



Designing and validating a mathematics education model based on multiple solutions to develop the creative thinking of high school students

Masomeh Moazenzadeh, Nematollah Mosapour, Sadegh Nasri, Maryam Sfaravadeh

¹PhD student in Curriculum Planning, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

²Professor of Curriculum Development, University of Hormozgan, BandarAbbas, Iran

³Associate professor of Psychology, Shahid Rajaiee Teacher Training University, Tehran, Iran

⁴Associate Professor, member of the academic faculty of the Ministry of Health, Medicine and Medical Education, Tehran, Iran

Abstract

The overall purpose of the present study was to design and validate a mathematics education model based on multiple solutions to develop creative thinking in high school students using a mixed exploratory research approach. In the qualitative section, the statistical population consisted of experts, experts and teachers of mathematics, 12 people were selected by purposive non-random sampling. Data collection tools were in-depth and semi-structured interviews based on the foundation data approach. Delphi technique was used to analyze the data, survey method was used for validity by the interviewees and retest reliability methods were used to calculate the reliability. Qualitative data analysis identified 16 themes. Among the themes, the main themes of selective procedure include solution of non routine problems (open - ended), multiple solution tasks and problem posing. In the quantitative part, to confirm the conceptual model, confirmatory factor analysis was used using Smart PLS software. The results showed that the degree of fit of the measurement model indices was optimal.

Keywords: Multiple solutions tasks, Creative thinking, problem posing, Mathematics education.

طراحی و اعتباریابی الگوی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه¹

معصومه مؤذن‌زاده، نعمت‌اله موسی‌پور*، صادق نصری،

مریم صفرنواده

¹دانشجوی دکتری برنامه‌ریزی درسی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

²استاد برنامه‌ریزی درسی، گروه علوم تربیتی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.

³دانشیار روانشناسی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

⁴دانشیار، عضو هیات علمی معاونت آموزشی وزارت بهداشت، درمان و آموزش پزشکی، تهران، ایران.

چکیده

هدف کلی پژوهش حاضر، طراحی و اعتباریابی الگوی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه، جهت توسعه تفکر خلاق در دانش‌آموزان دوره اول متوسطه با استفاده از رویکرد پژوهشی آمیخته اکتشافی بوده است. در بخش کیفی، جامعه آماری شامل صاحب نظران، خبرگان و مدرسان رشته ریاضی بودند که تعداد 12 نفر با روش نمونه‌گیری غیرتصادفی هدفمند انتخاب شدند. ابزار گردآوری داده‌ها، مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختاریافته بر اساس رویکرد داده بنیاد بود. برای تحلیل داده‌ها از تکنیک دلفی، برای روایی از روش بررسی توسط مصاحبه شونده‌گان و برای محاسبه پایایی از روش‌های پایایی بازآزمون استفاده گردید. تحلیل داده‌های کیفی 16 مضمون کلی را شناسایی نمود. از بین مضامین، مقوله‌های اصلی انتخابی شامل حل مسائل غیرمتعارف، راه‌حل‌های چندگانه و طرح مسئله ریاضی بودند. در بخش کمی، از نرم افزار اسمارت پی ال اس جهت تأیید الگوی مفهومی استفاده شد. نتایج نشان داد درجه شاخص‌های برازش مدل اندازه‌گیری در حد مطلوب بودند.

واژگان کلیدی: راه‌حل‌های چندگانه، تفکر خلاق، آموزش ریاضی.

1 این مقاله مستخرج از پایان‌نامه دکتری و از نوع پژوهشی است که در دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات انجام شده است.

مقدمه

تسلط خلاقانه یک فرد با تعداد پاسخ‌هایی که می‌تواند ایجاد کنند سنجیده می‌شود. ارزیاب باید پاسخ‌ها را در یک آزمون بر اساس ارتباط و اهمیت آنها ارزیابی کند. تعداد راه‌های متنوعی که برای حل یک مسئله استفاده می‌شود، انعطاف‌پذیری نامیده می‌شود (Siswono, 2011). اگرچه انعطاف‌پذیری و روانی دو جنبه مستقل از خلاقیت هستند، اما به طور جدایی ناپذیری به هم مرتبط هستند (Leikin, 2009). با توجه به همبستگی اساسی بین نمرات تسلط و انعطاف‌پذیری، Leikin (2009) تاکید کرد که رتبه بندی‌های روانی از طرح درجه بندی حذف می‌شوند. لیکن ادامه داد که از آنجایی که روانی ارتباط کمی با خلاقیت کل دارد، نباید از آن به تنهایی برای ارزیابی خلاقیت ریاضی استفاده کرد. طبق گفته Leikin (2013) روانی و انعطاف‌پذیری پویا هستند، در حالی که اصالت یک موهبت است. اصالت به ظرفیت فرد برای ارائه راه حلی اشاره دارد که برای درجه تخصص او منحصر به فرد و غیرعادی است (Leikin, 2013). در نتیجه، زمانی که یک راه حل غیرمتعارف، منحصر به فرد یا بدیع ارائه می‌کند، فردی در موقعیت ریاضی اصالت خود را نشان می‌دهد. به گفته Leikin (2009)، اصالت و انعطاف‌پذیری دارای ارزش همبستگی تقریباً 1 با خلاقیت بودند. در نتیجه می‌توان از آنها برای ارزیابی خلاقیت به تنهایی استفاده کرد. Sriraman (2009) نیز از اهمیت خلاقیت ریاضی حمایت می‌کند و ادعا می‌کند که پیشرفت حوزه ریاضیات را به عنوان یک کل تضمین می‌کند (Sriraman, 2009). بنابراین آموزش ریاضی و خلاقیت با هم همپوشانی دارند. به دلیل فقدان تفکر خلاق در کلاس ریاضیات، دانش‌آموزان روش‌ها را بدون در نظر گرفتن اینکه چگونه، چرا، یا در کجا ممکن است در زندگی واقعی مورد استفاده قرار گیرند، حفظ می‌کنند (Nzeadibe et al, 2019, 2020; Osakwe, 2023). خلاقیت ریاضی یک ویژگی پویا است که ممکن است در طیف گسترده‌ای از یادگیرندگان با استفاده از روش‌های آموزشی مناسب، به جای اینکه یک ویژگی ثابت و ایستا از افراد بسیار باهوش

تعاریف مختلفی از خلاقیت تاکنون توسط نویسندگان مختلف ارائه شده است، اما این مطالعه بر روی تعاریفی متمرکز شده است که ارتباط نزدیکی با ریاضیات دارند. Bishara (2016) خلاقیت را به عنوان روشی برای یادگیری توصیف می‌کند که به یادگیرنده اجازه می‌دهد تا بین عناصر نامرتب ارتباط برقرار کند، مشکلات اساسی را تشخیص دهد، از روی کنجکاوی سؤال بپرسد، در معرض ایده‌های جدید قرار گیرد، در پذیرش هنجارهای منظم مردد باشد و در این زمینه انعطاف‌پذیر و اصیل باشد. دسته بندی و سازماندهی آن هنجارها. خلاقیت چیزی فراتر از استفاده از تخیل است. همچنین استفاده از تخیل و به دنبال آن یک عمل آفرینش است. اگر فردی بتواند به چیزها و شرایط به شیوه‌های جدید و از دیدگاه‌ها و دیدگاه‌های گوناگون نگاه کند، خلاق تلقی می‌شود (Bishara, 2016). ریاضیدانان، معلمان و روانشناسان خلاقیت ریاضی را از دیدگاه‌های علمی گوناگون مورد بررسی قرار داده اند و کاربرد آن و همچنین اهمیت آموزش دانش‌آموزان برای درک زیبایی و اصالت ریاضیات و کشف دنیای ریاضیات را تشخیص داده اند (Egara et al, 2022). خلاقیت ریاضی توانایی ساخت اشیاء ریاضی و همچنین کشف روابط متقابل آنهاست (Schrauth, 2014). یافتن راه‌های منحصر به فرد برای حل یک مسئله ریاضی غیرمتعارف، کشف نظریه‌های جدید و یافتن شواهد جدید برای نظریه‌های کنونی از روش‌های مختلف، و یافتن راه‌های منحصر به فرد برای حل یک مسئله ریاضی بدون عارضه، همگی نمونه‌هایی از خلاقیت ریاضی هستند (Arikan, 2017). زمانی که فردی راه حلی غیر استاندارد برای مسئله‌ای ایجاد می‌کند که می‌تواند با استفاده از روش مرسوم به آن پرداخته شود، خلاقیت ریاضی از خود نشان می‌دهد. به گفته Siswono (2011)، روانی، انعطاف‌پذیری و اصالت سه نشانگر یا مؤلفه خلاقیت ریاضی هستند. ظرفیت یک فرد برای ارائه پاسخ‌ها و رویکردهای راه‌حل متفاوت به یک مسئله به عنوان تسلط در حوزه خلاقیت ریاضی شناخته می‌شود. به بیان دیگر،

باشد، پرورش یابد (Arikan, 2017). معلمان قادر نخواهند بود به فراگیران طیف وسیعی از تفکر پیچیده ریاضی را آموزش دهند مگر اینکه به دانش آموزان هم در ایجاد و هم بازتولید معمول ایده‌های ریاضی اجازه شرکت دهند (Inweregbuh et al, 2020)

بسیاری از مطالعات آموزش ریاضی مؤید آنند که اغلب دانش آموزان در درک، فهم و ساخت اثبات و استدلال‌های منطقی ریاضی در همه سطوح تحصیلی با مشکل مواجهند (Aphrodite & Rita, 2021; Zeybek Simsek, 2021; Çetin, & Dikici, 2021; Hamdani et al, 2021; Minggi, 2021). شورای ملی معلمان ریاضیات (National Council of Teachers of Mathematics, 2014) بیان می‌کند که وظایف غیر متعارف حل مسائل، با چندین نقطه ورود و راهبردهای راه حل چندگانه، برای رشد استدلال دانش آموزان، ایجاد حس و توسعه درک مفهومی عمیق بسیار با اهمیت است. به طور مشابه، استانداردهای اصلی تمرین ریاضی، دانش آموزان را برای حل مسئله فرا می‌خواند، که این امر شامل درک مسائل و تدوین برنامه‌های راه حل است. شورای ملی معلمان ریاضیات و استانداردهای اصلی تمرین ریاضی هر دو بر مسئولیتی که دانش آموزان در حین حل مسئله بر عهده می‌گیرند تأکید می‌کنند، از این طریق دانش آموزان می‌توانند وظایف خود را درک کنند، پیشرفت خود را در حین حل مساله زیر نظر داشته باشند و راه حل‌ها و راهبردهای خود را برای دیگران توضیح دهند (National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

شواهدی نظیر نتایج نامطلوب دانش‌آموزان ایرانی در نتایج آزمون تیمز¹ 2019 نشان می‌دهد هر چند دانش‌آموزان ایرانی در آزمون تیمز 2019 نسبت به آزمون سال 2015 پیشرفت داشته‌اند؛ اما همچنان نمرات دانش‌آموزانی ایرانی به نقطه معیار بین‌المللی متوسط (نمره 475) و نمره میانی آزمون (نمره 500) نرسیده‌اند. این در حالی است که روند نمرات دانش‌آموزان ایران در

پایه چهارم نشان می‌دهد ایران در سال 2015 در نمره ریاضی دچار رکود شده است و پیشرفت اتفاق افتاده در سال 2019 در مقایسه با رکود و سقوط سال 2015 چندان مطلوب نیست و پیشرفت سال 2019 تازه توانسته است ایران را به جایگاه خود به سال 2011 نزدیک کند با این وجود ایران در طول 24 سال گذشته به معیار متوسط جهانی نمره (475) نرسیده است. (Hakimzadeh, 2019). در استانداردهای شورای ملی معلمان ریاضی (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2020) بیان شده است "هدف از آموزش ریاضی آن است که توسعه تفکر ریاضی از کاوش و استدلال از طریق استدلال تا اثبات، چارچوبی را برای گفت‌وگو و بحث و ایجاد حس لازم برای ایجاد درک فردی و جمعی فراهم کند" (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2020)

پژوهش‌های متعددی در زمینه خلاقیت ریاضی در سطوح مدرسه‌ای انجام یافته است؛ اما با وجود پژوهش‌های انجام‌گرفته نظیر (Yafetian, 2016) و (Rahimi, 2015) در خصوص راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی، بررسی‌ها نشان می‌دهد که هنوز بسیاری از ابعاد و وجوه آن بویژه توسعه تفکر خلاقانه با رویکرد راه‌حل‌های چند گانه در محیط‌های آموزشی متوسطه برای صاحب‌نظران در ایران ناشناخته است. سهم کشور ما در این پژوهش‌ها، کم‌رنگ بوده است و اکثر این پژوهش‌ها ابعادی از حل مسئله و طرح مسئله در ریاضی را اساس کار قرار داده است؛ ولی ارتباط و تحلیل آن با خلاقیت ریاضی کمتر مدنظر بوده است (برای مثال، skandari, 2012; Reyhani, 2019; Reyhani et al, 2013; Naderi Buanlu, 2013). بنابراین انجام پژوهش‌های متعدد در زمینه توسعه تفکر خلاقانه ریاضی با رویکرد راه‌حل‌های چند گانه ضروری به نظر می‌رسد. باید توجه داشت که خلاقیت ریاضی مقوله‌ای مستقل در ذهن افراد نیست که بتوان آن را بدون توجه به عوامل مختلف از جمله بافت فرهنگی که فعالیت‌های خلاقانه

¹ TIMSS

ریاضی افراد در آن شکل گرفته، بررسی کرد.

این پژوهش، تلاشی است تا ابعادی از پدیدهٔ خلاقیت ریاضی را در سطوح آموزشی، با تأکید بر طراحی الگوی آموزش راه‌حل‌های چندگانه در حل مسائل ریاضی، با رویکرد کمی و کیفی، توسعه خلاقانه آن را در جامعهٔ دانش آموزان ایران بررسی کند.

سوالات پژوهش:

1- چه الگویی برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان در مدارس دوره اول متوسطه شهر بندرعباس مناسب است؟

2- الگوی طراحی شده برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه بندرعباس از نظر متخصصان چه میزان اعتبار دارد؟

روش انجام پژوهش

پژوهش حاضر، از نظر هدف کاربردی است. هدف کلی پژوهش حاضر، طراحی و اعتباریابی الگوی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه، جهت توسعه تفکر خلاق در دانش‌آموزان دورهٔ متوسطه با استفاده از رویکرد پژوهشی آمیخته اکتشافی بوده است. از نظر شیوهٔ جمع‌آوری داده‌ها، با استفاده از روش سنتز پژوهی انجام شد. ابزار گردآوری داده‌ها در پژوهش حاضر، در بخش کیفی مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختاریافته با نظریه داده بنیاد در چارچوب رویکرد (Strauss & Corbin, 1998; Creswel, 1998) و در بخش کمی، پرسشنامه بود.

جامعه تحقیق حاضر در بخش دوم کیفی شامل صاحب نظران، خبرگان و مدرسان رشته ریاضی بودند. از جامعه مورد بررسی در بخش کیفی تعداد 15 نفر با استفاده از روش نمونه‌گیری غیرتصادفی هدفمند انتخاب شدند.

در این مرحله، جامعه آماری شامل صاحب نظران، خبرگان و مدرسان رشته ریاضی بودند که نهایتاً تعداد 12 نفر (متخصصان مسلط به روشهای تدریس چندگانه و مدیریت آموزشی) با روش نمونه‌گیری غیرتصادفی هدفمند انتخاب شدند. سپس با استفاده از مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختاریافته با متخصصان و مدرسان درس ریاضی با روش نمونه‌گیری نظری¹، ابعاد و راه‌حل‌های چندگانه شناسایی شده تعیین شدند. در نمونه‌گیری نظری که نوعی از نمونه‌گیری هدفمند است، نمونه از افرادی تشکیل می‌شود که اطلاعات جامعی در اختیار پژوهشگر قرار دهند (Charmaz, 2006). مراحل کدگذاری مورد استفاده شامل کدگذاری باز بر مبنای مقولات استخراج شده از مطالعه مقدماتی مبنای نظری تحقیق، کدگذاری محوری و کدگذاری انتخابی بود. پژوهش حاضر، برای اطمینان از کیفیت پژوهش از معیارهای مطرح شده (Lincoln & Guba, 1985) در پژوهش کیفی یعنی معیارهای باورپذیری² اطمینان‌پذیری³، انتقال‌پذیری⁴ و تأییدپذیری⁵ تحت عنوان معیارهای اعتمادپذیری⁶ استفاده نمود. در بخش کمی پژوهش، از نرم افزار اسمارت پی ال اس جهت تأیید الگوی مفهومی پژوهش استفاده شد. لذا بر این مبنای مولفه‌های آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه استخراج شد که در ادامه اعتبار این پرسشنامه نیز مورد سنجش قرار گرفت.

در پژوهش حاضر، بعد از شناخت مساله اصلی پژوهش به چارچوب بندی مبنای نظری پژوهش از طریق مرور نظام مند و بررسی پیشینه داخلی و خارجی پژوهش پرداخته شد. رویکرد پژوهش در این مرحله در بخش کیفی با استفاده از روش سنتز پژوهی⁷ انجام شد. در باره فرآیند اجرای سنتز پژوهی، در مطالعه حاضر از طبقه بندی (Sandelowski, M. & Barroso, J. 2007) پیروی شده که از این قرار است: 1) تنظیم پرسش پژوهش (چه الگویی برای آموزش ریاضی مبتنی بر

⁵ -conformability

⁶ -trustworthiness

⁷ systematic review

⁸ Researchgate

1- theoretical sampling

2-credibility

3-dependability

4 -transferability

حیاتی^۵ استفاده شد. در این روش، به هر یک از منابع براساس شرایط مندرج در برنامه مهارت‌های ارزیابی حیاتی، امتیازی بین ۱ تا ۵ تخصیص داده شد. منابع به مجموع امتیازات آن‌ها ۲۵ و بالاتر بود به لحاظ کیفی تأیید و بقیه منابع حذف شدند) و (7 ارائه یافته‌ها) در مرحله آخر به ارائه یافته‌ها از مراحل پیشین پرداخته شد که در اینجا با توجه به بررسی معانی کدها، آن‌ها در یک مفهوم مشابه دسته بندی شدند. در این مرحله داده‌ها در چندین مرحله پالایش شدند سپس مفاهیم به دست آمده تجمیع شده و در مقوله‌های کلی تر قرار گرفتند و یافته‌های استنباط شده در یک قالب جدید برای مرحله بعد ارائه شد.

راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان در مدارس دوره اول متوسطه مناسب است؟) تنظیم پرسش پژوهش بر اساس رویکرد نیومن و گوف (2020 صورت گرفت؛ 2) بررسی نظام مند پیشینه (از منابع الکترونیکی معتبر پایگاه‌های اطلاعاتی خارجی شامل ریسرچ گیت^۱، الزویر^۲، اشپرنگر^۳ و گوگل اسکالر^۴)؛ 3) جستجو و گزینش مقاله‌های مناسب، انتخاب مفاهیم مورد جستجو و واژه‌های کلیدی مرتبط با آن شامل "خلاقیت ریاضی، راه‌حل‌های چندگانه، آموزش ریاضی، تفکر خلاق، دوره متوسطه"⁴)، استخراج اطلاعات مقاله‌ها؛ 5) تحلیل و ترکیب کیفی یافته‌ها؛ 6) کنترل کیفیت (در این بخش از برنامه مهارت‌های ارزیابی

جدول 1: جمع بندی پیشینه‌های داخلی

روش تحقیق	نتیجه	عنوان	سال	نویسنده (ها)
پیمایشی	بین متغیر رشته تحصیلی دانش‌آموزان با میزان تفکر خلاق رابطه معنا دار وجود دارد. اثر عامل رشته تحصیلی بر بالیدگی، تعهد و خلاقیت تفاوت معنا دار نشان نداد و همچنین رابطه همبستگی مثبت و معنا دار بین تفکر خلاق و انتقادی وجود دارد.	مقایسه میزان به کارگیری تفکر خلاق و انتقادی در دانش‌آموزان مونث سال سوم رشته‌های ریاضی و انسانی متوسطه در منطقه ۱۴ شهر تهران	۲۰۰۹	Sadat Mir
مطالعه ی شبه آزمایشی	بین میزان پیشرفت تحصیلی و خلاقیت دانش‌آموزانی که با روش حل مسأله در گروه آزمایش آموزش می بینند و دانش‌آموزانی که با روش سنتی در گروه گواه آموزش می بینند تفاوت معناداری وجود داشت. همچنین بین نمرات ابتکار و بسط مطلب دو گروه تفاوت معنادار وجود داشت ولی بین نمرات سیالی و تعطف پذیری دو گروه تفاوت معناداری مشاهده نشد.	تأثیر روش تدریس فعال (حل مسأله) بر خلاقیت و پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش‌آموزان پسر پایه اول راهنمایی شهرستان اقلید	۲۰۱۲	Mehrabi
پیمایشی	توانایی استدلال ریاضی و استدلال استنتاجی دانش‌آموزان گروه آزمایشی نسبت به گروه گواه افزایش یافته است. بین توانایی استدلال استنتاجی و استقرایی دانش‌آموزان در هر دو گروه آزمایش و گواه رابطه معناداری وجود دارد. به طوری که با تقویت توانایی استدلال استنتاجی و آشنایی با محدودیت استدلال‌های استقرایی، دانش‌آموزان در دلیل‌آوری کمتر از استدلال استقرایی استفاده کردند.	تأثیر آموزش مبتنی بر گفت‌وگوهای ریاضی بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه	۲۰۱۵	Almady et al

⁴ scholar.google

⁵ Critical Appraisal Skills Program(CASP)

¹ Elsevier

²

³ springer

پیمایشی	بین سبک‌های یادگیری با پیشرفت تحصیلی درس ریاضی رابطه معناداری وجود ندارد. بین خلاقیت و ابعاد آن (سبالی، بسط، ابتکار و انعطاف پذیری) با پیشرفت تحصیلی درس ریاضی رابطه معناداری وجود دارد. یافته‌های تحلیل رگرسیون نشان داد ابعاد خلاقیت (سبالی، بسط، ابتکار و انعطاف پذیری) به طور مثبت قادر به پیش بینی پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش آموزان می‌باشند.	رابطه سبک‌های یادگیری و خلاقیت با پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش‌آموزان دوره متوسطه شهر قائمیه	2015	Shirvani
کنش پژوهی، شبه آزمایشی	آموزش با تأکید بر راه حل‌های چندگانه، مهارت استدلال را به شکلی معنادار افزایش داده است. علاوه بر آن تحلیل‌های کمی هم نشان از آن دارند که در تمامی مؤلفه‌های نگرش، به شکلی معنادار در هر دو گروه، تغییرات مثبت اتفاق افتاده است. تحلیل کیفی نتایج نیز نشان می‌دهد، بسیاری از دانش‌آموزان فهم درستی از اثبات، ضرورت اثبات، ویژگی‌های اثبات معتبر و تمایز بین نمایش و محتوای اثبات ندارند	طراحی الگوی تدریس مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه، برای تحقق تفکر ریاضی‌وار در دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه	2016	Rahimi
گزارشی از یک پروژه تحقیقاتی	ادراک معطوف به کاربرد بازنمایی‌های چندگانه در شکل‌گیری رویکرد شخصی نسبت به آموزش و یادگیری - بویژه در صورت کاربرد بازنمایی‌های چندگانه و با دیداری در محیط‌های چندرسانه‌ای و الکترونیکی - از نقش مهمی برخوردار می‌باشد	بازنمایی‌های چندگانه در آموزش و یادگیری: انعکاس تجربیات عملی	2017	Nooriafshar et al
رویکرد کیفی	نتایج نشان می‌دهد که برای مقوله‌های شرایط و راهبردهای موثر، زیرمقوله‌هایی حاصل شده است که چگونگی تأثیر آنها را در ارائه راه حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی تبیین می‌کنند. بر اساس دیدگاه مشارکت‌کنندگان، این راهبردها شامل حل مسئله غیرمعمول، حل مسئله از راه‌های متنوع و فراهم کردن فرصت‌هایی برای طرح مسئله بوده است	شرایط و راهبردهای موثر برای ارائه راه حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی از دیدگاه دانشجویان خلاق دوره کارشناسی رشته ریاضی	2018	Yafian
توصیفی	نحوه بکارگیری رویکرد راه حل‌های چندگانه و شرایط لازم برای استفاده از این رویکرد در آموزش ریاضی دوره ابتدایی ارائه گردید	راه حل‌های چندگانه در آموزش ریاضی دوره‌ی ابتدایی	2017	Dafei
تحلیل محتوا و طرح نیمه آزمایشی	بیش‌ترین توجه برای توزیع و حضور مسایل کلامی به ترتیب به مسایل بازنمایی‌عریان، بازنمایی‌ضروری، بازنمایی‌کمک‌کننده و در نهایت به مسایل بازنمایی‌بی‌فایده شده است.	بررسی اثربخشی آموزش بازنمایی‌های تصویری بر توانایی حل مسایل کلامی ریاضی دانش‌آموزان	2020	Azizi Mahoodabad et al

جدول 2: جمع بندی پیشینه‌های خارجی

روش تحقیق	نتیجه	عنوان	سال	نویسنده (ها)
مطالعه موردی	حل مسائل از طریق راه حل های چندگانه در ایجاد توانایی تفکر برای دانش آموزان و معلمان ، تشویق خلاقیت و افزایش کیفیت تدریس بسیار ارزشمند است	پیوند دادن ایده های ریاضی با استفاده از روش راه حل های چندگانه برای حل مسائل (با اثبات گزاره ها) برای توسعه استدلال ریاضی	۲۰۱۷	Stupel, M., & Ben-Chaim, D
مرور نظام مند	نتایج از ساختار خلاقیت دامنه خاص با زیر دامنه جبر و هندسه ، پشتیبانی نمی کند، اما نشان می دهد که خلاقیت ریاضی باید به طور خاص به عنوان یک تکلیف در نظر گرفته شود.	خلاقیت ریاضی و زیر دامنه آن. بررسی مناسب بودن راه حل ها در تکالیف راه حل های چندگانه	۲۰۱۸	Schindler, M., et al
مطالعه موردی اکتشافی ، کیفی	یافته ها نشان می دهد که روند خلاقیت در راه حل های چندگانه شامل مراحل ، چگونگی ظهور ایده های جدید و به ویژه آشکارسازی در این فرایند است	روند خلاقیت دانش آموزان در ریاضیات: درون بینی با ردیابی چشم در مورد کار دانش آموزان با استفاده از راه حل های چندگانه	۲۰۲۰	Schindler, M., & Lilienthal, A. J.
نیمه آزمایشی کمی (پس آزمون و پیش آزمون)	نتایج راه های موثر توسعه خلاقیت ریاضی را نشان داد.	بهبود خلاقیت ریاضی در ریاضیات دانش آموزان متوسطه با استفاده از تکالیف حل مسئله و یافتن بهترین روش ها برای ارتقا و پاداش به تفکر واگرا	۲۰۲۰	Gruntowicz, B.
روش تحقیق	نتیجه	عنوان	سال	نویسنده (ها)
نیمه آزمایشی کمی (پس آزمون و پیش آزمون)	راه نتایج بهبود قابل ملاحظه ای در خلاقیت ریاضی دانش آموزان در حل های چندگانه پس از اجرای یادگیری مبتنی بر چالش و تفاوت را نشان داد	تعیین خلاقیت ریاضی دانش آموزان در حل تکالیف راه حل های چندگانه در کلاس یادگیری مبتنی بر چالش	۲۰۲۰	Ardiansyah, A. S., & Asikin, M
تحلیل اسناد به عنوان یک روش تحقیق کیفی	۶/۲ درصد از کل نمونه های کار شده با روش " راه حل های چندگانه " قابل حل هستند. با توجه به اینکه کتابهای درسی اغلب در آموزش و یادگیری تأثیر دارند ، این یافته ها پیامدهای مهمی در یادگیری و آموزش ریاضیات دارند.	تجزیه و تحلیل سوالات با روش راه حل چندگانه و نتایج متعدد در کتابهای ریاضی	۲۰۲۰	Bingolbali, E.
روش تحقیق کیفی	توانایی های تفکر خلاق ریاضی دانش آموزان هنوز باید توسعه یابد ، مانند اینکه دانش آموزان را وادار به کار بر روی یک تکلیف راه حل چندگانه و با استفاده از یک مدل (آرام-انتقادی-خلاق-معنی دار) در روند یادگیری نمود.	تحلیل توانایی تفکر خلاق ریاضی دانش آموزان پایه دهم دبیرستان درباره مسائل راه حل های ریاضیات	۲۰۲۰	Saputri, M.D., et al
تحلیل محتوا	رایج ترین وظایف ریاضی وظایفی هستند که بر مهارت های روبه ای متمرکز هستند ، در حالی که رایج ترین روش دانش آموزان برای نمایش ریاضیات از طریق بازتابی های نمادین بود	تجزیه و تحلیل ماهیت وظایف ریاضی و بازتابی شکل های ریاضی در رسم آزمون های ریاضی دانش آموزان کشور ترکیه	۲۰۲۰	Hatisaru, V.

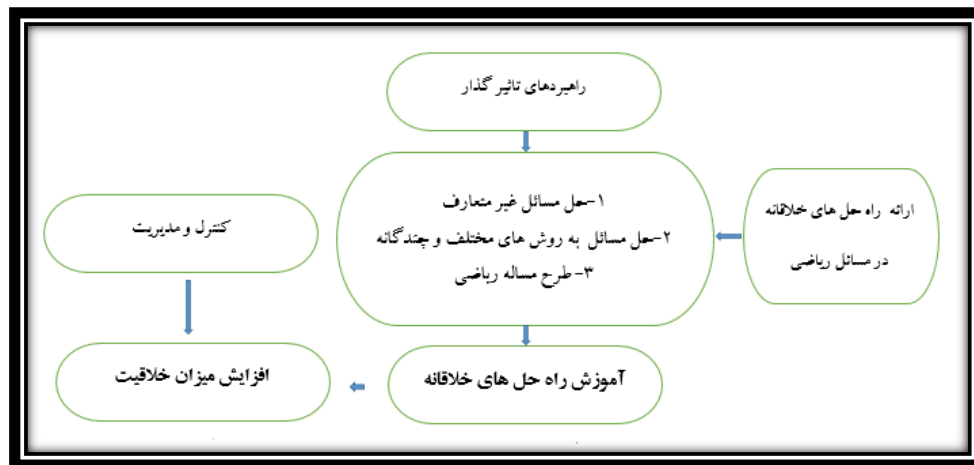
روش تحقیق	نتیجه	عنوان	سال	نویسنده (ها)
مطالعه موردی	استفاده از مدل ارائه شده ، ارتباطات بین مهارتهای مختلف مرتبط با خلاقیت و اثبات و دانش پایه معلمان ریاضی توصیف گردید.	طرح مسئله از طریق تحقیق برای توسعه و ارزیابی مهارتهای مرتبط با اثبات و مهارتهای خلاقیت معلمان ریاضی آینده دبیرستان	۲۰۲۰	Leikin, R., & Elgrably, H.
روش پیمایشی	مدلهای خلاقیت عمومی و توانایی ریاضی هردو خلاقیت ریاضی را پیش بینی می کنند بهتر از مدلهایی عمل می کنند که در آنها خلاقیت ریاضی و عمومی توانایی ریاضی را پیش بینی می کنند	خلاقیت ریاضی را با ترکیبی از مهارت های خلاقیت دامنه عمومی و دامنه خاص ریاضی	۲۰۲۰	Schoevers, E. M., et al
کیفی	نحوه توزیع خلاقیت فردی و جمعی ریاضی را از طریق تعاملات بین دانش آموزان ، مصاحبه کنندگان و دیگر دستاوردها و ایده‌ها بررسی گردید.	مثال های روزمره در جبر خطی: خلاقیت ریاضی فردی و جمعی	۲۰۲۰	Adiredja, A. P., & Zandieh, M.
کمی و کیفی	روش بررسی آموزش ریاضی پرورش خلاقیت، مدلی برای بررسی آینده تاثیر آموزش ریاضی پرورش خلاقیت بر خودکارآمدی و انگیزش دانش آموزان ارائه می‌دهد.	تاثیر آموزش ریاضی بر پرورش خلاقیت و خودکارآمدی و انگیزش دانش آموزان	۲۰۲۰	Regier, P.
مرور نظام مند	می‌توان از نظریه گراف برای آموزش استانداردهای شورای ملی معلمان در ریاضیات آمریکا که با خلاقیت ریاضی مرتبط است، استفاده کرد	نظریه گراف به عنوان ابزاری برای رشد خلاقیت ریاضی	۲۰۲۰	Suriyah, P., et al
کیفی	نشان داد که بین چهار اصل از پنج اصل برای پرورش خلاقیت ریاضی و تغییرات خودکارآمدی دانش آموزان برای اثبات ، همراه با دو مورد استفاده ترکیبی از اصول ممکن است فرصت‌های بیشتری برای ایجاد خودکارآمدی دانش آموزان فراهم کند .	چگونه آموزش خلاقیت ریاضی می‌تواند بر خودکارآمدی دانش آموزان برای اثبات تاثیر بگذارد	۲۰۲۰	Regier, P., & Savic, M.
روش تحقیق	نتیجه	عنوان	سال	نویسنده (ها)
کمی	نمایش‌های چندگانه راه حل و یا تصویرسازی مفاهیم ، ایده‌ها و مشکلات ریاضی را می‌توان به عنوان ابزاری موثر برای سنجش توانایی‌های تفکر خلاق معلمان پیش از خدمت در ریاضیات به کار برد .	نمایش های راه حل چندگانه و خلاقیت ریاضی	۲۰۲۱a	Bicer, A.
مرور نظام مند	شیوه های آموزشی شامل حل مسئله ، طرح مسئله ، سوالات باز ، تکالیف راه حل چندگانه ، تکالیفی با بیش از یک پاسخ صحیح ، فعالیت های مدل سازی یا استخراج مدل در کلاس های ریاضیات می تواند فرصتی را برای دانش آموزان فراهم کند تا توانایی های خلاقانه بالقوه خود را در ریاضیات کشف کنند.	مروری بر ادبیات سیستماتیک: روشهای آموزشی خاص و رشته تحصیلی و تقویت خلاقیت ریاضی دانش آموزان	۲۰۲۱b	Bicer, A.
کیفی: تحلیلی موردی	این مطالعه ساختارهای انتقال و خلاقیت ریاضی را بررسی می‌کند و مثال‌های تجربی را برای نشان دادن اجرای خلاقیت بازیگر محور خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان در سطح سوم ارائه می‌کند.	بررسی خلاقیت ریاضی دانش آموزان با انتقال بازیگرمحور برای توسعه خلاقیت بازیگرمحور	۲۰۲۱	Karakok, G.
تحقیقات تجربی	طبقه‌بندی خلاقیت دانش‌آموزان در حل مسائل هندسی با در نظر گرفتن توانایی‌های فضایی و درک اشکال هندسی، افزوده‌های ارزشمند در زمینه آموزش هندسه و ریاضیات به طور کلی خواهد بود.	یک رویکرد چند بعدی به خلاقیت دانش آموزان در هندسه : توانایی فضایی ، ادراک شکل هندسی و راه‌حل‌های چندگانه در مسائل هندسی	۲۰۲۱	Gagatsis, A., & Geitona, Z.

روش تحقیق	نتیجه	عنوان	سال	نویسنده (ها)
پیمایشی	نحوه درک دانش آموزان از شکل هندسی و توانایی آنها در پردازش آن ، یک عامل مهم در پیش بینی خلاقیت ریاضی آنها است. همچنین درک عملیاتی از شکل های هندسی، ویژگی های خلاقیت سیالیت ، انعطاف پذیری و اصالت را مثبت پیش بینی نمودند.	درک شکل هندسی ، ساخت خطوط کمکی و راه حل های چندگانه در حل مسئله: جنبه های خلاقیت ریاضی در درس هندسه	۲۰۲۱	Gridos, P., et al
نیمه آزمایشی کمی	نتایج نشان داد که معلمان پیش از خدمت که مداخله را دریافت کردند ، تمامی پیامدهای شناختی و عاطفی را بیش از معلمان پیش از خدمت در گروه کنترل توسعه دادند .	آماده‌سازی معلمان پیش از خدمت برای طراحی و اجرای وظایف ریاضی هدایت‌شده خلاقیت و شیوه‌های آموزشی	۲۰۲۲	Bicer, A et al
مطالعه تجربی	نتایج حاکی از ضرورت گنجاندن راه حل چندگانه در تدریس درس ریاضی به دانش آموزان برای ایجاد پیگیر منسجم دانش ریاضی است.	یک مطالعه تجربی درباره خلاقیت ریاضی و نظرات در مورد وظایف حل چندگانه	۲۰۲۲	Jukić Matić, L., & Šliško, J.

روش تحقیق	نتیجه	عنوان	سال	نویسنده (ها)
تحقیقات تجربی	رابطه‌ای بین انعطاف‌پذیری شناختی و توانایی هندسی دانش آموزان و حل مشکلات مربوط به عناصر کمکی در خلاقیت ریاضی یافت شد .	خلاقیت ریاضی : درک شکل هندسی دانش آموز در حل مساله هندسه با استفاده از عناصر کمکی جدید .	۲۰۲۳	Muzaini, M., et al
پژوهش موردی	دانش آموزان پایه چهارم ابتدایی توانایی تفکر خلاق ریاضی انطباقی، ترکیب، تغییر، بازآرایی، بسط یا بازگشت را با استفاده از راهبردهای شمارش، ترکیب، افزودن و کاهش، همپوشانی، حرکت و تقسیم مورب داشتند	ارزیابی تناسب تکالیف و ارائه راه‌حل‌های چندگانه به مناسبت تفکر خلاق ریاضی دانش آموزان پایه چهارم	۲۰۲۳	Gan, H. H.
شبه تجربی	تکالیف چند راه‌حلی یک رویکرد آموزشی مؤثر در تقویت خلاقیت ریاضی دانش آموزان متوسطه است.	تکالیف راه حل چندگانه: رویکردی برای تقویت خلاقیت ریاضی دانش آموزان دوره متوسطه	۲۰۲۳	Osakwe, I. J., et al

مفهومی برای آن است، چارچوب مفهومی استخراج شده بر اساس روش داده بنیاد در شکل 1 نشان داده شده است.

باتوجه به اینکه هدف پژوهش حاضر، شناسایی شرایط و راهبردهای مؤثر بر ارائه راه حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی در سطوح آموزشی و ارائه چارچوبی



شکل 1: مدل ترکیبی راهبردهای مؤثر بر ارائه راه حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی در سطوح آموزشی

استخراج کدهای مفهومی، هریک از متن‌های مصاحبه‌ها در سطح جمله و عبارت بررسی شد؛ سپس این کدهای مفهومی در قالب مقوله‌ها و زیرمقوله‌ها، سازماندهی و نام گذاری شدند. در ادامه، سؤالات پژوهش پاسخ داده می‌شود و سپس چارچوب مفهومی پژوهش ارائه می‌گردد.

سوال اول: چه الگویی برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه فکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه قابل بکارگیری است؟
چک لیست کلی مربوط به نتایج تحلیل محتوای مصاحبه درمورد الگویی برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در جدول 3 درج شده است.

چارچوب مفهومی شکل 1 نشان می‌دهد از دیدگاه افراد، برای ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی برای دانش‌آموزان، به استفاده از راهبردهای خاصی برای کنترل و مدیریت آن نیاز است.

گزارش یافته‌ها

این بخش، به ارائه داده‌های کیفی حاصل از فرایند کدگذاری و تحلیل مصاحبه‌های عمیق انجام شده با مشارکت کنندگان پژوهش می‌پردازد و مقوله‌های نهایی حاصل از فرایند کدگذاری باز و محوری و گزینشی ارائه می‌شود. برای انجام کدگذاری باز و محوری، ابتدا برای

جدول 3: چک لیست مربوط به نتایج تحلیل محتوای مصاحبه

کد	مفاهیم استخراجی اولیه	کد مصاحبه شونده
۱	حل مسائل ریاضی نامتعارف	۱۲ و ۷ و ۴ و ۳
۲	حل مسائل به روش‌های مختلف و چندگانه	۱۰ و ۹ و ۴ و ۲
۳	فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مساله	۱۲ و ۹ و ۴ و ۱
۴	برگزیدن و اجرای راه حل مناسب	۹ و ۶ و ۳
۵	انتخاب راه حل	۱۰ و ۸ و ۷ و ۱
۶	اندیشیدن به شیوه‌های متفاوت	۱۱ و ۹ و ۶ و ۴
۷	خلق راه حل به شیوه جدید	۸ و ۶ و ۳ و ۱
۸	توانایی تحلیل عینی اطلاعات موجود	۱۲ و ۹ و ۷ و ۴
۹	حفظ تعادل بین یادگیری مفهومی و یادگیری رویه‌ای	۱۲ و ۱۱ و ۹
۱۰	ایجادفهم بهتر و عمیقتر	۱۱ و ۶ و ۲ و ۱
۱۱	ایجاد لذت یادگیری و حل مسأله	۹ و ۶ و ۴ و ۲
۱۲	آفرینش احساس توانمندی و خودباوری در دانش‌آموزان	۱۲ و ۴ و ۲ و ۱
۱۳	ممانعت از بروز مشکلات	۷ و ۵ و ۳ و ۲
۱۴	خلق کلاس پویا	۹ و ۶ و ۴ و ۵
۱۵	ایجاد بیشترین رضایت با کمترین تنش	۱۱ و ۹ و ۷ و ۶
۱۶	تفویض جو مشارکتی و بهبود ارتباط معلم و دانش‌آموز	۹ و ۸ و ۷ و ۳

و مفهوم اولیه از مصاحبه با خبرگان استخراج شد. براساس مفاهیم و مقوله‌های جدول قبل، زمینه کدگذاری محوری فراهم شد که در جدول 4 آورده شده

در جدول 3 مفاهیم اولیه‌ای که از تحلیل محتوا حاصل شده، ارائه شده است. اطلاعات جدول بالا، بیانگر محور اساسی سؤالیهای پژوهش بوده است. در نهایت 16 شاخص

است. در کدگذاری محوری بین مفاهیم و مقوله‌های مرتبط باهم ارتباط برقرار گردید. همانطورکه ملاحظه می‌گردد این جدول حاوی چهار طبقه بوده و هریک از طبقات دربرگیرنده زیرطبقات و مفاهیم مربوط به خود است. این طبقات درجدول زیر از محورهای A تا D مشخص شده‌اند.

جدول 4: مرتب سازی نهایی و خوشه بندی کلیه مفاهیم و کدهای (A تا D) استخراج شده از تکنیک مصاحبه نیمه ساختاریافته

ردیف	مفاهیم استخراج شده	کد
۱	حل مسائل ریاضی نامتعارف	A
۲	حل مسائل به روش های مختلف و چندگانه	A
۳	فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مساله	A
۴	برگزیدن و اجرای راه حل مناسب	A
۵	انتخاب راه حل	B
۶	اندیشیدن به شیوه های متفاوت	B
۷	خلق راه حل به شیوه جدید	B
۸	توانایی تحلیل عینی اطلاعات موجود	B
۹	حفظ تعادل بین یادگیری مفهومی و یادگیری رویه‌ای	C
۱۰	ایجادفهم بهتر و عمیقتر	C
۱۱	ایجاد لذت یادگیری و حل مسأله	C
۱۲	آفرینش احساس توانمندی و خودباوری در دانش آموزان	C
۱۳	ممانعت از بروز مشکلات	D
۱۴	خلق کلاس پویا	D
۱۵	ایجاد بیشترین رضایت با کمترین تنش	D
۱۶	تقویت جو مشارکتی و بهبود ارتباط معلم و دانش آموز	D

کانون و محور اصلی پژوهش هستند استخراج شدند. براساس دیدگاه مشارکت کنندگان، انتخاب مقوله‌های مطرح شده در بخش قبلی، تحت تأثیر عوامل دیگری است. این عوامل شامل آشنایی معلمان با شیوه تدریس آموزش ریاضی، انجام تمرین‌های متناوب درسی ریاضی، فرآیند اجرا در محیط تدریس دانش آموز محور است. آن گاه بر اساس این عوامل تاثیرگذار مقوله‌های اصلی کدگذاری گزینشی مشخص گردیدند. این مرحله شامل مشخص کردن ارتباط گزاره‌ها و شکل دهی به طبقاتی با درجه انتزاع نظری بالاتر بود. مقوله‌های اصلی انتخابی پژوهش حاضر شامل حل مسائل

همانطورکه یافته‌های جدول 4 نشان می‌دهد در مرحله سوم از فرایند کدگذاری داده‌های گردآوری شده، مرتب سازی نهایی و خوشه بندی کلیه مفاهیم و کدهای محوری در چهار طبقه صورت گرفته است. در مرحله آخر فرایند تحلیل کیفی حاضر، یافته‌های حاصل از تجزیه و تحلیل، حول محورهدف اصلی با پیوند دادن کدها (کدگذاری باز)، مفاهیم (کدگذاری محوری) و در نهایت رابطه بین طبقات (کدگذاری گزینشی) مشخص شد. در این مرحله، کدگذاری محوری گزاره‌های اولیه به طبقه‌هایی با انتزاع مفهومی تر به صورت مقوله‌های فرعی دسته بندی و مقوله‌های محوری که

غیرمتعارف (باز-پاسخ)، حل مسئله به روش‌های مختلف و چندگانه و فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مسئله بودند و بقیه چک لیست شامل سیزده مقوله فرعی

محوری گردیدند. طبقات به دست آمده و نتایج نهایی در جدول 5 قابل مشاهده است.

جدول 5: کدگذاری نهایی نتایج تحلیل محتوای مصاحبه نیمه ساختاریافته برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه

ردیف	کد گذاری گزینشی	مقوله
۱	حل مسائل ریاضی غیر معمول	اصلی
۲	راه حل های چندگانه	اصلی
۳	طرح مساله ریاضی	اصلی
۴	برگزیدن و اجرای راه حل مناسب	فرعی
۵	انتخاب راه حل	فرعی
۶	اندیشیدن به شیوه های متفاوت	فرعی
۷	خلق راه حل به شیوه جدید	فرعی
۸	توانایی تحلیل عینی اطلاعات موجود	فرعی
۹	حفظ تعادل بین یادگیری مفهومی و یادگیری رویه‌ای	فرعی
۱۰	ایجادفهم بهتر و عمیق تر	فرعی
۱۱	ایجاد لذت یادگیری و حل مسأله	فرعی
۱۲	آفرینش احساس توانمندی و خودباوری در دانش آموزان	فرعی
۱۳	ممانعت از بروز مشکلات	فرعی
۱۴	خلق کلاس پویا	فرعی
۱۵	ایجاد بیشترین رضایت با کمترین تنش	فرعی
۱۶	تقویت جو مشارکتی و بهبود ارتباط معلم و دانش آموز	فرعی

گونگون، شاخص‌های مختلفی را ارائه داده‌اند و حتی نگارش‌های مشهور برنامه‌های مدل‌سازی معادلات ساختاری مانند نرم‌افزارهای AMOS و LISREL نیز تعدادی از شاخص‌های برازندگی به دست می‌دهند (Hooman, 2018). به طور کلی شاخص‌های چندگانه‌ای برای نیکویی برازش مدل وجود دارد و بیشتر محققان مدل‌سازی معادلات ساختاری توصیه کرده‌اند که مدل‌ها باید با یک شاخص مورد سنجش قرار گیرند. نتایج شاخص‌های برازش مدل اندازه‌گیری در جدول 7 درج گردیده است.

سوال دوم: الگوی طراحی شده برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه از نظر متخصصان چه میزان اعتبار دارد؟

شاخص‌های مختلفی برای ارزیابی برازش مدل‌های معادلات ساختاری مورد استفاده قرار می‌گیرند. با وجود اینکه انواع گوناگونی از آزمون‌های (شاخص‌های) برازندگی مدل پیوسته در حال مقایسه، توسعه و تکامل هستند اما هنوز درباره حتی یک آزمون بهینه نیز توافق همگانی وجود ندارد. نتیجه آن است که پژوهش‌های

جدول 7: شاخص‌های برازش مدل اندازه‌گیری

شاخص برازش	توضیحات	مقادیر بدست آمده	معیار قابل قبول
(χ^2/df)	مجذور کای به درجه آزادی	۲/۳۴	≤ 3
GFI	شاخص نیکویی برازش	۰/۰۴۶	$\geq 0/90$
AGFI	شاخص میزان انطباق	۰/۹۸۱	$\geq 0/90$
RMR	میانگین مجذور پس مانده‌ها	۰/۹۵۵	نزدیک به صفر
CFI	شاخص برازندگی تطبیقی	۰/۹۶۱	$\geq 0/90$
TLI	شاخص توکر-لوئیس	۰/۹۳۲	$\geq 0/90$
IFI	شاخص برازندگی فزاینده	۰/۹۷۷	$\geq 0/90$
RFI	شاخص برازش نسبی	۰/۹۶۰	$\geq 0/90$
NFI	شاخص نرم شده برازندگی	۰/۹۷۷	$\geq 0/90$
PCFI	شاخص برازش تطبیقی مقصد	۰/۵۷۱	$\geq 0/5$
PNFI	شاخص برازش مقصد هنجار شده	۰/۵۴۹	$\geq 0/5$
PRATIO	نسبت اقتصاد	۰/۵۵۸	$\geq 0/5$
RMSEA	ریشه دوم میانگین خطای تقریب	۰/۰۵۸	$\leq 0/08$

نتایج جداول 7 نشان می‌دهد که شاخص‌های برازش مدل اندازه‌گیری در حد مطلوب هستند در ادامه معناداری مدل اندازه‌گیری بررسی می‌شود. در نرم افزار AMOS میزان معناداری بارهای عاملی با شاخص‌های p-value و نسبت بحرانی (CR) نمایش می‌دهد که در جدول 8 معناداری بارهای عاملی در مدل اندازه‌گیری گزارش شده است.

جدول 8: بررسی معناداری مدل اندازه‌گیری

گویه‌ها	بار عاملی	نسبت بحرانی (CR)	معناداری (p-value)
حل مسائل ریاضی نامتعارف	۰,۷۱	۸,۳۲	***
حل مسائل به شیوه‌های مختلف و چندگانه	۰,۸۳	۹,۵۸	***
فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مساله	۰,۷۷	۸,۹۱	***
برگزیدن و اجرای راه حل مناسب	۰,۷۰	۸,۲۲	***
انتخاب راه حل	۰,۸۹	۱۰,۱۱	***
اندیشیدن به شیوه‌های متفاوت	۰,۷۳	۸,۵۱	***
خلق راه حل به شیوه جدید	۰,۸۲	۹,۴۵	***
توانایی تحلیل عینی اطلاعات موجود	۰,۸۵	۹,۷۲	***
حفظ تعادل بین یادگیری مفهومی و یادگیری رویه‌ای	۰,۷۵	۸,۷۵	***
ایجادفهم بهتر و عمیقتر	۰,۷۹	۹,۱۸	***
ایجاد لذت یادگیری و حل مساله	۰,۹۱	۱۰,۳۶	***
آفرینش احساس توانمندی و خودباوری در دانش‌آموزان	۰,۸۰	۹,۲۸	***
ممانعت از بروز مشکلات	۰,۸۳	۹,۵۸	***
خلق کلاس پویا	۰,۷۷	۸,۹۱	***
ایجاد بیشترین رضایت با کمترین تنش	۰,۸۷	۹,۴۱	***
تقویت جو مشارکتی و بهبود ارتباط معلم و دانش‌آموز	۰,۸۶	۹,۷۰	***

***: بار عاملی در سطح اطمینان 99 درصد معنادار است.

جدول 10: ضرایب بارهای عاملی استخراج شده به تفکیک سوالات به عنوان شاخص‌های مطلوب پرسشنامه

ضرایب بارهای عاملی	مسئله پرسشنامه
۰٫۹۳	۰۱
۰٫۹۲	۰۲
۰٫۹۰	۰۳
۰٫۸۷	۰۴
۰٫۸۴	۰۵
۰٫۶۴	۰۶
۰٫۷۶	۰۷
۰٫۹۵	۰۸
۰٫۸۲	۰۹
۰٫۷۲	۱۰
۰٫۷۷	۱۱
۰٫۷۳	۱۲
۰٫۹۳	۱۳
۰٫۹۲	۱۴
۰٫۷۶	۱۵
۰٫۹۵	۱۶

نتیجه به دست آمده ناشی از اجرای تحلیل عاملی تاییدی در جدول 10 نشان می‌دهد که ضرایب بارهای عاملی استخراج شده برای تبیین آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در پرسشنامه محقق ساخته از انسجام لازم و کافی برخوردار می‌باشند. به منظور آماده سازی و ارائه الگوی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه، با استفاده از تحلیل عاملی مولفه‌های کلیدی مشخص گردید و نسبت به اعتبارسنجی آن اقدام شد.

نتیجه‌گیری و بحث و بررسی درباره نتایج

بررسی و تبیین سوال اول:

1- چه الگویی برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه قابل بکارگیری است؟

یافته‌ها در جدول 7 نشان می‌دهد در هر مقیاس بارهای عاملی بیشتر از 0/7 هستند و نسبت بحرانی بیشتر از 2/56 است بنابراین در سطح اطمینان 99 درصد معناداری بارهای عاملی در مدل اندازه‌گیری مورد تایید قرار می‌گیرد.

برای اینکه مشخص شود آیا می‌توان داده‌های حاصل از ابزار اندازه‌گیری و پرسشنامه این پژوهش را برای تحلیل مورد استفاده قرار داد از شاخص KMO و آزمون بارتلت استفاده شد که نتایج حاصله به ترتیب در جداول 8 و 9 ارائه می‌شود.

جدول 9: خروجی آزمون KMO و آزمون بارتلت

0/881	KMO مقدار ضریب کفایت نمونه‌گیری	
14274/8	کای اسکوئر	آزمون بارتلت
177	درجه آزادی	
0/001	سطح معنی داری	

مطابق اطلاعات جدول 8 اندازه کفایت نمونه (KMO) برابر 0/881 و همچنین آزمون معناداری کرویت نمونه (Bartlett) در تحلیل عاملی برابر با 0/001 به دست آمده که نشان دهنده کفایت نمونه‌ها برای انجام تحلیل عاملی می‌باشد. ($p < 0/05$) لذا براساس آماره آزمون بارتلت، مقدار آماری آزمون کای اسکوئر حاصله بزرگتر از کای اسکوئر جدول بحرانی است و همچنین در سطح ($P < 0/05$) معنادار است بنابراین شواهد فوق می‌تواند به این نتیجه دست یافت که ماتریس همبستگی فاکتورها برای انجام تحلیل عاملی مناسب است. ($P < 0/05$)

انعطاف پذیر باشند تا "توانایی‌های ریاضی متفاوت دانش آموزان" را در نظر بگیرند. این رویکرد می‌تواند به طور کامل تحقق یابد که به موجب آن مسائل نامتداول به عنوان ابزاری برای ایجاد تغییر اساسی در ساختار کلاس ریاضی عمل می‌کنند (Kwon et al, 2006).

یافته‌های پژوهشی صاحب‌نظران و پژوهشگران نیز مؤید تأثیرگذاری مقوله حل مسائل غیرمتعارف است. یافته حل مسائل حل مسائل غیرمتعارف (بازپاسخ) با الگوی نتایج مطالعات (Munafiah et al, 2021; Levenson & Molad, 2022; Molad & Levenson, 2020; Niss & Blum, 2020; Wang et al, 2022; Kozlowski & Chamberlin, 2020 همخوانی دارد.

هدف مطالعه (Munafiah et al, 2021)، توصیف مهارت‌های تفکر خلاق ریاضی دانش‌آموزان بر اساس گرایش‌های ریاضی در یادگیری حل مسئله خلاق با رویکردی باز-پاسخ بود. نتایج وی نشان داد که مهارت‌های تفکر خلاق دانش‌آموزان در هر دسته از گرایش‌ها دارای شباهت‌ها و تفاوت‌هایی است. تمام دسته بندی‌ها جنبه روانی و سیالیت را برآورده کرده اند. در جنبه انعطاف پذیری، فقط دانش‌آموزان با رده استعداد بالا آن را برآورده کردند. موضوع‌هایی که دارای مقوله‌ای پایین هستند، تنها می‌توانند یک و دو جنبه از توانایی‌های تفکر خلاق ریاضی را برآورده کنند. (Munafiah et al, 2021).

مطالعات اخیر در زمینه حل مسئله ریاضی - با دور زدن رویکرد نابغه گرایی - به خلاقیت به عنوان یک عامل مهم برای کار بر روی مسائل و زمینه‌های مسائل غیر متعارف (باز-پاسخ) اشاره می‌کنند. (Levenson & Molad, 2022; Molad & Levenson, 2020).

از آنجایی که مدل‌سازی ریاضی معمولاً شامل حل مسائل غیرمتعارف و باز در دنیای واقعی می‌شود، کاری که نیازمند خلاقیت مدل‌ساز برای درک موقعیت واقعی و پیشنهاد راه‌حل‌های جدید است، مدل‌سازی ریاضی ارتباط تنگاتنگی با خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان دارد.

چک لیست مربوط به نتایج تحلیل محتوای مصاحبه در مورد الگویی برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در جدول 3، در نهایت 16 مقوله کلی و مفهوم اولیه از مصاحبه با خبرگان استخراج شد. بر اساس مفاهیم و مقوله‌های اولیه حاصله، زمینه کدگذاری محوری فراهم شد. در کدگذاری محوری بین مفاهیم و مقوله‌های مرتبط باهم ارتباط برقرار گردید که حاوی چهار طبقه بوده و هر یک از طبقات دربرگیرنده زیرطبقات و مفاهیم مربوط به خود است. این طبقات از محورهای A تا D مشخص شدند. در مرحله پایانی از فرایند تحلیل کیفی، یافته‌های حاصل از تجزیه و تحلیل، حول محور هدف اصلی بپیوند دادن کدها (کدگذاری باز)، مفاهیم (کدگذاری محوری) و در نهایت رابطه بین طبقات (کدگذاری گزینشی) مشخص شد. نتایج حاکی از آن است 16 مقوله کلی به دست آمده می‌تواند به عنوان موضوع آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه مطرح شود. آنگاه، کدگذاری محوری گزاره‌های اولیه به طبقه‌هایی با انتزاع مفهومی تر به صورت مقوله‌های فرعی دسته بندی و مقوله‌های محوری که کانون و محور اصلی پژوهش هستند استخراج شدند. سپس در مرحله بعد، تحت تاثیر عوامل تاثیر گذار، ارتباط گزاره‌ها و شکل دهی به طبقاتی با درجه انتزاع نظری بالاتر انجام گرفت (جدول 5). مقوله‌های اصلی انتخابی پژوهش حاضر شامل حل مسائل غیرمتعارف (باز-پاسخ)، حل مسئله به روش‌های مختلف و چندگانه و فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مسئله بودند و بقیه چک لیست شامل سیزده مقوله فرعی محوری گردیدند.

در خصوص مقوله اول - حل مسائل غیرمتعارف (بازپاسخ) - یافته‌ها نشان می‌دهد:

مسائل غیرمتعارف (باز-پاسخ)، مسائلی هستند که باید دو پیش نیاز داشته باشند. ابتدا باید با استفاده از موضوعات آشنا و جالب برای هر دانش‌آموز مناسب باشد. این بدان معناست که دانش‌آموزان متوجه می‌شوند که حل مسائل ضروری است، احساس می‌کنند که حل آنها با دانش خود امکان پذیر است و پس از حل آنها احساس موفقیت می‌کنند. بنابراین، مسائل باید به اندازه کافی

(2017)، به طور خلاصه تفاوت این مولفه‌ها را به عنوان توسعه ایده‌ها (روان بودن)، ایده‌های مختلف (انعطاف پذیری) و ایده‌های جدید با تغییر تفکر (تازگی) توضیح می‌دهند.

نتایج این یافته پژوهش با نتایج مطالعات (Schindler & Lilienthal, 2020; Osakwe et al, 2023; Assmus & Fritzlar, 2018; Schindler et al, 2018; Bicer et al, 2020; Leikin & Elgrably, 2016; Yaftian, 2020) همپوشانی دارد و نتایج یافته پژوهش حاضر با بخشی از نتایج مطالعه (Joklitschke et al, 2019) همخوانی ندارد.

مطالعه (Schindler & Lilienthal, 2020)، از راه حل‌های چندگانه برای بررسی خلاقیت ریاضی به عنوان فرآیندی در مراحل آن استفاده می‌کند و راه حل‌های چندگانه را به مدل‌های مرحله‌ای فرآیند خلاق متصل می‌کند. یکی از معدود مطالعاتی که فرآیند تفکر خلاق ریاضی را بررسی کرد، مطالعه موردی (Schindler & Lilienthal, 2020) بود که فرآیند حل خلاقانه مسئله یک دانش آموز دبیرستانی را در یک تکلیف راه حل‌های چندگانه به تصویر می‌کشید. آنها در واقع نشان دادند که چنین مدل‌های فازی ممکن است انعکاس دقیقی از حل خلاقانه واقعی مشکل نباشد. آنان با استفاده از یک مصاحبه یادآوری تحریک شده که توسط ضبط حرکات چشم دانش آموز هدایت می‌شد، چگونگی ظهور ایده‌های جدید را با کدگذاری بخش‌های مختلف فرآیند حل مسئله خلاقانه ریاضی دانش آموز و مقایسه آن با مدل‌های موجود در مورد مسئله خلاق، تجزیه و تحلیل کردند. آنها دریافتند که، فازهای خلاقیت را نمی‌توان به وضوح شناسایی کرد و به نظر می‌رسد توالی فازها چندان واضح نیست. مطالعه موردی به جای پردازش مرحله به مرحله مراحل مختلف حل مسئله، یک فرآیند چرخه ای را نشان داد: دانش آموز دائماً بین مراحل به عقب و جلو می‌رفت. به عنوان مثال، پس از ایجاد یک ایده، دانش آموز در حال کار بر روی یک راه حل بود. وقتی متوجه شد که این کار

(Niss & Blum, 2020). در مطالعه (Wang et al, 2022) مشخص گردید تحقیقات قبلی نشان داده است که مدل سازی ریاضی به ویژه با توجه به تحریک و محافظت از کنجکاوی کودکان به رشد خلاقیت دانش آموزان کمک می‌کند. با این حال، مطالعات قبلی روابط بین شایستگی، کنجکاوی و خلاقیت مدل‌سازی ریاضی دانش‌آموزان متوسطه را بر اساس داده‌های به دست آمده از ارزیابی‌های مقیاس بزرگ بررسی نکرده‌اند و تأثیر روش‌های تدریس معلمان را در این زمینه بررسی نکرده‌اند. مطالعه (Wang et al, 2022) به طور تجربی تأثیر شایستگی مدل‌سازی ریاضی بر خلاقیت ریاضی را تأیید کرد و راهی ممکن برای پرورش خلاقیت دانش آموزان متوسطه ارائه کرد (Wang et al, 2022). مسائل غیرمتمعارف (باز-پاسخ) ممکن است احتمال ظهور خلاقیت ریاضی را افزایش دهند، اما به تنهایی آن را تضمین نمی‌کنند. این سؤالات هنوز پاسخی ندارند و در عین حال برای درک واقعی چگونگی حمایت از خلاقیت دانش آموزان در ریاضیات بسیار مهم هستند. (Kozlowski & Chamberlin, 2020).

درخصوص مقوله دوم - حل مسئله به روش‌های مختلف و راه حل چندگانه - یافته‌ها نشان می‌دهد: روش‌های زیادی برای شناسایی خلاقیت ریاضی وجود دارد که یکی از آنها راه حل‌های چند گانه¹ است. راه حل‌های چند گانه نه تنها ابزاری برای ارزیابی خلاقیت نسبی است (Leikin & Lev, 2013)، بلکه یک تکلیف حاوی یک نیاز صریح برای حل یک مسئله به روش‌های مختلف است (Leikin & Lev, 2013). برای شناسایی خلاقیت ریاضی در راه حل‌های چند گانه می‌توان با تعیین نتایج پاسخ دانش آموزان با نگاه به سیالیت، انعطاف پذیری و تازگی آنها به آن پی برد (Leikin & Lev, 2013; Levav-Waynberg & Leikin, 2012) که این مولفه‌ها سه جنبه از خلاقیت است که غالباً آن را آزمایش تفکر خلاق تورنس می‌نامند (Silver, 1997). همچنین (Kadir & Satriawati)

جواب نمی‌دهد، این رویکرد را کنار گذاشت و شروع به جستجوی یک ایده جدید کرد. بنابراین، مطالعه موردی (Schindler & Lilienthal, 2020) شواهد اولیه‌ای را ارائه می‌دهد که در ریاضیات، فرآیند حل خلاقانه مسئله، خطی نیست بلکه چرخه‌ای است. در مطالعه (Osakwe et al, 2023)، محققان دریافتند که هدایت دانش‌آموزان به سمت راه‌های چندگانه در مقایسه با روش بازنمایی به طور قابل‌توجهی خلاقیت ریاضی آنها را افزایش می‌دهد و همچنین جنسیت به‌عنوان یک عامل، نقش مهمی در خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان با اشاره خاص به درس هندسه ندارد (Osakwe et al, 2023).

تحقیقات قبلی اغلب خلاقیت ریاضی را به صورت ایستا مورد مطالعه قرار می‌دادند، به عنوان مثال، با امتیاز دادن به عملکرد کودکان در تکالیف ریاضی مرتبط با راه‌های چندگانه از نظر تعداد پاسخ‌ها (تسلط)، توانایی متغیر پاسخ‌ها (انعطاف‌پذیری) و منحصر به فرد بودن پاسخ‌ها (تازگی) (Assmus & Fritzlar, 2018). چنین معیارهای مبتنی بر محصول خلاقیت ریاضی، نمی‌تواند فرآیندهای تفکر خلاق را که منجر به پاسخ یا راه حل خاصی می‌شود، آشکار کند. اگر بخواهیم از توسعه مهارت‌های تفکر خلاق در ریاضیات حمایت شود. آموزش و بینش بیشتری در مورد فرآیند تفکر خلاق مورد نیاز است.

در مطالعه شنایدر و همکاران (Schindler et al, 2018)، نتایج یک مطالعه تجربی را ارائه گردید که به بررسی عملکرد دانش‌آموزان دبیرستانی در "تکالیف راه حل‌های چندگانه می‌پردازد. نتایج از ساختار دامنه خاص یا زیر دامنه خلاقیت خاص پشتیبانی نمی‌کند، اما نشان می‌دهد که خلاقیت ریاضی باید به طور خاص به عنوان تکلیف درسی ریاضی در نظر گرفته شود.

در خصوص مقوله سوم - طرح مسئله - یافته‌ها نشان می‌دهد:

طرح مسئله ریاضی در دهه‌های اخیر یک حوزه تحقیقاتی مهم در آموزش ریاضیات بوده است (Walkington, 2017; Walkington, & Hayata, 2017).

نتایج یافته سومین مقوله پژوهش حاضر - طرح مسئله ریاضی - با مطالعات (Cai, & Hwang, 2023; Arabacı & Baki, 2023; Wang & Walkington, 2023; Wang et al, 2021; Baumanns & Rott, 2023; Rahman, 2022; Ahmar, 2017) همخوانی دارد. هدف نهایی از آموزش، چه در آموزش ریاضی یا در سایر علوم این است که فراگیران قادر باشند مسائل قابل طرح در عرصه دانش مورد نظر را بهتر حل کنند. پیشرفت علوم و ریاضیات اغلب به طرح مسائل خوب و معنادار و با ارزش مرتبط است (Cai, & Hwang, 2023). در مطالعه کای و هوانگ (Cai, & Hwang, 2023)، طرح مسئله از منظر وظایف آموزشی چالش برانگیز و ارزشمند در نظر گرفته می‌شود. آنان وضعیت فعلی تکالیف طرح مسئله را در ریاضیات مدرسه بررسی نمودند و استدلال‌هایی را برای اینکه معلمان چگونه و چرا باید از طرح مسئله برای مشارکت دادن دانش‌آموزان خود در دستیابی به اهداف یادگیری چالش‌برانگیز استفاده کنند، ارائه کردند. کای و هوانگ (Cai, & Hwang, 2023) نمونه‌های متنوعی از تکالیف طرح مسئله را ارائه نمودند تا چارچوبی از ویژگی‌های تکالیف طرح مسئله را با تمرکز بر موقعیت‌های مسئله ساز نشان دهند. نتایج مطالعه عربچی و باکی (Arabacı & Baki, 2023) نشان دادند که هیچ تفاوت واضحی بین دانش‌آموزان تیزهوش و غیر تیزهوش از نظر شاخص‌های سیالیت خلاقیت ریاضی وجود ندارد، اما دانش‌آموزان تیزهوش عموماً خلاقانه‌تر و انعطاف‌پذیرتر از همسالان غیر تیزهوش خود مشکلاتی را مطرح می‌کنند. آنان پیشنهاد نمودند که از فعالیت‌های طرح مسئله ریاضی برای مقایسه خلاقیت دانش‌آموزان تیزهوش و غیر تیزهوش استفاده شود. شاخص‌های اصالت و انعطاف‌پذیری را نیز می‌توان برای محاسبه نمرات نهایی خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان وزن‌بندی کرد، زیرا در تشخیص دانش‌آموزان تیزهوش از غیر تیزهوش مؤثرتر هستند. نتایج مطالعه وانگ و واکینگتون (Wang & Walkington, 2023) نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در

جواب نمی‌دهد، این رویکرد را کنار گذاشت و شروع به جستجوی یک ایده جدید کرد. بنابراین، مطالعه موردی (Schindler & Lilienthal, 2020) شواهد اولیه‌ای را ارائه می‌دهد که در ریاضیات، فرآیند حل خلاقانه مسئله، خطی نیست بلکه چرخه‌ای است. در مطالعه (Osakwe et al, 2023)، محققان دریافتند که هدایت دانش‌آموزان به سمت راه‌های چندگانه در مقایسه با روش بازنمایی به طور قابل‌توجهی خلاقیت ریاضی آنها را افزایش می‌دهد و همچنین جنسیت به‌عنوان یک عامل، نقش مهمی در خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان با اشاره خاص به درس هندسه ندارد (Osakwe et al, 2023).

تحقیقات قبلی اغلب خلاقیت ریاضی را به صورت ایستا مورد مطالعه قرار می‌دادند، به عنوان مثال، با امتیاز دادن به عملکرد کودکان در تکالیف ریاضی مرتبط با راه‌های چندگانه از نظر تعداد پاسخ‌ها (تسلط)، توانایی متغیر پاسخ‌ها (انعطاف‌پذیری) و منحصر به فرد بودن پاسخ‌ها (تازگی) (Assmus & Fritzlar, 2018). چنین معیارهای مبتنی بر محصول خلاقیت ریاضی، نمی‌تواند فرآیندهای تفکر خلاق را که منجر به پاسخ یا راه حل خاصی می‌شود، آشکار کند. اگر بخواهیم از توسعه مهارت‌های تفکر خلاق در ریاضیات حمایت شود. آموزش و بینش بیشتری در مورد فرآیند تفکر خلاق مورد نیاز است.

در مطالعه شنایدر و همکاران (Schindler et al, 2018)، نتایج یک مطالعه تجربی را ارائه گردید که به بررسی عملکرد دانش‌آموزان دبیرستانی در "تکالیف راه حل‌های چندگانه می‌پردازد. نتایج از ساختار دامنه خاص یا زیر دامنه خلاقیت خاص پشتیبانی نمی‌کند، اما نشان می‌دهد که خلاقیت ریاضی باید به طور خاص به عنوان تکلیف درسی ریاضی در نظر گرفته شود.

در خصوص مقوله سوم - طرح مسئله - یافته‌ها نشان می‌دهد:

طرح مسئله ریاضی در دهه‌های اخیر یک حوزه تحقیقاتی مهم در آموزش ریاضیات بوده است (Walkington, 2017; Walkington, & Hayata, 2017).

مسئله ریاضی از طریق تحقیقات معرفی می‌کند. از این مدل برای نشان دادن تغییرات قابل توجهی در مهارت معلمان ریاضی آینده نگر مربوط به اثبات و مهارت‌های خلاقیت استفاده می‌شود. با استفاده از این مدل، ارتباط بین مهارت‌های مرتبط با خلاقیت و مهارت‌های مرتبط با اثبات و پایگاه دانش معلمان ریاضی آینده‌نگر توصیف می‌شوند. نتایج و یافته‌های پژوهشی (Yafttian, 2016) نشان می‌دهد که برای مقوله‌های شرایط و راهبردهای موثر، زیرمقوله‌هایی حاصل شده است که چگونگی تاثیر آنها را در ارائه راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی تبیین می‌کنند. بر اساس دیدگاه مشارکت‌کنندگان، این راهبردها شامل حل مسئله غیرمعمول، حل مسئله از راه‌های متنوع و فراهم کردن فرصت‌هایی برای طرح مسئله بوده است. در مطالعه (Joklitschke et al, 2019) با تجزیه و تحلیل محتوای مقالات مورد بررسی، محققان توانستند خوشه‌های منجمی ایجاد کنند که بر روی موقعیت‌های مشکل‌آفرین برای تقویت خلاقیت و استفاده از طرح مسئله ریاضی برای شناسایی و بررسی خلاقیت از طریق چارچوب گیلفورد و تورنس تمرکز کنند. همچنین سایر رویکردها نیز برای سنجش خلاقیت از طریق طرح مسئله ریاضی بررسی شدند. خوشه‌های استقرایی ساخته شده فوق می‌توانند به طور قیاسی از ملاحظات نظری سیلور پشتیبانی شوند. جالب توجه است، این فرض که طرح مسئله ریاضی می‌تواند برای اندازه‌گیری خلاقیت استفاده شود، به طور کامل به عنوان مثال توسط مطالعات همبستگی مورد بررسی قرار نگرفته است.

در تبیین کلی می‌توان بیان نمود: نتایج این بخش از تحقیق نیز بخوبی آشکار نمود آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان تأثیر قابل ملاحظه‌ای دارد و لذا اهمیت و توجه به مقوله آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بیش از پیش آشکار شده است.

فعالیت‌های ریاضی طرح مسئله آزاد نسبت به طرح مسئله نیمه ساختاریافته، مشکلات پیچیده‌تری داشتند. دانش‌آموزان همچنین مشکلات پیچیده‌تری را در بعد از نظرسنجی نسبت به قبل از نظرسنجی مطرح کردند. تجزیه و تحلیل کیفی نشان داد که آنها شروع به تفکر عمیق‌تر، پرسیدن سؤال و اتصال محتوای مدرسه به سناریوهای دنیای واقعی کردند. وانگ و همکاران (Wang et al, 2021) نیز بیان کردند فعالیت‌های طرح مسئله می‌تواند تمایلات ریاضی دانش‌آموزان را ارتقا دهد (Wang et al, 2021). باومانس و روت (Baumanns & Rott, 2022) فرآیند طرح مسئله افراد را بررسی کردند و رفتارهای فراشناختی ویژه طرح مسئله شامل برنامه‌ریزی، نظارت و کنترل، و ارزیابی شناسایی کردند. مطالعه رحمان و احمر (Rahman & Ahmar, 2017) نشان داد دانش‌آموزانی که دارای سبک شناختی «مستقل از زمینه» هستند، می‌توانند یک مسئله ریاضی قابل حل را پیشنهاد کنند و داده‌های جدید را بارگذاری کنند، و همچنین مسائلی را مطرح کنند که به عنوان مسائل ریاضی با کیفیت بالا طبقه‌بندی می‌شوند. دانش‌آموزانی که سبک شناختی «وابسته به میدان» دارند، عموماً به مسائل ریاضی قابل حل که حاوی داده‌های جدید نیستند و مسائل ریاضی در سطح متوسط محدود می‌شوند. در این مطالعه بیان شد که چگونه کار دانش‌آموز با طرح مسئله ریاضی با استفاده از سبک شناختی خود، منجر به پیشرفت در فرآیند یادگیری استفاده از سبک‌های شناختی دانش‌آموزان به منظور افزایش کیفیت نتایج یادگیری می‌شود. نتایج مطالعه (Bicer et al, 2020) نشان داد که خلاقیت ریاضی عامل درجه بالاتری بود که شامل توانایی خلاق ریاضی و خودکارآمدی خلاق ریاضی به عنوان عوامل درجه اول بود. از جمله پیامدهای این امر این است که ادغام فعالیت‌های طرح مسئله در آموزش ریاضیات می‌تواند خلاقیت ریاضی را تقویت کند. مطالعه (Leikin & Elgrably, 2020) نیز مدلی را برای ارزیابی مهارت‌های مرتبط با اثبات و مهارت‌های خلاقیت با استفاده از طرح

بررسی و تبیین سوال دوم:

الگوی طراحی شده برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه از نظر متخصصان چه میزان اعتبار دارد؟

به منظور پاسخ به این سوال ابتدا با بهره‌گیری از آزمون معادلات ساختاری، شاخص‌های برازش مدل اندازه‌گیری شد و نتایج حاصله در جدول 4 نشان داد شاخص‌های برازش مدل اندازه‌گیری در حد مطلوب هستند و در ادامه معناداری مدل اندازه‌گیری بررسی شد. یافته‌ها در جدول 5 نشان داد معناداری بارهای عاملی در مدل اندازه‌گیری مورد تایید قرار گرفت. مطابق اطلاعات جدول 6، نشان دهنده کفایت نمونه‌ها برای انجام تحلیل عاملی می‌باشد. لذا براساس آماره آزمون بارتلت، مقدار آماره آزمون کای اسکوئر حاصله بزرگتر از کای اسکوئر جدول بحرانی است. لذا می‌توان به این نتیجه دست یافت که ماتریس همبستگی فاکتورها برای انجام تحلیل عاملی مناسب است. سپس به عنوان شاخص‌های مطلوب پرسشنامه، ضرایب بارهای عاملی به تفکیک سوالات استخراج شد. نتیجه به دست آمده ناشی از اجرای تحلیل عاملی تاییدی در جدول 7 نشان داد که ضرائب بارهای عاملی استخراج شده برای تبیین آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در پرسشنامه محقق ساخته از انسجام لازم و کافی برخوردار می‌باشند. نتایج این بخش از تحقیق با بخشهایی از نتایج و یافته‌های پژوهشگرانی نظیر (Schindler & Lilienthal, 2020)، (Osakwe et al, 2023)، (Assmus & Fritzlar, 2018)، (Schindler et al, 2018)، (Bicer et al, 2020)، (Leikin & Elgrably, 2020) و (Yaftian, 2016) همسو و منطبق می‌باشد.

پیشنهادهای کاربردی مبتنی بر یافته‌های پژوهش در این بخش پیشنهادهای کاربردی مبتنی بر یافته‌ها و نتایج پژوهش ارائه می‌شود.

- 1- با توجه به نتیجه حاصل از پژوهش در زمینه آموزش ریاضی مبتنی بر بکارگیری روشهایی نظیر حل مسائل ریاضی نامتعارف، حل مسئله از راه‌های چندگانه و فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مسئله، به آموزگاران درس ریاضی پیشنهاد می‌شود تا به نحو موثری و برای توسعه خلاقیت در درس ریاضی، از تکنیکهای ذکر شده استفاده نمایند.
- 2- به متولیان و مسئولان در حوزه آموزش ضمن خدمت معلمان پیشنهاد می‌شود تا موضوع آموزش فراگیر و مستمر "آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه" در نظام جامع آموزشی معلمان ریاضی "گنجانده شود"
- 3- با توجه به نتیجه حاصله مبتنی بر تاثیر گذاری آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر خلاقیت و پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان، به آموزگاران درس ریاضی توصیه می‌شود تا ضمن آشنایی با این فنون تلاش نمایند تا با توسعه و تنوع بخشیدن به اینگونه آموزشها، شرایط بهتری را برای فراگیران خود مهیا نمایند.

Refrence:

- Ahmady, G., Reyhani, E., & Nakhostin Roohi, N. (2015). The Impact of mathematical communication-based training on the Mathemthical reasoning ability among high-school students. *Journal of School Psychology*, 4(1), 22-37. [Persian]
- Amir Ahmadi, Y., Irvani, Sh., Sharafi, M. (2012). Content analysis of science textbook of the elementary school fifth grade based on Dewey's problem-solving model. *Research in Curriculum Planning*, 8 (35), 86-95. [Persian]
- Aphrodite, M. A., & Rita, P. (2021). Young Students' Ability on Understanding and Constructing Geometric Proofs. *Social Education Research*, 121-133.

- Research an Introduction. Translated by Ahmadreza Nasr.* Tehran. Samt. [Persian]
- Gridos, P., Avgerinos, E., Mamona-Downs, J., & Vlachou, R. (2021). Geometrical Figure Apprehension, Construction of Auxiliary Lines, and Multiple Solutions in Problem Solving: Aspects of Mathematical Creativity in School Geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-18.
- Gruntowicz, B. (2020). *Mathematical Creativity and Problem Solving*. (Masters Thesis). University of Montana. Retrieved from <https://scholarworks.umt.edu/etd/11562>
- Hakimzadeh, Rezvan (2019). The facts that times 2019 revealed for Iran. Tasniews agency, February 18, 2019. Available: <https://tn.ai/2445802> [Persian]
- Hamdani, D., Subarinah, S., & Triutami, T. W. (2021, February). Construction Scheme of Proof Based on Assimilation and Accommodation Processes: Theorem of Number Theory. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1776, No. 1, p. 012004). IOP Publishing.
- Hataru, V. (2020). Exploring evidence of mathematical tasks and representations in the drawings of middle school students. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3), em0609.
- Homan, H. (2013). Knowing the scientific method in behavioral sciences (research foundations). Tehran. Samt. [Persian]
- Homan, H. (2018). Modeling structural equations using Lisrel software. Tehran. Samt. [Persian]
- Kerlinger, F. (2020). Foundations of behavioral research. The second volume. Translated by Hasan Pasha Sharifi. Avai Noor Publications. Tehran. [Persian]
- Kiamanesh, A., Sfarkhani, M., Aghdasi, S., Mohsenpour, M., Kabiri, M., Mahdavi, H., Sangari, A., & Atashak, M. (2011). Examining the process of educational changes in the period of 2014-2016 based on the findings of international studies of Thames in Iran and the Ardiansyah, A. S., & Asikin, M. (2020). Challenging students to improve their mathematical creativity in solving multiple solution task on challenge based learning class. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1567, No. 2, p. 022088). IOP Publishing.
- Azizi Mahmoodabadi, M., Lighatdar, M. J., & Oreyzi, H. R. (2020). Investigating the effectiveness of schematic representation-based instruction on the ability of solving non-routine problems in mathematics. *Research in Curriculum Planning*, 17(64), 151-166. [Persian]
- Bicer, A. (2021). A Systematic Literature Review: Discipline-Specific and General Instructional Practices Fostering the Mathematical Creativity of Students. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 9, 252-281.
- Bingolbali, E. (2020). An analysis of questions with multiple solution methods and multiple outcomes in mathematics textbooks. *International journal of mathematical education in science and technology*, 51(5), 669-687.
- Çetin, A. Y., & Dikici, R. (2021). Organizing the mathematical proof process with the help of basic components in teaching proof: Abstract algebra example. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 9(1), 235-255.
- Charmaz, K. (2006). *Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative analysis*. sage.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five radingions*. CA: Sage.
- Dafei, Hamid (2017) Multiple representation in mathematics education. National conference on mathematics education in elementary school in 2016. [Persian]
- Gall, M., Walter, B., Joyc, G. (2008). *Educational*

- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2020). Standards for the preparation of middle-level mathematics teachers. Authors: Rasch, K., BayWilliams, J. M., Cruz-White, I., Lynch, M., Ramirez, N., Roy, G. J, & Barnes, D.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). Principles to actions. National Council for Teachers of Mathematics.
- Nooriafshar, M., Haghverdi, M., & Komijani, A. (2017). Multiple Representations in Teaching and Learning: Reflection of Practical Experiences. *Journal of New Approaches in Educational Administration*, 8(31), 29-54. [Persian]
- Rahimi, Zahra (2015) Designing a teaching model based on multiple solutions, to realize mathematical thinking in middle school students. Doctoral thesis of Educational Science, Tarbiat Modares University, Faculty of Humanities. [Persian]
- Reyhani, Ebrahim (2019) A review of the structures and educational approaches of Iranian math books. Ebrahim Reyhani Webinar, Tarbiat Dabir Rajaei University. <https://www.sru.ac.ir/wp-content/uploads/2020/08/sakhtar-2.pdf> [Persian]
- Reyhani, Ebrahim, Bakhshalizadeh, Shahnaz and Eskandari, Mojtaba. (2013). Investigating the performance of third-year middle school students in math problem-solving situations. *Journal of Education and Learning Studies*, 6(1), 67-93. [Persian]
- Saputri, M.D., Pramudya, I., & Slamet, I. (2020). Analysis of Mathematic Creative Thinking Ability of 10th Grade High School Students about Solution Mathematics Problems. *International Journal of Multicultural and Multireligious Understanding*, 7, 314-320.
- Schindler, M., & Lilienthal, A. J. (2020). Students' creative process in mathematics: insights from eye-tracking-stimulated recall interview on students' work on multiple solution tasks. *International Journal of* countries of the region, according to the goals of the twenty-year vision document (eighth grade). A joint project of Educational Research and Planning Organization and Tarbiat Moalem University. [Persian]
- Leikin, R., & Elgrably, H. (2020). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*, 102, 101424.
- Levav-Waynberg, A., & Leikin, R. (2012). Using multiple solution tasks for the evaluation of students' problem-solving performance in geometry. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 12(4), 311-333.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.
- Lynch, K., Star, J.R. (2013). Views of struggling students on instruction incorporating multiple strategies in Algebra I: An exploratory study, *Journal for Research in Mathematics Education*.
- Mehrabi, M. (2012). The effect of the active teaching method (problem solving) on the creativity and academic progress of the first grade male middle school students of Euclid city in the academic year of 1990-1991. Master's thesis, Islamic Azad University, Maroodasht branch, Faculty of Education and Psychology. [Persian]
- Minggi, I., Mulabar, U., & Assagaf, S. F. (2021). Learning Trajectory in Mathematical Proof. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1752, No. 1, p. 012081). IOP Publishing.
- Naderi Buanlu, Sona (2013) Examining the problem-solving ability of students. Master's thesis in mathematics education. Shahid Rajaei Tarbiat University, Faculty of Basic Sciences, Tehran. <http://ganj.irandoc.ac.ir> [Persian]

- Shorakaei Ardakani, J., Reyahinejad, H., Razaghi, H. (2013). The set of approvals of the Supreme Council of Education. Secretariat of the Supreme Council of Education. Burhan School Cultural Institute (School publications), Tehran. [Persian]
- Skandari, Mojtaba (2012). Investigating the effect of developing math problem solving skills on middle school students' problem solving ability. Master's thesis in mathematics education, Tehran: Shahid Rajaei Tarbiat Dabir University, Faculty of Basic Science. <http://ganj.irandoc.ac.ir> [Persian]
- Strauss A. & Corbin J. (1998). Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory, CA: Sage Publications.
- Tan, C. P., Van der Molen, H. T., & Schmidt, H. G. (2016). To what extent does problem-based learning contribute to students' professional identity development?. *Teaching and Teacher Education*, 54, 54-64.
- Yaftian, N. (2018). Effective Conditions and Strategies for Presenting Creative Solutions in Solving Mathematics from Creative Graduate Students Viewpoints. *New Educational Approaches*, 12(2), 60-76. [Persian]
- Zahra, G. Evolution and formation of school mathematics curricula in Iran. The growth of mathematics education. 28(4). 4-12. [Persian]
- Zeybek Simsek, Z. (2021). "Is It Valid or Not?": Pre-Service Teachers Judge the Validity of Mathematical Statements and Student Arguments. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 9(2), 26-42.
- Science and Mathematics Education*, 18(8), 1565-1586.
- Schoevers, E. M., Kroesbergen, E. H., & Kattou, M. (2020). Mathematical creativity: A combination of domain-general creative and domain-specific mathematical skills. *The Journal of Creative Behavior*, 54(2), 242-252.
- Schukajlow, S., & Krug, A. (2012). Effects of Treating Multiple Solutions While Solving Modelling Problems On Students' self-Regulation, Self-Efficacy Expectations And Value. *Proceedings of Pme* 36, 4, 59-66.
- Sdat Mir, Zohre (2009) Comparison of creative and critical thinking in third-year female students of secondary mathematics and humanities in District 14 of Tehran. Thesis of Islamic Azad University - Islamic Azad University, Central Tehran Branch – Faculty of Psychology and Educational Sciences. [Persian]
- Shayan, M., Yaftian, N., Ebrahimi, M. (2016). Evaluation of the performance of mathematics teachers of the first year of high school in the mathematics literacy test. 14th Iranian Mathematical Education Conference, Shiraz. [Persian]
- Shimizu, Y., Vithal, R., Ruiz, A., Cuoco, A., Bosch, M., Gholamazed, S., Morony, W., Zhu, Y., & Arzarello, F. (2017). *School mathematics curriculum reforms: challenges, changes and opportunities*. ICMI Study 24. International Commission on Mathematical Instruction.
- Shirvani, Nematullah (2015). The relationship between learning styles and creativity with the academic achievement of mathematics course of high school students in Ghaemiyeh city. Thesis of Islamic Azad University, Marvdasht Branch, Faculty of Basic Sciences. [Persian]