

تحلیل اگسرژی در فیتیله‌های نفوذپذیر استوانه‌ای متخلخل عمودی در لوله‌های گرمایی

مهدی اصغری^۱، سیروس آقاجانی^۲
Mehdi_as80@yahoo.com

چکیده

اهمیت و کاربرد لوله‌های حرارتی در صنعت توجه بسیاری را به خود جلب نموده است. بکارگیری این محصول به طور فزاینده‌ای در فرایندهایی چون تهویه مطبوع و انتقال حرارت جهت بهینه سازی در مصرف انرژی مؤید این موضوع می باشد. از آنجایی که قسمت های ابتدایی و انتهایی لوله‌های حرارتی دارای سیلندر متخلخل نفوذپذیر است، با دو فرض اساسی برای پروفیل سرعت جریان خارجی و دمای سطحی سیلندر به بررسی جریان در این ناحیه پرداخته شده است. در این پژوهش حل به فرم کاملاً تحلیلی ارائه شده و با معرفی پارامترهایی چون نسبت جابجایی ترکیبی λ و ضریب تخلخل f_{η} حالت های مختلف جریان را در نظر گرفته و به معرفی حالت بهینه برای کمترین تولید انترپی جهت راندمان بیشتر اقدام شده است.

کلیدواژه:

لوله های حرارتی- اجسام متخلخل- جابجایی ترکیبی- تولید انترپی- اگسرژی

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، خواجه نصیرالدین طوسی

۱- معرفی

فکر اولیه لوله‌های حرارتی^۱ در ابتدا به وسیله جاگلر^۲ در سال ۱۹۴۲ پیشنهاد شد اما تا سال ۱۹۶۲ طول کشید تا گروور^۳، مهندسی که در لس آلاموس روی خنک کاری سیستم‌های تولید انرژی اتمی در فضا کار می‌کرد، آن را اختراع کند.

لوله حرارتی وسیله‌ای است که می‌تواند مقادیر بزرگی از گرما را با اختلاف دمای اندک به سرعت میان منبع گرم و منبع سرد انتقال دهد. شاید به همین جهت از لوله حرارتی به عنوان ابررسانا یاد می‌شود. بازدهی بالای آن‌ها در انتقال حرارت برجسته است، به طوری که یک لوله حرارتی با جداره مسی از لوله تو پر مسی با همان ابعاد بسیار پر بازده‌تر است. لوله‌های حرارتی در اشکال و ابعاد گوناگون ساخته می‌شوند و از ابزارهای دیگر انتقال حرارت، سبک تر هستند و محدودیت‌های کمتری دارند.

۱-۱- ساختمان و کارکرد لوله حرارتی

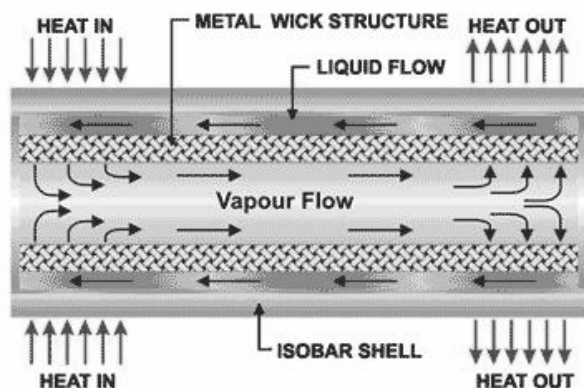
یک لوله حرارتی سنتی از یک استوانه خالی دو سر مسدود که از سیال تبخیر پذیری پر شده است، تشکیل می‌شود. گرما در بخش تبخیر (قسمت داغ لوله) جذب می‌شود، سیال به جوش می‌آید و وارد حالت بخار می‌شود. سپس بخار به سمت دیگر استوانه حرکت می‌کند. حرارت از بخش بالایی استوانه وارد محیط اطراف می‌شود و در نتیجه با روی دادن میعان، بخار به فاز مایع بر می‌گردد و به دلیل جاذبه و سنگینی و یا به کمک فتیله (با استفاده از اثر موئینگی^۴) به بخش تبخیر بر می‌گردد و این به یک چرخه مکرر بدل می‌شود.

۱-۲- ملاحظات ساخت و نگهداری یک لوله حرارتی

بدنه یک لوله حرارتی باید حتماً از یک رسانای حرارتی بسیار خوب ساخته شود تا انتقال حرارت بین محیط اطراف و لوله حرارتی با مشکلی روبرو نشود. برای این منظور دو فلز آلومینیوم و مس بسیار مناسب هستند.

پیش از ساختن یک لوله حرارتی به وسیله یک پمپ خلاء، تمام هوای درون آن مکیده می‌شود و سیال کاری (مبرد) با توجه به نوع کاربرد و دماهای کاری در آن ریخته می‌شود. برخی از سیال‌های رایج برای این استفاده عبارتند از: آب، اتانول، استون، سدیم و

جیوه. درون لوله باید خلاء نسبی برقرار باشد، تا همواره قسمتی از سیال کاری در فاز مایع و قسمت دیگری از آن در فاز بخار قرار داشته باشد. در قسمت داخلی یک لوله حرارتی معمولاً یک ساختار فتیله مانند قرار دارد. این ساختار یا از پودر فلز که تا نزدیک نقطه ذوب حرارت داده شود ساخته می‌شود و یا در واقع مجموعه‌ای از شیارهای موازی با محور لوله است. ساختار متخلخلی از مس، آلومینیوم، فولاد و نیکل نیز می‌تواند مطلوب باشد. ممکن است از مواد دیگری مانند سرامیک‌ها که سوراخ‌های ریزتری دارند نیز در ساخت قسمت فتیله‌ای استفاده شود. در مورد سرامیک‌ها باید دقت کرد که آنها برای ثبات، نیازمند شبکه‌های تثبیت کننده‌ی فلزی هستند. اخیراً توجه بسیاری به فیبرهای کربنی متخلخل به عنوان یک ماده فتیله‌ای خوب جلب شده است. رشته‌های فیبر کربنی شیارهای ریز طولی زیادی دارند و از فشار موئینگی بالایی برخوردار هستند. آنها همچنین از نظر شیمیایی پایدار هستند. به نظر می‌رسد آن دسته از لوله‌های حرارتی که با موفقیت ساخته شده و فیبرهای کربنی متخلخل را به عنوان ساختار فتیله‌های مورد استفاده قرار داده‌اند، توانایی انتقال حرارت بیشتری دارند. در هر حال مهم این است که این ساختار اثر موئینگی خوبی از خود به نمایش گذارد تا سیال پس از میعان به راحتی به طرف داغ لوله بازگردد. در صورتی که جاذبه یا هر نیروی شتاب دهنده دیگری در جهت بازگشت سیال پس از میعان به سمت داغ لوله عمل کند و برآیند آن بر نیروی کشش سطحی فائق آید، می‌توان از استفاده ساختار فتیله‌ای متخلخل چشم پوشید.



شکل (۱): تصویر شماتیک از کارکرد یک لوله‌ی حرارتی [۱]

لوله‌های حرارتی هیچ جزء متحرکی ندارند. آنها همچنین محتاج تعمیر و نگهداری خاصی نیستند. مشکلی که بروز آن برای هر لوله حرارتی محتمل است، نفوذ تدریجی گازهای میعان‌ناپذیر از جداره لوله حرارتی به داخل آن است.

1- Heat Pipe
2- R.S.Gaugler
3- G.M.Grover
4- Capillary Action

باشد. انتخاب مواد برای ساخت یک لوله حرارتی به شرایط دمای کاری بستگی دارد. بر این اساس در هر دمایی هر سیالی را نمی‌توان مورد استفاده قرار داد. در جدول (۱) بعضی از سیال ها و دماهای کاری آن‌ها را می‌توان مشاهده نمود.

جدول(۱): مبردهای رایج و گستره های دمایی کاربرد آنها[۱]

سیال	حداقل دما K	حداکثر دما K
جیوه	۵۲۳	۹۲۳
سدیم	۸۷۳	۱۴۷۳
ایندیوم	۲۰۰۰	۲۰۰۰
آب	۳۰۳	۴۷۳
اتانول	۲۷۳	۴۰۳
متانول	۲۸۳	۴۰۳
آمونیاک	۲۱۳	۳۷۳

سیال کاری باید کشش سطحی بالایی داشته باشد و در مقابل حرارت پایدار باشد. گرمای نهان تبخیر آن نیز بالا باشد و لزجت اندکی داشته باشد. از آنجایی که حرارت دادن یک سیال فرار در یک ظرف بسته می‌تواند خطرناک باشد، استقامت جداره یک لوله حرارتی باید به حدی باشد که فشار سیال را در حالی که تمام آن در فاز گاز و در دمای بالا قرار دارد، تحمل کند. از همه مهمتر فشار حداکثر درون لوله حرارتی باید با محدود کردن حداکثر جرم سیال مورد استفاده محدود شود. یک روش ساده برای این کار بیان مقدار سیال بر حسب حجم آن در فشار و دمای معین است. بر این اساس اگر بخواهیم آب را که حجمش پس از تبخیر، در فشار یک اتمسفر ۱۶۰۰ برابر می‌شود در یک لوله حرارتی به کار ببریم و حداکثر فشاری که آن لوله می‌تواند تحمل کند ۱ اتمسفر باشد، باید پس از ایجاد خلا در لوله حرارتی به اندازه ۱/۱۶۰۰ حجم آن را با آب پر کنیم. بعد از آن با تبخیر سریع آب تمام حجم لوله حرارتی را با فشار یک اتمسفر پر می‌کند. در صورتی که مثلاً تحمل لوله حرارتی ۵ اتمسفر باشد آنگاه می‌توان ۵/۱۶۰۰ آن را با آب پر نمود. به جای اقدامات فوق می‌توان پس از مکیدن هوا از

۲- فهرست علائم و اختصارها

a, b	فاکتور های مقیاس بی بعد
f	تابع جریان بی بعد
f_w	پارامتر مکش / دهش
g	شتاب جاذبه
h	ضریب انتقال حرارت کاهیده
k	ضریب نفوذپذیری اجسام متخلخل
L	واحد طول محوری
P_e	عدد پکلت برای اجسام متخلخل
r	مختصات شعاعی
r_0	شعاع سیلندر
Ra	عدد رایلی برای اجسام متخلخل
T	دمای سیال
u, v	مولفه های سرعت در جهت x, r
$U(x)$	سرعت جریان اصلی در جهت محوری
v_w	سرعت مکش یا دهش در جهت شعاعی
x	مختصات محوری
α_m	ضریب نفوذ حرارتی
β	ضریب انبساط حرارتی
γ	پارامتر انحناء
T_0	دمای مرجع
η	متغییر تشابه
θ	دمای بی بعد
λ	پارامتر جابجایی ترکیبی
ν	ویسکوزیته سینماتیک
ψ	تابع جریان

۳- زیر نویس ها

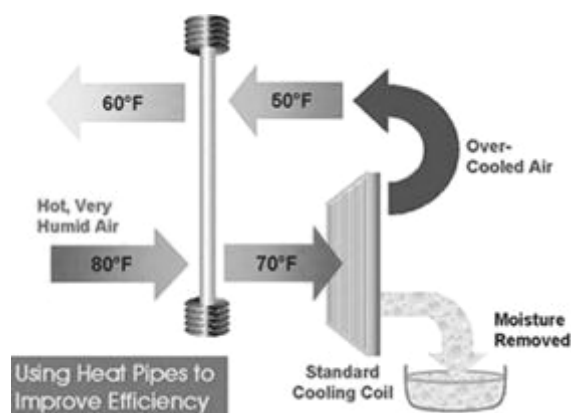
W	شرایط در دیواره
∞	شرایط در محیط

نفوذ گازهای میعان ناپذیر وقتی اتفاق می‌افتد که فشار داخل لوله افت کند، نحوه دیگر ورود گازهای میعان ناپذیر وجود آنها در ناخالصی‌های مواد مورد استفاده در جدار لوله است. این پدیده از بازدهی انتقال حرارت لوله حرارتی می‌کاهد. این کاهش بازدهی خصوصاً وقتی چشمگیر می‌شود که فشار بخار سیال کاری کم

۱-۴- کاربردهای لوله حرارتی

۱-۴-۱- تهویه مطبوع

رطوبت زدایی یکی از بخش‌هایی است که در آن به صورت موثری از لوله‌های حرارتی استفاده می‌شود. در شکل (۲) نمونه‌ای از کاربرد لوله‌های حرارتی را برای رطوبت زدایی از هوای محیط قابل مشاهده است. در سیستم شکل (۲) لوله‌های حرارتی برای پیش‌خنک کردن و پس‌گرم کردن مورد استفاده قرار می‌گیرند. حرارتی که در قسمت پیش‌خنک کاری به دسته اول لوله‌های حرارتی داده می‌شود، موجب می‌گردد که سیال کاری تبخیر شود. بخار سیال کاری به دسته دوم لوله‌های حرارتی می‌رود و در آنجا با دادن حرارت به هوای بیش از حد خنک شده، آن را تا دمای مطلوب گرم می‌کند. این روش بین ۵۰ تا ۱۰۰ درصد رطوبت گرفته شده از هوا را افزایش می‌دهد بدون اینکه افزایشی در انرژی مصرفی سیستم روی دهد.



شکل (۲): استفاده از لوله حرارتی در تهویه مطبوع [۱]

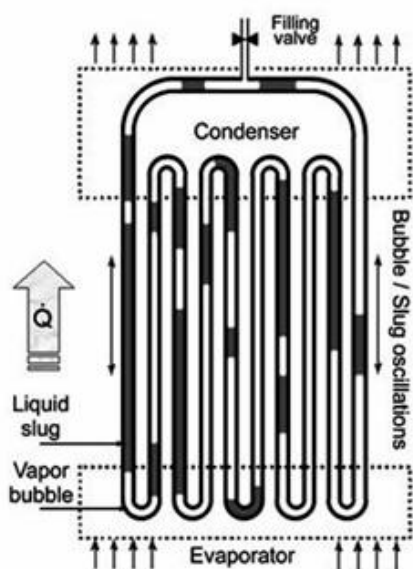
۱-۴-۲- خنک کاری در فضاهای کوچک

سیستم‌های کامپیوتری جدید و کامپیوترهای قابل حمل در CPU از لوله‌های حرارتی کوچک برای دفع حرارت استفاده می‌کنند (شکل ۳)، زیرا امروزه پیشرفت رایانه‌ها به گونه‌ای است که در ضمن نمایش قابلیت‌های بالاتر، حرارت بیشتری تولید می‌کنند. در ماهواره‌ها و فضاپیماها نیز استفاده از لوله‌های حرارتی کاربردهای گسترده‌ای دارد. این ابزار در این کاربرد بیشتر برای تعادل دمایی ابزارهای اندازه‌گیری و محیط داخلی فضاپیما یا ماهواره مورد استفاده قرار می‌گیرد.

درون لوله، بخار مورد نظر را با فشار دلخواه وارد لوله کرد. بسته به کاربرد می‌توان با تغییر فشار درون لوله به وسیله تغییر جرم سیال، نقطه جوش سیال درون لوله را تغییر داد. کنترل فعال یک لوله حرارتی می‌تواند با اضافه کردن یک مخزن سیال با حجم متغیر به بخش تبخیر کننده و مخزنی از گازهای خنثی به بخش چگالنده عملی شود. در این روش با تغییر فشار مخزن گازهای خنثی، حجم گازی را که وارد بخش چگالنده می‌شود را تغییر می‌دهند و این موجب می‌شود که فضا برای میعان بخار محدود شود. در نتیجه برای یک طراحی واحد، بازه‌های بزرگتری از دما و انتقال حرارت قابل دسترسی خواهند بود. یک لوله حرارتی قائم در صورتی که از ساختار فیتیله‌ای استفاده نکند، می‌تواند به عنوان یک یکسو ساز^۵ حرارتی مورد استفاده واقع شود. چنین وسیله‌ای حرارت را از یک سو عبور می‌دهد و از سوی دیگر مقابل آن عایق است. باید دقت کرد که یکی از پارامترهای مهم در انتخاب سیال کاری بازدهی دمایی مطلوب است. بدیهی است که حد پایین دمای کاری باید چند درجه از دمای انجماد سیال کاری بیشتر باشد.

۱-۳- محدودیت های لوله حرارتی

لوله‌های حرارتی باید همواره برای شرایط خنک کاری خاصی تنظیم شوند. مواد به کار رفته در لوله حرارتی چه در دیواره و چه در سیال کاری، در تعیین دمای کارکرد بهینه لوله حرارتی موثرند. وقتی لوله حرارتی تا بیشتر از دمای خاصی حرارت داده شود تمام سیال درون آن بخار می‌شود و میعان سیال در قسمت سرد لوله دیگر اتفاق نمی‌افتد. در چنین حالتی رسانایی لوله حرارتی تا اندازه رسانایی جدار فلزی آن کاهش می‌یابد. برای مثال اگر جدار لوله حرارتی مسی باشد در حالتی که بیش از حد گرم شود، رسانایی آن به حدود ۱/۸۰ مقدار قبلی کاهش می‌یابد. غیر از این، در صورتی که دمای لوله حرارتی از حد مشخصی کاهش یابد، تغییر فاز سیال کاری روی نمی‌دهد و در نتیجه باز هم رسانایی گرمایی لوله حرارتی به رسانایی جدار فلزی تقلیل می‌یابد. اگر لوله‌های حرارتی از آب به عنوان سیال کاری استفاده کنند، باید دقت کرد که رسیدن آب به دمای انجماد و انبساط آن در دماهای نزدیک صفر درجه سانتی‌گراد موجب تورم دیواره فلزی و ترکیدن آن می‌شود.



شکل (۴): تصویر شماتیک یک نوع لوله حرارتی بسته ضربانی [۱]



شکل (۳): نمونه ای از سیستم های مدرن خنک کاری اجزای رایانه [۱]

۱-۴-۳- انرژی خورشیدی

لوله‌های حرارتی به صورت گسترده‌ای در گرم کردن آب به وسیله انرژی خورشیدی به کار برده می‌شوند. در این کاربری عمدتاً آب مقطر به عنوان سیال کاری مورد استفاده قرار می‌گیرد. سیال کاری درون یک لوله بسته مسی قرار می‌گیرد و این لوله خود درون یک لوله شیشه‌ای که در آن خلاء حاکم است به سوی خورشید قرار داده می‌شود. از مزایای این سیستم افزایش ۴۰ درصدی بازده نسبت به آب گرمکن‌های خورشیدی سنتی است. جمع‌کننده‌های خورشیدی که خلاء درون آن‌ها حاکم باشد نیازی به مواد ضد یخ ندارند زیرا به خاطر خلاء تا حد خوبی نسبت به محیط عایق هستند. برخی از این گرمکن‌های خورشیدی تا دماهای پایین در برابر یخ زدگی مقاوم هستند و حتی در قطب جنوب نیز برای گرم کردن آب مورد استفاده قرار می‌گیرند. لوله‌های حرارتی مدار بسته نیز بعضاً برای این کاربری به کار برده می‌شوند.

۱-۴-۴- لوله‌های حرارتی مدار بسته

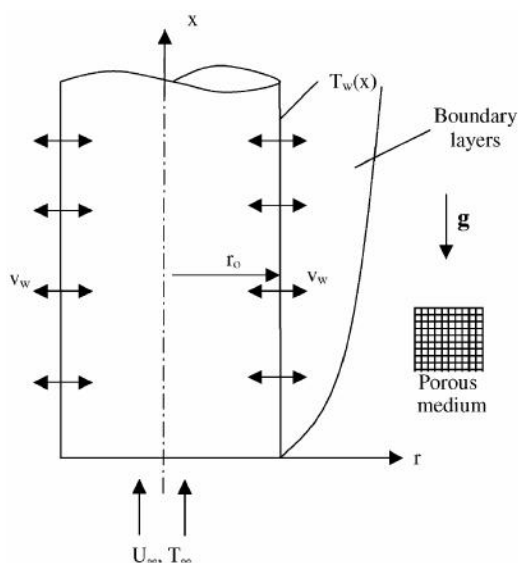
یک لوله حرارتی مدار بسته مشابه یک لوله‌ی حرارتی معمولی است با این تفاوت که می‌تواند در مسافت‌های دور به خوبی عمل کند و در مقابل اثر جاذبه موفق ظاهر شود. لوله‌های حرارتی مدار بسته امروز به صورت گسترده‌ای چه در زمین و چه در صنایع فضایی کاربرد دارند. یک لوله حرارتی مدار بسته ضربانی از یک لوله با ابعاد موئین و با تعداد بسیاری برگشت‌های U شکل، نظیر (شکل ۴) تشکیل می‌شود. دو سر انتهایی این لوله به یکدیگر متصل شده‌اند. هیچ ساختار موئین دیگری مانند ساختار فتیله‌ای یک لوله حرارتی سنتی درون این لوله‌ها قرار ندارد.

وقتی که هوای درون لوله تخلیه شود و سیال کاری را به درون آن وارد کنیم پس از تبخیر قسمتی از سیال کاری، سیال درون لوله به خاطر کشش سطحی به حباب‌ها و توده‌های مایع بدل می‌شود. حرارت در این مجموعه سیال - حباب تپنده منتقل می‌شود. موفقیت در این سیستم به تداوم عدم تعادل بستگی دارد.

حال که با ساختار، نحوه عملکرد و کاربرد لوله‌های حرارتی آشنایی اندکی صورت گرفت، قصد بر آن است تا با بررسی حرارتی قسمت متخلخل آن و به دست آوردن پروفیل‌های دما و سرعت، به محاسبه تولید انتروپی در قسمت متخلخل یک لوله حرارتی پرداخته شود. سیستم‌های ترمودینامیکی که با مسائلی چون تغییرات حرارتی، تاثیرات اصطکاک، نفوذ، واکنش‌های شیمیایی و بسیار موارد دیگر درگیر هستند، اتلافات انرژی منجر به تولید انتروپی می‌شود. معیارهای طرحی بهینه برای سیستم‌های حرارتی در جهت کاهش تولید انتروپی، موضوع بسیار با اهمیتی در نیروگاه‌های حرارتی، توربوماشین‌ها، مبدل‌های حرارتی، سیستم‌های خنک کننده الکتریکی، سیستم‌های ذخیره انرژی، پدیده‌های احتراقی و مواد متخلخل می‌باشد.

با رعایت این معیارها انتروپی تولیدی کل، تحت بعضی شرایط فیزیکی و هندسی خاص کاهش می‌یابد. پروسه‌های تحلیلی در رابطه با بررسی تولید انتروپی محلی و بهینه سازی حرارتی در مراجع [۲] و [۳] ارائه شده است. همچنین برای بسیاری از جریان‌های سیال کاربردی، حل‌های تحلیلی برای دستیابی به میدان‌های دما و سرعت در مراجع [۴-۱۵] ارائه شده است. می‌توان نشان داد که کاهش تولید انتروپی در نتیجه کاهش بازگشت

انتخاب چنین پروفیل‌هایی کاملاً مدلل می‌باشد. زیرا از یک طرف معادلات پایه حل تحلیل می‌پذیرند (که به ندرت در مسائل جابجایی ترکیبی در محیط متخلخل این موضوع رخ می‌دهد). از طرف دیگر برای چندین مسئله عملی نظیر خنک کاری راکتور های هسته‌ای در حین خاموش نمودن اضطراری، خنک نمودن لوازم الکترونیکی با دمنده‌های هوایی، مبدل‌های حرارتی در محیط با جریان سرعت کم، گیرنده‌های مرکزی خورشیدی که در معرض جریان‌های باد قرار دارند و بسیاری موارد دیگر صحت این پروفیل‌ها به اثبات رسیده است. قابل ذکر است که میزان کوچکی جریان خارجی القاء شده دارای اهمیت نیست بلکه اضافه شدن جریان اجباری نیازمند تحقیق است که روی ساختار این جریان و انتقال حرارت کلی آن تاثیر می‌گذارد.



شکل (۵): هندسه جریان و شماتیک تیوب متخلخل [۲۶]

در معادله (۱) L مقیاس محور x است و همچنین $0 < U_\infty$ سرعت جریان اصلی در فاصله محوری $x = L$ می‌باشد. $0 < T_0$ دمای مرجع $0 < T_w$, $T_0 = T_w - T_\infty$ دمای سیال محیط و $s_f = +1$ مطابق با سیلندر داغ ($T_\infty < T_w$ برای هر $0 < x$) و $s_f = -1$ مطابق با سیلندر سرد ($T_w < T_\infty$ برای هر $0 < x$) است. بنابراین نیروی ارشمیدس به توسعه لایه مرزی برای $s_f = +1$ در مقابل با $s_f = -1$ کمک می‌کند. همچنین دارای یک سرعت غیر صفر شعاعی در سطح سیلندر $v(x, r) = v_w(x)$ که تا مرحله استقلال از x رشد می‌کند، بوده که در آن $v_w < 0$ مفهوم مکش و $0 < v_w$ مفهوم دهش را دارد.

ناپذیری هاست. توسعه طراحی‌های حرارتی در جهت شناخت محل و منابع تولید انترویی است.

در رابطه با جریان‌های جابجایی در محیط‌های متخلخل مجموعه وسیعی از منابع و مرور موضوعات مختلف در این باره در کتاب های مرجع نیلد و بجان [۱۶]، اینگهام و پاپ [۱۷]، پاپ و اینگهام [۱۸]، و فای [۱۹] و بجان و کراس [۲۰] یافت می‌شود. یک مجموعه غنی از منابع مربوط به این مسئله را می‌توان در مقاله اخیر زو و لی (۲۰۰۲) یافت نمود [۲۱]. بر اساس آخرین اطلاعات نویسنده فقط مقالات کمی به حل دقیق این موضوع پرداخته‌اند. در این رابطه مرکین و پاپ (۱۹۸۷) حلی برای یک سیلندر هم دما که فقط در حالت خاص $\epsilon = \frac{R_e}{P_e} \geq -1.354$ محتمل است، ارائه نموده‌اند [۲۲]. در

اینجا $0 < \epsilon$ مطابق با سیلندر داغ و $\epsilon < 0$ مطابق با سیلندر سرد می‌باشد. همچنین هوپر و همکارانش^۷ (۱۹۹۴) وجود حل‌های غیر تشابهی را گزارش نموده [۲۳] در حالی که پاپ و نا (۱۹۹۸) حالت شار گرمایی متغیر سطح را با جزئیات کامل ارائه نمودند [۲۴]. بی (۱۹۹۸) نیز کوپل انتقال حرارت و جرم را در این زمینه مورد بررسی قرار داد [۲۵]. روش اصلی در به دست آوردن پروفیل‌ها در مقاله حاضر با استفاده از روش مکیاری و کیلر [۲۶] صورت گرفته است.

بررسی جریان جابجایی ترکیبی یکنواخت برای یک سیال لزج غیر قابل تراکم در طول تیوب نفوذپذیر عمودی با شعاع r_0 که سیال در محیط متخلخل با دمای ثابت محیط T_∞ و با سرعت جریان U_∞ داده شده را جهت تحلیل قانون دوم ترمو دینامیک هدف اصلی این پژوهش است.

در تحقیق حاضر با استفاده از حل تشابهی، جریان آرام دارای جابجایی ترکیبی در طول یک لوله متخلخل نازک نفوذپذیر نیمه محدود عمودی، با فرض اساسی زیر بررسی می‌گردد:

جریان اصلی سرعت و دمای سطح سیلندر، تابعی خطی از فاصله محوری x از لبه سیلندر می‌باشد.

$$U(x) = U_\infty \frac{x}{L} \quad (1)$$

$$T_w(x) = T_\infty + s_f T_0 \frac{x}{L} \quad (2)$$

۴- معادلات پایه

معادلات حاکم شامل معادله پیوستگی، معادله داری با تقریب شناوری و معادله انرژی باشد:

$$\frac{\partial}{\partial x}(ru) + \frac{\partial}{\partial r}(rv) = 0 \quad (۳)$$

$$u = U(x) + \frac{g\beta k}{\nu}(T - T_\infty) \quad (۴)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial r} = \alpha_m \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (۵)$$

قابل ذکر است که وجود ترم $U(x)$ در معادله داری با تقریب شناوری موجب ترکیبی شدن جریان جابجایی شده است، چرا که محدودیتی برای پروفیل سرعت در خارج از لایه مرزی یعنی جریان آزاد بر اساس رابطه (۱) ایجاد می‌کند. همچنین در اینجا از اصل سوپروپوزیشن برای یافتن شکل پروفیل جریان از سطح سیلندر تا جریان آزاد بهره برده شده است، چرا که بر اساس این اصل هرگاه تغییرات دو فرایند، کوچک و خطی باشد، همانند شرایط این مسئله، اجتماع گیری از نتایج برای نتیجه‌گیری کلی امکان پذیر می‌باشد. در معادلات (۳) الی (۵) مختصات $0 < x$ و $r_0 < r$ اندازه فاصله در طول سیلندر و عمود بر آن، u, v مولفه‌های سرعت در طول x و محور r ، $T(x, r)$ دمای سیال، g شتاب جاذبه، k ضریب نفوذپذیری محیط متخلخل و ν لزجت سینماتیکی سیال می‌باشد. شرایط مرزی معادلات (۳) تا (۵)

$$r = r_0 \Rightarrow T = T_w(x), v = v_w(x) \quad (۶)$$

$$r \rightarrow \infty \Rightarrow T \rightarrow T_\infty, U \rightarrow U(x) \quad (۷)$$

شایان ذکر است که اگر شعاع بدنه در مقایسه با ضخامت لایه مرزی بزرگ باشد، جریان روی سیلندر به طور دو بعدی بررسی می‌شود. برای یک سیلندر باریک و نازک مرتبه شعاع سیلندر و ضخامت لایه مرزی یکسان است، بنابراین جریان به صورت تقارن محوری بررسی می‌شود تا دو بعدی.

۵- پارامتر تشابه

با تعریف تابع ψ و طول واحد به صورت

$$\psi = 2\alpha_m x f(\eta) \quad (۸)$$

$$\eta = b \frac{r^2 - r_0^2}{r_0^2}$$

$$L = \frac{U_\infty r_0^2}{4\alpha_m ab}$$

همچنین با یادآوری از مکانیک سیالات

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (۹)$$

بنابراین

$$U(x, r) = U(x) f'(\eta) \quad (۱۰)$$

$$v(x, r) = -\frac{2\alpha_m}{r} f(\eta) \quad (۱۱)$$

اگر پروفیل دما تابعی به صورت زیر فرض شود

$$T(x) = T_\infty + s_T T_0 \frac{x}{L} \theta(\eta) \quad (۱۲)$$

نیز با تعریف λ به عنوان نسبت جابجایی ترکیبی و اعداد بی‌بعد

$$Ra = \frac{g\beta k T_0 L}{\alpha_m \nu} \quad \text{و} \quad Pe = \frac{U_\infty L}{\alpha_m} \quad \rightarrow \quad \lambda = s_T \frac{Ra}{Pe}$$

که لازم به توضیح است مفهوم فیزیکی λ نسبت جابجایی آزاد به جابجایی اجباری می‌باشد و با جاگذاری در معادلات پایه، معادلات زیر حاصل می‌شود

$$f'(\eta) = 1 + \lambda \theta \quad (۱۳)$$

$$(\eta + b)\theta'' + \theta' + a(f\theta' - f'\theta) = 0 \quad (۱۴)$$

شرایط مرزی برای معادلات جدید به صورت زیر می‌شود

$$f(0) = f_w \quad (۱۵)$$

$$\theta(0) = 1, \theta(\eta)_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0$$

معادلات با استفاده از شرایط مرزی دارای حل دقیق زیر هستند

$$\theta(\eta) = e^{-a\eta} \quad (۱۶)$$

$$f(\eta) = f_w + \eta + \frac{\lambda}{a}(1 - \theta) \quad (۱۷)$$

این حل به این شرط صحیح است که فاکتورهای ab علاوه بر مثبت بودن معادله زیر را نیز ارضا کند:

$$a\eta = ab \frac{r^2 - r_0^2}{r_0^2}, \quad 0 < ab \quad (۱۸)$$

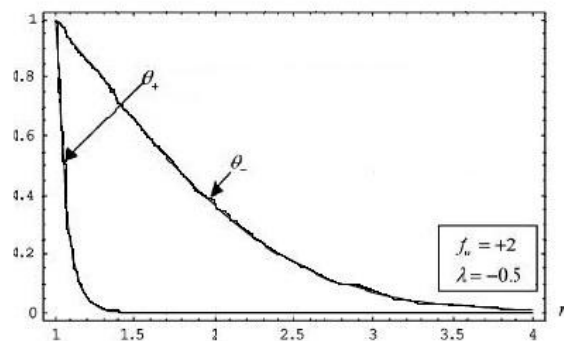
۶- بحث

همانطور که از معادلات بر می‌آید، حل دارای دو شاخه مثبت و منفی می‌باشد. با انتخاب یکی از شاخه‌های حل و در نظر داشتن:

$$\begin{aligned} f_w &= \pm 2 & k &= 0.6194 \text{ w / m.k} \\ r_0 &= 1 & \alpha_m &= 1.5292E-7 \text{ m}^2 / \text{s} \\ U_\infty &= 1 & \mu &= 7.7733E-4 \text{ kg / m.s} \\ T_\infty &= 300^\circ \text{ k} & c_p &= 4.070E3 \text{ j / kg.k} \\ T_w &= 350^\circ \text{ k} & \rho &= 9.9518E2 \text{ kg / m}^3 \\ T &= 300^\circ \text{ k} & \beta &= 3.298E-3 \text{ 1 / k} \\ \lambda &= \pm 0.5 & x &= L \end{aligned}$$

که خواص ترمودینامیکی بالا مربوط به آب خالص در دمای ۳۰ درجه سانتیگراد می‌باشد، به بررسی پروفیل‌ها پرداخته می‌شود. اگر پروفیل تغییرات دما بر حسب فاصله از سیلندر متخلخل رسم شود، مطابق نمودار (۱) پیداست که در حالت دهش گرادیان تغییرات دما کمتر از حالت مکش است. بنابراین برای جلوگیری از نشر حرارتی در اطراف سیلندر بهتر است با تغییرات سرعت و دما، میدان کاری را در این محدوده قرار داد. این کار عملاً توسط سرعت و دما به عنوان عوامل خارجی امکان پذیر است.

$\theta_\pm(\eta)$



نمودار (۱): پروفیل‌های دما تابعی از شعاع سیلندر

همچنین با بررسی سرعت سیال عبوری از سطح (نمودار ۲) دریافت می‌شود که برای مقادیر مثبت (f_w) دهش و برای مقادیر منفی آن مکش در سطح صورت می‌گیرد. همچنین افزایش پارامتر جابجایی ترکیبی نیز موجب افزایش این سرعت در هر دو حالت می‌گردد که دلیل آن کاهش سرعت جریان اصلی می‌باشد.

$$a(b - f_w) - (\lambda + 2) = 0 \quad (19)$$

در این صورت مولفه‌های سرعت و دما به گونه زیر می‌باشد:

$$u(x, r) = U_\infty \frac{x}{L} \cdot (1 + \lambda e^{-a\eta}) \quad (20)$$

$$v(x, r) = -\frac{2a\alpha_m}{r} \left[f_w + \eta + \frac{\lambda}{a} (1 - e^{-a\eta}) \right] \quad (21)$$

$$T(x, r) = T_\infty + s_T T_0 \frac{x}{L} e^{-a\eta} \quad (22)$$

همچنین سرعت در دیواره

$$v(x, r) = -\frac{2a\alpha_m}{r_0} (f_w) \quad (23)$$

می‌شود. برای روشن‌تر شدن موضوع با فرض

$$a(\gamma_n) = b(\gamma_n) \equiv \frac{1}{\gamma} \quad (24)$$

و جایگذاری آن در معادله (۱۹)

$$\frac{1}{\gamma^2} - f_w \frac{1}{\gamma} - (\lambda + 2) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{1}{\gamma \pm} = \frac{1}{2} \left(f_w \pm \sqrt{f_w^2 + 4\lambda + 8} \right) \quad (26)$$

بدین ترتیب پروفیل‌های دما و سرعت حاصل می‌گردد

$$\theta_\pm(\eta) = \exp \left[-\frac{r^2 - r_0^2}{\gamma_\pm^2 r_0^2} \right] \quad (27)$$

$$u_\pm(x, r) = U_\infty \frac{x}{L_\pm} \left[1 + \lambda \theta_\pm(\eta) \right] \quad (28)$$

$$v_\pm(x, r) = -\frac{2\alpha_m}{r} \quad (29)$$

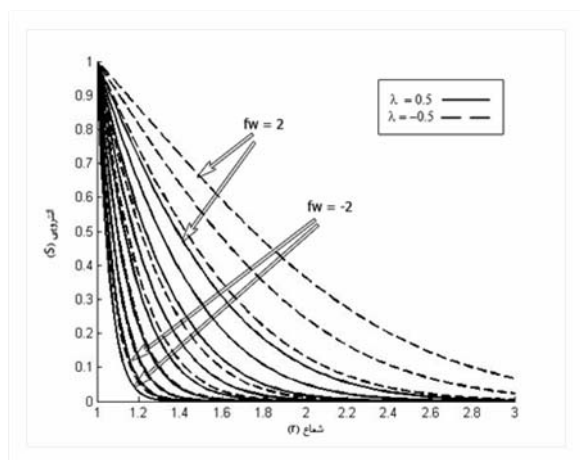
$$\left[\frac{f_w}{\gamma \pm} - \frac{1}{\gamma_\pm^2} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) + \lambda (1 - \theta_\pm) \right]$$

همچنین با یادآوری از ترمودینامیک

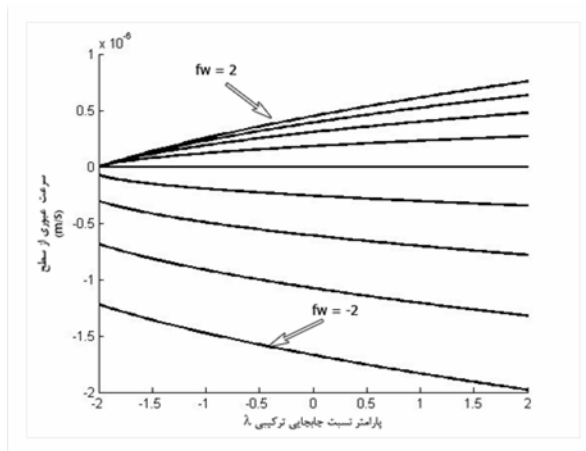
$$\int ds = \int c_p d(\ln T) \rightarrow s = c_p \ln(T) \quad (30)$$

که با توجه به آن توزیع انتروپی به صورت زیر است

$$s_\pm = c_p \ln \left(T_\infty + (T_w - T_\infty) \frac{x}{L} \theta_\pm(\eta) \right) \quad (31)$$

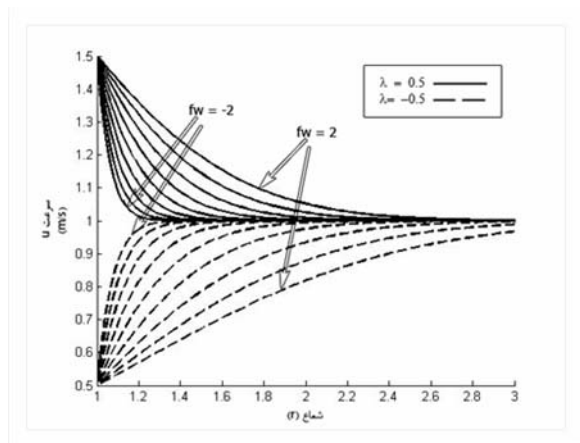


نمودار(۴): پروفیل های دمای بی بعد با تغییرات λ



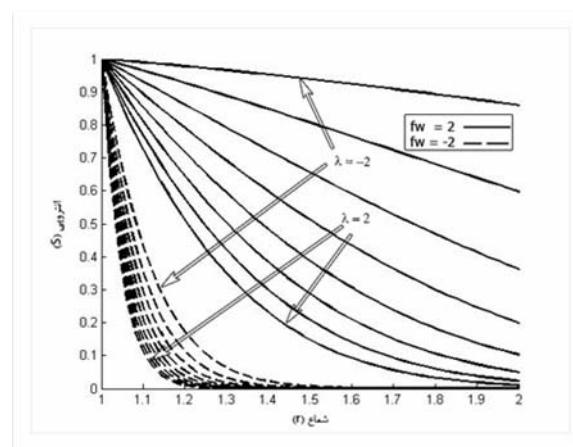
نمودار (۲): سرعت سیال عبوری از سطح بر حسب پارامتر λ

اما در حالت غلبه جریان جابجایی آزاد که سرعت در نزدیکی سیلندر بیش از سرعت جریان آزاد است، عامل حرکت جریان در این حالت، گرادیان دما در نزدیکی سطح سیلندر می‌باشد. بدین معنی که اختلاف دما عامل محرکی برای سرعت یافتن سیال در نزدیکی سطح سیلندر می‌گردد. این مهم به خوبی در نمودار ۵ پیداست. همچنین پروفیل سرعت v را نیز می‌توان بر حسب فاصله شعاعی r از سطح سیلندر با استفاده از رابطه ۲۹ برای مقادیر مختلف f_w و λ رسم نمود (نمودار ۶). از آنجا که فرض اولیه برای سرعت شعاعی صفر بود، همانطور که در نمودار نیز مشاهده می‌شود، این مقدار از مرتبه $(10E - 7)$ بوده و تنها انگیزه از آوردن این نمودارها نشان دادن این موضوع بوده است.



نمودار(۵): پروفیل تغییرات سرعت u برای مقادیر مختلف λ

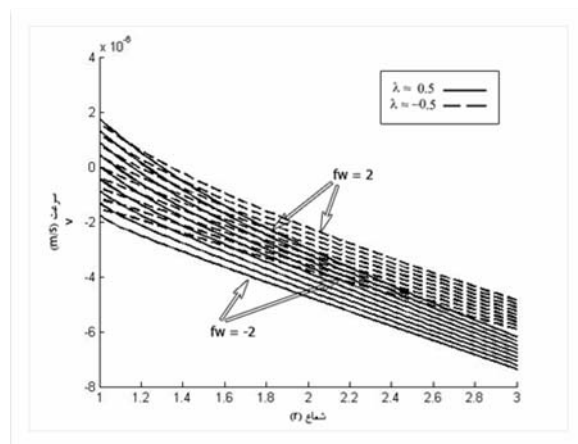
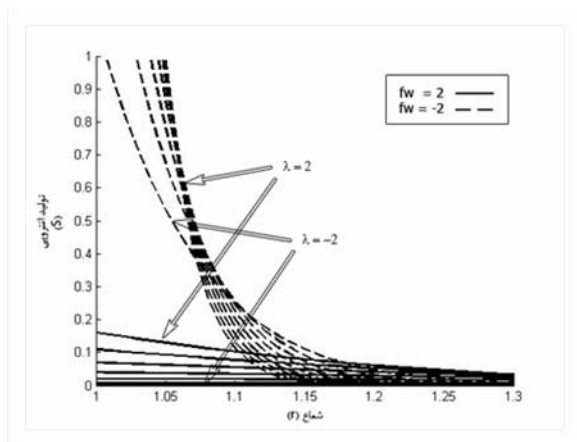
با بررسی پروفیل تغییرات دما (نمودار ۳) بر حسب فاصله شعاعی از سطح سیلندر، مشاهده می‌شود که برای حالت دهش $f_w = 2$ همانطور که انتظار می‌رود، دما در فاصله دورتر و با آهنگ آهسته‌تری به دمای جریان آزاد می‌رسد. همین حالت وقتی پروفیل دمای بی بعد را بر مبنای تغییرات λ رسم شود، رخ می‌دهد. با توجه به نمودار ۴ افزایش λ نیز همین خصوصیت را دارد.



نمودار(۳): پروفیل های دمای بی بعد با تغییرات f_w

در حالت غلبه جریان جابجایی اجباری، سرعت در نزدیکی سطح سیلندر کمتر از سرعت جریان آزاد است زیرا عامل حرکت در این حالت جریان خارجی است و سطح سیلندر همچون جسمی ایستا در برابر جریان عمل می‌کند.

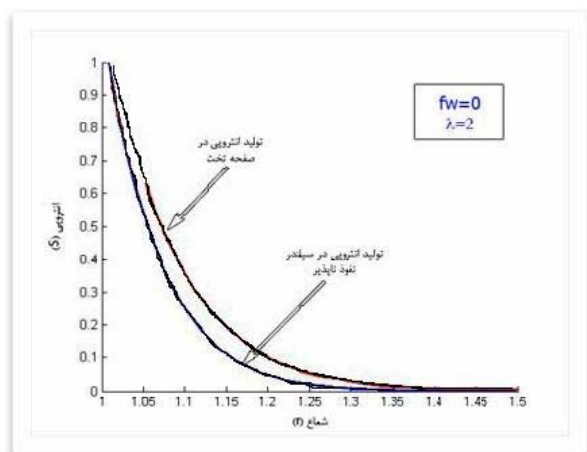
بنابراین از آنجا که هر دو ترم منبع کمینه است، جریان در این ناحیه کمترین تولید انترویی را داراست.



نمودار (۶): پروفیل تغییرات سرعت v برای مقادیر مختلف λ

نمودار (۷): تغییرات نسبت جابجایی ترکیبی در ضریب تخلخل ثابت

به طور کلی همانطور که از نمودار پیداست اگر نسبت جابجایی ترکیبی در بازه $-2 < \lambda < 0$ قرار گیرد کمترین تولید انترویی و در نتیجه کمترین بازگشت ناپذیری رخ می‌دهد. از آنجایی که $(f_w = 0)$ مفهوم سرعت صفر در سطح سیلندر را دارد، این شرایط مسئله را به سیلندر با سطح نفوذ ناپذیر تبدیل می‌نماید. در این حالت که سرعت در سطح سیلندر صفر است، بد نیست که نتایج تولید انترویی را برای حالتی که $r \rightarrow \infty$ می‌رود یعنی صفحه تخت، با نتایجی که قبلا در این زمینه منتشر شده مقایسه نمود.



نمودار (۸): مقایسه پروفیل تولید انترویی در صفحه تخت و سیلندر متخلخل

حال برای محاسبه تولید انترویی، هدف اصلی بحث، از رابطه زیر بهره برده می‌شود:

$$s_{gen}^m = \frac{k}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (32)$$

با داشتن پروفیل‌های دما و سرعت و مشتقگیری جزئی، تغییرات انترویی حاصل می‌گردد. با ثابت نگاه داشتن تخلخل سیلندر و تغییرات جابجایی ترکیبی دیاگرام زیر حاصل می‌گردد. با رسم نمودار ۷ نکته بسیار مهمی دریافت می‌گردد. با توجه به آن برای حالت دهش $(f_w = 2)$ و در حالتی که λ مقداری حدود (-2) دارد کمترین تولید انترویی در این فرآیند روی می‌دهد. البته ذکر این نکته ضروری است از آنجا که در بحث آگسرژی همواره رفتار تولید انترویی در حالات مختلف مورد توجه است و نه مقدار آن، بنابراین در اینجا نیز مقدار انترویی حائز اهمیت نمی‌باشد و یافتن شرایطی برای تولید کمینه آن حائز اهمیت است.

دلیل این مطلب قبلا نیز تلوچا اشاره شده است. در حالت دهش به دلیل عبور سیال از سطح و تبادل حرارت با آن اختلاف دما با جریان آزاد کاهش می‌یابد و می‌دانیم که یکی از ترم‌های منبع تولید انترویی، اختلاف دماست. همچنین در مقادیر منفی λ سرعت جریان در نزدیکی سطح کمتر از سرعت جریان آزاد بود که یکی دیگر از ترم‌های منبع تولید انترویی، گرادیان سرعت‌ها می‌باشد.

۷- نتیجه گیری

به دلیل کاربرد بسیار لوله‌های حرارتی در صنعت، به بررسی قسمت متخلخل آن‌ها پرداخته شد. دو فرض خطی برای پروفیل‌های سرعت جریان آزاد و دمای سطح سیلندر منجر به حل دقیق مسئله جابجایی ترکیبی فوق شد. همچنین دریافت شد که به طور کلی در حالت دهش گرادبان تغییرات دما کمتر از حالت مکش است. همچنین کاهش پارامتر مکش یا دهش (f_{11}) موجب کاهش نشر حرارتی می‌شود و تغییرات دمایی در فاصله کمتری از سطح سیلندر صورت می‌گیرد. افزایش نسبت پارامتر جابجایی ترکیبی نیز همین خصوصیت را دارد.

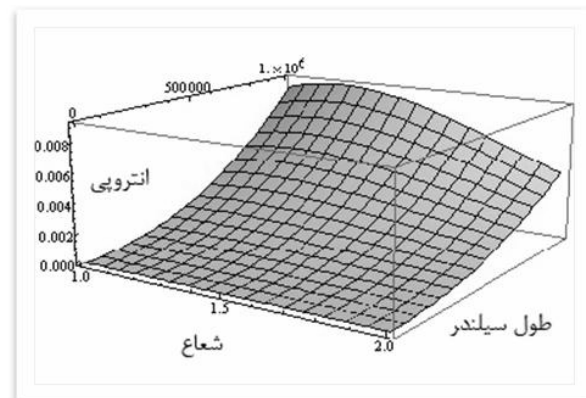
برای شاخه منفی حل مقادیر مثبت (f_{11}) منجر به دهش و مقادیر منفی آن منجر به مکش در سطح می‌شود و همچنین افزایش پارامتر جابجایی ترکیبی نیز موجب افزایش این سرعت در هر دو حالت می‌گردد. اما در رابطه با تولید انترویی که موضوع اصلی این بحث است، کاهش f_{11} که به معنای غلبه جابجایی اجباری به جابجایی آزاد را دارد، منجر به کاهش تولید انترویی می‌شود چرا که هم گرادبان دما کاهش یافته و هم سرعت جریان به دلیل ماهیت جریان جابجایی اجباری در نزدیکی سطح نسبت به حالت آزاد کاهش می‌یابد. در صورتی که کاهش (f_{11}) به دلیل ایجاد مکش در سطح و در نتیجه ایجاد گرادبان دمای بیشتر، موجب افزایش تولید انترویی می‌گردد.

۸- مراجع

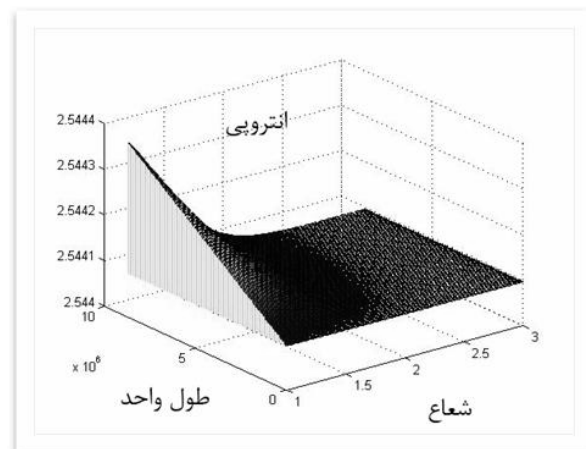
- [1] www.frequency.ir
- [2] A. Bejan, "Entropy Generation Minimization", CRC Press. Boca Raton. FL. 1996.
- [3] A. Bejan, "Shape and Structure from Engineering to Nature", Cambridge University Press, New York, 2000.
- [4] Y. D. Zimparov and N. L. Vulchanov, "Performance evaluation criteria for enhanced heat transfer surfaces", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.37, pp. 1807-1816, 1994.
- [5] A. Bejan and G. A. Ledezma, "Thermodynamic optimization of cooling techniques for electronic packages", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39, pp. 1213-1221, 1996.
- [6] L. Tagliafico and G. Tanda, "A thermodynamic method for the comparison of plate-fin heat exchanger performance", J. Heat Transfer, Vol. 118, pp. 805-809, 1996.
- [7] W. W. Lin, OJ. Lee, "Second law analysis on a pin-fin array under cross flow", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 40, pp. 1937-1945, 1997.

برای این کار از مقاله‌ای با عنوان تولید انترویی در کانال عمودی گرم شده در جریان جابجایی طبیعی استفاده می‌شود [۲۷]. با مقایسه نتایج برای سیلندر مورد بحث و نتایج صفحه تخت در نسبت طولی ۱۰ و در عدد رایلی ۱۰۰۰ با توجه به نمودار ۸ دریافت می‌شود که رفتار تولید انترویی در هر دو مورد، با فاصله گرفتن از سطح سیلندر و صفحه یکسان است و حتی در این مورد مقادیر آن نیز بسیار نزدیک به هم می‌باشد.

حال اگر تغییر این پارامترها در طول سیلندر و شعاع آن همزمان در نظر گرفته شود نمودارهای سه بعدی زیر به دست می‌آید. این نمودارها برای سیال غیر قابل تراکم و با فرض سیلندر داغ رسم شده است. که توزیع انترویی در طول و پیرامون سیلندر به خوبی در آنها پیداست.



شکل (۶): تغییرات پارامتر ضریب تخلخل و نسبت جابجایی ترکیبی در طول و شعاع سیلندر



شکل (۷): تغییرات پارامتر ضریب تخلخل و نسبت جابجایی ترکیبی در طول و شعاع سیلندر

- [19] K. Vafai (Ed.), *Handbook of Porous Media*, Marcel Dekker, New York, 2000.
- [20] A. Bejan and A.D. Kraus (Eds.), *Heat Transfer Handbook*, Wiley, New York, 2003.
- [21] M. J. Zhou and F. C. Lai, "Aiding and opposing mixed convection from a cylinder in a saturated porous medium", *J. Porous Media*, Vol. 5, pp. 103–111, 2002.
- [22] J. H. Merkin and I. Pop, "Mixed convection boundary-layer on a vertical cylinder embedded in a saturated porous medium", *Acta Mech.*, Vol. 66, pp. 251–262, 1987.
- [23] W. B. Hooper, T. S. Chen and B. F. Armaly, "Mixed convection along an isothermal vertical cylinder in porous media", *AIAA J. Thermophys. Heat Transfer*, Vol. 8, pp. 92–99, 1994.
- [24] I. Pop and T.-Y. Na, "Darcian mixed convection along slender vertical cylinders with variable surface heat flux embedded in a porous medium", *Int. Common. Heat Mass Transfer*, Vol. 25, pp. 251–260, 1998.
- [25] A. Yih, "Coupled heat and mass transfer in mixed convection about a vertical cylinder in a porous medium: the entire regime", *Mech. Res. Common.*, Vol. 25, pp. 623–630, 1998.
- [26] E. Magyari, B. Keller, and I. Pop, "Exact analytic solutions of forced convection flow in a porous medium", *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, pp. 233–241, 2001.
- [27] Assunta Andreozzi a, Antonio Auletta b, Oronzio Manca, Entropy generation in natural convection in a symmetrically and uniformly heated vertical channel, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2005.
- [8] D. P. Sekulic, A. Campo and J. e. Morales, "Irreversibility phenomena associated with heat transfer and fluid friction in laminar flows through singly connected ducts", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 905-914, 1997.
- [9] A. Z. Sahin, "Second law analysis of laminar viscous flow through a duct subjected to constant wall temperature", *J. Heat Transfer*, Vol. 20, pp. 76-83, 1998.
- [10] J. Cervantes and F. Solorio, "Entropy generation in a plane turbulent oscillating jet", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 3125-3129, 2002.
- [11] S. Mahmud and R. A. Fraser, "Analysis of mixed convection-radiation interaction in a vertical channel: entropy generation", *Exergy* 2, pp. 330-339, 2002.
- [12] G. Ibez, S. Cuevas and M. Lopez de Haro, "Minimization of entropy generation by asymmetric convective cooling", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 1321-1328, 2003.
- [13] S. Mahmud and R. A. Fraser, "The second law analysis in fundamental convective heat transfer problems", *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 42, pp. 177-186, 2003.
- [14] O. B. Adeyinka and G. F. Naterer, "Optimization correlation for entropy production and energy availability in film condensation", *Int. Common. Heat Mass Transfer*, Vol. 31, pp. 513-524, 2004.
- [15] S. Mahmud and R. A. Fraser, "Flow, thermal, and entropy generation characteristics inside a porous channel with viscous dissipation", *Int. J. Thermal Sci.*, Vol. 44, pp. 21-32, 2005.
- [16] D. A. Nield and A. Bejan, "Convection in Porous Media", second ed., Springer, New York, 1999.
- [17] D. B. Ingham and I. Pop (Eds.), "Transport Phenomena in Porous Media", Vol. 2, Pergamon, Oxford, 2002.
- [18] I. Pop and D.B. Ingham, "Convective Heat Transfer: Computational and Mathematical Modelling of Viscous Fluids and Porous Media", Pergamon, Oxford, 2001.