

## جریان آرام جابجایی توام در یک محفظه کم عمق با دیواره های متحرک در بالا و پایین آن

آرش کریمی پور<sup>۱</sup>، بهزاد قاسمی<sup>۲</sup>  
arashkarimipour@gmail.com

### چکیده

در این مقاله بررسی عددی جریان آرام جابجایی توام سیال در داخل یک محفظه مستطیل شکل کم عمق با دو دیواره متحرک و نسبت طول به عرض  $AR=5$  انجام می شود. اثرات جابجایی آزاد ناشی از دیواره داغ پایین نسبت به دیواره سرد بالا در محفظه بوجود می آید. همچنین دیواره های افقی محفظه در جهت های متفاوتی به صورت افقی حرکت می کنند و دیواره های عمودی محفظه عایق در نظر گرفته می شوند. گسسته سازی معادلات حاکم بر جریان به روش حجم محدود انجام می شود. مشخصات جریان و انتقال حرارت سیال در محدوده معینی از عدد ریچاردسون و عدد گرافش به صورت  $10^{-3} \leq Ri = Gr / Re^2 \leq 10^3$  و  $Gr = 10^4$  تحلیل می شود، در حالیکه دیواره بالا همواره به سمت راست و دیواره پایین محفظه در دو جهت متفاوت افقی حرکت می کند. عدد پرانتل سیال مورد استفاده در این پژوهش برابر با  $0.7$ ،  $10$  و  $100$  در نظر گرفته می شود. تغییرات خطوط جریان و خطوط همدمای و عدد نوسلت در این بررسی به ازای مقادیر متفاوت اعداد بدون بعد ارائه خواهد شد.

### کلید واژه :

عدد ریچاردسون- جابجایی توام- محفظه کم عمق- دیواره های متحرک- عدد نوسلت.

۱- دانشجوی دکتری- دانشگاه سیستان و بلوچستان

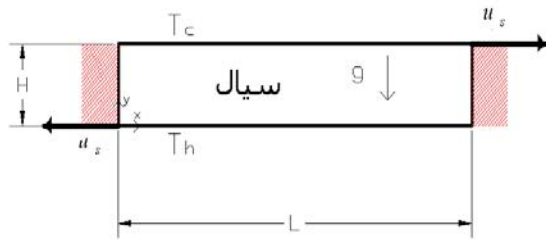
۲- استادیار- دانشگاه شهرکرد

## ۱- مقدمه

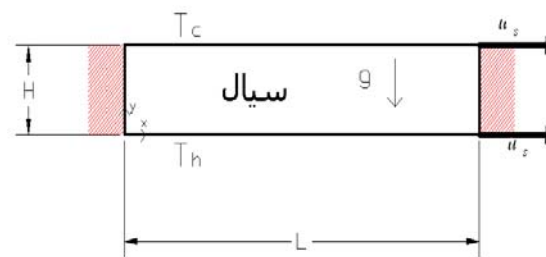
جابجایی آزاد یکی از روشهای معروف انتقال حرارت می باشد که تاکنون بسیار مورد توجه محققین بوده است و تحقیقات زیادی در مورد آن نیز انجام شده است. از آن جمله جریان جابجایی آزاد بین دو صفحه عمودی و موازی با هم را می توان به عنوان یکی از ساده ترین هندسه های مربوط به جابجایی آزاد در نظر گرفت که تحقیقات زیادی هم در مورد آن انجام شده است. از آن جمله پژوهشی است که ناکامورا<sup>۱</sup> [۱] در این زمینه انجام داده است و به بررسی اثر اختلاف دما در ایجاد حرکت های غوطه وری در سیال پرداخته است. وی در تحقیق خود با استفاده از تقریب بوزینسک و حل عددی معادلات ناویر استوکس تغییرات جریان سیال را پیش بینی نموده و نرخ انتقال حرارت از سیال که ناشی از جابجایی آزاد می باشد را بررسی نموده است. در ادامه محققین به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد در محفظه های مکعب و مستطیل شکل با شرایط مرزی متفاوت روی آورده اند. به عنوان مثال جریان یک سیال نیوتنی درون محفظه ای را در نظر بگیرید به طوریکه دیواره های افقی آن عایق بوده و دیواره های عمودی آن در دو دمای ثابت و متفاوت نگاه داشته شود [۲ و ۳]. در این حالات نیز در اثر اختلاف دمای موجود بین دیواره های محفظه حرکت های غوطه وری در سیال داخل محفظه بوجود خواهد آمد. واضح است که هر چه اختلاف دمای دیواره های محفظه بیشتر باشد جابجایی آزاد قدرت بیشتری خواهد داشت. بنابراین در تحقیقات مذکور با تعریف عدد بدون بعد رایلی به صورت  $Ra = Gr.Pr$  شدت حرکت های غوطه وری به صورت تابعی از اختلاف دمای دیواره ها و خواص دیگر سیال، مشخص شده است و رفتار سیال به ازای مقادیر متفاوت رایلی به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفته است. بررسی جابجایی آزاد در محفظه هایی که به صورت دیفرانسیلی از طریق یک منطقه خاص و محدود از نواحی مرزی خود گرم می شوند نیز از جمله موضوعاتی است که مورد توجه محققین بوده است [۴]. بر اساس نتایج حاصل دیده شده است که که تعویض دمای دیواره های عمودی در انتقال حرارت جابجایی آزاد متوسط از محفظه اثری نداشته بلکه هر چه جوهی که به صورت دیفرانسیلی گرم می شوند، به کف محفظه نزدیک تر باشند، نرخ انتقال حرارت در محفظه افزایش می یابد. تاکنون حالت هایی از جابجایی آزاد مورد بررسی قرار گرفته است که در آنها همواره دمای یک یا چند سطح محفظه به صورت ثابت در نظر گرفته شده است. بررسی حالت هایی که در آنها به جای دمای ثابت از وجود یک پروفیل دمای پریودیک (تابع زمان) روی دیواره های محفظه استفاده شده باشد نیز از موضوعات مورد علاقه محققین بوده است. جابجایی آزاد در یک محفظه مستطیل شکل دو بعدی را

در نظر بگیرید در حالیکه دیواره بالایی دارای پروفیل دمای سینوسی بوده و سایر دیواره ها عایق می باشند [۵]. در این حالت بررسی رفتار سیال داخل محفظه به ازای فرکانسهای مختلف دمای وجه دما ثابت، از اهداف پروژه مورد بحث می باشد. در این حالت سیال پس از طی حالت گذرا به یک حالت پریودیک دائمی می رسد به این معنی که رفتار سیال در هر پریود زمانی تکرار خواهد شد. در این تحقیق نتایج حاصل، تشکیل لایه مرزی حرارتی و اثر آن را در نزدیک دیواره بالایی به خوبی نشان می دهد. در سالهای اخیر بررسی جابجایی آزاد در محفظه ها در حالتی بیشتر مورد توجه بوده است که علاوه بر وجود یک پروفیل پریودیک دما روی یک یا چند وجه محفظه، وجوه دیگر به صورت شار ثابت در نظر گرفته شود که این شار ورودی می تواند به صورت دیفرانسیلی روی قسمتی از یک وجه و یا به صورت محدوده ای از یک وجه اعمال شود [۶ و ۷]. پس از بررسی جابجایی آزاد در هندسه ها و شرایط مرزی متفاوت محققان زیادی برای بررسی میزان قدرت جابجایی آزاد در مقایسه با جابجایی اجباری به تحقیق پیرامون جابجایی توام روی آوردند. برای ایجاد جابجایی توام در جریان یک سیال روش های متفاوتی وجود دارد. معمول ترین این روشها ایجاد سرعت توسط عامل خارجی درون سیال می باشد. به عنوان مثال جابجایی توام در جریان عبوری از روی یک صفحه متخلخل افقی که توسط براز<sup>۲</sup> [۸] انجام شده است را در نظر بگیرید. در این تحقیق اثر عدد پکلت و رایلی روی جریان و توزیع دما مشخص گردیده است. نمونه دیگری از ایجاد جریان جابجایی توام با ورود سیال گرم از یک طرف و خروج آن از طرف دیگر در داخل یک محفظه تولید خواهد شد [۹ و ۱۰]. در این حالت جریان مشابه با جریان داخل یک کانال خواهد بود و اثر جابجایی آزاد ناشی از اختلاف چگالی سیال و اثر جابجایی اجباری ناشی از ورود و خروج سیال مورد ارزیابی و مقایسه قرار می گیرد. در این حالت می توان شرایط مرزی روی دیواره محفظه را نیز به اشکال مختلفی همانند آنچه در قسمتهای پیشین ذکر شد در نظر گرفت. مثلاً از وجود یک پروفیل دمای سینوسی و یا یک پروفیل نوسانی شار ورودی به سیال استفاده نمود و یا یکی از وجوه را به صورت عایق حرارتی در نظر گرفت. تاکنون برای ایجاد جریان جابجایی توام در سیال درون محفظه فرض شده است که سیال از یک طرف به محفظه وارد و از طرف دیگر خارج می شود. راه دیگر برای ایجاد جابجایی توام در داخل سیال درون یک محفظه، به حرکت واداشتن یک یا چند وجه محفظه می باشد. در این حالت تنش برشی وارد شده از طرف وجه متحرک به سیال مجاور آن باعث حرکت سیال در داخل محفظه شده و در نهایت منجر به ایجاد حرکت های اجباری در داخل سیال می شود به اضافه اینکه به علت وجود اختلاف دمای دیواره های محفظه، حرکت های

خواص سیال ۲ حالت متفاوت در نظر گرفته می شود شکلهای (۱) و (۲). در کلیه حالات ابعاد محفظه ثابت بوده و نسبت طول به عرض آن  $AR = L/H = 5$  است. در هر حالت جهت خاصی برای لغزش دیواره های افقی در نظر گرفته می شود و نتایج با هم مقایسه می گردند. همانگونه که در شکلهای مذکور مشخص است جهت اجتناب از زیاده گویی از این پس وقتی دیواره بالا به راست و دیواره پایین به چپ بلغزد حالت A، و وقتی دیواره بالا و پایین هر دو به راست بلغزند حالت B، گفته می شود. در انتها به منظور بررسی اثر تغییر عدد پراتل در جابجایی توام در محفظه، رفتار سیال به ازای چند عدد پراتل متفاوت مورد بررسی و مقایسه قرار می گیرد. ( $Pr=0.7, 10, 100$ )



شکل (۱): تصویر شماتیک محفظه در حالت A



شکل (۲): تصویر شماتیک محفظه در حالت B

در بررسی های فوق جریانهای جابجایی آزاد در قالب عدد گراشف،  $Gr = 10^4$ ، ثابت است و با تغییر عدد ریچاردسون در محدوده  $10^{-3} \leq Ri = Gr/Re^2 \leq 10^3$  اثر دامنه سرعت دیواره بررسی می شود.

### ۳- معادلات حاکم و روش حل

با اعمال تغییر متغیرهای به شرح زیر می توان معادلات ناویر استوکس را به فرم بدون بعد تبدیل کرد.

#### مختصات بدون بعد

$$Y = y/H, X = x/H \quad (1)$$

غوطه‌وری ناشی از اختلاف چگالی سیال نیز در داخل محفظه بوجود می آید و در نهایت در داخل محفظه جابجایی توام (ترکیب جابجایی آزاد و اجباری) بوجود خواهد آمد. مساله بررسی جابجایی توام در محفظه های بسته با توجه به کاربرد آن در صنعت به تدریج مورد توجه قرار گرفته است. این حالت از انتقال حرارت در طراحی سیستمهای روغن کاری و ساخت کلکتورهای خورشیدی و یا در ساخت مبدل های حرارتی دارای کاربرد می باشد. محفظه ای دو بعدی مربع شکل که دیواره های عمودی دما ثابت (در دو دمای متفاوت) و متحرک (با سرعت ثابت) در جهت عمودی دارد، و دیواره های افقی آن عایق می باشند توسط ازتوپ<sup>۱</sup> [۱۱] مورد بررسی قرار گرفته شده است. وی اثر جهت حرکت دیواره های محفظه را در جابجایی توام مورد بررسی و مقایسه قرار داده و همچنین به بررسی اثر شدت سرعت حرکت دیواره متحرک در میزان قدرت جابجایی توام پرداخته است. بدین منظور ایشان رفتار سیال را در محفظه مذکور در محدوده مشخصی از عدد ریچاردسون مورد بررسی قرار داده است. در سال ۲۰۰۷ شریف<sup>۲</sup> جابجایی توام در محفظه ای مستطیل شکل را که دیواره بالایی آن با سرعت ثابت حرکت می کند مورد بررسی قرار داده است [۱۲]. وی در ادامه اثر نسبتهای شکلی مختلف محفظه بر جابجایی توام را نیز مورد مطالعه قرار داده است. بررسی جابجایی توام در محفظه با دیواره متحرک نوسانی نیز مورد توجه محققین بوده است [۱۳]. در پژوهش مذکور تنها یکی از دیواره ها با زمان نوسان داشته و اثر تغییر فرکانس نوسان بر رفتار سیال مورد مطالعه قرار گرفته است. بر اساس نتایج حاصل مشخص گردید در اعداد ریچاردسون بزرگتر از یک جابجایی آزاد و در اعداد ریچاردسون کوچکتر از یک جابجایی اجباری بر رفتار سیال حاکم خواهد بود.

در ادامه بررسی های انجام شده قصد داریم جریان جابجایی توام آزاد و اجباری در محفظه ای مربع- مستطیل شکل را مورد تحلیل قرار دهیم. این محفظه دارای دو وجه متحرک دما ثابت بوده و اثر جهت حرکت دیواره های متحرک در محدوده مشخصی از عدد ریچاردسون بر رفتار سیال مورد بررسی قرار می گیرد.

### ۲- بیان مساله

محفظه ای مستطیل شکل را در نظر می گیریم که دیواره های عمودی آن عایق است و دیواره های افقی آن متحرک و در دو دمای ثابت و متفاوت قرار دارند. (دیواره پایین داغ و دیواره بالا سرد فرض می شود). می خواهیم با حل عددی معادلات پیوستگی، ممنوم و انرژی سیال، توزیع سرعت و دما و نرخ انتقال حرارت را پیش بینی نماییم. در این حالت به منظور بررسی اثر جهت لغزش دیواره ها در

جابجایی اجباری پرداخته می شود. در این حالت از جابجایی آزاد کاملاً چشم پوشی شده و تنها مکانیزم انتقال حرارت به صورت جابجایی اجباری در نظر گرفته می شود، لذا بیشینه سرعتی که در سیال بوجود خواهد آمد، برابر با  $u_s$  ( برابر با سرعت حرکت دیواره متحرک ) می باشد. بنابراین این پارامتر جهت معرفی بیشینه عدد رینولدز، مورد استفاده قرار می گیرد. قبلاً گفته شد که  $H$  نیز به عنوان طول مشخصه انتخاب شده است. لذا رینولدز را می توان به صورت  $Re = u_s H / \nu$  تعریف نمود. این نوع تعریف عدد رینولدز در واقع تعریف بیشینه مقدار ممکن برای عدد رینولدز سیال داخل محفظه در حالت حاکمیت جابجایی اجباری می باشد، و با توجه به مقدار کم  $u_s$  و  $H$  در این حالت نیز رژیم سیال به صورت آرام باقی خواهد ماند. بنابراین جریان سیال در هر دو حالت مذکور به صورت آرام بوده و می توان جریان را در حالت جابجایی توام نیز به صورت آرام در نظر گرفت.

در نهایت به منظور بررسی اثر جابجایی آزاد و اجباری به صورت توام، پارامتر بی بعد ریچاردسون به صورت  $Ri = Gr / Re^2$  تعریف می شود، که می توان آنرا مبنای تحلیل مساله قرار داد. با اعمال فرض تقریب بوزینسک و سیال نیوتنی و جریان دوبعدی و با استفاده از معادلات ناویر استوکس و معادلات (۱ تا ۵) معادلات اساسی حاکم بر جریان سیال را می توان به صورت بدون بعد زیر تقسیم بندی نمود:

#### پیوستگی

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (6)$$

#### ممنتوم X

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (7)$$

#### ممنتوم Y

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Gr}{Re^2} \theta \quad (8)$$

#### انرژی سیال

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (9)$$

در خصوص شرایط مرزی هیدروپنماتیکی روی همه ی دیواره های ساکن  $U=0$  و  $V=0$  در نظر گرفته می شود. در مورد شرایط مرزی حرارتی  $\partial \theta / \partial X = 0$  روی دیواره های عمودی عایق و  $\theta = 0$

#### مولفه های بدون بعد سرعت

$$V = v / u_s \quad \text{و} \quad U = u / u_s \quad (2)$$

#### دمای بدون بعد

$$\theta = (T - T_c) / (T_h - T_c) \quad (3)$$

#### فشار بدون بعد

$$\bar{P} = P + \rho gh \quad \text{و} \quad P_m = P - P_0 \quad (\text{فشار اصلاح شده می باشد})$$

$$P = \bar{P} / \rho u_s^2 \quad (4)$$

#### زمان بدون بعد

$$\tau = \frac{tu_s}{H} \quad (5)$$

در روابط فوق  $u_s$  سرعت ثابت حرکت دیواره ،  $Re = u_s H / \nu$  عدد رینولدز،  $Pr = \nu / \alpha$  عدد گراشف،  $Gr = g \beta H^3 (T_h - T_c) / \nu^2$  عدد پرائنل و  $Ri = Gr / Re^2$  عدد ریچاردسون می باشد.

همانگونه که مشاهده شد ارتفاع محفظه ( $H$ ) به عنوان طول مشخصه جهت بی بعد کردن مختصات محفظه ( $x, y$ ) استفاده می شود. واضح است که انتخاب طول مشخصه دلخواه می باشد. یعنی می توان  $L$  یا  $H$  و یا هر پارامتر دیگری که بیانگر مختصه مکانی باشد را به عنوان طول مشخصه انتخاب نمود. ولی آنچه مهم است این است که هر پارامتری که به این منظور انتخاب شد باید مبنای محاسبات بعدی نیز قرار گیرد. در این پژوهش در جهت ساده سازی بیشتر ( $H=1, L=5$ ) و به صورت کاملاً دلخواه پارامتر  $H$  به عنوان مبنای طول مشخصه جهت بی بعد سازی مختصات مکانی به صورت  $Y = y / H, X = x / H$  انتخاب شده است، به همین دلیل این پارامتر بایستی حتماً در ادامه حل مساله برای بی بعد سازی سایر پارامترها مورد استفاده قرار گیرد. از طرفی دیواره های متحرک با سرعت ثابت  $u_s$  حرکت می کنند. در اینجا نیز می توان از این پارامتر جهت بی بعد سازی مولفه های سرعت سیال به صورت معادله (۲) استفاده نمود.

اکنون می توان توضیحاتی در مورد نحوه بی بعد سازی  $Re$  و  $Gr$  ارائه نمود. در مسائلی که در آنها جابجایی توام مورد بررسی قرار می گیرد، عدد گراشف بیانگر میزان قدرت جابجایی آزاد و عدد رینولدز بیانگر میزان قدرت جابجایی اجباری می باشد. بنابراین تعریف فوق رفتار سیال و رژیم حاکم بر آن به صورت مجزا بررسی می شود. به این معنی که باید رژیم آرام یا معشوش بودن سیال را تحت هر یک از مکانیزمهای انتقال حرارت (جابجایی آزاد یا اجباری) به صورت جداگانه تحلیل نموده و در نهایت نتایج را با یکدیگر ادغام نمود. ابتدا به بررسی جابجایی آزاد پرداخته می شود. همانطور که پیشتر گفته شد در این مقاله همواره  $Gr = 10^4$  در نظر گرفته می شود. می دانیم به ازای چنین مقداری از عدد گراشف سیال همواره دارای جابجایی آزاد با رژیم آرام خواهد بود [۱۴]. اکنون به بررسی

بالایی به طرف راست با سرعت ثابت می لغزد. به منظور مقایسه نتایج حاصل از کد کامپیوتری مورد استفاده در مقاله حاضر با نتایج مرجع [۱۲]، در شکل (۳) مقدار نوسلت متوسط روی دیواره گرم به ازای اعداد متفاوت ریچاردسون در حالتی که شیب محفظه مورد بررسی توسط شریف برابر با صفر باشد، آورده شده است. مشاهده گردید که نتایج حاصل از کد تهیه شده در تحقیق حاضر با آنچه در مرجع [۱۲] آورده شده است تفاوت بسیار کمی دارد.

#### ۴- نتایج

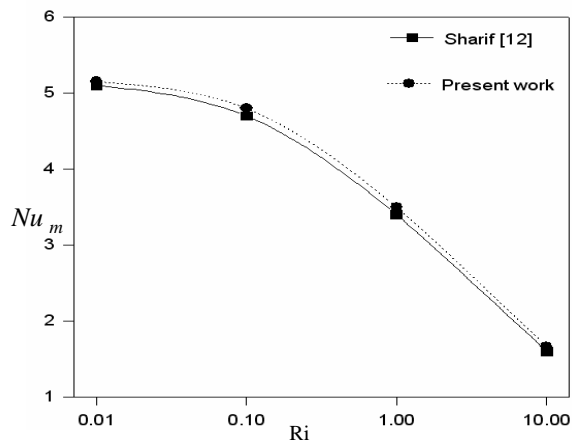
پس از اطمینان از عملکرد برنامه اجرایی مختلف انجام گرفت. با توجه به تعریف عدد ریچاردسون  $Ri = Gr/Re^2$ ، در مقادیر کوچک Ri جابجایی اجباری و در مقادیر بزرگ Ri جابجایی آزاد و اگر Ri از مرتبه یک باشد هر دو مکانیزم حاکم بر جریان سیال خواهد بود.

#### الف- بررسی اثر جهت لغزش دیواره ها:

در این حالت به منظور بررسی اثر جهت لغزش دیواره ها در خواص سیال دو حالت متفاوت در نظر گرفته می شود شکلهای (۱ و ۲). در کلیه حالات ابعاد محفظه ثابت بوده و نسبت طول به عرض آن  $AR = L/H = 5$  است. در هر حالت جهت خاصی برای لغزش دیواره های افقی در نظر گرفته می شود و نتایج با هم مقایسه می گردند. در این قسمت  $Pr=0.7$  در نظر گرفته می شود.

#### حالت A

محفظة ای به شکل (۱) را در نظر بگیرید. در این حالت دیواره بالایی با سرعت ثابت به سمت راست و دیواره پایینی با سرعت مساوی ولی به سمت چپ لغزیده می شود. در شکل (۴) خطوط جریان به ازای اعداد متفاوت ریچاردسون در این محفظه آورده شده است.



شکل(۳): کنترل عملکرد برنامه از مقایسه با نتایج مرجع [۱۲]

روی دیواره افقی سرد و  $\theta = 1$  روی دیواره افقی گرم تعریف می شود.

میزان نرخ انتقال حرارت روی هر یک از دیواره های افقی را می توان در قالب عدد نوسلت موضعی روی آن دیواره تعریف نمود. رابطه نوسلت موضعی روی دیواره بالایی را می توان به صورت زیر بیان نمود:

$$Nu_x = -H \frac{1}{T_h - T_c} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=H} = -H \frac{\partial \theta}{\partial y} \Big|_{y=H} = -\frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=1} \quad (10)$$

با انتگرال گیری از رابطه فوق روی سطح، نوسلت متوسط،  $Nu_m$  بدست می آید.

$$Nu_m = \frac{1}{1 \times L} \int_0^L Nu_x dx = \frac{1}{AR} \int_0^{AR} \left( -\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=1} dX \quad (11)$$

برای حل عددی معادلات (۶) تا (۹) از روش عددی اختلاف محدود مبتنی بر حجم معیار در یک شبکه بندی متحول و غیر یکنواخت و الگوریتم سیمپل استفاده شده است. برای اجرای الگوریتم فوق نیز برنامه ای به زبان فرترن تهیه شده است که معادلات در این برنامه با استفاده از روش تکرار خط به خط حل شده اند.

برای انتخاب شبکه مناسب حل، ابتدا با توجه به ابعاد محفظه ( $AR=5$ ) بررسی روی اثر تعداد نقاط شبکه در پارامترهای جریان انجام گرفت. در جدول (۱) مقدار نوسلت متوسط روی دیواره بالایی محفظه و تابع جریان بیشینه سیال به ازای تعداد متفاوت نقاط شبکه در  $Ri=1$  در حالتی که دیواره بالا به راست و دیواره پایین به سمت چپ لغزانده شوند، آورده شده است. با توجه به اینکه در یک حالت مشخص اعداد نوسلت متوسط و بیشینه تابع جریان بدست آمده با شبکه  $140 \times 28$  و شبکه  $120 \times 24$  اختلافی کم در حدود 0.7 درصد داشتند که قابل چشم پوشی است، شبکه غیر یکنواخت  $120 \times 24$  دارای خطای قابل قبولی جهت اجرای برنامه شناخته شد.

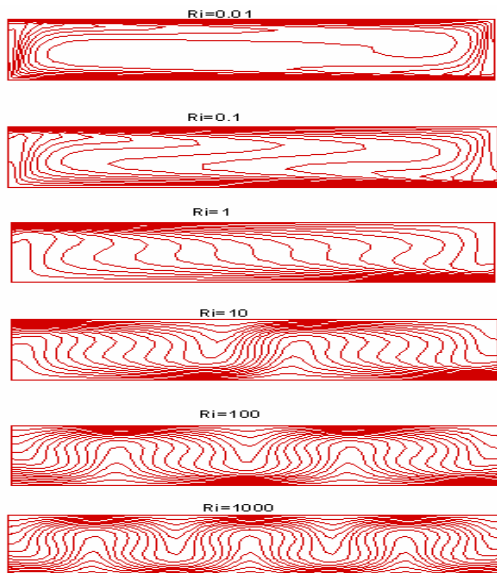
جدول (۱):  $Nu_m$  و  $\psi_{max}$  به ازای تعداد متفاوت نقاط شبکه در  $Ri=1$  در حالتیکه دیواره بالا به راست و دیواره پایین به سمت چپ لغزانده شوند.

تعداد نقاط شبکه	$Nu_m$	$\psi_{max}$
110×22	2.790	0.385
120×24	2.99	0.303
140×28	3.01	0.301

جهت بررسی عملکرد کد کامپیوتری مقایسه ای با کار انجام شده در مرجع [۱۲] توسط شریف، صورت گرفته است. در این مقاله محفظه ای مستطیل شکل با دیواره های عمودی عایق در نظر گرفته شده است. دیواره های افقی در دو دمای متفاوت قرار داشته، و دیواره

در این شکل نیز تراکم خطوط همدمای در  $Ri=0.01$  در نزدیک سطح های بالا و پایین بیشتر است. با افزایش ریچاردسون رفته رفته تراکم خطوط همدمای در نواحی مرکزی محفظه افزایش می یابد ولی شکل تغییرات این خطوط با شیب زیادی همراه است تا اینکه در  $Ri=1$  خطوط همدمای در مرکز محفظه تقریباً به حالت عمودی در می آید.

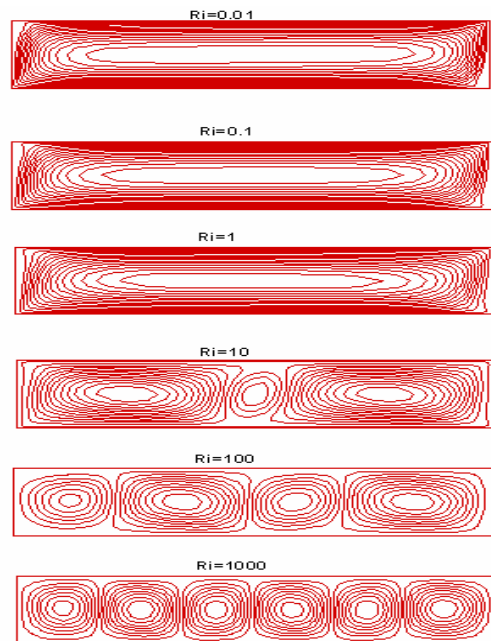
در این حالت تراکم این خطوط در گوشه سمت راست پایین و گوشه سمت چپ بالا بیشتر از سایر نواحی می باشد. اگر عدد ریچاردسون را باز هم افزایش دهیم، مشاهده می شود که خطوط همدمای از قسمت مرکزی محفظه شروع به تغییر شکل داده که با افزایش مستمر  $Ri$  این تغییر شکلها به نحو کاملاً محسوسی درون محفظه دیده می شود. در مقادیر ( $Ri=100$  و  $Ri=1000$ ) شکل خطوط همدمای محفظه دارای محور تقارن عمودی می شود.



شکل (۵): تغییرات خطوط همدمای به ازای مقادیر مختلف عدد ریچاردسون در حالت A (حرکت دیواره بالا به سمت راست و دیواره پایین به سمت چپ)

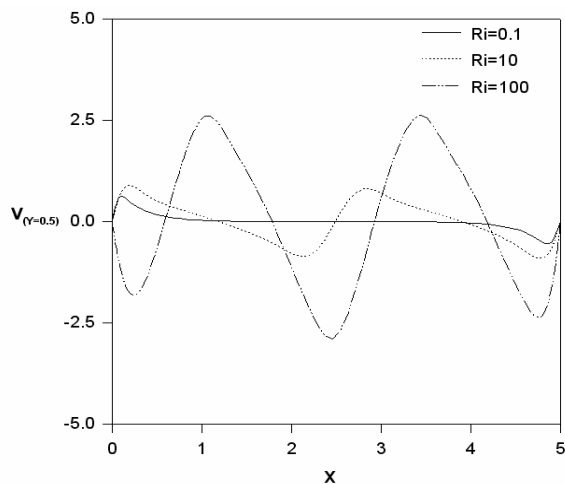
در ادامه به بررسی اثر تغییر ریچاردسون در نرخ انتقال حرارت می پردازیم. در شکل (۶) مقدار نرخ انتقال حرارت موضعی روی سطح بالایی در قالب عدد نوسلت موضعی ترسیم شده است. همانگونه که در این شکل مشاهده می شود در  $Ri=0.1$  بیشینه نوسلت موضعی در حوالی محدوده  $X=0$  قرار دارد و با افزایش  $X$  از مقدار آن کم شده تا در انتهای صفحه به کمینه مقدار خود برسد.

همانگونه که در این شکل مشاهده می شود در مقادیر کم ریچاردسون ( $Ri=0.01$  تا  $Ri=1$ ) گردابه ای بزرگ کل محفظه را در بر گرفته است که تراکم خطوط آن در نزدیک وجوه دما ثابت بالا و پایین بیشتر است. چون در این حالات با توجه به کم بودن مقدار  $Ri$  و غالب بودن جابجایی اجباری می توان گفت که حرکت وجوه بالا و پایین بیشترین نقش را در رفتار سیال دارد، لذا با توجه به جهت حرکت این دو وجه تنش های برشی اعمال شده از این وجوه به سیال، گردابه ای به شکل مذکور بوجود می آورد.

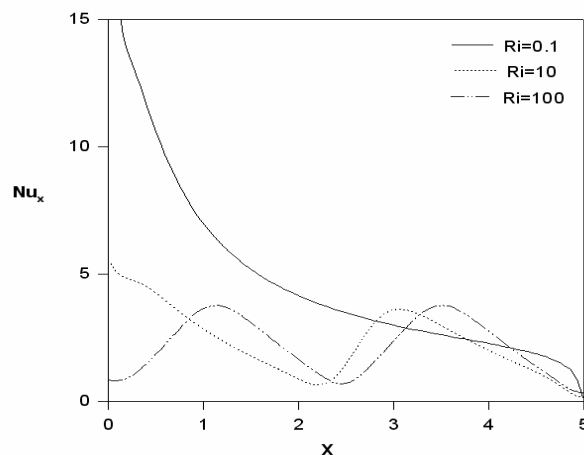


شکل (۴): تغییرات خطوط جریان به ازای مقادیر مختلف عدد ریچاردسون در حالت A (حرکت دیواره بالا به سمت راست و دیواره پایین به سمت چپ)

با افزایش  $Ri$  و کاهش قدرت جابجایی اجباری (کاهش سرعت حرکت دیواره) نیروهای غوطه وری کم کم قدرت بیشتری پیدا می کنند و همانطور که مشاهده می شود، این امر باعث بوجود آمدن گردابه های کوچک و محلی می شود. این گردابه ها از مرکز محفظه شروع به تشکیل شدن می کنند ( $Ri=1$ ) و با افزایش  $Ri$  قدرت آنها نیز زیاد می شود تا اینکه در ریچاردسون های بالا در محفظه گردابه هایی تقریباً مشابه و کوچک بوجود می آید که این امر حاکمیت نیروهای غوطه وری و کم اثر بودن حرکت وجوه در این حالات را اثبات می کند، در شکل (۵) خطوط همدمای در اعداد ریچاردسون قبلی رسم شده است.



شکل (۷): پروفیل مولفه عمودی سرعت بی بعد سیال،  $V$ ، روی محور افقی مرکزی،  $Y=0.5$ ، به ازای اعداد ریچاردسون متفاوت در حالت A (حرکت دیواره بالا به سمت راست و دیواره پایین به سمت چپ)



شکل (۶): تغییرات نوسلت موضعی روی دیواره بالایی در حالت A (حرکت دیواره بالا به سمت راست و دیواره پایین به سمت چپ)

بعلاوه در این حالت شکل نمودار در وسط صفحه یک پرش به سمت بالا خواهد داشت. اگر باز هم  $Ri$  را افزایش دهیم، سرانجام شکل پروفیل سرعت بصورت نوسانی می شود که مقدار کمینه آن در وسط صفحه می باشد. بنا براین می توان نتیجه گرفت با افزایش  $Ri$  تغییرات سرعت زیاد شده و نوساناتی در آن دیده می شود. علت این امر با توجه به خطوط جریان رسم شده در شکل (۴) قابل توجیه است. کاهش سرعت حرکت سطوح بالا و پایین و در نتیجه افزایش  $Ri$  باعث می شود که در شکل (۴) گردابه های چرخشی مجزا در محفظه تشکیل شوند.

بنابراین هر چه  $Ri$  زیاد شود می توان نتیجه گرفت که در اکثر موارد گردابه های چرخشی کوچک و مجزایی در محفظه به علت جابجایی آزاد بوجود می آید. این گردابه ها با افزایش  $Ri$  با سرعت بیشتری حرکت چرخشی خواهند داشت. در مواردی که  $Ri$  کوچک باشد رفتار سیال تحت تاثیر لغزش دیواره ها قرار گرفته و می توان گفت که یک گردابه قوی که در اثر حرکت دیواره های محفظه بوجود می آید کل سیال درون محفظه را به چرخش وا می دارد.

#### حالت B

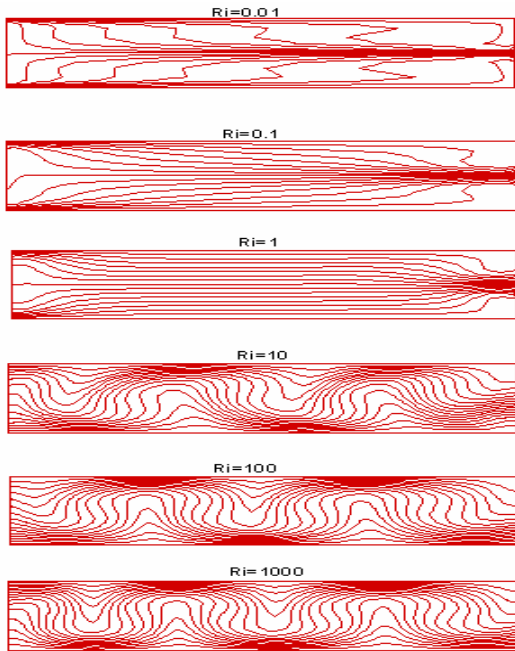
محفظه ای به شکل (۲) را در نظر بگیرید. تفاوت این قسمت با حالت A فقط در تغییر جهت لغزش دیواره پایین می باشد، به این ترتیب که دیواره های بالا و پایین هر دو به طرف راست حرکت می کنند. در شکل (۸) گردابه های ناشی از خطوط جریان به ازای اعداد متفاوت ریچاردسون آورده شده است. با دنبال کردن نمودارهای خطوط جریان، دیده می شود که در ( $Ri=0.01$  تا  $Ri=1$ ) دو گردابه چرخشی بزرگ کل محفظه را پوشانده است.

کاهش نوسلت موضعی ابتدا با شیب زیادی و در ادامه با شیب کمتر انجام می شود. اگر  $Ri$  را افزایش دهیم ( $Ri=10$ ) مقدار بیشینه نوسلت افت زیادی می کند و با افزایش  $X$  مجدداً شروع به کاهش می نماید با این تفاوت که در حوالی وسط صفحه نمودار نوسلت موضعی یک پرش به بالا انجام می دهد و دوباره روند کاهشی خود را ادامه می دهد تا در انتهای صفحه کمینه شود.

اگر ریچاردسون را باز هم افزایش دهیم روند تغییرات نمودار مذکور کاملاً نوسانی می شود به نحوی که مقادیر کمینه آن در ابتدا و انتها و وسط صفحه قرار می گیرد. با مراجعه به خطوط همدمها در این حالت دیده می شود که در این سه نقطه خطوط همدمها در مجاور دیواره تراکم کمی دارند. از مقایسه سه دیاگرام رسم شده در شکل (۶) در می یابیم که هر چه ریچاردسون افزایش یابد مقدار بیشینه نوسلت موضعی کمتر می شود تا اینکه سرانجام در ریچاردسونهای خیلی بالا مقدار مذکور تفاوت چندانی نخواهد داشت. بنابراین میتوان گفت که هر چه  $Ri$  کمتر باشد (حاکمیت جابجایی اجباری) نرخ انتقال حرارت بیشتر است و با افزایش  $Ri$  نرخ انتقال حرارت شروع به کاهش می کند.

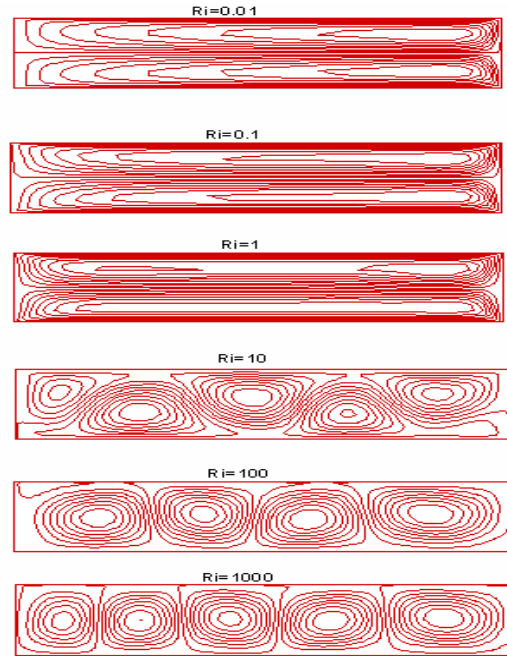
به منظور بررسی کمی پروفیل های سرعت، در شکل (۷) پروفیل مولفه عمودی سرعت بی بعد سیال،  $V$ ، روی محور افقی مرکزی،  $Y=0.5$ ، به ازای اعداد ریچاردسون متفاوت رسم شده است. مشاهده می شود که در  $Ri=0.1$  اندازه این سرعت تقریباً صفر است، به جز ناحیه کوچکی در ابتدا و انتهای صفحه که دارای بیشینه و کمینه می شود. در  $Ri=10$  به جز در چند نقطه سرعت در هیچ کجا دیگر صفر نیست و مقادیر بیشینه و کمینه ابتدا و انتهای صفحه نیز افزایش می یابد.

مشاهده می شود که تراکم خطوط همدمها در ( $Ri=1$  تا  $Ri=0.01$ ) در نزدیک گوشه های سطح های بالا و پایین بیشتر است. در این محدوده خطوط همدم دارای تقارنی نسبت به محور افقی مرکزی محفظه هستند. در نواحی مرکزی محفظه خطوط همدمها در  $Ri=1$  پایین تقریبا عمودی هستند که با افزایش ریچاردسون در  $Ri=1$  این خطوط در نواحی مرکزی به صورت کاملا افقی در می آیند. با توجه به اینکه جهت انتقال حرارت عمود بر خطوط همدمها می باشد، می توان گفت در حالت اخیر انتقال حرارت درون محفظه در قسمتهای دورتر از دیواره ها به صورت یک بعدی و در جهت عمودی می باشد. با افزایش ریچاردسون رفته رفته تراکم خطوط همدمها در نواحی مرکزی محفظه افزایش می یابد. در مقادیر  $Ri=100$  و  $Ri=1000$  شکل خطوط همدمای محفظه دارای محور تقارن عمودی می شود.



شکل (۹): خطوط همدمها به ازای مقادیر متفاوت ریچاردسون در محفظه B (حرکت دیواره های بالا و پایین به سمت راست)

در ادامه در شکل (۱۰) مقدار نرخ انتقال حرارت موضعی روی سطح بالایی در قالب عدد نوسلت موضعی ترسیم شده است. در  $Ri=0.1$  نوسلت موضعی در  $X=0$  دارای مقدار زیادی بوده که با افزایش  $X$  کاهش می یابد. این رفتار با توجه به شکل خطوط جریان شکل (۸) قابل توجیه است که در آن دوگردابه چرخشی بزرگ حاکم بر رفتار سیال در کل محفظه می باشد و با افزایش  $Ri$  و تبدیل این دو گردابه به گردابه های مجزای کوچکتر نوساناتی در مقدار نوسلت موضعی در شکل (۱۰) دیده می شود.



شکل (۸): تغییرات خطوط جریان به ازای اعداد متفاوت ریچاردسون در حالت B (حرکت دیواره های بالا و پایین به سمت راست)

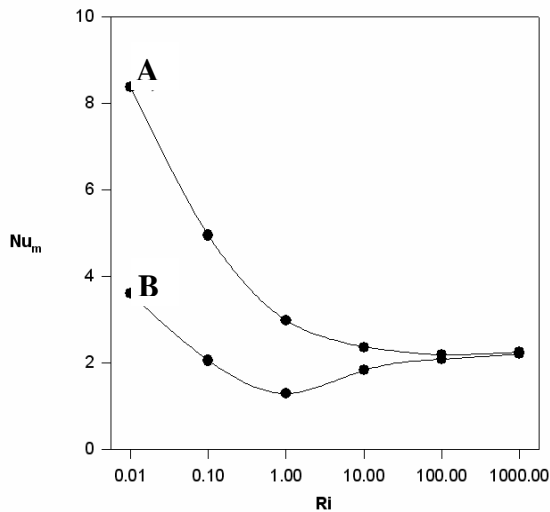
مرکزیت این گردابه ها به دیواره سمت راست نزدیک می باشد و تراکم خطوط آنها در مجاورت سطوح دما ثابت و متحرک بالا و پایین، بیشتر است. با افزایش  $Ri$  گردابه هایی به طور مجزا درون محفظه تشکیل می شود. تراکم مرکز این گردابه ها در نواحی مرکزی محفظه بیشتر است. با افزایش مجدد  $Ri$  قدرت و شکل این گردابه ها تقریبا یکسان شده به طوری که در  $Ri=1000$  چندین گردابه چرخشی مجزا و تقریبا یک شکل در محفظه بوجود می آید. همانطور که قبلا گفته شد با توجه به ثابت بودن عدد گراشف، ریچاردسون کم به معنی عدد رینولدز بالا می باشد. که این امر خود نشان دهنده افزایش سرعت حرکت سطوح است. بنابراین وقتی که  $Ri$  کم است به علت جهت لغزش دو سطح بالا و پایین (هر دو به طرف راست) تنشهای برشی شدیدی بر سیال وارد می شود که سیال را در قسمتهای بالا و پایین به طرف راست می کشد و برگشت این سیال دو گردابه قوی در کل محفظه بوجود می آورد. با افزایش  $Ri$  که به معنی کاهش سرعت حرکت سطوح است تنشهای برشی اعمال شده به سیال مجاور این دیواره ها کاهش یافته و نیروی غوطه وری بر رفتار سیال حاکم می شود. می دانیم که نیروی غوطه وری تنها به اختلاف ارتفاع بین سطح های داغ و سرد پایین و بالای محفظه بستگی دارد. بنابراین با افزایش  $Ri$  دو گردابه ای که به طور عمودی بر روی هم قرار داشتند جای خود را به چند گردابه کوچکتر می دهد که به طور افقی در کنار هم قرار دارند. در شکل (۹) خطوط همدمها به ازای مقادیر متفاوت ریچاردسون رسم شده است.



در محفظه کاهش می یابد و پس از یک نوسان کوچک سرانجام در حالتی که نیروهای غوطه وری بر انتقال حرارت درون محفظه حاکم شوند ( $Ri=1000$ ) نوسلت متوسط به سمت مقدار مشخصی میل کرده و با افزایش  $Ri$ ، دیگر تغییر نخواهد کرد. در تمامی حالات وقتیکه  $Ri$  را خیلی زیاد کنیم، قدرت انتقال حرارت از طریق حرکتهای غوطه وری زیاد می شود و می توان گفت جابجایی توام در این حالت به سمت جابجایی آزاد میل می کند.

در شکل (۱۲) مقدار تابع جریان بیشینه به ازای مقادیر متفاوت  $Ri$  در حالات مختلف رسم شده است.

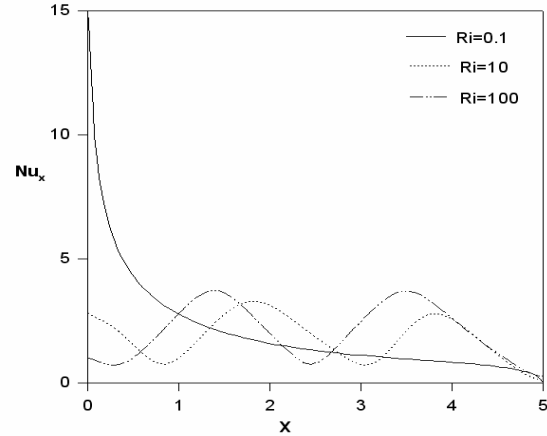
در این شکل دیده می شود که در تمامی حالات با افزایش  $Ri$  مقدار  $\psi_{max}$  نیز شروع به زیاد شدن می کند که در محدوده  $0.01 < Ri < 10$  افزایش  $\psi_{max}$  با شدت کمی انجام می شود. اگر مقدار ریچاردسون را باز هم افزایش دهیم نرخ رشد تابع جریان بیشینه با شدت بسیار بیشتری انجام می شود به طوری که در  $Ri=1000$  نمودار تقریباً به حالت عمودی در می آید.



شکل (۱۱): نوسلت متوسط دیواره بالایی به ازای مقادیر مختلف ریچاردسون در حالت های متفاوت

#### ب - بررسی اثر تغییر عدد پرانتل:

در این قسمت به منظور بررسی اثر تغییر عدد پرانتل سیال درون محفظه، در رفتار های حرارتی و حرکتی سیال سه حالت متفاوت در نظر می گیریم. با توجه به تعریف عدد پرانتل  $Pr = \nu/\alpha$ ، تغییر در عدد پرانتل می تواند به معنی تغییر در لزجت سینماتیکی سیال باشد. بدین منظور ابتدا  $Pr=0.7$  و سپس  $Pr=10$  و  $Pr=100$  در نظر گرفته می شود. در همه ی حالات فوق کلیه شرایط مرزی محفظه ثابت در نظر گرفته می شود. به عبارتی در این قسمت همواره شکل محفظه مطابق با حالت A (شکل ۱) بوده و دیواره بالایی به طرف راست و دیواره پایینی به طرف چپ حرکت می کند



شکل (۱۰): تغییرات نوسلت موضعی روی دیواره بالایی در حالت B (حرکت دیواره های بالا و پایین به سمت راست)

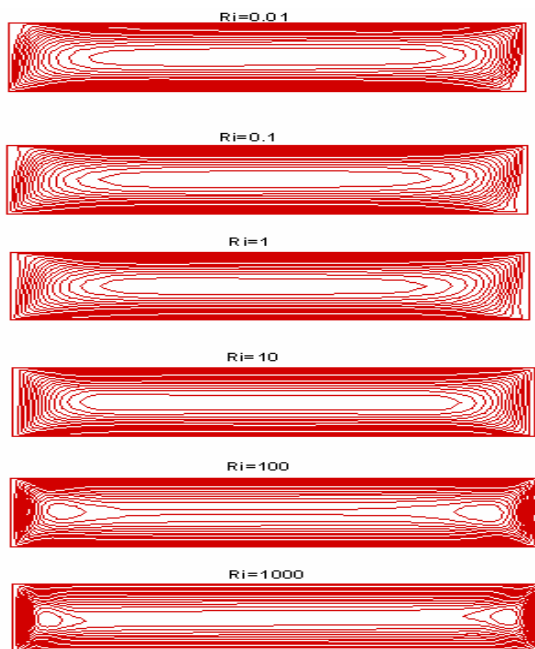
هر چه دامنه این نوسانات بیشتر باشد به این معنی است که گردابه های مجزای کوچک با شدت بیشتری حرکت چرخشی را انجام می دهند. در این حالت نیز دیده می شود که با کاهش ریچاردسون مقدار نرخ انتقال حرارت زیاد می شود که این افزایش در ریچاردسونهای کمتر از یک با شدت بیشتری انجام می شود.

#### مقایسه حالت های A و B

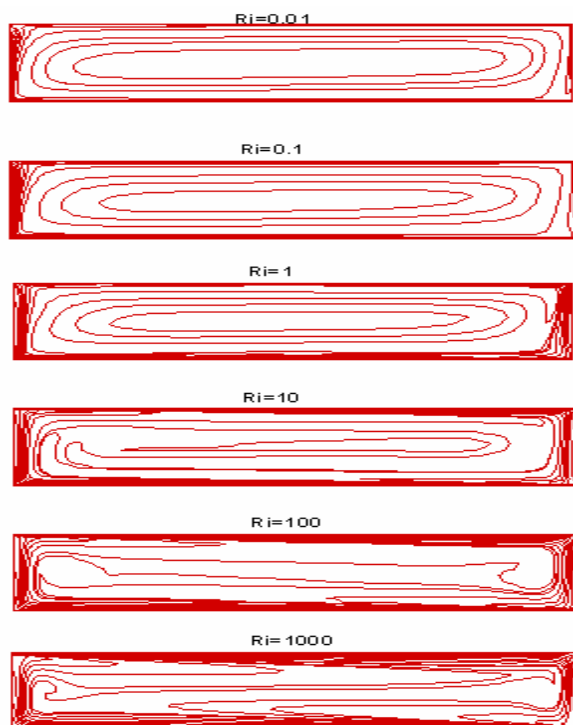
به منظور قیاس کردن حالت های A و B از نظر خواص انتقال حرارتی و حرکتی، از کمیت هایی نظیر نوسلت متوسط و تابع جریان بیشینه استفاده می شود. در شکل (۱۱) مقدار نوسلت متوسط محفظه روی دیواره بالایی به ازای مقادیر متفاوت  $Ri$  در حالات مختلف رسم شده است. در این شکل دیده می شود که در حالت A در  $Ri=0.01$  مقدار نوسلت متوسط دارای بیشینه مقدار خود است و با افزایش  $Ri$  مقدار مذکور شروع به کاهش می کند. در محدوده  $0.01 < Ri < 10$  کاهش مقدار نوسلت متوسط با شدت زیادی انجام می شود. اگر باز هم مقدار  $Ri$  را زیاد کنیم، مقدار نوسلت با شدت کمی مجدداً شروع به کاهش می کند تا اینکه در  $Ri=100$  مقدار نوسلت متوسط به سمت مقدار ثابتی میل کرده و با افزایش  $Ri$  کمیت مذکور همواره ثابت می ماند.

بنابراین می توان دریافت که با افزایش  $Ri$  که به معنی افزایش قدرت جابجایی آزاد در مقابل جابجایی اجباری می باشد انتقال حرارت در محفظه به شدت کاهش می یابد و این روند تا جایی ادامه پیدا می کند که تقریباً اثر جابجایی اجباری درون محفظه به صفر می رسد و این بدان معنی است که در این حالت سرعت حرکت دیواره های متحرک محفظه بسیار کم است. این امر باعث می شود که انتقال حرارت درون محفظه در این حالت صرفاً از طریق جابجایی آزاد انجام شود.

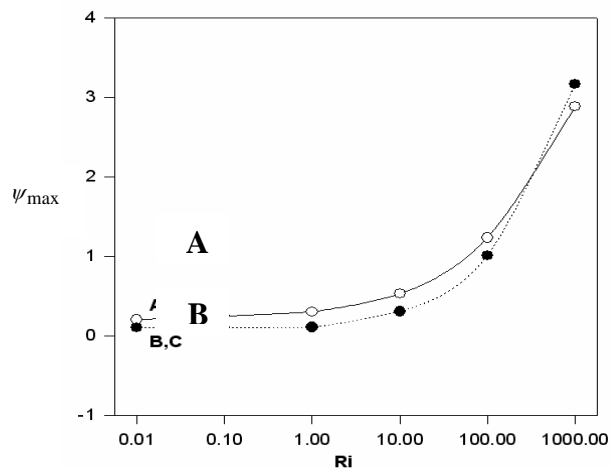
در حالت B نیز نمودار نوسلت متوسط در شکل (۱۱) رفتار مشابهی با حالت A دارد. به این ترتیب که با افزایش  $Ri$  نرخ انتقال حرارت



شکل (۱۳) : گردابه های ناشی از خطوط جریان به ازای مقادیر متفاوت  $Ri$  در حالت  $Pr=100$  (در حالت A)



شکل (۱۴) : خطوط همدمما به ازای مقادیر متفاوت ریچاردسون در حالت  $Pr=100$  (در حالت A)



شکل (۱۲) : تابع جریان بیشینه به ازای مقادیر متفاوت در حالت های متفاوت  $Ri$

### حالت اول : $Pr=0.7$

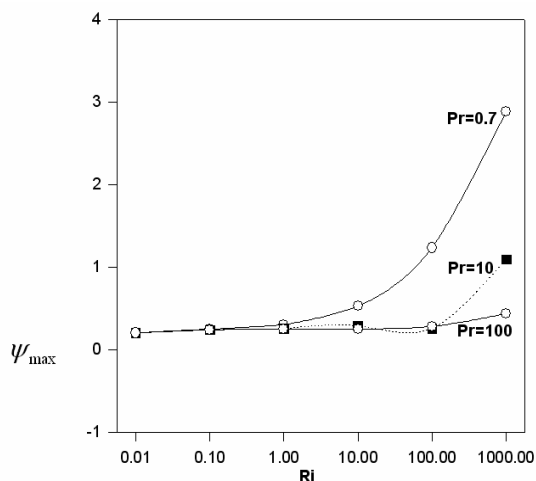
عدد پرانتل در این حالت برابر با 0.7 فرض شده است. با توجه به اینکه شرایط این قسمت دقیقاً شبیه به حالت A در بخش قبل است، بنابراین کلیه نمودارها و توضیحاتی که در آن بخش داده شده است در اینجا نیز صادق بوده و لذا در این قسمت از آن صرف نظر می شود.

### حالت دوم : $Pr=100$

در این حالت سیال دارای لزجت زیادی است. بنابراین تنشهای برشی وارد شده به سیال در این حالت بیشتر از حالت های قبل می باشد. در شکل (۱۳) گردابه های ناشی از خطوط جریان رسم شده است. دیده می شود که در  $Ri < 10$  گردابه ای بزرگ و قوی که ناشی از حرکت دیواره های بالا و پایین است، کل محفظه را تحت تاثیر قرار داده است در  $Ri=100$  دو گردابه کوچک در طرفین محفظه در داخل گردابه اصلی شروع به تشکیل شدن می کنند. با بیشتر شدن  $Ri$  از 100 تنها قدرت گردابه های کوچک تشکیل شده در طرفین محفظه زیاد می شود، ولی همچنان کل محفظه تحت اثر گردابه بزرگ اولیه قرار دارد. به عبارتی هر چه عدد پرانتل بزرگتر شود، افزایش لزجت سیال اجازه مجزا شدن گردابه ها را نمی دهد.

در شکل (۱۴) خطوط همدمما در این حالت آورده شده است. همانطور که دیده می شود تغییرات خطوط همدمما در  $Ri=1000$  دیده می شوند. بنابراین می توان دریافت که افزایش  $Pr$  باعث افزایش انتقال حرارت از طریق جابجایی اجباری در سیال می شود.

گردابه هایی در قسمت مرکزی محفظه شروع به تشکیل می کند که این امر منجر به افزایش تابع جریان با شدت زیادی می شود.



شکل (۱۶): تابع جریان بیشینه به ازای مقادیر ریچاردسون در سیال با پرانتل های متفاوت (در حالت A)

اگر سیالی را در نظر بگیریم که لزجت آن بیشتر باشد ( $Pr=10$ ) اثر جابجایی اجباری قدرت بیشتری خواهد داشت و تا مقدار  $Ri=100$  هیچگونه گردابه کوچک و مجزایی در محفظه بوجود نمی آید و به خاطر همین، نمودار تابع جریان بیشینه از این مقدار به بعد شروع به افزایش می کند.

همانطور که در شکل دیده می شود در  $Pr=100$  حرکت های جابجایی آزاد کمتر می توانند رشد نمایند. به طوریکه در  $Ri=1000$  لزجت زیاد سیال اجازه تقویت جریان های جابجایی آزاد را نمی دهد. به همین دلیل نمودار تابع جریان بیشینه در این حالت افزایش زیادی ندارد.

#### ۵- نتیجه گیری

(۱) در  $Ri < 1$  جابجایی اجباری بر رفتار سیال درون محفظه ها حاکم است و هر چه ریچاردسون را کمتر کنیم نرخ انتقال حرارت از محفظه بیشتر می شود.

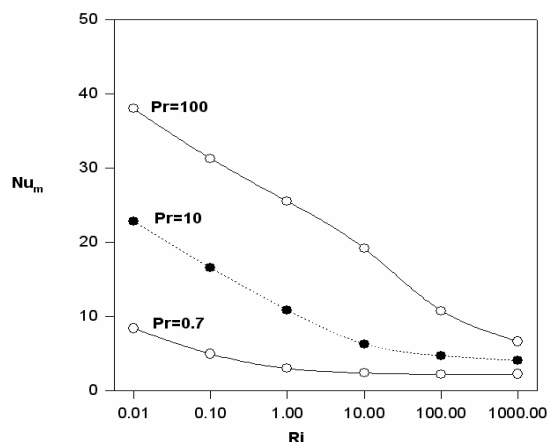
(۲) در حالتی که جابجایی آزاد حاکم بر رفتار سیال شود، گردابه های قوی و مجزایی در محفظه بوجود می آید که این گردابه ها باعث نوسانی شدن پروفیل سرعت می شوند و با افزایش  $Ri$ ، دامنه این نوسانات نیز زیاد می شود که این امر به معنی چرخش گردابه های مذکور با سرعت بیشتری خواهد بود.

(۳) در حالت حاکمیت جابجایی اجباری ( $Ri < 1$ ) تابع جریان بیشینه با کاهش ریچاردسون تغییر محسوسی نمی کند. این امر به دلیل حاکمیت یک گردابه بزرگ و قوی ناشی از حرکت دیواره های محفظه بر کل محفظه می باشد و در حالت حاکمیت جابجایی آزاد

#### مقایسه حالت های $Pr=0.7$ و $Pr=100$ در محفظه ای به

شکل A:

به منظور مقایسه نرخ انتقال حرارت، در شکل (۱۵) تغییرات نوسلت متوسط محفظه مربوط به دیواره بالایی بر حسب عدد ریچاردسون رسم شده است. همانطور که در این شکل دیده می شود با افزایش  $Pr$  انتقال حرارت در محفظه زیاد می شود.



شکل (۱۵): نوسلت متوسط دیواره بالایی به ازای مقادیر ریچاردسون در سیال با پرانتل های متفاوت (در حالت A)

هر چه قدرت جابجایی اجباری بیشتر باشد (ریچاردسون کمتر از یک) افزایش عدد پرانتل میزان انتقال حرارت را به طور محسوس تری افزایش می دهد. چون در حالت حاکمیت جابجایی اجباری لغزش دیواره ها باعث اعمال تنش برشی به لایه های سیال می شود و این امر عامل اصلی انتقال حرارت در این حالت است. لذا با افزایش لزجت سیال تنش های برشی بین لایه های سیال زیادتر شده و این امر اثر جابجایی اجباری را افزایش می دهد. ولی در حالتیکه اثر جابجایی اجباری در محفظه کم باشد (ریچاردسون بالا) بیشترین میزان انتقال حرارت از طریق نیروهای غوطه وری انجام می شود. لذا با افزایش لزجت سیال قدرت این نیروها کم شده و در نتیجه نرخ انتقال حرارت نیز کاهش می یابد. به طور کلی با توجه به قدرت زیادتر جابجایی اجباری نسبت به جابجایی آزاد می توان گفت افزایش عدد پرانتل نرخ انتقال حرارت را در حالت جابجایی توام افزایش می دهد. به منظور بررسی اثر تغییر عدد پرانتل در خواص حرکتی سیال شکل (۱۶) را در نظر بگیرید. در این شکل تغییرات تابع جریان بیشینه به ازای مقادیر متفاوت ریچاردسون رسم شده است. در این شکل از مقدار  $Ri=0.01$  تا  $Ri=1$  با افزایش ریچاردسون مقدار تابع جریان بیشینه در همه ی نمودارها افزایش بسیار کمی دارد. این نکته به علت عدم وجود گردابه های مجزا در سیال در این حالت می باشد. با افزایش  $Ri$  در سیالی که عدد پرانتل آن کمتر است، به علت قدرت زیاد نیروی غوطه وری در این حالت

- heated square enclosures using solid inserts at the corners", *International journal of Heat and Mass transfer*, Vol.46, pp.3529-3537. 2003.
- [5] L. E. Sarris, I. Lekakis and N.S. Vlachos, "Natural convection in a 2D enclosure with sinusoidal upper wall temperature", *Numerical heat transfer*, Vol.42, pp.513-530.2002.
- [6] M. Corcione, "Effect of the thermal boundary conditions at the sidewalls upon natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled from above", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.42, pp.199-208.2003.
- [7] I. E. Sarris and I. Lekakis and N. S. Vlachos, "Natural convection in rectangular tanks heated locally from below", *International journal of heat and mass Transfer*, Vol. 47, pp.3549-3563.2004.
- [8] J. Braz, "Numerical study on mixed convection in a horizontal flow past a square porous cavity using UNIFAES scheme", *Journal of the Brazilian society of mechanical sciences*, Vol.22, No.4. Rio de Janeiro. 2000.
- [9] M. J. Safi and T. P. Loc, "Development of thermal stratification in a 2D cavity: A Numerical study", *International journal of heat and mass transfer*, Vol.37, No.14, pp.2017-2024.1994.
- [10] C. Sert and A. Beskok, "Numerical Simulation of Reciprocating Flow Forced Convection in 2 Dim channels", *Journal of Heat Transfer*, Vol.125, pp.403-412, 2003.
- [11] H. F. Oztop and I. Dagtekin, "Mixed convection in two-sided lid-driven differentially heated square cavity", *International journal of heat and mass transfer*, Vol.47, pp.1761-1769. 2004.
- [12] M. A. R. Sharif, "Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom", *Applied thermal engineering* 27, pp. 1036-1042, 2007.
- [13] K. M. Khanafer, "Numerical simulation of unsteady mixed convection in a driven cavity using an externally excited sliding lid", *European Journal of Mechanics B/Fluids* 26, pp. 669-687, 2007.
- [14] Gebhart, "Bouyancy - induces flows and transport", Hemisphere Pub. Corp, 1988.
- ( $Ri=1000$ ) تابع جریان بیشینه با افزایش ریچاردسون با شدت زیادی رشد می‌کند، که این امر به خاطر وجود چندین گردابه مجزا در محفظه در این حالت می‌باشد.
- (۴) در مقادیر کم ریچاردسون، اگر دیواره های متحرک محفظه در خلاف جهت یکدیگر حرکت کنند، انتقال حرارت از محفظه بسیار زیادتر از حالتی است که دیواره ها در یک جهت یکسان بلغزند.
- (۵) افزایش عدد پرانتل باعث افزایش لزجت سیال شده و این امر تنشهای برشی ناشی از حرکت دیواره های محفظه را افزایش می‌دهد. بنابراین با افزایش پرانتل میزان انتقال حرارت از طریق جابجایی اجباری افزایش می‌یابد.
- (۶) چون انتقال حرارت از طریق جابجایی آزاد بوسیله نیروهای غوطه‌وری انجام می‌شود، با افزایش لزجت سیال اثر نیروهای غوطه‌وری کم شده و در نتیجه انتقال حرارت از طریق جابجایی آزاد کم می‌شود.
- (۷) کاهش پرانتل سیال باعث تقویت گردابه های قوی و مجزا در حالت جابجایی آزاد در محفظه می‌شود که این امر موجب بروز نوساناتی در پارامترهای موضعی سیال نظیر عدد نوسلت موضعی می‌شود.

## ۶- مراجع

- [1] H. Nakamura and Y. Asoko, and T. Naitou, "Heat Transfer by free Convection Between two Parallel Flat plates", *Numerical Heat Transfer*, Vol.5, pp.39-58.1982.
- [2] D.V. Davis, "Numerical Convection of Air In a Square Cavity:A Bench Mark Numerical Solution", *International Journal For Numerical Methods in Fluids*, vol.3, pp.249-264. 1983.
- [3] E. Leonardi and T. A. Kowalewski and V. Timchenko and D. V. Davis, "Effects of finite wall conductivity on flow structures natural convection", *International journal of Heat transfer*, Vol.4, pp.1-6.1994.
- [4] V. A. F. Costa and M. S. A. Oliveira, A. C. M. Sousa, "Control of laminar natural convection in differentially