/۱۵۵۱	۰/۱۸۵۶	۰/۱۵۵	۰/۱۵۵۱	۱	۰/۱۵۵۱	۰/۸۳۵۶	۰/۱۸۵۶	۰/۱۵۵۰۸
کرمان	۰/۵۸۶۳	۰/۱۵	۰/۲۵	۰/۵۸۶۳	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۰۷	۰/۰۱۵	۰/۰۰۰۰۱
گیلان	۰/۱۵۳	۰/۱۴۹۷	۰/۴۵	۰/۰۱۵۳	۱	۰/۰۱۵۳	۰/۱۰۲۲	۰/۱۴۹۷	۰/۰۱۵۲۹
مازندران	۰/۰۲۹	۰/۲۱۶	۰/۳۴	۰/۰۰۲۹	۰/۷۴۴۸	۰/۰۰۲۱	۰/۰۰۹۹۹	۰/۲۱۶	۰/۰۰۲۱۵
هرمز	۰/۳۴۱۷	۰/۱۰۶	۰/۱۱	۰/۳۴۱۷	۰/۰۳۱	۰/۰۱۰۵	۰/۹۹۹۳	۰/۰۱۰۶	۰/۰۱۰۵۹
یزد	۰/۰۷۳۶	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۰۷۳۶	۰/۱۴۹۴	۰/۰۱۰۹	۰/۰۹۹۹	۰/۱۱	۰/۰۱۰۹۸

شکل های (۴) و (۵) اختلاف بین کارایی هزینه محاسبه شده به وسیله روش استکلبرگ و کارایی هزینه متمرکز را در هر یک از بخش ها نشان می دهد.



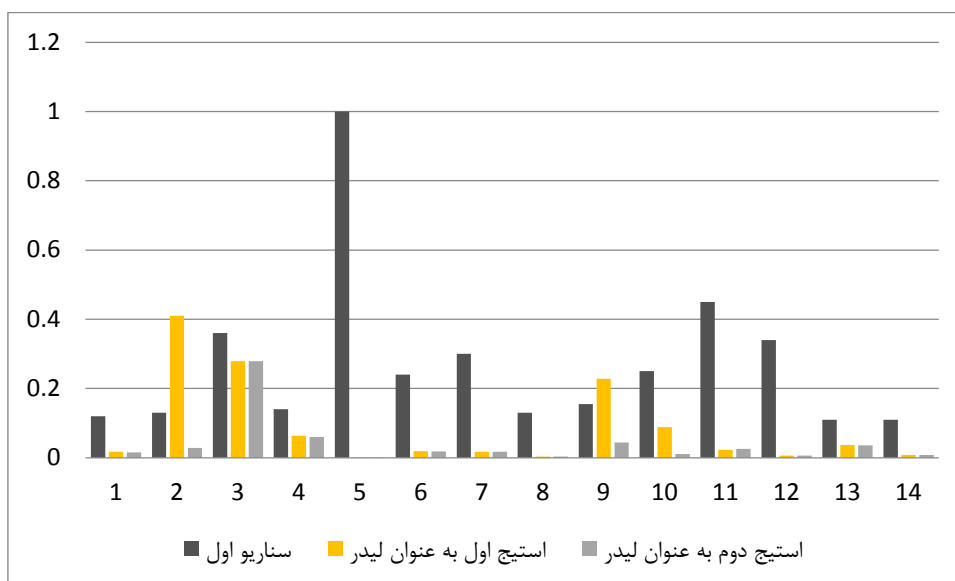
شکل شماره (۴): مقایسه کارایی هزینه متمرکز و استکلبرگ در بخش اول

شکل (۵) این مقایسه را در بخش اول نشان می دهد و شکل (۶) مقادارها را در بخش دوم با هم مقایسه می کند.



شکل شماره (۵): مقایسه کارایی هزینه متمرکز و استکلبرگ در بخش دوم

شکل (۶) کارایی هزینه را در حالت کل بین مدل استکلبرگ و متمرکز را مقایسه می کند.



شکل شماره (۶): مقایسه کارایی هزینه متمرکز و استکلبرگ کل شبکه

طبق شکل (۶) کارایی هزینه در حالت متمرکز (سنترالایز) بیشتر از کارایی هزینه در حالت استکلبرگ است. قطعا این نتیجه پیش بینی می‌شد، زیرا در حالت متمرکز، بخش‌ها با هم همکاری دارد و باعث ایجاد هم افزایی می‌شوند ولی در حالت استکلبرگ هیچ هم افزایی وجود ندارد.

طبق شکل (۴) و (۵)، میزان کارایی هزینه بخش ۱ در حالت متمرکز و استکلبرگ زمانی با هم برابر می‌شود که بخش ۱ رهبر باشد و کارایی هزینه بخش ۲ در حالت متمرکز و استکلبرگ زمانی با هم برابر می‌شود که بخش ۲ پیرو باشد. این نشان می‌دهد که در شبکه‌های سری محض که تمام خروجی مرحله اول به عنوان ورودی مرحله دوم به حساب می‌آید، در صورت عدم همکاری بهتر است بخش اول رهبر باشد. بنابر نتایج حاصل، توصیه‌های مدیریتی به شرح زیر می‌باشد:

- در شبکه برق ایران در صورت در نظر گرفتن بازی استکلبرگ بین دو بخش تولید و توزیع، برای افزایش کارایی هزینه بهتر است بخش تولید رهبر باشد.

- با توجه به افزایش کارایی هزینه کل شبکه برق در حالت متمرکز، بهتر است که بین دو بخش تولید و توزیع همکاری و هم افزایی ایجاد شود.

در این تحقیق، کارایی هزینه در یک شبکه دو سطحی مورد بررسی قرار گرفت. این در حالی است که در تحقیقات گذشته بدون در نظر گرفتن قیمت به اندازه گیری کارایی پرداخته می‌شد. در این تحقیق قیمت عوامل ورودی نیز در مدلسازی و محاسبه کارایی در نظر گرفته شده است و کارایی هزینه برای کل شبکه و هر یک از بخش‌ها پیشنهاد شده است. دو مدل همکاری و عدم همکاری بین هر یک از سطوح شبکه مد نظر قرار داده شده است و به کمک رویکرد تئوری بازی‌ها از بازی استکلبرگ برای عدم همکاری و حالت متمرکز برای همکاری بین سطوح شبکه استفاده شده است و این دو مقدار با یکدیگر مقایسه شده است. مدل‌ها برای شبکه برق ایران که شامل ۱۴ واحد تصمیم‌گیری است به کار رفته است. آنچه که واضح است این است که میانگین کارایی هزینه شبکه برق ایران مقدار پایینی است و نیاز به بازنگری و برنامه‌ریزی جهت افزایش کارایی وجود دارد. در شبکه برق ایران در صورت در نظر گرفتن بازی استکلبرگ بین دو بخش تولید و توزیع، برای افزایش کارایی هزینه بهتر است بخش تولید رهبر باشد و با توجه به افزایش کارایی هزینه کل شبکه برق در حالت متمرکز، بهتر است که بین دو بخش تولید و توزیع همکاری و هم افزایی ایجاد شود. از آنجاییکه مدل‌های توسعه داده شده در این تحقیق در شرایط بازده به مقیاس ثابت می‌باشد، توسعه این مدل‌ها برای شرایط بازده به مقیاس متغیر می‌تواند یک زمینه مناسب تحقیقاتی برای آینده باشد. همچنین گسترش مدل‌ها برای ساختارهای شبکه‌ای سه سطحی به بالاتر هم پیشنهاد می‌شود. بحث‌های عدم قطعیت چه به لحاظ فاکتورهای هزینه و چه در سایر ورودی‌ها و خروجی‌ها نیز زمینه خوبی برای تحقیقات آینده است.

۴-منابع

1. Charnes, A., et al. (1986). Two phase data envelopment analysis approaches to policy evaluation and management of army recruiting activities: Tradeoffs between joint services and army advertising. *Research report CCS*.
2. Färe, R. and S. Grosskopf. (1997). Intertemporal production frontiers: with dynamic DEA. *Journal of the Operational Research Society*, 48(6): 656-656.
3. Färe, R., S. Grosskopf, and G. Whittaker. (2007). Network DEA, in Modeling data irregularities and structural complexities in data envelopment analysis. *Springer*. p. 209-240.
4. Prieto, A.M. and J.L. Zofío. (2007). Network DEA efficiency in input-output models: With an application to OECD countries. *European Journal of Operational Research*, 178(1): 292-304.
5. Jaenicke, E.C. (2000). Testing for intermediate outputs in dynamic DEA models: Accounting for soil capital in rotational crop production and productivity measures. *Journal of Productivity Analysis*, 14(3): 247-266.
6. Kao, C. (2009). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. *European Journal of Operational Research*, 192(3): 949-962.
7. Kao, C. (2014). Network data envelopment analysis: A review. *European Journal of Operational Research*, 239(1): 1-16.
8. Shephard, R.W., D. Gale, and H.W. Kuhn. (1970). Theory of cost and production functions. *Princeton University Press Princeton*.
9. Shephard, R.W. and R. Fare. (2013). A Dynamic Theory of Production Correspondences. 1975, DTIC Document. Adler, N., V. Liebert, and E. Yazhemsky, Benchmarking airports from a managerial perspective. *Omega*, 41(2): 442-458.
10. Chen, Y., L. Liang, F. Yang, and J. Zhu. (2006). Evaluation of information technology investment: a data envelopment analysis approach. *Computers & Operations Research*, 33(5): 1368-1379.
11. Kao C, Hwang SN. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. *European journal of operational research*. Feb 16; 185(1):418-29.
12. Liang, L., W.D. Cook, and Zhu., J. (2008). DEA models for two-stage processes: Game approach and efficiency decomposition. *Naval Research Logistics*, 55(7): 643-653.
13. Chen, Y., L. Liang, F. Yang, and J. Zhu. (2006). Evaluation of information technology investment: a data envelopment analysis approach. *Computers & Operations Research*, 33(5): 1368-1379.
14. Du, J., L. Liang, Y. Chen, W.D. Cook, and J. Zhu. (2011). A bargaining game model for measuring performance of two-stage network structures. *European Journal of Operational Research*, 210(2): 390-397.
15. Mahmoudi R, Emrouznejad A, Rasti-Barzoki M. (2019). A bargaining game model for performance assessment in network DEA considering sub-networks: a real case study in banking. *Neural Computing and Applications*. Oct; 31(10): 6429-47.

16. Abdali E, Fallahnejad R. (2020). A bargaining game model for measuring efficiency of two-stage network DEA with non-discretionary inputs. *International Journal of Computer Mathematics: Computer Systems Theory*. Jan 2; 5(1): 48-59.
17. Tavana, M. and K. Khalili-Damghani. (2014). A new two-stage Stackelberg fuzzy data envelopment analysis model. *Measurement*, 53: 277-296.
18. Omrani, H., R. Gharizadeh Beiragh, and S. Shafiei Kaleibari. (2015). Performance assessment of Iranian electricity distribution companies by an integrated cooperative game data envelopment analysis principal component analysis approach. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 64: 617-625.
19. Khalili-Damghani, K. and Z. Shahmir. (2015). Uncertain network data envelopment analysis with undesirable outputs to evaluate the efficiency of electricity power production and distribution processes. *Computers & Industrial Engineering*, 88: 131-150.
20. Khalili-Damghani, K., M. Taghavifard, L. Olfat, and K. Feizi. (2011). A hybrid approach based on fuzzy DEA and simulation to measure the efficiency of agility in supply chain: real case of dairy industry. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 6(3): 163-172.
21. Despotis, D.K., D. Sotiros, and G. Koronakos. (2016). A network DEA approach for series multistage processes. *Omega*, 61: 35-48.
22. Jahangoshai Rezaee, M., H. Izadbakhsh, and S. Yousefi. (2016). An improvement approach based on DEA-game theory for comparison of operational and spatial efficiencies in urban transportation systems. *KSCCE Journal of Civil Engineering*, 20(4): 1526-1531.
23. Jahangoshai Rezaee, M. and M. Shokry. (2016). Game theory versus multi-objective model for evaluating multi-level structure by using data envelopment analysis. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 1-11.
24. Esfandiari, M., A. Hafezalkotob, K. Khalili-Damghani, and M. Amir Khan. (2017). Robust twostage DEA models under discrete uncertain data. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, 12(3): 216-224.
25. Sadjadi, S.J. and M. Fathollah Bayati. (2016). Two-tier supplier base efficiency evaluation via network DEA: A game theory approach. *International Journal of Engineering-Transactions A: Basics*, 29(7): 931-939.
26. Wanke, P., Azad, M. A. K., Emrouznejad, A., & Antunes, J. (2019). A dynamic network DEA model for accounting and financial indicators: A case of efficiency in MENA banking. *International Review of Economics & Finance*, 61, 52-68.
27. Fukuyama, H., Matousek, R., & Tzeremes, N. G. (2020). A Nerlovian cost inefficiency two-stage DEA model for modeling banks' production process: Evidence from the Turkish banking system. *Omega*, 95, 102198.
28. Zhu, W., Zhang, Q., & Wang, H. (2019). Fixed costs and shared resources allocation in two-stage network DEA. *Annals of Operations Research*, 278(1), 177-194.
29. Chu, J., Wu, J., Chu, C., & Zhang, T. (2020). DEA-based fixed cost allocation in two-stage systems: Leader-follower and satisfaction degree bargaining game approaches. *Omega*, 94, 102054.

30. Toloo M, Ertay T. (2014). The most cost efficient automotive vendor with price uncertainty: A new DEA approach. *Measurement*. Jun 1; 52: 135-44.
31. Farrell, M.J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A (General)*, 120(3): 253-281.

Use the Game Theory Approach and Data Envelopment Analysis to Calculate Cost Efficiency in Two-Stage Networks

Raheleh Mousavizadeh

PhD in Industrial Engineering, College of Industrial engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

Mehrzaad Navabakhsh (Corresponding author)

Assistant Professor in Industrial Engineering, College of Industrial engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

E-mail address: m_navabakhsh@azad.ac.ir

Ashkan Hafezalkotob

Associate Professor in Industrial Engineering, College of Industrial engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

Abstract

Performance evaluation in data envelopment analysis is obtained by using technical efficiency calculation. But what is not taken into account in this type of calculation is the price of inputs. In calculating technical efficiency, the amount of output to the input is maximized, and the model can be used to identify efficient decision-making units, while it may be the decision-making unit that is on the performance frontier and a reference for other units. Decision-making systems are efficient at a high cost, and it is possible to find decision-making units that are on the verge of efficiency at a lower production cost. Cost efficiency deals with finding points that are on the efficiency frontier at the lowest cost. Given the importance of cost efficiency and the lack of attention to this concept in network and multi-stage structures, this study investigates cost efficiency in a purely two-stage process. In the present study, using the concept of game theory and data envelopment analysis in a centralized and decentralized state, we evaluate the performance of purely two-stage processes. In order to investigate the validity and efficiency of the models as well as their applicability, a case study has been used in the Iranian electricity industry and some management results are discussed.

Keywords: Cost Efficiency, Technical Efficiency, Data Envelopment Analysis, Game Theory, Network Processes