CC BY

پژوهشی

پژوهش در برنامه‌ریزی درسی
سال بیستم، دوره دوم، شماره ۴۹ (پیاپی ۷۷)
تابستان ۱۴۰۲، صفحات ۳۷-۱۶

Research in Curriculum Planning
Vol 20. No 49(continus 77)
Summer 2023, Pages 16-37

طراحی و اعتباریابی الگوی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه[1]

معصومه موذن‌زاده، نعمت‌اله موسی‌پور*، صادق نصری، مریم صفرنواده

[1]دانشجوی دکتری برنامه ریزی درسی، واحد علوم تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

[2]استاد برنامه ریزی درسی، گروه علوم تربیتی، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران.

[3]دانشیار روانشناسی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

[4]دانشیار، عضو هیات علمی معاونت آموزشی وزارت بهداشت، درمان و آموزش پزشکی، تهران، ایران.

چکیده

هدف کلی پژوهش حاضر، طراحی و اعتباریابی الگوی آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه، جهت توسعه تفکر خلاق در دانش آموزان دورهٔ متوسطه با استفاده از رویکرد پژوهشی آمیخته اکتشافی بوده است. در بخش کیفی، جامعه آماری شامل صاحب نظران، خبرگان و مدرسان رشته ریاضی بودند که تعداد ۱۲ نفر با روش نمونه گیری غیرتصادفی هدفمند انتخاب شدند. ابزار گردآوری داده‌ها، مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختاریافته بر اساس رویکرد داده بنیاد بود. برای تحلیل داده‌ها از تکنیک دلفی، برای روایی از روش بررسی توسط مصاحبه شوندگان و برای محاسبه پایایی از روش‌های پایایی بازآزمون استفاده گردید. تحلیل داده‌های کیفی ۱۶ مضمون کلی را شناسایی نمود. از بین مضامین، مقوله‌های اصلی انتخابی شامل حل مسائل غیرمتعارف، راه‌حل‌های چندگانه و طرح مسئله ریاضی بودند.در بخش کمی، از نرم افزار اسمارت پی ال اس جهت تأیید الگوی مفهومی استفاده شد. نتایج نشان داد درجه شاخص‌های برازش مدل اندازه گیری در حد مطلوب بودند.

واژگان کلیدی: راه حل‌های چندگانه، تفکر خلاق، آموزش ریاضی.

Designing and validating a mathematics education model based on multiple solutions to develop the creative thinking of high school students

Masomeh Moazenzadeh, Nematollah Mosapour, Sadegh Nasri, Maryam Sfarnavadeh

[1]PhD student in Curriculum Planning, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

[2]Professor of Curriculum Development, University of Hormozgan, BandarAbbas, Iran

[3]Associate professor of Psychology, Shahid Rajaiee Teacher Training University, Tehran, Iran

[4]Associate Professor, member of the academic faculty of the Ministry of Health, Medicine and Medical Education, Tehran, Iran

Abstract

The overall purpose of the present study was to design and validate a mathematics education model based on multiple solutions to develop creative thinking in high school students using a mixed exploratory research approach. In the qualitative section, the statistical population consisted of experts, experts and teachers of mathematics, 12 people were selected by purposive non-random sampling. Data collection tools were in-depth and semi-structured interviews based on the foundation data approach. Delphi technique was used to analyze the data, survey method was used for validity by the interviewees and retest reliability methods were used to calculate the reliability.Qualitative data analysis identified 16 themes. Among the themes, the main themes of selective procedure include solution of non routine problems (open - ended), multiple solution tasks and problem posing. In the quantitative part, to confirm the conceptual model, confirmatory factor analysis was used using Smart PLS software. The results showed that the degree of fit of the measurement model indices was optimal.

Keywords: Multiple solutions tasks, Creative thinking, problem posing, Mathematics education.

---

۱ این مقاله مستخرج از پایان نامه دکتری و از نو ع پژوهشی است که در دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات انجام شده است.

*. **نویسندهٔ مسئول:** n.mosapour@hormozgan.ac.ir

DOI: 10.30486/JSRE.2023.1973646.2260

وصول: ۱۴۰۱/۰۹/۰۶ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۲۰

مقدمه

تعاریف مختلفی از خلاقیت تاکنون توسط نویسندگان مختلف ارائه شده است، اما این مطالعه بر روی تعاریفی متمرکز شده است که ارتباط نزدیکی با ریاضیات دارند. Bishara (2016) خلاقیت را به عنوان روشی برای یادگیری توصیف می‌کند که به یادگیرنده اجازه می‌دهد تا بین عناصر نامرتبط ارتباط برقرار کند، مشکلات اساسی را تشخیص دهد، از روی کنجکاوی سؤال بپرسد، در معرض ایده‌های جدید قرار گیرد، در پذیرش هنجارهای منظم مردد باشد و در این زمینه انعطاف پذیر و اصیل باشد. دسته بندی و سازماندهی آن هنجارها. خلاقیت چیزی فراتر از استفاده از تخیل است. همچنین استفاده از تخیل و به دنبال آن یک عمل آفرینش است. اگر فردی بتواند به چیزها و شرایط به شیوه‌های جدید و از دیدگاه‌ها و دیدگاه‌های گوناگون نگاه کند، خلاق تلقی می‌شود (Bishara, 2016). ریاضیدانان، معلمان و روانشناسان خلاقیت ریاضی را از دیدگاه‌های علمی گوناگون مورد بررسی قرار داده اند و کاربرد آن و همچنین اهمیت آموزش دانش آموزان برای درک زیبایی و اصالت ریاضیات و کشف دنیای ریاضیات را تشخیص داده اند Egara et al,2022). خلاقیت ریاضی توانایی ساخت اشیاء ریاضی و همچنین کشف روابط متقابل آنهاست (Schrauth, 2014). یافتن راه‌های منحصربه‌فرد برای حل یک مسئله ریاضی غیرمتعارف، کشف نظریه‌های جدید و یافتن شواهد جدید برای نظریه‌های کنونی از روش‌های مختلف، و یافتن راه‌های منحصربه‌فرد برای حل یک مسئله ریاضی بدون عارضه، همگی نمونه‌هایی از خلاقیت ریاضی هستند (Arikan,2017). زمانی که فردی راه حلی غیر استاندارد برای مسئله ای ایجاد می‌کند که می‌تواند با استفاده از روش مرسوم به آن پرداخته شود، خلاقیت ریاضی از خود نشان می‌دهد. به گفته Siswono (2011)، روانی، انعطاف پذیری و اصالت سه نشانگر یا مؤلفه خلاقیت ریاضی هستند. ظرفیت یک فرد برای ارائه پاسخ‌ها و رویکردهای راه‌حل متفاوت به یک مسئله به عنوان تسلط در حوزه خلاقیت ریاضی شناخته می‌شود. به بیان دیگر، تسلط خلاقانه یک فرد با تعداد پاسخ‌هایی که می‌تواند ایجاد کنند سنجیده می‌شود. ارزیاب باید پاسخ‌ها را در یک آزمون بر اساس ارتباط و اهمیت آنها ارزیابی کند. تعداد راه‌های متنوعی که برای حل یک مسئله استفاده می‌شود، انعطاف‌پذیری نامیده می‌شود (Siswono, 2011). اگرچه انعطاف پذیری و روانی دو جنبه مستقل از خلاقیت هستند، اما به طور جدایی ناپذیری به هم مرتبط هستند(Leikin, 2009). با توجه به همبستگی اساسی بین نمرات تسلط و انعطاف پذیری، Leikin (2009) تاکید کرد که رتبه بندی‌های روانی از طرح درجه بندی حذف می‌شوند. لیکین ادامه داد که از آنجایی که روانی ارتباط کمی با خلاقیت کل دارد، نباید از آن به تنهایی برای ارزیابی خلاقیت ریاضی استفاده کرد. طبق گفته Leikin (2013) روانی و انعطاف پذیری پویا هستند، در حالی که اصالت یک موهبت است. اصالت به ظرفیت فرد برای ارائه راه حلی اشاره دارد که برای درجه تخصص او منحصر به فرد و غیرعادی است (Leikin, 2013). در نتیجه، زمانی که یک راه حل غیرمتعارف، منحصر به فرد یا بدیع ارائه می‌کند، فردی در موقعیت ریاضی اصالت خود را نشان می‌دهد. به گفته Leikin (2009)، اصالت و انعطاف پذیری دارای ارزش همبستگی تقریباً ۱ با خلاقیت بودند. در نتیجه می‌توان از آنها برای ارزیابی خلاقیت به تنهایی استفاده کرد.Sriraman (2009) نیز از اهمیت خلاقیت ریاضی حمایت می‌کند و ادعا می‌کند که پیشرفت حوزه ریاضیات را به عنوان یک کل تضمین می‌کند (Sriraman, 2009). بنابراین آموزش ریاضی و خلاقیت با هم همپوشانی دارند. به دلیل فقدان تفکر خلاق در کلاس ریاضیات، دانش‌آموزان روش‌ها را بدون در نظر گرفتن اینکه چگونه، چرا، یا در کجا ممکن است در زندگی واقعی مورد استفاده قرار گیرند، حفظ می‌کنند(Nzeadibe et al, 2019, Osakwe, 2023؛202020). خلاقیت ریاضی یک ویژگی پویا است که ممکن است در طیف گسترده ای از یادگیرندگان با استفاده از روش‌های آموزشی مناسب، به جای اینکه یک ویژگی ثابت و ایستا از افراد بسیار باهوش

باشد، پرورش یابد (Arikan,2017). معلمان قادر نخواهند بود به فراگیران طیف وسیعی از تفکر پیچیده ریاضی را آموزش دهند مگر اینکه به دانش آموزان هم در ایجاد و هم بازتولید معمول ایده‌های ریاضی اجازه شرکت دهند(Inweregbuh et al,2020)

بسیاری از مطالعات آموزش ریاضی مؤید آنندکه اغلب دانش آموزان دردرک، فهم وساخت اثبات و استدلال‌های منطقی ریاضی درهمهٔ سطوح تحصیلی بامشکل مواجهند (Aphrodite & Rita, 2021; Zeybek Simsek, 2021; Çetin, & Dikici, 2021; Hamdani et al, 2021; Minggi, 2021). شورای ملی معلمان ریاضیات (National Council of Teachers of Mathematics, 2014) بیان می‌کند که وظایف غیر متعارف حل مسائل، با چندین نقطه ورود و راهبردهای راه حل چندگانه، برای رشد استدلال دانش آموزان، ایجاد حس و توسعه درک مفهومی عمیق بسیار با اهمیت است. به طور مشابه، استانداردهای اصلی تمرین ریاضی، دانش آموزان را برای حل مسئله فرا می‌خواند، که این امر شامل درک مسائل و تدوین برنامه‌های راه حل است. شورای ملی معلمان ریاضیات و استانداردهای اصلی تمرین ریاضی هر دو بر مسئولیتی که دانش آموزان در حین حل مسأله بر عهده می‌گیرند تأکید می‌کنند، از این طریق دانش آموزان می‌توانند وظایف خود را درک کنند، پیشرفت خود را در حین حل مساله زیر نظر داشته باشند و راه حل‌ها و راهبردهای خود را برای دیگران توضیح دهند(National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

شواهدی نظیر نتایج نامطلوب دانش‌آموزان ایرانی درنتایج آزمون تیمز[1] ۲۰۱۹ نشان می‌دهد هر چند دانش‌آموزان ایرانی در آزمون تیمز ۲۰۱۹ نسبت به آزمون سال ۲۰۱۵ پیشرفت داشته‌اند؛ اما همچنان نمرات دانش آموزانی ایرانی به نقطه معیار بین المللی متوسط (نمره ۴۷۵) و نمره میانی آزمون (نمره ۵۰۰) نرسیده‌اند. این در حالی است که روند نمرات دانش آموزان ایران در پایه چهارم نشان می‌دهد ایران در سال ۲۰۱۵ در نمره ریاضی دچار رکود شده است و پیشرفت اتفاق افتاده در سال ۲۰۱۹ در مقایسه با رکود و سقوط سال ۲۰۱۵ چندان مطلوب نیست و پیشرفت سال ۲۰۱۹ تازه توانسته است ایران را به جایگاه خود به سال ۲۰۱۱ نزدیک کند با این وجود ایران در طول ۲۴ سال گذشته به معیار متوسط جهانی نمره (۴۷۵) نرسیده است. (Hakimzadeh, 2019). در استانداردهای شورای ملی معلمان ریاضی (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2020) بیان شده است "هدف ازآموزش ریاضی آن است که توسعه تفکر ریاضی از کاوش و استدلال از طریق استدلال تا اثبات، چارچوبی را برای گفتمان و بحث و ایجاد حس لازم برای ایجاد درک فردی و جمعی فراهم کند"(National Council of Teachers of Mathematics (NCTM),2020)

پژوهش‌های متعددی در زمینهٔ خلاقیت ریاضی در سطوح مدرسه‌ای انجام یافته است؛ اما باوجود پژوهش‌های انجام‌گرفته نظیر (Yafetian,2016) و (Rahimi,2015) درخصوص راه‌حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی، بررسی‌ها نشان می‌دهد که هنوز بسیاری از ابعاد و وجوه آن بویژه توسعه تفکر خلاقانه با رویکرد راه حل‌های چند گانه در محیط‌های آموزشی متوسطه برای صاحب‌نظران در ایران ناشناخته است. سهم کشور ما در این پژوهش‌ها، کم‌رنگ بوده است و اکثر این پژوهش‌ها ابعادی از حل مسئله و طرح مسئله در ریاضی را اساس کار قرار داده است؛ ولی ارتباط و تحلیل آن با خلاقیت ریاضی کمتر مدنظر بوده است (برای مثال، (skandari, 2012; Reyhani, 2019; Reyhani et al,2013;Naderi Buanlu,2013). بنابراین انجام پژوهش‌های متعدد در زمینه توسعه تفکر خلاقانه ریاضی با رویکرد راه حل‌های چند گانه ضروری به نظر می‌رسد. باید توجه داشت که خلاقیت ریاضی مقوله‌ای مستقل در ذهن افراد نیست که بتوان آن را بدون توجه به عوامل مختلف ازجمله بافت فرهنگی که فعالیت‌های خلاقانه

[1] TIMSS

ریاضی افراد در آن شکل گرفته، بررسی کرد.

این پژوهش، تلاشی است تا ابعادی از پدیدهٔ خلاقیت ریاضی را در سطوح آموزشی، با تأکید برطراحی الگوی آموزش راه‌حل‌های چندگانه در حل مسائل ریاضی، با رویکرد کمی و کیفی، توسعه خلاقانه آن را در جامعهٔ دانش آموزان ایران بررسی کند.

سوالات پژوهش:

۱- چه الگویی برای آموزش ر یاضی مبتنی بر راه حل های چند گا نه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان در مدارس دوره اول متوسطه شهر بندرعباس مناسب است؟

۲-الگوی طراحی شده برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه حل های چند گا نه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه بندرعباس از نظر متخصصان چه میزان اعتبار دارد؟

روش انجام پژوهش

پژوهش حاضر، از نظرهدف کاربردی است.هدف کلی پژوهش حاضر، طراحی و اعتباریابی الگوی آموزش ریاضی مبتنی برراه حل‌های چندگانه، جهت توسعه تفکر خلاق دردانش آموزان دورهٔ متوسطه با استفاده از رویکرد پژوهشی آمیخته اکتشافی بوده است. ازنظرشیوهٔ جمع آوری داده‌ها، با استفاده از روش سنتز پژوهی انجام شد.ابزارگردآوری داده‌ها در پژوهش حاضر، دربخش کیفی مصاحبه‌های عمیق ونیمه ساختاریافته با نظریه داده بنیاد در چارچوب رویکرد (Strauss & Corbin ,1998; Creswel,1998) و دربخش کمی، پرسشنامه بود.

جامعه تحقیق حاضردربخش دوم کیفی شامل صاحب نظران، خبرگان و مدرسان رشته ریاضی بودند. از جامعه مورد بررسی دربخش کیفی تعداد ۱۵نفر بااستفاده ازروش نمونه گیری غیرتصادفی هدفمندانتخاب شدند. دراین مرحله، جامعه آماری شامل صاحب نظران، خبرگان و مدرسان رشته ریاضی بودند که نهایتا تعداد ۱۲ نفر (متخصصان مسلط به روشهای تدریس چندگانه ومدیریت آموزشی) باروش نمونه گیری غیرتصادفی هدفمند انتخاب شدند. سپس بااستفاده از مصاحبه‌های عمیق و نیمه ساختاریافته با متخصصان و مدرسان درس ریاضی باروش نمونه گیری نظری[1]،ابعاد و راه‌حل‌های چندگانه شناسایی شده تعیین شدند. در نمونه گیری نظری که نوعی از نمونه گیری هدفمند است، نمونه از افرادی تشکیل می‌شود که اطلاعات جامعی در اختیار پژوهشگر قرار دهند (Charmaz,2006) مراحل کدگذاری مورد استفاده شامل کدگذاری باز بر مبنای مقولات استخراج شده از مطالعه مقدماتی مبانی نظری تحقیق، کدگذاری محوری و کدگذاری انتخابی بود. پژوهش حاضر، برای اطمینان از کیفیت پژوهش از معیارهای مطرح شدهٔ (Lincoln & Guba, 1985) در پژوهش کیفی یعنی معیارهای باورپذیری[2] اطمینان پذیری[3]، انتقال پذیری[4] و تأییدپذیری[5] تحت عنوان معیارهای اعتمادپذیری[6] استفاده نمود. دربخش کمی پژوهش، از نرم افزار اسمارت پی ال اس جهت تأیید الگوی مفهومی پژوهش استفاده شد. لذا براین مبنای مولفه‌های**آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه** استخراج شد که در ادامه اعتبار این پرسشنامه نیز مورد سنجش قرار گرفت.

در پژوهش حاضر، بعداز شناخت مساله اصلی پژوهش به چارچوب بندی مبانی نظری پژوهش از طریق مرور نظام مند و بررسی پیشینه داخلی و خارجی پژوهش پرداخته شد. رویکرد پژوهش دراین مرحله در بخش کیفی با استفاده از روش سنتز پژوهی[7] انجام شد. در باره فرآیند اجرای سنتزپژوهی، در مطالعه حاضر از طبقه بندی (Sandelowski, M. & Barroso, J.2007) پیروی شده که از این قرار است: ۱) تنظیم پرسش پژوهش (چه الگویی برای آموزش ریاضی مبتنی بر

[1]- theoretical sampling
[2]-credibility
[3]-dependability
[4] -transferability
[5] -conformability
[6] -trustworthiness
[7] systematic review
[8] Researchgate

راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان در مدارس دوره اول متوسطه مناسب است؟) تنظیم پرسش پژوهش بر اساس رویکرد نیومن و گوف(۲۰۲۰ صورت گرفت)؛ ۲) بررسی نظام مند پیشینه (از منابع الکترونیکی معتبر پایگاه‌های اطلاعاتی خارجی شامل ریسرچ گیت[1]، الزویر[2]، اشپرینگر[3] و گوگل اسکالر[4])؛ ۳) جستجو و گزینش مقاله‌های مناسب، انتخاب مفاهیم مورد جستجو و واژه‌های کلیدی مرتبط با آن شامل" خلاقیت ریاضی، راه‌حل‌های چندگانه، آموزش ریاضی، تفکر خلاق، دوره متوسطه" ۴،) استخراج اطلاعات مقاله‌ها؛ ۵) تحلیل و ترکیب کیفی یافته‌ها؛ ۶) کنترل کیفیت(در این بخش از برنامه مهارت‌های ارزیابی حیاتی[5] استفاده شد. دراین روش، به هر یک از منابع براساس شرایط مندرج در برنامه مهارت‌های ارزیابی حیاتی، امتیازی بین ۱ تا ۵ تخصیص داده شد. منابعی ه مجموع امتیازات آن‌ها ۲۵ و بالاتر بود به لحاظ کیفی تأیید و بقیه منابع حذف شدند) و ۷) ارائه یافته‌ها(در مرحله آخر به ارائه یافته‌ها از مراحل پیشین پرداخته شد که در اینجا با توجه به بررسی معانی کدها، آن‌ها در یک مفهوم مشابه دسته بندی شدند. در این مرحله داده‌ها در چندین مرحله پالایش شدند سپس مفاهیم به دست آمده تجمیع شده و در مقوله‌های کلی تر قرار گرفتند و یافته‌های استنباط شده در یک قالب جدید برای مرحله بعد ارائه شد.

جدول ۱: جمع بندی پیشینه‌های داخلی

نویسنده (ها)	سال	عنوان	نتیجه	روش تحقیق
Sadat Mir	۲۰۰۹	مقایسه میزان به کارگیری تفکر خلاق و انتقادی در دانش‌آموزان مونث سال سوم رشته‌های ریاضی و انسانی متوسطه در منطقه ۱۴ شهر تهران	بین متغیر رشته تحصیلی دانش‌آموزان با میزان تفکر خلاق رابطه معنا دار وجود دارد. اثر عامل رشته تحصیلی بر بالیدگی، تعهد و خلاقیت تفاوت معنا دار نشان نداد و همچنین رابطه همبستگی مثبت و معنا دار بین تفکر خلاق و انتقادی وجود دارد.	پیمایشی
Mehrabi	۲۰۱۲	تاثیر روش تدریس فعال (حل مساله) بر خلاقیت و پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش‌آموزان پسر پایه اول راهنمایی شهرستان اقلید	بین میزان پیشرفت تحصیلی و خلاقیت دانش آموزانی که با روش حل مسأله در گروه آزمایش آموزش می بینند و دانش آموزانی که با روش سنتی در گروه گواه آموزش می بینند تفاوت معناداری وجود داشت ،همچنین بین نمرات ابتکار و بسط مطلب دو گروه تفاوت معنادار وجود داشت ولی بین نمرات سیالی و انعطاف پذیری دو گروه تفاوت معناداری مشاهده نشد	مطالعه ی شبه آزمایشی
Ahmady et al	۲۰۱۵	تأثیر آموزش مبتنی بر گفتمان ریاضی بر توانایی استدلال ریاضی دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه	توانایی استدلال ریاضی و استدلال استنتاجی دانش‌آموزان گروه آزمایشی نسبت به گروه گواه افزایش یافته است. بین توانایی استدلال استنتاجی و استقرایی دانش‌آموزان در هر دو گروه آزمایش و گواه رابطه معناداری وجود دارد. به طوری که با تقویت توانایی استدلال استنتاجی و آشنایی با محدودیت استدلال‌های استقرایی، دانش‌آموزان در دلیل‌آوری کمتر از استدلال استقرایی استفاده کردند.	پیمایشی

[1] Elsevier
[2]
[3] springer
[4] scholar.google
[5] Critical Appraisal Skills Program(CASP)

Shirvani	۲۰۱۵	رابطه سبک‌های یادگیری و خلاقیت با پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش‌آموزان دوره متوسطه شهر قائمیه	بین سبک های یادگیری با پیشرفت تحصیلی درس ریاضی رابطه معناداری وجود ندارد. بین خلاقیت و ابعاد آن (سیالی، بسط، ابتکار و انعطاف پذیری) با پیشرفت تحصیلی درس ریاضی رابطه معناداری وجود دارد. یافته های تحلیل رگرسیون نشان داد ابعاد خلاقیت (سیالی، بسط، ابتکار و انعطاف پذیری) به طور مثبت قادر به پیش بینی پیشرفت تحصیلی درس ریاضی دانش آموزان می باشند.	پیمایشی
Rahimi	۲۰۱۶	طراحی الگوی تدریس مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه، برای تحقق تفکر ریاضی‌وار در دانش‌آموزان دوره‌ی متوسطه	آموزش با تأکید بر راه حل های چندگانه، مهارت استدلال را به شکلی معنادار افزایش داده است. علاوه بر آن تحلیل های کمّی هم نشان از آن دارند که در تمامی مؤلفه های نگرش، به شکلی معنادار در هر دو گروه، تغییرات مثبت اتفاق افتاده است. تحلیل کیفی نتایج نیز نشان می دهد، بسیاری از دانش آموزان فهم درستی از اثبات، ضرورت اثبات، ویژگی‌های اثبات معتبر و تمایز بین نمایش و محتوای اثبات ندارند	کنش پژوهی ، شبه آزمایشی
Nooriafshar et al	۲۰۱۷	بازنمایی های چندگانه در آموزش و یادگیری: انعکاس تجربیات عملی	ادراک معطوف به کاربرد بازنمایی های چندگانه در شکل گیری رویکرد شخصی نسبت به آموزش و یادگیری – بویژه در صورت کاربرد بازنمایی های چندگانه و یا دیداری در محیط های چندرسانه ای و الکترونیکی – از نقش مهمی برخوردار می باشد	گزارشی از یک پروژه تحقیقاتی

Yaftian	۲۰۱۸	شرایط و راهبردهای موثر برای ارائه راه حل های خلاقانه در حل مسائل ریاضی از دیدگاه دانشجویان خلاق دوره کارشناسی رشته ریاضی	نتایج نشان می دهد که برای مقوله های شرایط و راهبردهای موثر، زیرمقوله هایی حاصل شده است که چگونگی تاثیر آنها را در ارائه راه حل های خلاقانه در حل مسائل ریاضی تبیین می کنند. بر اساس دیدگاه مشارکت کنندگان، این راهبردها شامل حل مسئله غیرمعمول، حل مسئله از راه های متنوع و فراهم کردن فرصت هایی برای طرح مسئله بوده است	رویکرد کیفی
Dafei	۲۰۱۷	راه حل های چندگانه در آموزش ریاضی دوره ی ابتدایی	نحوه بکارگیری رویکرد راه حل های چندگانه و شرایط لازم برای استفاده از این رویکرد در آموزش ریاضی دوره ابتدایی ارائه گردید	توصیفی
Azizi Mahoodabad et al	۲۰۲۰	بررسی اثربخشی آموزش بازنمایی های تصویری بر توانایی حل مسایل کلامی ریاضی دانش آموزان	بیش ترین توجه برای توزیع و حضور مسایل کلامی به ترتیب به مسایل بازنمایی عریان، بازنمایی ضروری، بازنمایی کمک کننده و در نهایت به مسایل بازنمایی بی فایده شده است.	تحلیل محتوا و طرح ئیمه آزمایشی

جدول۲: جمع بندی پیشینه‌های خارجی

نویسنده (ها)	سال	عنوان	نتیجه	روش تحقیق
Stupel, M., & Ben-Chaim, D	۲۰۱۷	پیوند دادن ایده های ریاضی با استفاده از روش راه حل های چندگانه برای حل مسائل (با اثبات گزاره ها) برای توسعه استدلال ریاضی	حل مسائل از طریق راه حل های چندگانه در ایجاد توانایی تفکر برای دانش آموزان و معلمان ، تشویق خلاقیت و افزایش کیفیت تدریس بسیار ارزشمند است	مطالعه موردی
Schindler, M , et al	۲۰۱۸	خلاقیت ریاضی و زیر دامنه آن. بررسی مناسب بودن راه حل ها در تکالیف راه حل های چندگانه	نتایج از ساختار خلاقیت دامنه خاص یا زیر دامنه جبر و هندسه ،پشتیبانی نمی کند، اما نشان می دهد که خلاقیت ریاضی باید به طور خاص به عنوان یک تکلیف در نظر گرفته شود.	مرور نظام مند
Schindler, M., & Lilienthal, A. J.	۲۰۲۰	روند خلاقیت دانش آموزان در ریاضیات: درون بینی با ردیابی چشم در مورد کار دانش آموزان با استفاده از راه حل های چندگانه	یافته ها نشان می دهد که روند خلاقیت در راه حل های چندگانه شامل مراحل ، چگونگی ظهور ایده های جدید و به ویژه آشکارسازی در این فرایند است	مطالعه موردی اکتشافی ، کیفی
Gruntowicz, B.	۲۰۲۰	بهبود خلاقیت ریاضی در ریاضیات دانش آموزان متوسطه با استفاده ازتکالیف حل مسئله و یافتن بهترین روش ها برای ارتقا و پاداش به تفکر واگرا	نتایج راه های موثر توسعه خلاقیت ریاضی را نشان داد.	نیمه آزمایشی کمی (پس آزمون و پیش آزمون)

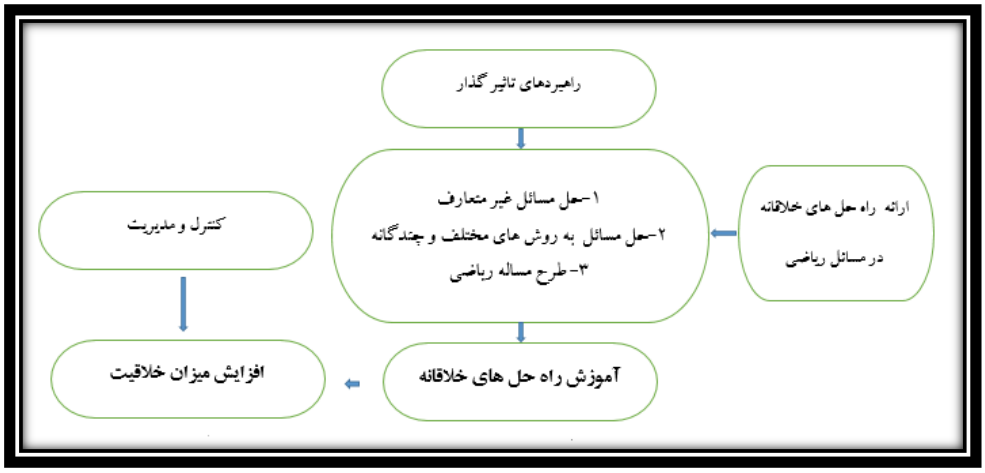
نویسنده (ها)	سال	عنوان	نتیجه	روش تحقیق
Ardiansyah, A. S., & Asikin, M	۲۰۲۰	تعیین خلاقیت ریاضی دانش آموزان در حل تکالیف راه حل های چندگانه در کلاس یادگیری مبتنی بر چالش	راه نتایج بهبود قابل ملاحظه ای در خلاقیت ریاضی دانش آموزان در حل های چندگانه پس از اجرای یادگیری مبتنی بر چالش و تفاوت را نشان داد	نیمه آزمایشی کمی (پس آزمون و پیش آزمون)
Bingolbali, E.	۲۰۲۰	تجزیه و تحلیل سوالات با روش راه حل چندگانه و نتایج متعدد در کتابهای ریاضی	۶/۲ درصد از کل نمونه های کار شده با روش " راه حل های چندگانه" قابل حل هستند. با توجه به اینکه کتابهای درسی اغلب در آموزش و یادگیری تأثیر دارند ، این یافته ها پیامدهای مهمی در یادگیری و آموزش ریاضیات دارند.	تحلیل اسناد به عنوان یک روش تحقیق کیفی
Saputri, M.D , et al	۲۰۲۰	تحلیل توانایی تفکر خلاق ریاضی دانش آموزان پایه دهم دبیرستان درباره مسائل راه حل های ریاضیات	توانایی های تفکر خلاق ریاضی دانش آموزان هنوز باید توسعه یابد ، مانند اینکه دانش آموزان را وادار به کار بر روی یک تکلیف راه حل چندگانه و یا استفاده از یک مدل (آرام-انتقادی-خلاق-معنی دار) در روند یادگیری نمود.	روش تحقیق کیفی
Hatisaru, V.	۲۰۲۰	تجزیه و تحلیل ماهیت وظایف ریاضی وبازنمایی شکل های ریاضی در رسم آزمون های ریاضی دانش آموزان کشور ترکیه	رایج ترین وظایف ریاضی وظایفی هستند که بر مهارت های رویه ای متمرکز هستند ، در حالی که رایج ترین روش دانش آموزان برای نمایش ریاضیات از طریق بازنمایی های نمادین بود	تحلیل محتوا

نویسنده (ها)	سال	عنوان	نتیجه	روش تحقیق
Leikin, R., & Elgrably, H.	۲۰۲۰	طرح مسئله از طریق تحقیق برای توسعه و ارزیابی مهارتهای مرتبط با اثبات و مهارتهای خلاقیت معلمان ریاضی آینده دبیرستان	استفاده از مدل ارائه شده ، ارتباطات بین مهارتهای مختلف مرتبط با خلاقیت و اثبات و دانش پایه معلمان ریاضی توصیف گردید.	مطالعه موردی
Schoevers, E. M., et al	۲۰۲۰	خلاقیت ریاضی را با ترکیبی از مهارت های خلاقیت دامنه عمومی و دامنه خاص ریاضی	مدلهای خلاقیت عمومی و توانایی ریاضی هردو خلاقیت ریاضی را پیش بینی می کنند بهتر از مدلهایی عمل می کند که در آنها خلاقیت ریاضی و عمومی توانایی ریاضی را پیش بینی می کنند	روش پیمایشی
Adiredja, A. P., & Zandieh, M.	۲۰۲۰	مثال های روزمره در جبر خطی: خلاقیت ریاضی فردی و جمعی	نحوه توزیع خلاقیت فردی و جمعی ریاضی را از طریق تعاملات بین دانش آموزان ، مصاحبه کنندگان و دیگر دستاوردها و ایده‌ها بررسی گردید.	کیفی
Regier, P.	۲۰۲۰	تاثیر آموزش ریاضی بر پرورش خلاقیت وخودکارآمدی و انگیزش دانش آموزان	روش بررسی آموزش ریاضی پرورش خلاقیت، مدلی برای بررسی آینده تاثیر آموزش ریاضی پرورش خلاقیت بر خودکارآمدی و انگیزش دانش آموزان ارائه می‌دهد .	کمی و کیفی
Suriyah, P.,et al	۲۰۲۰	نظریه گراف به عنوان ابزاری برای رشد خلاقیت ریاضی	می‌توان از نظریه گراف برای آموزش استانداردهای شورای ملی معلمان در ریاضیات آمریکا که با خلاقیت ریاضی مرتبط است، استفاده کرد	مرور نظام مند
Regier, P., & Savic, M.	۲۰۲۰	چگونه آموزش خلاقیت ریاضی می‌تواند بر خودکارآمدی دانش آموزان برای اثبات تاثیر بگذارد	نشان داد که بین چهار اصل از پنج اصل برای پرورش خلاقیت ریاضی و تغییرات خودکارآمدی دانش آموزان برای اثبات ، همراه با دو مورد استفاده ترکیبی از اصول ممکن است فرصت‌های بیشتری برای ایجاد خودکارآمدی دانش آموزان فراهم کند .	کیفی

نویسنده (ها)	سال	عنوان	نتیجه	روش تحقیق
Bicer, A.	۲۰۲۱a	نمایش های راه حل چندگانه و خلاقیت ریاضی	نمایش‌های چندگانه راه حل و یا تصویرسازی مفاهیم ، ایده‌ها و مشکلات ریاضی را می‌توان به عنوان ابزاری موثر برای سنجش توانایی‌های تفکر خلاق معلمان پیش از خدمت در ریاضیات به کار برد .	کمی
Bicer, A.	۲۰۲۱b	مروری بر ادبیات سیستماتیک: روشهای آموزشی خاص و رشته تحصیلی و تقویت خلاقیت ریاضی دانش آموزان	شیوه های آموزشی شامل حل مسئله ، طرح مسئله ، سوالات باز ، تکالیف راه حل چندگانه ، تکالیفی با بیش از یک پاسخ صحیح ، فعالیت های مدل سازی یا استخراج مدل در کلاس های ریاضیات می تواند فرصتی را برای دانش آموزان فراهم کند تا توانایی های خلاقانه بالقوه خود را در ریاضیات کشف کنند.	مرور نظام مند
Karakok, G.	۲۰۲۱	بررسی خلاقیت ریاضی دانش آموزان با انتقال بازیگرمحور برای توسعه خلاقیت بازیگرمحور	این مطالعه ساختارهای انتقال و خلاقیت ریاضی را بررسی می‌کند و مثال‌های تجربی را برای نشان دادن اجرای خلاقیت بازیگر محور خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان در سطح سوم ارائه می‌کند.	کیفی: تحلیل موردی
Gagatsis, A., & Geitona, Z.	۲۰۲۱	یک رویکرد چند بعدی به خلاقیت دانش آموزان در هندسه : توانایی فضایی , ادراک شکل هندسی و راه‌حل‌های چندگانه در مسائل هندسی	طبقه‌بندی خلاقیت دانش‌آموزان در حل مسائل هندسی با در نظر گرفتن توانایی‌های فضایی و درک اشکال هندسی، افزوده‌ای ارزشمند در زمینه آموزش هندسه و ریاضیات به طور کلی خواهد بود.	تحقیقات تجربی

نویسنده (ها)	سال	عنوان	نتیجه	روش تحقیق
Gridos, P., et al	۲۰۲۱	درک شکل هندسی ، ساخت خطوط کمکی و راه حل های چندگانه در حل مسئله: جنبه های خلاقیت ریاضی در درس هندسه	نحوه درک دانش آموزان از شکل هندسی و توانایی آنها در پردازش آن ، یک عامل مهم در پیش بینی خلاقیت ریاضی آنها است. همچنین درک عملیاتی از شکل های هندسی ،ویژگی های خلاقیت سیالیت ، انعطاف پذیری و اصالت را مثبت پیش بینی نمودند.	پیمایشی
Bicer, A et al	۲۰۲۲	آماده‌سازی معلمان پیش از خدمت برای طراحی و اجرای وظایف ریاضی هدایت‌شده خلاقیت و شیوه‌های آموزشی	نتایج نشان داد که معلمان پیش از خدمت که مداخله را دریافت کردند ، تمامی پیامدهای شناختی و عاطفی را بیش از معلمان پیش از خدمت در گروه کنترل توسعه دادند .	نیمه آزمایشی کمی
Jukić Matić, L., & Sliško, J.	۲۰۲۲	یک مطالعه تجربی درباره خلاقیت ریاضی و نظرات در مورد وظایف حل چندگانه	نتایج حاکی از ضرورت گنجاندن راه حل چندگانه در تدریس درس ریاضی به دانش اموزان برای ایجاد پیکره منسجم دانش ریاضی است.	مطالعه تجربی
Muzaini, M., et al	۲۰۲۳	خلاقیت ریاضی : درک شکل هندسی دانش‌آموز در حل مساله هندسه با استفاده از عناصر کمکی جدید .	رابطه‌ای بین انعطاف‌پذیری شناختی و توانایی هندسی دانش آموزان و حل مشکلات مربوط به عناصر کمکی در خلاقیت ریاضی یافت شد .	تحقیقات تجربی
Gan, H. H.	۲۰۲۳	ارزیابی تناسب تکالیف و ارائه راه‌حل‌های چندگانه به مناسبت تفکر خلاق ریاضی دانش‌آموزان پایه چهارم	دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی توانایی تفکر خلاق ریاضی انطباق، ترکیب، تغییر، بازآرایی، بسط یا بازگشت را با استفاده از راهبردهای شمارش، ترکیب، افزودن و کاهش، همپوشانی، حرکت و تقسیم مورب داشتند	پژوهش موردی
Osakwe, I. J., et al	۲۰۲۳	تکالیف راه حل چندگانه: رویکردی برای تقویت خلاقیت ریاضی دانش آموزان دوره متوسطه	تکالیف چند راه‌حلی یک رویکرد آموزشی مؤثر در تقویت خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان متوسطه است.	شبه تجربی

باتوجه به اینکه هدف پژوهش حاضر، شناسایی شرایط و راهبردهای مؤثر بر ارائهٔ راه حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی در سطوح آموزشی و ارائهٔ چارچوبی مفهومی برای آن است، چارچوب مفهومی استخراج شده **بر اساس روش داده بنیاد** در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل۱: مدل ترکیبی راهبردهای مؤثر بر ارائهٔ راه حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی در سطوح آموزشی

چارچوب مفهومی شکل۱ نشان می‌دهد از دیدگاه افراد، برای ارائۀراه حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی در محیط‌های آموزشی برای دانش آموزان، به استفاده از راهبردهای خاصی برای کنترل ومدیریت آن نیازاست.

گزارش یافته‌ها

این بخش، به ارائه داده‌های کیفی حاصل ازفرایند کدگذاری و تحلیل مصاحبه‌های عمیق انجام شده با مشارکت کنندگان پژوهش می‌پردازد و مقوله‌های نهایی حاصل از فرایند کدگذاری باز و محوری و گزینشی ارائه می‌شود. برای انجام کدگذاری بازومحوری، ابتدا برای استخراج کدهای مفهومی، هریک از متن‌های مصاحبه‌ها در سطح جمله و عبارت بررسی شد؛ سپس این کدهای مفهومی در قالب مقوله‌ها و زیرمقوله‌ها، سازماندهی و نام گذاری شدند. در ادامه، سؤالات پژوهش پاسخ داده می‌شود و سپس چارچوب مفهومی پژوهش ارائه می‌گردد.

سوال اول: چه الگویی برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه فکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه قابل بکارگیری است؟

چک لیست کلی مربوط به نتایج تحلیل محتوای مصاحبه درموردالگویی برای آموزش ریاضی مبتنی برراه‌حل‌های چندگانه در جدول۳ درج شده است.

جدول ۳ : چک لیست مربوط به نتایج تحلیل محتوای مصاحبه

کد	مفاهیم استخراجی اولیه	کد مصاحبه شونده
۱	حل مسائل ریاضی نامتعارف	۳و۴و۷و۱۲
۲	حل مسائل به روش های مختلف و چندگانه	۲و۴و۹و۱۰
۳	فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مساله	۱و۴و۹و۱۲
۴	برگزیدن و اجرای راه حل مناسب	۳و۶و۹
۵	انتخاب راه حل	۱و۷و۸و۱۰
۶	اندیشیدن به شیوه های متفاوت	۴و۶و۹و۱۱
۷	خلق راه حل به شیوه جدید	۱و۳و۶و۸
۸	توانایی تحلیل عینی اطلاعات موجود	۴و۷و۹و۱۲
۹	حفظ تعادل بین یادگیری مفهومی ویادگیری رویه‌ای	۹و۱۱و۱۲
۱۰	ایجادفهم بهتروعمیقتر	۱و۲و۶و۸و۱۱
۱۱	ایجادلذت یادگیری وحل مسأله	۲و۴و۶و۹
۱۲	آفرینش احساس توانمندی وخودباوری دردانش‌آموزان	۱و۲و۴و۱۲
۱۳	ممانعت از بروز مشکلات	۲و۳و۵و۷
۱۴	خلق کلاس پویا	۵و۴و۶و۹
۱۵	ایجاد بیشترین رضایت با کمترین تنش	۶و۷و۹و۱۱
۱۶	تقویت جوّمشارکتی وبهبودارتباط معلم ودانش‌آموز	۳و۷و۸و۹

در جدول۳ مفاهیم اولیه‌ای که ازتحلیل محتواحاصل شده، ارائه شده است. اطلاعات جدول بالا، بیانگر محور اساسی سؤالهای پژوهش بوده است. درنهایت۱۶شاخص و مفهوم اولیه از مصاحبه باخبرگان استخراج شد.

براساس مفاهیم و مقوله‌های جدول قبل، زمینه کدگذاری محوری فراهم شد که در جدول ۴ آورده شده

است. در کدگذاری محوری بین مفاهیم و مقوله‌های مرتبط باهم ارتباط برقرار گردید. همانطورکه ملاحظه می‌گردد این جدول حاوی چهار طبقه بوده و هریک ازطبقات دربرگیرنده زیرطبقات و مفاهیم مربوط به خود است. این طبقات درجدول زیر از محورهای A تا D مشخص شده‌اند.

جدول ۴: مرتب سازی نهایی و خوشه بندی کلیه مفاهیم و کدهای (A تا D) استخراج شده ازتکنیک مصاحبه نیمه ساختاریافته

ردیف	مفاهیم استخراج شده	کد
۱	حل مسائل ریاضی نامتعارف	A
۲	حل مسائل به روش های مختلف و چندگانه	A
۳	فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مساله	A
۴	برگزیدن و اجرای راه حل مناسب	A
۵	انتخاب راه حل	B
۶	اندیشیدن به شیوه های متفاوت	B
۷	خلق راه حل به شیوه جدید	B
۸	توانایی تحلیل عینی اطلاعات موجود	B
۹	حفظ تعادل بین یادگیری مفهومی ویادگیری رویه‌ای	C
۱۰	ایجادفهم بهتروعمیقتر	C
۱۱	ایجادلذت یادگیری وحل مسأله	C
۱۲	آفرینش احساس توانمندی وخودباوری دردانش‌آموزان	C
۱۳	ممانعت از بروز مشکلات	D
۱۴	خلق کلاس پویا	D
۱۵	ایجاد بیشترین رضایت با کمترین تنش	D
۱۶	تقویت جوّمشارکتی وبهبودارتباط معلم ودانش‌آموز	D

همانطورکه یافته‌های جدول ۴ نشان می‌دهد درمرحله سوم از فرایند کدگذاری داده‌های گرداوری شده، مرتب سازی نهایی و خوشه بندی کلیه مفاهیم و کدهای محوری در چهار طبقه صورت گرفته است.

درمرحله آخرازفرایندتحلیل کیفی حاضر، یافته‌های حاصل از تجزیه وتحلیل،حول محورهدف اصلی با پیوند دادن کدها (کدگذاری باز)، مفاهیم (کدگذاری محوری) و در نهایت رابطه بین طبقات (کدگذاری گزینشی) مشخص شد. در این مرحله، کدگذاری محوری گزاره‌های اولیه به طبقه‌هایی با انتزاع مفهومی تر به صورت مقوله‌های فرعی دسته بندی و مقوله‌های محوری که کانون و محور اصلی پژوهش هستند استخراج شدند. براساس دیدگاه مشارکت کنندگان، انتخاب مقوله‌های مطرح شده در بخش قبلی، تحت تأثیر عوامل دیگری است. این عوامل شامل آشنایی معلمان با شیوه تدریس آموزش ریاضی، انجام تمرین‌های متناوب درسی ریاضی، فرآیند اجرا در محیط تدریس دانش اموز محور است. آن گاه بر اساس این عوامل تاثیرگذار مقوله‌های اصلی کدگذاری گزینشی مشخص گردیدند.

این مرحله شامل مشخص کردن ارتباط گزاره‌ها و شکل دهی به طبقاتی با درجه انتزاع نظری بالاتر بود. مقوله‌های اصلی انتخابی پژوهش حاضر شامل حل مسائل

غیرمتعارف(باز-پاسخ)، حل مسئله به روش‌های مختلف وچندگانه وفراهم کردن فرصتهایی برای طرح مسئله بودند و بقیه چک لیست شامل سیزده مقوله فرعی محوری گردیدند. طبقات به دست آمده ونتایج نهایی درجدول۵ قابل مشاهده است.

جدول۵ :کدگذاری نهایی نتایج تحلیل محتوای مصاحبه نیمه ساختاریافته برای آموزش ریاضی مبتنی برراه‌حل‌های چندگانه

ردیف	کد گذاری گزینشی	مقوله
۱	حل مسائل ریاضی غیرمعمول	اصلی
۲	راه حل های چندگانه	اصلی
۳	طرح مساله ریاضی	اصلی
۴	برگزیدن و اجرای راه حل مناسب	فرعی
۵	انتخاب راه حل	فرعی
۶	اندیشیدن به شیوه های متفاوت	فرعی
۷	خلق راه حل به شیوه جدید	فرعی
۸	توانایی تحلیل عینی اطلاعات موجود	فرعی
۹	حفظ تعادل بین یادگیری مفهومی ویادگیری رویه‌ای	فرعی
۱۰	ایجادفهم بهتروعمیق تر	فرعی
۱۱	ایجادلذت یادگیری وحل مسأله	فرعی
۱۲	آفرینش احساس توانمندی وخودباوری دردانش‌آموزان	فرعی
۱۳	ممانعت از بروز مشکلات	فرعی
۱۴	خلق کلاس پویا	فرعی
۱۵	ایجاد بیشترین رضایت با کمترین تنش	فرعی
۱۶	تقویت جوّمشارکتی وبهبودارتباط معلم ودانش‌آموز	فرعی

سوال دوم:-الگوی طراحی شده برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه از نظر متخصصان چه میزان اعتبار دارد؟

شاخص‌های مختلفی برای ارزیابی برازش مدل‌های معادلات ساختاری مورد استفاده قرار می‌گیرند. با وجود اینکه انواع گوناگونی از آزمون‌های (شاخص‌های) برازندگی مدل پیوسته در حال مقایسه، توسعه و تکامل هستند اما هنوز درباره حتی یک آزمون بهینه نیز توافق همگانی وجود ندارد. نتیجه آن است که پژوهش‌های گوناگون، شاخص‌های مختلفی را ارائه داده‌اند و حتی نگارش‌های مشهور برنامه‌های مدل‌سازی معادلات ساختاری مانند نرم‌افزارهای AMOS و LISREL نیز تعدادی از شاخص‌های برازندگی به دست می‌دهند (Hooman, 2018). به طور کلی شاخص‌های چندگانه‌ای برای نیکویی برازش مدل وجود دارد و بیشتر محققان مدل‌سازی معادلات ساختاری توصیه کرده‌اند که مدل‌ها باید با یک شاخص مورد سنجش قرار گیرند. نتایج شاخص‌های برازش مدل اندازه گیری در جدول ۷ درج گردیده است.

جدول۷ :شاخص‌های برازش مدل اندازه گیری

شاخص برازش	توضیحات	مقادیر بدست آمده	معیار قابل قبول
(X^2/df)	مجذور کای به درجه آزادی	۲/۳۴	≤ ۳
GFI	شاخص نیکویی برازش	۰/۰۴۶	≥ ۰/۹۰
AGFI	شاخص میزان انطباق	۰/۹۸۱	≥ ۰/۹۰
RMR	میانگین مجذور پس مانده‌ها	۰/۹۵۵	نزدیک به صفر
CFI	شاخص برازندگی تطبیقی	۰/۹۶۱	≥ ۰/۹۰
TLI	شاخص توکر-لویس	۰/۹۳۲	≥ ۰/۹۰
IFI	شاخص برازندگی فزاینده	۰/۹۷۷	≥ ۰/۹۰
RFI	شاخص برازش نسبی	۰/۹۶۰	≥ ۰/۹۰
NFI	شاخص نرم شده برازندگی	۰/۹۷۷	≥ ۰/۹۰
PCFI	شاخص برازش تطبیقی مقتصد	۰/۵۷۱	≥ ۰/۵
PNFI	شاخص برازش مقتصد هنجار شده	۰/۵۴۹	≥ ۰/۵
PRATIO	نسبت اقتصاد	۰/۵۵۸	≥ ۰/۵
RMSEA	ریشه دوم میانگین خطای تقریب	۰/۰۵۸	≤ ۰/۰۸

نتایج جداول ۷ نشان می‌دهد که شاخص‌های برازش مدل اندازه گیری در حد مطلوب هستند در ادامه معناداری مدل اندازه گیری بررسی می‌شود. در نرم افزار AMOS میزان معناداری بارهای عاملی با شاخص‌های p-value و نسبت بحرانی(CR) نمایش می‌دهد که در جدول ۸ معناداری بارهای عاملی در مدل اندازه گیری گزارش شده است.

جدول۸ : بررسی معناداری مدل اندازه گیری

گویه ها	بار عاملی	نسبت بحرانی (CR)	معناداری (p-value)
حل مسائل ریاضی نامتعارف	۰,۷۱	۸,۳۲	***
حل مسائل به شیوه های مختلف و چندگانه	۰,۸۳	۹,۵۸	***
فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مساله	۰,۷۷	۸,۹۱	***
برگزیدن و اجرای راه حل مناسب	۰,۷۰	۸,۲۲	***
انتخاب راه حل	۰,۸۹	۱۰,۱۱	***
اندیشیدن به شیوه های متفاوت	۰,۷۳	۸,۵۱	***
خلق راه حل به شیوه جدید	۰,۸۲	۹,۴۵	***
توانایی تحلیل عینی اطلاعات موجود	۰,۸۵	۹,۷۲	***
حفظ تعادل بین یادگیری مفهومی ویادگیری رویه‌ای	۰,۷۵	۸,۷۵	***
ایجادفهم بهتروعمیقتر	۰,۷۹	۹,۱۸	***
ایجادلذت یادگیری وحل مسأله	۰,۹۱	۱۰,۳۶	***
آفرینش احساس توانمندی وخودباوری دردانش‌آموزان	۰,۸۰	۹,۲۸	***
ممانعت از بروز مشکلات	۰,۸۳	۹,۵۸	***
خلق کلاس پویا	۰,۷۷	۸,۹۱	***
ایجاد بیشترین رضایت با کمترین تنش	۰,۸۷	۹,۴۱	***
تقویت جوّمشارکتی وبهبودارتباط معلم ودانش‌آموز	۰,۸۶	۹,۷۰	***

****: بار عاملی در سطح اطمینان ۹۹ درصد معنادار است.*

یافته‌ها در جدول ۷ نشان می‌دهد در هر مقیاس بارهای عاملی بیشتر از ۰/۷ هستند و نسبت بحرانی بیشتر از ۲/۵۶ است بنابراین در سطح اطمینان ۹۹ درصد معناداری بارهای عاملی در مدل اندازه گیری مورد تایید قرار می‌گیرد.

برای اینکه مشخص شود آیا می‌توان داده‌های حاصل از ابزار اندازه گیری و پرسشنامه این پژوهش را برای تحلیل مورد استفاده قرار داد از شاخص KMO و آزمون بارتلت استفاده شدکه نتایج حاصله به ترتیب در جداول ۸ و ۹ ارائه می‌شود.

جدول۹ : خروجی آزمون KMO و آزمون بارتلت

KMOمقدارضریب کفایت نمونه گیری		۰/۸۸۱
آزمون بارتلت	کای اسکوئر	۱۴۲۷۴/۸
	درجه آزادی	۱۷۷
	سطح معنی داری	۰/۰۰۱

مطابق اطلاعات جدول ۸ اندازه کفایت نمونه (KMO) برابر ۰/۸۸۱و همچنین آزمون معناداری کرویت نمونه (Bartlett) در تحلیل عاملی برابربا ۰/۰۰۱ به دست آمده که نشان دهنده کفایت نمونه‌ها برای انجام تحلیل عاملی می‌باشد.($p<۰/۰۵$) لذا براساس آماره آزمون بارتلت، مقدار آماری آزمون کای اسکوئر حاصله بزرگتر از کای اسکوئر جدول بحرانی است و همچنین در سطح ($P<۰/۰۵$) معنادار است بنابرشواهد فوق می توان به این نتیجه دست یافت که ماتریس همبستگی فاکتورها برای انجام تحلیل عاملی مناسب است. ($P<۰/۰۵$)

جدول۱۰ :ضرایب بارهای عاملی استخراج شده به تفکیک سوالات به عنوان شاخص‌های مطلوب پرسشنامه

سوالات پرسشنامه	ضرایب بارهای عاملی
۰۱	۰,۹۳
۰۲	۰,۹۲
۰۳	۰,۹۰
۰۴	۰,۸۷
۰۵	۰,۸۴
۰۶	۰,۶۴
۰۷	۰,۷۶
۰۸	۰,۹۵
۰۹	۰,۸۲
۱۰	۰,۷۲
۱۱	۰,۷۷
۱۲	۰,۷۳
۱۳	۰,۹۳
۱۴	۰,۹۲
۱۵	۰,۷۶
۱۶	۰,۹۵

نتیجه به دست آمده ناشی از اجرای تحلیل عاملی تاییدی در جدول ۱۰ نشان می دهد که ضرائب بارهای عاملی استخراج شده برای تبیین **آموزش ریاضی مبتنی برراه‌حل‌های چندگانه** در پرسشنامه محقق ساخته از انسجام لازم و کافی برخوردار می باشند. به منظور آماده سازی و ارائه الگوی **آموزش ریاضی مبتنی برراه‌حل‌های چندگانه**،با استفاده از تحلیل عاملی مولفه‌های کلیدی مشخص گردید و نسبت به اعتبارسنجی آن اقدام شد.

نتیجه‌گیری و بحث و بررسی درباره نتایج

بررسی و تبیین سوال اول:

۱-چه الگویی برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه قابل بکارگیری است؟

چک لیست مربوط به نتایج تحلیل محتوای مصاحبه درموردالگویی برای آموزش ریاضی مبتنی برراه‌حل‌های چندگانه در جدول۳، درنهایت۱۶مقوله کلی و مفهوم اولیه ازمصاحبه باخبرگان استخراج شد. براساس مفاهیم ومقوله‌های اولیه حاصله، زمینه کدگذاری محوری فراهم شد.درکدگذاری محوری بین مفاهیم ومقوله‌های مرتبط باهم ارتباط برقرارگردیدکه حاوی چهارطبقه بوده وهریک ازطبقات دربرگیرندهزیرطبقات و مفاهیم مربوط به خود است .این طبقات ازمحورهای A تا D مشخص شدند. درمرحله پایانی ازفرایندتحلیل کیفی،یافته‌های حاصل ازتجزیه وتحلیل،حول محورهدف اصلی باپیونددادن کدها(کدگذاری باز)،مفاهیم(کدگذاری محوری) ودرنهایت رابطه بین طبقات(کدگذاری گزینشی) مشخص شد. نتایج حاکی از آن است ۱۶ مقوله کلی به دست آمده می‌تواند به عنوان موضوع آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه مطرح شود. آنگاه،کدگذاری محوری گزاره‌های اولیه به طبقه‌هایی با انتزاع مفهومی تر به صورت مقوله‌های فرعی دسته بندی و مقوله‌های محوری که کانون و محور اصلی پژوهش هستند استخراج شدند. سپس در مرحله بعد، تحت تاثیر عوامل تاثیر گذار،ارتباط گزاره‌ها و شکل دهی به طبقاتی با درجه انتزاع نظری بالاترانجام گرفت(جدول ۵). مقوله‌های اصلی انتخابی پژوهش حاضر شامل حل مسائل غیرمتعارف(باز-پاسخ)، حل مسئله به روش‌های مختلف وچندگانه وفراهم کردن فرصتهایی برای طرح مسئله بودند و بقیه چک لیست شامل سیزده مقوله فرعی محوری گردیدند.

درخصوص مقوله اول - حل مسائل غیرمتعارف (بازپاسخ)- یافته‌ها نشان می‌دهد:

مسائل غیرمتعارف (باز-پاسخ)، مسائلی هستند که باید دو پیش نیاز داشته باشند. ابتدا باید با استفاده از موضوعات آشنا و جالب برای هر دانش آموز مناسب باشد. این بدان معناست که دانش آموزان متوجه می‌شوند که حل مسائل ضروری است، احساس می‌کنند که حل آنها با دانش خود امکان پذیر است و پس از حل آنها احساس موفقیت می‌کنند. بنابراین، مسائل باید به اندازه کافی انعطاف پذیر باشند تا "توانایی‌های ریاضی متفاوت دانش آموزان" را در نظر بگیرند. این رویکرد می‌تواند به طور کامل تحقق یابد که به موجب آن مسائل نامتداول به عنوان ابزاری برای ایجاد تغییر اساسی در ساختار کلاس ریاضی عمل می‌کنند (Kwon et al,2006).

یافته‌های پژوهشی صاحبنظران و پژوهشگران نیز مؤید تأثیرگذاری مقوله حل مسائل غیرمتعارف است. یافتهٔ حل مسائل حل مسائل غیرمتعارف (بازپاسخ) با الگوی نتایج مطالعات (Munafiah et al,2021; Levenson & Molad,2022; Molad & Levenson,2020; Niss & Blum. 2020; Wang et al, 2022; Kozlowski & Chamberlin, 2020) همخوانی دارد.

هدف مطالعه (Munafiah et al,2021)، توصیف مهارت‌های تفکر خلاق ریاضی دانش‌آموزان بر اساس گرایش‌های ریاضی در یادگیری حل مسئله خلاق با رویکردی باز-پاسخ بود. نتایج وی نشان داد که مهارت‌های تفکر خلاق دانش آموزان در هر دسته از گرایش‌ها دارای شباهت‌ها و تفاوت‌هایی است. تمام دسته بندی‌ها جنبه روانی و سیالیت را برآورده کرده اند. در جنبه انعطاف پذیری، فقط دانش آموزان با رده استعداد بالا آن را برآورده کردند. موضوع‌هایی که دارای مقوله‌ای پایین هستند، تنها می‌توانند یک و دو جنبه از توانایی‌های تفکر خلاق ریاضی را برآورده کنند.(Munafiah et al, 2021).

مطالعات اخیر در زمینه حل مسئله ریاضی - با دور زدن رویکرد نابغه گرایی - به خلاقیت به عنوان یک عامل مهم برای کار بر روی مسائل و زمینه‌های مسائل غیر متعارف (باز-پاسخ) اشاره می‌کنند. (Levenson & Molad,2022; Molad & Levenson,2020).

از آنجایی که مدل‌سازی ریاضی معمولاً شامل حل مسائل غیرمتعارف و باز در دنیای واقعی می‌شود، کاری که نیازمند خلاقیت مدل‌ساز برای درک موقعیت واقعی و پیشنهاد راه‌حل‌های جدید است، مدل‌سازی ریاضی ارتباط تنگاتنگی با خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان دارد.

(Niss & Blum. 2020). در مطالعه (Wang et al,2022) مشخص گردید تحقیقات قبلی نشان داده است که مدل سازی ریاضی به ویژه با توجه به تحریک و محافظت از کنجکاوی کودکان به رشد خلاقیت دانش آموزان کمک می‌کند. با این حال، مطالعات قبلی روابط بین شایستگی، کنجکاوی و خلاقیت مدل‌سازی ریاضی دانش‌آموزان متوسطه را بر اساس داده‌های به دست آمده از ارزیابی‌های مقیاس بزرگ بررسی نکرده‌اند و تأثیر روش‌های تدریس معلمان را در این زمینه بررسی نکرده‌اند. مطالعه (Wang et al,2022) به طور تجربی تأثیر شایستگی مدل‌سازی ریاضی بر خلاقیت ریاضی را تأیید کرد و راهی ممکن برای پرورش خلاقیت دانش اموزان متوسطه ارائه کرد(Wang et al,2022). مسائل غیرمتعارف (باز-پاسخ) ممکن است احتمال ظهور خلاقیت ریاضی را افزایش دهند، اما به تنهایی آن را تضمین نمی کنند. این سؤالات هنوز پاسخی ندارند و در عین حال برای درک واقعی چگونگی حمایت از خلاقیت دانش آموزان در ریاضیات بسیار مهم هستند. (Kozlowski & Chamberlin, 2020).

درخصوص مقوله دوم - حل مسئله به روش‌های مختلف و راه حلچندگانه - یافته‌ها نشان می‌دهد:

روشهای زیادی برای شناسایی خلاقیت ریاضی وجود دارد که یکی از آنها راه حل‌های چند گانه[1] است. راه حل‌های چند گانه نه تنها ابزاری برای ارزیابی خلاقیت نسبی است(Leikin & Lev,2013)، بلکه یک تکلیف حاوی یک نیاز صریح برای حل یک مسئله به روش‌های مختلف است (Levav-Waynberg & Leikin, 2012). برای شناسایی خلاقیت ریاضی در راه حل‌های چند گانه می‌توان با تعیین نتایج پاسخ دانش آموزان با نگاه به سیالیت، انعطاف پذیری و تازگی آنها به آن پی برد (Leikin & Lev,2013; Levav-Waynberg & Leikin, 2012) که این مو لفه‌ها سه جنبه از خلاقیت است که غالبا آن را آزمایش تفکر خلاق تورنس می‌نامند (Silver,1997). همچنین (Kadir & Satriawati 2017,) به طور خلاصه تفاوت این مولفه‌ها را به عنوان توسعه ایده‌ها (روان بودن)، ایده‌های مختلف (انعطاف پذیری) و ایده‌های جدید با تغییر تفکر (تازگی) توضیح می‌دهند.

نتایج این یافته پژوهش با نتایج مطالعات (Schindler & Lilienthal, 2020; Osakwe et al, 2023; Assmus & Fritzlar,2018; Schindler et al,2018; Bicer et al, 2020; Leikin & Elgrably, 2020; Yaftian, 2016) همپوشانی دارد و نتایج یافته پژوهش حاضر با بخشی از نتایج مطالعه (Joklitschke et al,2019) همخوانی ندارد.

مطالعه (Schindler& Lilienthal,2020)، از راه حل‌های چندگانه برای بررسی خلاقیت ریاضی به عنوان فرآیندی در مراحل آن استفاده می‌کند و راه حل‌های چندگانه را به مدل‌های مرحله‌ای فرآیند خلاق متصل می‌کند. یکی از معدود مطالعاتی که فرآیند تفکر خلاق ریاضی را بررسی کرد، مطالعه موردی (Schindler& Lilienthal,2020) بود که فرآیند حل خلاقانه مسئله یک دانش آموز دبیرستانی را در یک تکلیف راه حل‌های چندگانه به تصویر می‌کشید. آنها در واقع نشان دادند که چنین مدل‌های فازی ممکن است انعکاس دقیقی از حل خلاقانه واقعی مشکل نباشد. آنان با استفاده از یک مصاحبه یادآوری تحریک‌شده که توسط ضبط حرکات چشم دانش‌آموز هدایت می‌شد، چگونگی ظهور ایده‌های جدید را با کدگذاری بخش‌های مختلف فرآیند حل مسئله خلاقانه ریاضی دانش‌آموز و مقایسه آن با مدل‌های موجود در مورد مسئله خلاق، تجزیه و تحلیل کردند. آنها دریافتند که، فازهای خلاقیت را نمی‌توان به وضوح شناسایی کرد و به نظر می‌رسد توالی فازها چندان واضح نیست. مطالعه موردی به جای پردازش مرحله به مرحله مراحل مختلف حل مسئله، یک فرآیند چرخه ای را نشان داد: دانش آموز دائماً بین مراحل به عقب و جلو می‌رفت. به عنوان مثال، پس از ایجاد یک ایده، دانش آموز در حال کار بر روی یک راه حل بود. وقتی متوجه شد که این کار

1 multiple-solution tasks (MSTs)

جواب نمی دهد، این رویکرد را کنار گذاشت و شروع به جستجوی یک ایده جدید کرد. بنابراین، مطالعه موردی (Schindler& Lilienthal,2020) شواهد اولیه ای را ارائه می‌دهد که در ریاضیات، فرآیند حل خلاقانه مسئله، خطی نیست بلکه چرخه ای است. در مطالعه (Osakwe et al,2023)، محققان دریافتند که هدایت دانش‌آموزان به سمت راه حل‌های چندگانه در مقایسه با روش بازنمایی به طور قابل‌توجهی خلاقیت ریاضی آنها را افزایش می‌دهد و همچنین جنسیت به‌عنوان یک عامل، نقش مهمی در خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان با اشاره خاص به درس هندسه ندارد (Osakwe et al,2023).

تحقیقات قبلی اغلب خلاقیت ریاضی را به صورت ایستا مورد مطالعه قرار می‌دادند، به عنوان مثال، با امتیاز دادن به عملکرد کودکان در تکالیف ریاضی مرتبط با راه حل‌های چندگانه از نظرتعداد پاسخ‌ها (تسلط)، توانایی متغیر پاسخ‌ها (انعطاف‌پذیری) و منحصربه‌فرد بودن پاسخ‌ها (تازگی) (Assmus & Fritzlar,2018). چنین معیارهای مبتنی بر محصول خلاقیت ریاضی، نمی تواند فرآیندهای تفکر خلاق را که منجر به پاسخ یا راه حل خاصی می‌شود، آشکار کند. اگر بخواهیم از توسعه مهارت‌های تفکر خلاق در ریاضیات حمایت شود. آموزش و بینش بیشتری در مورد فرآیند تفکر خلاق مورد نیاز است.

در مطالعه اشنایدر و همکاران (Schindler et al,2018)، نتایج یک مطالعه تجربی را ارائه گردید که به بررسی عملکرد دانش‌آموزان دبیرستانی در " تکالیف راه حل های چندگانه می‌پردازد. نتایج از ساختار دامنه خاص یا زیر دامنه خلاقیت خاص پشتیبانی نمی کند، اما نشان می‌دهد که خلاقیت ریاضی باید به طور خاص به عنوان تکلیف درسی ریاضی در نظر گرفته شود.

درخصوص مقوله سوم- طرح مسئله - یافته‌ها نشان می‌دهد:

طرح مسئله ریاضی در دهه‌های اخیر یک حوزه تحقیقاتی مهم در آموزش ریاضیات بوده است (Walkington, 2017; Walkington, & Hayata, 2017). نتایج یافته سومین مقوله پژوهش حاضر- طرح مسئله ریاضی - با مطالعات (Cai, & Hwang, 2023; Arabacı & Baki, 2023; Wang & Walkington, 2023; Wang et al,2021; Baumanns & Rott, 2022; Rahman & Ahmar, 2017) همخوانی دارد.

هدف نهایی از آموزش، چه در آموزش ریاضی یا در سایر علوم این است که فراگیران قادر باشند مسائل قابل طرح در عرصه دانش مورد نظر را بهتر حل کنند. پیشرفت علوم و ریاضیات اغلب به طرح مسائل خوب و معنادار و با ارزش مرتبط است(Cai, & Hwang, 2023). در مطالعه کای و هوانگ (Cai, & Hwang, 2023)، طرح مسئله از منظر وظایف آموزشی چالش برانگیز و ارزشمند در نظر گرفته می‌شود. آنان وضعیت فعلی تکالیف طرح مسئله را در ریاضیات مدرسه بررسی نمودند و استدلال‌هایی را برای اینکه معلمان چگونه و چرا باید از طرح مسئله برای مشارکت دادن دانش‌آموزان خود در دستیابی به اهداف یادگیری چالش‌برانگیز استفاده کنند، ارائه کردند. کای و هوانگ (Cai, & Hwang, 2023) نمونه‌های متنوعی از تکالیف طرح مسئله را ارائه نمودند تا چارچوبی از ویژگی‌های تکلیف طرح مسئله را با تمرکز بر موقعیت‌های مسئله ساز نشان دهند. نتایج مطالعه عربچی و باکی (Arabacı & Baki, 2023) نشان دادند که هیچ تفاوت واضحی بین دانش‌آموزان تیزهوش و غیر تیزهوش از نظر شاخص‌های سیالیت خلاقیت ریاضی وجود ندارد، اما دانش‌آموزان تیزهوش عموماً خلاقانه‌تر و انعطاف‌پذیرتر از همسالان غیر تیزهوش خود مشکلاتی را مطرح می‌کنند. آنان پیشنهاد نمودند که از فعالیت‌های طرح مسئله ریاضی برای مقایسه خلاقیت دانش آموزان تیزهوش و غیر تیزهوش استفاده شود. شاخص‌های اصالت و انعطاف‌پذیری را نیز می‌توان برای محاسبه نمرات نهایی خلاقیت ریاضی دانش‌آموزان وزن‌بندی کرد، زیرا در تشخیص دانش‌آموزان تیزهوش از غیر تیزهوش مؤثرتر هستند. نتایج مطالعه وانگ و واکینگتون (Wang & Walkington,2023) نشان می‌دهد که دانش‌آموزان در

فعالیت‌های ریاضی طرح مسئله آزاد نسبت به طرح مسئله نیمه ساختاریافته، مشکلات پیچیده‌تری داشتند. دانش آموزان همچنین مشکلات پیچیده تری را در بعد از نظرسنجی نسبت به قبل از نظرسنجی مطرح کردند. تجزیه و تحلیل کیفی نشان داد که آنها شروع به تفکر عمیق تر، پرسیدن سؤال و اتصال محتوای مدرسه به سناریوهای دنیای واقعی کردند. وانگ و همکاران (Wang et al,2021) نیز بیان کردند فعالیت‌های طرح مسئله می‌تواند تمایلات ریاضی دانش آموزان را ارتقا دهد (Wang et al,2021). باومانس و روت (Baumanns & Rott,2022) فرآیند طرح مسئله افراد را بررسی کردند و رفتارهای فراشناختی ویژه طرح مسئله شامل را برنامه ریزی، نظارت و کنترل، و ارزیابی شناسایی کردند. مطالعه رحمان و احمر (Rahman & Ahmar, 2017) نشان داد دانش‌آموزانی که دارای سبک شناختی «مستقل از زمینه» هستند، می‌توانند یک مسئله ریاضی قابل حل را پیشنهاد کنند و داده‌های جدید را بارگذاری کنند، و همچنین مسائلی را مطرح کنند که به عنوان مسائل ریاضی با کیفیت بالا طبقه‌بندی می‌شوند. دانش‌آموزانی که سبک شناختی «وابسته به میدان» دارند، عموماً به مسائل ریاضی قابل حل که حاوی داده‌های جدید نیستند و مسائل ریاضی در سطح متوسط محدود می‌شوند. در این مطالعه بیان شد که چگونه کار دانش‌آموز با طرح مسئله ریاضی با استفاده از سبک شناختی خود، منجر به پیشرفت در فرآیند یادگیری استفاده از سبک‌های شناختی دانش‌آموزان به منظور افزایش کیفیت نتایج یادگیری می‌شود. نتایج مطالعه (Bicer et al,2020) نشان داد که خلاقیت ریاضی عامل درجه بالاتری بود که شامل توانایی خلاق ریاضی و خودکارآمدی خلاق ریاضی به عنوان عوامل درجه اول بود. از جمله پیامدهای این امر این است که ادغام فعالیت‌های طرح مسئله در آموزش ریاضیات می‌تواند خلاقیت ریاضی را تقویت کند. مطالعه (Leikin & Elgrably,2020) نیز مدلی را برای ارزیابی مهارت‌های مرتبط با اثبات و مهارت‌های خلاقیت با استفاده از طرح مسئله ریاضی از طریق تحقیقات معرفی می‌کند. از این مدل برای نشان دادن تغییرات قابل توجهی در مهارت معلمان ریاضی آینده نگرمربوط به اثبات و مهارت‌های خلاقیت استفاده می‌شود. با استفاده از این مدل، ارتباط بین مهارت‌های مرتبط با خلاقیت و مهارت‌های مرتبط با اثبات و پایگاه دانش معلمان ریاضی آینده‌نگر توصیف می‌شوند. نتایج و یافته‌های پژوهشی (Yafttian,2016) نشان می‌دهد که برای مقوله‌های شرایط و راهبردهای موثر، زیرمقوله‌هایی حاصل شده است که چگونگی تاثیر آنها را در ارائه راه حل‌های خلاقانه در حل مسائل ریاضی تبیین می‌کنند. بر اساس دیدگاه مشارکت کنندگان، این راهبردها شامل حل مسئله غیرمعمول، حل مسئله از راه‌های متنوع و فراهم کردن فرصت‌هایی برای طرح مسئله بوده است. در مطالعه (Joklitschke et al, 2019) با تجزیه و تحلیل محتوای مقالات مورد بررسی، محققان توانستند خوشه‌های منسجمی ایجاد کنند که بر روی موقعیت‌های مشکل‌آفرین برای تقویت خلاقیت واستفاده از طرح مسئله ریاضی برای شناسایی و بررسی خلاقیت از طریق چارچوب گیلفورد و تورنس تمرکز کنند. همچنین سایر رویکردها نیزبرای سنجش خلاقیت از طریق طرح مسئله ریاضی بررسی شدند. خوشه‌های استقرایی ساخته شده فوق می‌توانند به طور قیاسی از ملاحظات نظری سیلور پشتیبانی شوند. جالب توجه است، این فرض که طرح مسئله ریاضی می‌تواند برای اندازه گیری خلاقیت استفاده شود، به طور کامل به عنوان مثال توسط مطالعات همبستگی مورد بررسی قرار نگرفته است.

در تبیین کلی می‌توان بیان نمود: نتایج این بخش از تحقیق نیز بخوبی آشکار نمود آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر پییشرفت تحصیلی دانش آموزان تأثیرقابل ملاحظه ای دارد و لذا اهمیت و توجه به مقوله آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بیش از پیش آشکار شده است.

بررسی و تبیین سوال دوم:

الگوی طراحی شده برای آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه جهت توسعه تفکر خلاق دانش‌آموزان دوره اول متوسطه از نظر متخصصان چه میزان اعتبار دارد؟

به منظور پاسخ به این سوال ابتدا با بهره گیری از آزمون معادلات ساختاری، شاخص‌های برازش مدل اندازه گیری شد و نتایج حاصله در جدول ۴ نشان داد شاخص‌های برازش مدل اندازه گیری در حد مطلوب هستندو در ادامه معناداری مدل اندازه گیری بررسی شد. یافته‌ها در جدول ۵ نشان داد معناداری بارهای عاملی در مدل اندازه گیری مورد تایید قرار گرفت. مطابق اطلاعات جدول۶، نشان دهنده کفایت نمونه‌ها برای انجام تحلیل عاملی می‌باشد. لذا براساس آماره آزمون بارتلت، مقدار آماری آزمون کای اسکوئر حاصله بزرگتر از کای اسکوئر جدول بحرانی است.لذا می توان به این نتیجه دست یافت که ماتریس همبستگی فاکتورها برای انجام تحلیل عاملی مناسب است.سپس به عنوان شاخص‌های مطلوب پرسشنامه، ضرایب بارهای عاملی به تفکیک سوالات استخراج شد. نتیجه به دست آمده ناشی از اجرای تحلیل عاملی تاییدی در جدول ۷ نشان داد که ضرائب بارهای عاملی استخراج شده برای تبیین برای تبیین آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه در پرسشنامه محقق ساخته از انسجام لازم و کافی برخوردار می باشند.

نتایج این بخش از تحقیق با بخشهایی از نتایج و یافته‌های پژوهشگرانی نظیر (Schindler& Lilienthal,2020)، (Osakwe et al,2023)، (Assmus & Fritzlar,2018)، (Schindler et al,2018)، (Bicer et al,2020)، (Leikin & Elgrably,2020) و (Yafttian,2016) همسو و منطبق می‌باشد.

پیشنهادهای کاربردی مبتنی بر یافته‌های پژوهش

در این بخش پیشنهادهای کاربردی مبتنی بر یافته‌ها و نتایج پژوهش ارائه می‌شود.

۱- با توجه به نتیجه حاصل از پژوهش در زمینه آموزش ریاضی مبنی بر بکارگیری روشهایی نظیر حل مسائل ریاضی نامتعارف، حل مسئله ازراه‌های چندگانه و فراهم کردن فرصتهایی برای طرح مسئله، به آموزگاران درس ریاضی پیشنهاد می‌شود تا به نحو موثری و برای توسعه خلاقیت در درس ریاضی، از تکنیکهای ذکر شده استفاده نمایند.

۲- به متولیان و مسئولان در حوزه آموزش ضمن خدمت معلمان پیشنهاد می‌شود تا موضوع آموزش فراگیر و مستمر "آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه " در نظام جامع آموزشی معلمان ریاضی" گنجانده شود

۳- با توجه به نتیجه حاصله مبنی بر تاثیر گذاری آموزش ریاضی مبتنی بر راه‌حل‌های چندگانه بر خلاقیت و پیشرفت تحصیلی دانش آموزان، به آموزگاران درس ریاضی توصیه می‌شود تا ضمن آشنایی با این فنون تلاش نمایند تا با توسعه و تنوع بخشیدن به اینگونه آموزشها، شرایط بهتری را برای فراگیران خود مهیا نمایند.

Refrence:

Ahmady, G., Reyhani, E., & Nakhostin Roohi, N. (2015). The Impact of mathemtical communication-based training on the Mathemthical reasoning ability among high-school students. Journal of School Psychology, 4(1), 22-37. [Persian]

Amir Ahmadi, Y., Iravani, Sh., Sharafi, M. (2012). Content analysis of science textbook of the elementary school fifth grade based on Dewey's problem-solving model. *Research in Curriculum Planning*, 8 (35), 86-95. [Persian]

Aphrodite, M. A., & Rita, P. (2021). Young Students' Ability on Understanding and Constructing Geometric Proofs. *Social Education Research*, 121-133.

Reseach an Introduction. Translated by Ahmadreza Nasr. Tehran. Samt. [Persian]

Gridos, P., Avgerinos, E., Mamona-Downs, J., & Vlachou, R. (2021). Geometrical Figure Apprehension, Construction of Auxiliary Lines, and Multiple Solutions in Problem Solving: Aspects of Mathematical Creativity in School Geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 1-18.

Gruntowicz, B. (2020). *Mathematical Creativity and Problem Solving*. (Masters Thesis). University of Montana. Retrieved from https://scholarworks.umt.edu/etd/11562

Hakimzadeh, Rezvan (2019). The facts that times 2019 revealed for Iran. Tasniews agency, Februery 18, 2019. Available: https://tn.ai/2445802 [Persian]

Hamdani, D., Subarinah, S., & Triutami, T. W. (2021, February). Construction Scheme of Proof Based on Assimilation and Accommodation Processes: Theorem of Number Theory. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1776, No. 1, p. 012004). IOP Publishing.

Hatisaru, V. (2020). Exploring evidence of mathematical tasks and representations in the drawings of middle school students. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *15*(3), em0609.

Homan, H. (2013). Knowing the scientific method in behavioral sciences (research foundations). Tehran. Samt. [Persian]

Homan, H. (2018). Modeling structural equations using Lisrel software.Tehran. Samt. [Persian]

Kerlinger, F. (2020). Foundations of behavioral research. The second volume. Translated by Hasan Pasha Sharifi. Avai Noor Publications. Tehran. [Persian]

Kiamanesh, A., Sfarkhani, M., Aghdasi, S., Mohsenpour, M., Kabiri, M., Mahdavi, H., Sangari, A., & Atashak, M.(2011). Examining the process of educational changes in the period of 2014-2016 based on the findings of international studies of Thames in Iran and the

Ardiansyah, A. S., & Asikin, M. (2020). Challenging students to improve their mathematical creativity in solving multiple solution task on challenge based learning class. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1567, No. 2, p. 022088). IOP Publishing.

Azizi Mahmoodabadi, M., Lighatdar, M. J., & Oreyzi, H. R. (2020). Investigating the effectiveness of schematic representation-based instruction on the ability of solving non-routine problems in mathematics. Research in Curriculum Planning, 17(64), 151-166. [Persian]

Bicer, A. (2021). A Systematic Literature Review: Discipline-Specific and General Instructional Practices Fostering the Mathematical Creativity of Students. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, *9*, 252-281.

Bingolbali, E. (2020). An analysis of questions with multiple solution methods and multiple outcomes in mathematics textbooks. *International journal of mathematical education in science and technology*, *51*(5), 669-687.

Çetin, A. Y., & Dikici, R. (2021). Organizing the mathematical proof process with the help of basic components in teaching proof: Abstract algebra example. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, *9*(1), 235-255.

Charmaz, K. (2006). *Constructing grounded theory: A practical guide through qualitative analysis*. sage.

Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five raditions*. CA: Sage.

Dafei, Hamid (2017) Multiple representation in mathematics education. National conference on mathematics education in elementary school in 2016. [Persian]

Gall, M., Walter, B., Joyc, G. (2008). *Educational*

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2020). Standards for the preparation of middle-level mathematics teachers. Authors: Rasch, K., BayWilliams, J. M., Cruz-White, I., Lynch, M., Ramirez, N., Roy, G. J, & Barnes, D.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). Principles to actions. National Council for Teachers of Mathematics.

Nooriafshar, M., Haghverdi, M., & Komijani, A. (2017). Multiple Representations in Teaching and Learning: Reflection of Practical Experiences. Journal of New Approaches in Educational Administration, 8(31), 29-54. [Persian]

Rahimi, Zahra (2015) Designing a teaching model based on multiple solutions, to realize mathematical thinking in middle school students. Doctoral thesis of Educational Science, Tarbiat Modares University, Faculty of Humanities. [Persian]

Reyhani, Ebrahim (2019) A review of the structures and educational approaches of Iranian math books. Ebrahim Reyhani Webinar, Tarbiat Dabir Rajaee University. https://www.sru.ac.ir/wp-content/uploads/ 2020/08/sakhtar-2.pdf [Persian]

Reyhani, Ebrahim, Bakhshalizadeh, Shahrnaz and Eskandari, Mojtaba. (2013). Investigating the performance of third-year middle school students in math problem-solving situations. Journal of Education and Learning Studies, 6(1), 67-93. [Persian]

Saputri, M.D., Pramudya, I., & Slamet, I. (2020). Analysis of Mathematic Creative Thinking Ability of 10th Grade High School Students about Solution Mathematics Problems. *International Journal of Multicultural and Multireligious Understanding, 7*, 314-320.

Schindler, M., & Lilienthal, A. J. (2020). Students' creative process in mathematics: insights from eye-tracking-stimulated recall interview on students' work on multiple solution tasks. *International Journal of* countries of the region, according to the goals of the twenty-year vision document (eighth grade). A joint project of Educational Research and Planning Organization and Tarbiat Moalem University. [Persian]

Leikin, R., & Elgrably, H. (2020). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*, *102*, 101424.

Levav-Waynberg, A., & Leikin, R. (2012). Using multiple solution tasks for the evaluation of students' problem-solving performance in geometry. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *12*(4), 311-333.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Beverly Hills, CA: Sage.

Lynch, K., Star, J.R. (2013). Views of struggling students on instruction incorporating multiple strategies in Algebra I: An exploratory study, Journal for Research in Mathematics Education.

Mehrabi, M. (2012). The effect of the active teaching method (problem solving) on the creativity and academic progress of the first grade male middle school students of Euclid city in the academic year of 1990-1991. Master's thesis, Islamic Azad University, Maroodasht branch, Faculty of Education and Psychology. [Persian]

Minggi, I., Mulabar, U., & Assagaf, S. F. (2021). Learning Trajectory in Mathematical Proof. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1752, No. 1, p. 012081). IOP Publishing.

Naderi Buanlu, Sona (2013) Examining the problem-solving ability of students. Master´s thesis in mathematics education. Shahid Rajaee Tarbiat University, Faculty of Basic Sciences, Tehran. http://ganj.irandoc.ac.ir [Persian]

Shorakaei Ardakani, J., Reyahinejad, H., Razaghi, H. (2013). The set of approvals of the Supreme Council of Education. Secretariat of the Supreme Council of Education. Burhan School Cultural Institute (School publications), Tehran. [Persian]

Skandari, Mojtaba (2012). Investigating the effect of developing math problem solving skills on middle school students´ problem solving ability. Master´s thesis in mathematics education, Tehran: Shahid Rajaee Tarbiat Dabir University, Faculty of Basic Science. http://ganj.irandoc.ac.ir [Persian]

Strauss A. & Corbin J. (1998). Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory, CA: Sage Publications.

Tan, C. P., Van der Molen, H. T., & Schmidt, H. G. (2016). To what extent does problem-based learning contribute to students' professional identity development?. Teaching and Teacher Education, 54, 54-64.

Yaftian, N. (2018). Effective Conditions and Strategies for Presenting Creative Solutions in Solving Mathematics from Creative Graduate Students Viewpoints. New Educational Approaches, 12(2), 60-76. [Persian]

Zahra, G. Evolution and formation of school mathematics curricula in Iran. The growth of mathematics education. 28(4). 4-12. [Persian]

Zeybek Simsek, Z. (2021). "Is It Valid or Not?": Pre-Service Teachers Judge the Validity of Mathematical Statements and Student Arguments. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *9*(2), 26-42.

Science and Mathematics Education, *18*(8), 1565-1586.

Schoevers, E. M., Kroesbergen, E. H., & Kattou, M. (2020). Mathematical creativity: A combination of domain-general creative and domain-specific mathematical skills. *The Journal of Creative Behavior*, *54*(2), 242-252.

Schukajlow, S., & Krug, A. (2012). Effects of Treating Multiple Solutions While Solving Modelling Problems On Students'self-Regulation, Self-Efficacy Expectations And Value. Proceedings of Pme 36, 4, 59-66.

Sdat Mir, Zohre (2009) Comparison of creative and critical thinking in third-year female students of secondary mathematics and humanities in District 14 of Tehran. Thesis of Islamic Azad University - Islamic Azad University, Central Tehran Branch – Faculty of Psychology and Educational Sciences. [Persian]

Shayan, M., Yaftian, N., Ebrahimi, M. (2016). Evaluation of the performance of mathematics teachers of the first year of high school in the mathematics literacy test. 14th Iranian Mathematical Education Conference, Shiraz. [Persian]

Shimizu, Y., Vithal, R., Ruiz, A., Cuoco, A., Bosch, M., Gholamazad, S., Morony, W., Zhu, Y., & Arzarello, F. (2017). *School mathematics curriculum reforms: challenges, changes and opportunities*. ICMI Study 24. International Commission on Mathematical Instruction.

Shirvani, Nematullah (2015). The relationship between learning styles and creativity with the academic achievement of mathematics course of high school students in Ghaemiyeh city. Thesis of Islamic Azad University, Marvdasht Branch, Faculty of Basic Sciences. [Persian]