

# Optimization of the Number of Active Subcarriers and M-PAM Modulation Constellation Pattern for OFDM-IM Systems

Farshad Jalili Kharajoo<sup>1</sup>  | SeyyedHadi SeyyedMasoumian Charandabi<sup>2\*</sup> 

<sup>1</sup>Department of Electrical Engineering, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran.  
[farshad.jalili.tak@gmail.com](mailto:farshad.jalili.tak@gmail.com)

<sup>2</sup>Department of Electrical Engineering, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran.  
[masoumian.h@iaut.ac.ir](mailto:masoumian.h@iaut.ac.ir)

## Correspondence

SeyyedHadi SeyyedMasoumian Charandabi,  
Assistant Professor of Electrical Engineering,  
Tabriz Branch, Islamic Azad University,  
Tabriz, Iran.  
Email: [masoumian.h@iaut.ac.ir](mailto:masoumian.h@iaut.ac.ir)

## Main Subjects:

OFDM-IM Wireless Communication Systems

## Paper History:

Received: 28 September 2023

Revised: 27 November 2023

Accepted: 20 December 2023

## Abstract

Orthogonal Frequency Division Multiplexing with Index Modulation (OFDM-IM) is a system that exhibits superior power efficiency and bandwidth compared to the conventional OFDM system. In the OFDM-IM system, some subcarriers are inactive, and instead of transmitting modulation symbols, zero values are sent on these subcarriers. This paper aims to determine the optimal number of active subcarriers to maximize the transmitted data rate and spectral efficiency of the OFDM-IM system. Through mathematical relationships and simulation results, it is demonstrated that the identified value of active subcarriers is indeed optimal, leading to the maximization of the data rate of the system and spectral efficiency. The proposed optimal method, particularly designed for 4-symbol Pulse Amplitude Modulation (PAM) and 8-group OFDM-IM, has resulted in a 6.25% increase in the number of transmitted bits compared to previous methods. As a secondary objective, a modified constellation with equal intervals is introduced for M-PAM modulation, aiming to reduce the bit error rate of the OFDM-IM system and enhance overall system performance. For 4-symbol PAM and 16-group OFDM-IM, utilizing 9 active subcarriers and a signal-to-noise ratio of 12 dB, the proposed constellation has demonstrated a tenfold improvement in the bit error rate of the system.

**Keywords:** Spectral efficiency, Optimal active subcarrier, Constellation pattern, Data rate, OFDM-IM.

## Highlights

- Calculation and optimization of the number of active subcarriers in OFDM-IM systems to maximize the transmitted bit rate and spectral efficiency.
- Introduction of a modified constellation pattern with fixed distances for M-PAM modulation, aimed at reducing the bit error rate (BER) of the OFDM-IM system.
- Keeping average energy of the proposed modulation symbols the same as the standard M-PAM modulation.

**Citation:** F. Jalili Kharajoo, and S.H. SeyyedMasoumian Charandabi, "Optimization of the Number of Active Subcarriers and M-PAM Modulation Constellation Pattern for OFDM-IM Systems," *Journal of Southern Communication Engineering*, vol. 14, no. 55, pp. 52–69, 2025, doi:10.30495/jce.2023.1997406.1225 [in Persian].

## COPYRIGHTS

©2025 by the authors. Published by the Islamic Azad University Bushehr Branch. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>



## 1. Introduction

High data rate transmission over wireless channels is a critical requirement for many applications. However, as the data rate increases, the symbol duration decreases, leading to more severe inter-symbol interference (ISI) in single-carrier modulation due to wireless channel fading. To mitigate the effects of ISI, the symbol duration must be significantly longer than the delay spread of the wireless channel. Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) addresses this challenge by dividing the entire channel into multiple narrowband subchannels that operate in parallel. This approach enables both high-speed transmission and increased symbol duration, effectively combating ISI [1].

OFDM is a specialized form of multicarrier modulation, offering flexibility that allows for the use of advanced techniques to improve transmission efficiency. Additionally, OFDM systems exhibit high resistance to frequency-selective fading, eliminating the need for complex equalizers [1].

Subcarrier Index Modulation (SIM) was first introduced in [2]. This method, based on OFDM, activates some subcarriers while leaving others passive (i.e., transmitting zero values), thereby achieving improved power efficiency and spectral efficiency. In [2], a bit string is used to activate or deactivate subcarriers via the on-off keying (OOK) method, where the spatial arrangement of subcarriers and modulation symbols on active subcarriers transmits the desired bit string. However, the SIM-OFDM system suffers from an unstable data rate due to the randomness of the OOK data stream, which can lead to error propagation and a high number of errors.

To address this issue, the Enhanced Subcarrier Index Modulation (ESIM) method was proposed in [3]. This approach pairs subcarriers, with only one subcarrier in each pair activated while the other remains inactive. The index of the active subcarrier carries one bit of information. Although the ESIM-OFDM system exhibits better bit error rate (BER) performance, it sacrifices half of the index bits compared to SIM-OFDM. Furthermore, frequency resources are underutilized, as only half of the subcarriers are activated for data transmission.

In [4], the OFDM with Index Modulation (OFDM-IM) system was proposed as a more generalized form of ESIM-OFDM. Unlike ESIM-OFDM, subcarriers are not paired. Instead, they are divided into smaller blocks, with a fixed number of active and inactive subcarriers in each block. Digital modulation symbols are transmitted via active subcarriers, while additional bits are conveyed through the permutation and location of active subcarriers, facilitated by a lookup table or combinatorial method [4].

A further generalization of OFDM-IM, termed OFDM-GIM, was proposed in [5]. In this method, the number of active and inactive subcarriers in each block is not fixed but determined by the input bit string, enabling more flexible data transmission.

References [6] and [7] investigate the spectral efficiency of the OFDM-IM system, deriving an approximate value for the number of active subcarriers that maximizes spectral efficiency. Similarly, [8] calculates the optimal number of active subcarriers to maximize the transmitted bit rate of the system. All three studies arrive at the same optimal value for active subcarriers, as maximizing the transmitted bit rate inherently maximizes spectral efficiency. Additionally, [8] proposes a non-uniform pulse amplitude modulation (M-PAM) constellation for the OFDM-IM system, where symbols closer to zero are spaced farther apart than those farther from zero. The optimal spacing is determined through a computer search to minimize the bit error rate.

## 2. Innovation and contributions

The primary objective of this article is to calculate and refine the optimal number of active subcarriers for the OFDM-IM system to maximize both the transmitted bit rate and spectral efficiency. To achieve this, the derivation of the number of transmitted bits in the OFDM-IM system is utilized. Since this value is expressed as an inequality based on the number of active subcarriers, the derivation is performed using an approximation. A key contribution of this work is the modification of this approximation by incorporating a corrective component at the final optimization stage. In certain cases, the proposed method demonstrates a 25% increase in the transmitted data rate.

In the OFDM-IM system, the presence of the zero symbol disrupts the order and equal spacing of modulation symbols. The second objective and another significant contribution of this paper is the introduction of a modified constellation with fixed and equal intervals for M-PAM modulation. This modification reduces the bit error rate (BER) of the OFDM-IM system while maintaining the average energy of the modulation symbols. Simulation results based on the proposed constellation show a more than 10-fold reduction in the bit error rate, with improvements reaching up to 100-fold in some cases.

## 3. Materials and Methods

We consider an OFDM-IM system with  $N$  subcarriers,  $K$  active subcarriers, and an M-PAM digital modulation constellation of  $M$  dimensions. A bit string of length  $Bg$  is input into the system and divided into  $g$  groups (or sub-blocks). Consequently, a bit string of length  $B$  enters each group, which is further divided into two substrings of lengths  $B_1$  and  $B_2$ . Each group contains  $n$  subcarriers (where  $N=ng$ ), with  $k$  subcarriers being active (where  $K=kg$ ).

Within each sub-block, the indices of the active subcarriers are determined based on the bit string of length  $B_1$ . Subsequently, the bit string of length  $B_2$  is mapped to a symbol using the M-PAM modulation scheme, forming a sub-block of length  $n$ . All groups are then combined to create an OFDM-IM block of length  $N$ .

In the OFDM-IM system, the presence of passive subcarriers (represented by zero values) introduces an additional symbol to the standard M-PAM modulation constellation. This additional symbol disrupts the equal spacing between modulation symbols, causing the constellation to deviate from its standard order and resulting in an increased bit error rate (BER) compared to conventional OFDM systems.

To address this issue, we propose the use of a modified constellation with equal spacing between symbols, similar to the standard M-PAM constellation. This modification is expected to improve the error rate, as the equal distances between symbols enhance the system's robustness against errors.

#### 4. Results and Discussion

The proposed method accurately determines the optimal number of active subcarriers, ensuring the maximum transmitted bit rate in all scenarios and addressing the limitations of the reference method in [8]. By incorporating an integer operator in the final stage of the optimization process, this paper compensates for the initial approximation used in the optimization, resulting in the optimal number of active subcarriers that maximizes the transmitted bits per group. For instance, the proposed method achieves the following improvements in the number of transmitted bits compared to [8]:

- 25% increase for  $M = 2$  and  $n = 4$ ,
- 4.5% increase for  $M = 2$  and  $n = 16$ ,
- 6.25% increase for  $M = 4$  and  $n = 8$ .

The proposed modified PAM constellation demonstrates superior performance, significantly reducing the bit error rate (BER) compared to standard PAM modulation. Specifically, the BER decreases by approximately 10 times at a signal-to-noise ratio (SNR) of 12 dB and by about 100 times at an SNR of 20 dB.

The BER curve is convex with respect to changes in the distance of the symbol closest to zero (symbol 1 in standard PAM). This convexity allows for the use of optimization algorithms to determine the optimal distance for a given SNR, minimizing the BER. It is important to note that, to maintain the average energy of the modulation symbols, increasing the distance of the closest symbol to zero necessitates decreasing the distance of the next symbol, and vice versa.

The optimal constellation values were calculated using the `fminbnd` function in MATLAB. The results show that the proposed constellation performs nearly as well as the optimal constellation, particularly when spectral efficiency is maximized. Given the minimal performance difference and the reduced computational complexity, the proposed constellation is a practical and effective choice for M-PAM modulation in OFDM-IM systems.

#### 5. Conclusion

In this paper, the OFDM-IM system was investigated. In this system, the number of active subcarriers significantly impacts various qualitative and quantitative parameters, as some subcarriers are active while others remain inactive. The primary objective of this study was to determine the optimal number of active subcarriers to achieve the maximum transmitted bit rate and maximum spectral efficiency. Through optimization using derivation and the correction of existing approximations, along with simulations, it was demonstrated that the proposed optimal number of active subcarriers provides a favorable response for the OFDM-IM system. In some cases, this approach improves the transmitted data rate and spectral efficiency by up to 25%.

In the OFDM-IM system, the presence of passive subcarriers (represented by zero symbols) disrupts the order and equal spacing of the PAM modulation constellation, leading to a higher bit error rate (BER). As a second contribution, this paper proposes a modified constellation with equal symbol spacing while preserving the average energy of the modulation symbols. This modification improves the BER of the OFDM-IM system by 10 to 100 times in certain cases. Simulation results show that the proposed constellation performs nearly as well as the fully optimized constellation obtained through exhaustive search, making it a practical and effective choice for M-PAM modulation in OFDM-IM systems.

#### 6. Acknowledgement

This research did not receive any external funding.

#### References

- [1] T. Hwang, C. Yang, G. Wu, S. Li and G. Ye Li, "OFDM and Its Wireless Applications: A Survey," in *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 4, pp. 1673-1694, May 2009, doi: [10.1109/TVT.2008.2004555](https://doi.org/10.1109/TVT.2008.2004555).

- [2] R. Abu-alhiga and H. Haas, "Subcarrier-index modulation OFDM," *IEEE 20th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, Tokyo, Japan, 2009, pp. 177-181, doi: [10.1109/PIMRC.2009.5449882](https://doi.org/10.1109/PIMRC.2009.5449882).
- [3] D. Tsonev, S. Sinanovic and H. Haas, "Enhanced subcarrier index modulation (SIM) OFDM," *IEEE GLOBECOM Workshops (GC Wkshps)*, Houston, TX, USA, 2011, pp. 728-732, doi: [10.1109/GLOCOMW.2011.6162549](https://doi.org/10.1109/GLOCOMW.2011.6162549).
- [4] E. Başar, Ü. Aygölü, E. Panayircı and H. V. Poor, "Orthogonal Frequency Division Multiplexing With Index Modulation," in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 22, pp. 5536-5549, Nov. 2013, doi: [10.1109/TSP.2013.2279771](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2279771).
- [5] R. Fan, Y. J. Yu and Y. L. Guan, "Generalization of Orthogonal Frequency Division Multiplexing With Index Modulation," in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 14, no. 10, pp. 5350-5359, Oct. 2015, doi: [10.1109/TWC.2015.2436925](https://doi.org/10.1109/TWC.2015.2436925).
- [6] M. Chafii, J. P. Coon and D. A. Hedges, "DCT-OFDM With Index Modulation," in *IEEE Communications Letters*, vol. 21, no. 7, pp. 1489-1492, July 2017, doi: [10.1109/LCOMM.2017.2682843](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2017.2682843).
- [7] A. W. Azim, M. Chafii, Y. Le Guennec and L. Ros, "Spectral and Energy Efficient Fast-OFDM With Index Modulation for Optical Wireless Systems," in *IEEE Communications Letters*, vol. 24, no. 8, pp. 1771-1774, Aug. 2020, doi: [10.1109/LCOMM.2020.2989633](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2020.2989633).
- [8] N. H. Nguyen, B. Berscheid and H. H. Nguyen, "Fast-OFDM With Index Modulation for NB-IoT," in *IEEE Communications Letters*, vol. 23, no. 7, pp. 1157-1160, July 2019, doi: [10.1109/LCOMM.2019.2917684](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2019.2917684).

**Declaration of Competing Interest:** Authors do not have a conflict of interest. The content of the paper is approved by the authors.

**Author Contributions:** Farshad Jalili Kharajoo: MATLAB simulation, writing original draft preparation; SeyyedHadi SeyyedMasoumian: MATLAB simulation, resources, main idea, methodology, manuscript editing.

**Open Access:** Journal of Southern Communication Engineering is an open-access journal. All papers are immediately available to read and reuse upon publication.

مقاله پژوهشی

## بهینه‌سازی تعداد زیر حامل‌های فعال و صورت فلکی مدولاسیون M-PAM برای سیستم‌های OFDM-IM

فرشاد جلیلی خراجو<sup>۱</sup> | سیده‌های سیدمعصومیان چرندابی<sup>۲</sup>

### چکیده:

سیستم تسهیم تقسیم فرکانس متعامد با مدولاسیون اندیس (OFDM-IM) سیستمی است که کارایی توان و پهنای باند بهتری نسبت به سیستم OFDM دارد. در سیستم OFDM-IM بعضی زیر حامل‌ها غیرفعال بوده و به جای سمبل مدولاسیون، در این زیر حامل‌ها مقدار صفر ارسال می‌شود. در این مقاله هدف اول پیدا کردن مقدار زیر حامل‌های فعال بهینه است به طوری که نرخ داده ارسالی سیستم OFDM-IM و کارایی طیفی بیشینه شود. در این مقاله با توجه به روابط ریاضی و نتایج شبیه‌سازی نشان داده شده است که مقدار زیر حامل فعال پیدا شده، مقدار بهینه خواهد بود و نرخ داده سیستم را بیشینه کرده و بازده طیفی سیستم را حداکثر می‌کند. روش پیشنهادی بهینه، برای مدولاسیون دامنه پالس ۴ سمبلی و گروه ۸ تایی OFDM-IM، تعداد بیت ارسالی را ۶.۲۵ درصد نسبت به روش‌های قبلی افزایش داده است. به عنوان هدف دوم، یک صورت فلکی تغییر یافته با فواصل یکسان برای مدولاسیون M-PAM پیشنهاد شده است که نرخ خطای بیتی سیستم OFDM-IM را کاهش داده و باعث بهبود عملکرد سیستم می‌شود. نتایج شبیه‌سازی و منحنی‌های نرخ خطای بیتی کارایی صورت فلکی پیشنهادی را نشان می‌دهد. صورت فلکی پیشنهادی برای مدولاسیون دامنه پالس ۴ سمبلی و گروه ۱۶ تایی OFDM-IM و تعداد زیر حامل فعال برابر با ۹ و نسبت سیگنال به نویز ۱۲ دسی بل، ۱۰ برابر نرخ خطای بیتی سیستم را بهبود داده است.

<sup>۱</sup>گروه مهندسی برق، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران.

farshad.jalili.tak@gmail.com

<sup>۲</sup>گروه مهندسی برق، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران.

masoumian.h@iaut.ac.ir

### نویسنده مسئول:

\*سیده‌های سیدمعصومیان چرندابی، استادیار گروه مهندسی برق، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران.  
masoumian.h@iaut.ac.ir

### موضوع اصلی:

سیستم‌های مخابرات بی‌سیم OFDM-IM

### تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۶ مهر ۱۴۰۲

تاریخ بازنگری: ۶ آذر ۱۴۰۲

تاریخ پذیرش: ۲۹ آذر ۱۴۰۲

کلید واژه‌ها: بازدهی طیفی، زیر حامل فعال بهینه، صورت فلکی، نرخ داده، OFDM-IM.

### تازه های تحقیق:

- محاسبه و اصلاح تعداد زیر حامل‌های فعال بهینه سیستم OFDM-IM به منظور بیشینه نرخ بیت ارسالی و کارایی طیفی.
- ارائه صورت فلکی تغییر یافته با فواصل ثابت برای مدولاسیون M-PAM جهت کاهش نرخ خطای بیتی سیستم OFDM-IM.
- یکسان نگه داشتن متوسط انرژی سمبل‌های مدولاسیون پیشنهادی با مدولاسیون M-PAM استاندارد.

### COPYRIGHTS

©2025 by the authors. Published by the Islamic Azad University Bushehr Branch. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>



## ۱-مقدمه

انتقال با نرخ داده بالا از طریق کانال‌های بی‌سیم توسط بسیاری از کاربردها مورد نیاز است. با این حال، مدت زمان یک سمبل با افزایش نرخ داده، کاهش می‌یابد و محو شدگی کانال‌های بی‌سیم باعث تداخل بین سمبلی<sup>۱</sup> (ISI) شدیدتر در مدولاسیون تک حاملی می‌شود. برای کاهش اثر ISI، طول مدت سمبل باید بسیار بیشتر از گستردگی تأخیر کانال‌های بی‌سیم باشد. در تسهیم تقسیم فرکانس متعامد<sup>۲</sup> (OFDM)، کل کانال به بسیاری از زیرکانال‌های با باند باریک تقسیم می‌شود، که به صورت موازی کار می‌کنند تا هم انتقال با سرعت بالا داشته باشیم و هم مدت زمان سمبل افزایش یابد تا بتوانیم با ISI مبارزه کنیم [۱]. سیستم OFDM شکل خاصی از مدولاسیون چندحاملی است. انعطاف‌پذیری OFDM فرصت‌هایی را برای استفاده از تکنیک‌های پیشرفته برای بهبود کارایی انتقال فراهم می‌کند. همچنین سیستم OFDM مقاومت بالایی در برابر محوشدگی فرکانس گزین دارد و باعث می‌شود که نیاز به همسان‌سازهای پیچیده نداشته باشیم [۱].

مدولاسیون اندیس زیرحامل<sup>۳</sup> (SIM) برای اولین بار در [۲] معرفی شد. در این روش که مبتنی بر OFDM است، بخشی از زیرحامل‌ها فعال و بخشی غیرفعال هستند، یعنی مقدار صفر دارند، در نتیجه کارایی طیفی و توان خوبی را ارائه می‌دهد. در [۲] با توجه به یک رشته بیت و به‌وسیله روش کلیدزنی روشن خاموش<sup>۴</sup> (OOK) با توجه به تعداد اکثریت صفرها یا یک‌ها، تعدادی از زیرحامل‌ها فعال و تعدادی غیرفعال می‌شوند که رشته بیت مورد نظر توسط جاگیری مکانی زیرحامل‌ها ارسال می‌شود و سمبل‌های مدولاسیون نیز توسط زیرحامل‌های فعال ارسال می‌شود. با این حال، نرخ داده SIM-OFDM به دلیل تصادفی بودن جریان داده OOK ناپایدار است و این ممکن است انتشار خطای بالقوه را تحمیل کند که منجر به انبوهی از خطاها شود. برای حل این مشکل، در [۳] روش مدولاسیون اندیس زیرحامل بهبودیافته<sup>۵</sup> (ESIM) پیشنهاد شده است که زیرحامل‌ها را به صورت جفت تقسیم‌بندی کرده است. برای هر جفت، تنها یک زیرحامل فعال می‌شود، در حالی که دیگری خالی می‌ماند و اندیس زیرحامل فعال اطلاعات یک بیتی را حمل می‌کند. اگرچه عملکرد نرخ خطای بیتی<sup>۶</sup> (BER) سیستم ESIM-OFDM بهتر است، اما در مقایسه با SIM-OFDM، نیمی از بیت‌های اندیس را از دست می‌دهد. علاوه بر این، از منابع فرکانس سیستم کم استفاده می‌شود، زیرا تنها نیمی از زیرحامل‌ها برای انتقال داده فعال می‌شوند.

در [۴]، سیستم تسهیم تقسیم فرکانس متعامد با مدولاسیون اندیس (OFDM-IM) پیشنهاد شده است که حالت کلی تر ESIM-OFDM است ولی تقسیم زیرحامل‌ها به صورت جفت‌جفت نیست. در این روش زیرحامل‌ها به بلوک‌های کوچک‌تر تقسیم می‌شوند و در هر بلوک تعداد زیرحامل‌های فعال و غیرفعال ثابت است. سمبل‌های مدولاسیون دیجیتال توسط زیرحامل‌های فعال ارسال می‌شوند و تعدادی بیت نیز توسط جایگشت و موقعیت مکانی زیرحامل‌های فعال ارسال می‌شوند که این عمل به کمک جدول جستجو یا استفاده از روش ترکیبیات<sup>۷</sup> انجام می‌گیرد [۴].

حالت عمومی‌تر سیستم OFDM-IM تحت عنوان OFDM-GIM در [۵] پیشنهاد شده است که در این روش در هر بلوک تعداد زیرحامل‌های فعال و غیرفعال ثابت نیستند و با توجه به رشته بیت ورودی هر بلوک تعیین می‌شوند، در نتیجه روی همین اختلاف هم می‌توان داده انتقال داد.

در این مقاله روی سیستم OFDM-IM بحث خواهد شد که در سال‌های اخیر به‌عنوان تکنیکی با کارایی توان و پهنای باند خوب برای سیستم‌های مخابراتی پیشنهاد شده است و به طور گسترده مورد تحقیق قرار گرفته است. این سیستم در حال حاضر به طور گسترده‌ای به عنوان یک نامزد مطلوب برای استانداردهای ارتباطی آینده در نظر گرفته می‌شود.

در مراجع [۶] و [۷] کارایی طیفی سیستم OFDM-IM بررسی شده است و مقدار زیرحامل تقریبی که بتواند حداکثر کارایی طیفی را ارائه کند به دست آمده است. در [۸] نیز کار مشابهی صورت گرفته است و مقدار زیرحامل فعال بهینه طوری محاسبه شده است که نرخ بیت ارسالی کل سیستم را بیشینه کند. در هر سه مقاله بیان شده مقدار زیرحامل فعال بهینه یکسان محاسبه

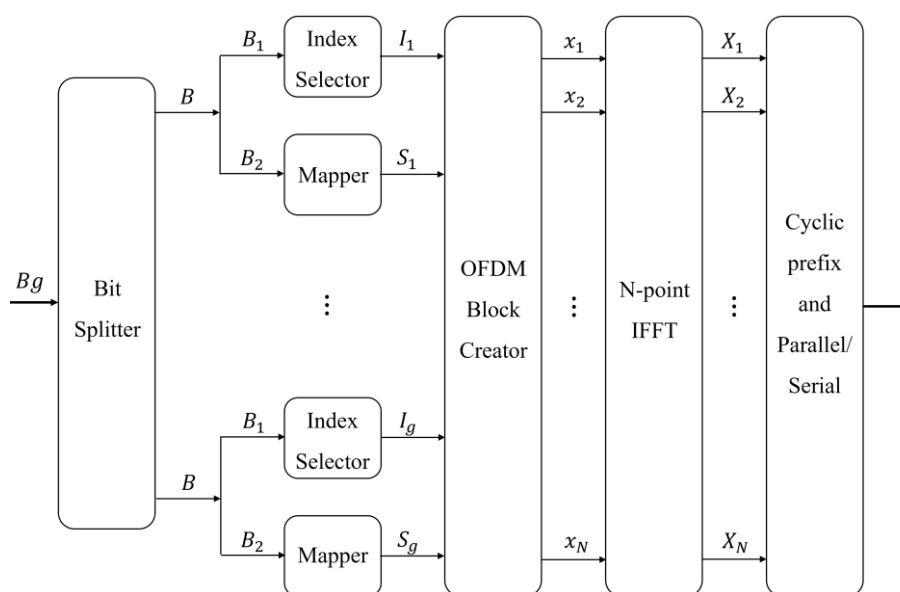
<sup>۱</sup> Inter Symbol Interference<sup>۲</sup> Orthogonal Frequency Division Multiplexing<sup>۳</sup> Subcarrier Index Modulation<sup>۴</sup> On-Off Keying<sup>۵</sup> Enhanced SIM<sup>۶</sup> Bit Error Rate<sup>۷</sup> Combinatorial

شده است و دلیل اصلی آن هم این است که اگر نرخ بیت ارسالی حداکثر شود کارایی طیفی نیز بیشینه خواهد بود. همچنین در [۸] یک صورت فلکی<sup>۱</sup> مدولاسیون دامنه پالس<sup>۲</sup> (M-PAM) با فواصل غیریکنواخت برای سیستم OFDM-IM پیشنهاد شده است. یعنی فواصل سمبل‌های نزدیک به صفر، بیشتر از فواصل سمبل‌های دور در نظر گرفته شده است و بهترین فاصله با توجه به کمترین خطای بیتی توسط جستجوی کامپیوتری به دست آمده است.

در این مقاله هدف اول محاسبه و اصلاح تعداد زیرحامل‌های فعال بهینه برای سیستم OFDM-IM است طوری که نرخ بیت ارسالی و کارایی طیفی، بیشینه مقدار خود را داشته باشند. برای این منظور از مشتق‌گیری تعداد بیت ارسالی سیستم OFDM-IM استفاده می‌شود و چون این مقدار یک نامساوی بر اساس تعداد زیرحامل‌های فعال است، مشتق‌گیری با توجه به یک تقریب انجام می‌گیرد و کمک مقاله اصلاح این تقریب به کمک جزء صحیح بالا در مرحله نهایی بهینه‌سازی است که در مواردی روش پیشنهادی حتی تا ۲۵ درصد افزایش نرخ داده ارسالی را نشان می‌دهد. در سیستم OFDM-IM با توجه به وجود سمبل صفر، نظم سمبل‌ها و فاصله مساوی آن‌ها بر هم می‌خورد. هدف دوم و کمک دیگر این مقاله، ارائه یک صورت فلکی تغییر یافته با فواصل ثابت و برابر برای مدولاسیون M-PAM است که خطای بیتی سیستم OFDM-IM را کاهش دهد و در عین حال متوسط انرژی سمبل‌های مدولاسیون را بر هم نزند. طبق نتایج شبیه‌سازی بر اساس صورت فلکی پیشنهادی، نرخ خطای بیتی سیستم OFDM-IM در بعضی حالت‌ها بیشتر از ۱۰ برابر و حتی ۱۰۰ برابر کاهش پیدا کرده است.

در بخش ۲ مقاله مدل سیستم OFDM-IM استفاده شده در این مقاله معرفی خواهد شد. در بخش ۳ بحث بهینه‌سازی تعداد زیرحامل‌های فعال برای رسیدن به نرخ بیتی و کارایی طیفی بیشینه انجام خواهد شد. سپس در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی ارائه خواهد شد و در بخش ۵ نیز نتیجه‌گیری مقاله بیان خواهد شد.

## ۲- مدل سیستم



شکل ۱: بلوک دیاگرام سیستم OFDM-IM

Figure 1. Block diagram of OFDM-IM system

مطابق شکل ۱ یک سیستم OFDM-IM با تعداد زیرحامل  $N$ ، تعداد زیرحامل فعال  $K$  و صورت فلکی مدولاسیون دیجیتال M-PAM به ابعاد  $M$  در نظر می‌گیریم. یک رشته بیت به طول  $Bg$  وارد این سیستم می‌شود و به  $g$  گروه یا زیربلوک تقسیم می‌شود. بنابراین رشته بیتی به طول  $B$  وارد هر گروه می‌شود که این رشته هم به نوبه خود به دو رشته به طول‌های  $B_1$  و  $B_2$  تقسیم می‌شود. در هر گروه  $n$  زیرحامل وجود دارد  $N=ng$ ، که  $k$  زیرحامل آن فعال است  $K=kg$ . در هر زیربلوک با توجه به رشته بیت

<sup>1</sup> Constellation pattern

<sup>2</sup> M-ary Pulse Amplitude Modulation

به طول  $B_1$  اندیس زیرحامل‌های فعال آن گروه مشخص می‌شود. سپس با توجه به نگاشت موجود مدولاسیون M-PAM، رشته بیت به طول  $B_2$  به سبیل تبدیل شده و زیربلوک به طول  $n$  ساخته می‌شود که در ادامه همه گروه‌ها با هم ترکیب شده و یک بلوک OFDM-IM به طول  $N$  را تشکیل می‌دهند. با توجه به [۴] برای تعداد بیت‌های منتقل شده در هر گروه سیستم OFDM-IM داریم:

$$B_1 = k \log_2 M, \quad B_2 = \left\lfloor \log_2 \binom{n}{k} \right\rfloor, \quad B = B_1 + B_2 = k \log_2 M + \left\lfloor \log_2 \binom{n}{k} \right\rfloor, \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad (1)$$

که نماد [.] جزء صحیح از سمت پایین را به عنوان خروجی تحویل می‌دهد. همچنین با توجه به [۶] و [۷] برای کارایی طیفی سیستم OFDM-IM داریم:

$$SE_{OFDM-IM} = \frac{g}{N} B = \frac{1}{n} \left( k \log_2 M + \left\lfloor \log_2 \binom{n}{k} \right\rfloor \right) \quad (2)$$

در نتیجه تعداد زیرحامل فعالی که نرخ بیتی سیستم را بیشینه کند، کارایی طیفی را نیز بیشینه خواهد کرد. همان‌طور که می‌دانیم صورت فلکی استاندارد برای مدولاسیون M-PAM به صورت شکل ۲ است [۹].



شکل ۲: صورت فلکی استاندارد مدولاسیون M-PAM  
Figure 2. Standard M-PAM constellation pattern

که مقدار هر سبیل مدولاسیون توسط رابطه زیر داده می‌شود

$$A_m = 2m - M - 1, \quad m = 1, \dots, M \quad (3)$$

و طبق رابطه زیر انرژی متوسط مدولاسیون دیجیتال M-PAM استاندارد محاسبه می‌شود [۹]:

$$E_{avg-pam} = \frac{d^2 (M^2 - 1)}{3} = \frac{d^2 (M + 1)(M - 1)}{3} \quad (4)$$

### ۳- بهینه‌سازی سیستم OFDM-IM

در این بخش اهداف اصلی مقاله یعنی بهینه‌سازی تعداد زیرحامل‌های فعال و ساختار صورت فلکی مدولاسیون M-PAM برای سیستم OFDM-IM مطرح خواهد شد. ابتدا بهینه‌سازی تعداد زیرحامل‌های فعال مطرح خواهد شد و هدف پیدا کردن تعداد زیرحامل فعالی است که نرخ داده سیستم و بازدهی طیفی سیستم را حداکثر کند. سپس صورت فلکی تغییر یافته برای مدولاسیون M-PAM مطرح خواهد شد به طوری که خطای بیتی سیستم را کم کرده و در عین حال انرژی متوسط بیتی مدولاسیون M-PAM استاندارد را افزایش ندهد و با وجود رابطه جبری موجود و فواصل یکسان، به عنوان صورت فلکی استاندارد برای مدولاسیون M-PAM برای سیستم OFDM-IM پیشنهاد شود.

### ۳-۱- بهینه‌سازی تعداد زیرحامل‌های فعال

برای اینکه در رابطه ۱ مقدار  $B$  را نسبت به  $k$  بیشینه کنیم باید از این رابطه نسبت به  $k$  مشتق بگیریم و حاصل را برابر با صفر قرار دهیم. ابتدا برای حذف تابع جزء صحیح پایین رابطه ۱، نامساوی زیر را تشکیل می‌دهیم،

$$B \leq k \log_2 M + \log_2 \binom{n}{k} \quad (5)$$

رابطه لگاریتم و ترکیب  $n$  و  $k$  را به صورت زیر باز کرده،

$$\log_2 \binom{n}{k} = \log_2 \frac{n!}{k!(n-k)!} = \log_2 n! - \log_2 k! - \log_2 (n-k)! \quad (6)$$

و در رابطه ۵ جاگذاری می‌کنیم،

$$B \leq k \log_2 M + \log_2 n! - \log_2 k! - \log_2 (n-k)! \quad (7)$$



برای پیدا کردن بیشینه مقدار B باید مشتق گرفته و حاصل را مساوی صفر قرار دهیم. یک تابع لگاریتمی بر اساس فاکتوریل k به دست آمده است که ابتدا می‌خواهیم تکلیف آن را مشخص کنیم. تابع  $f(k)$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم،

$$f(k) = \log_2 k! = \frac{\ln \Gamma(k+1)}{\ln 2} \quad (8)$$

که تابع  $\Gamma(k)$  تابع گاما بوده و برای اعداد صحیح داریم  $\Gamma(k+1)=k!$  مشتق تابع  $f(k)$  به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۰]،

$$\frac{\partial f(k)}{\partial k} = \frac{\psi(k+1)}{\ln 2} = \frac{1}{\ln 2} \left( -\gamma + \sum_{\kappa=1}^k \frac{1}{\kappa} \right) \quad (9)$$

که تابع  $\psi(k)$  تابع دایگاما<sup>۱</sup> بوده و  $\gamma$  ثابت اوایلر-ماسکرونی<sup>۲</sup> از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۰]،

$$\gamma = \lim_{k \rightarrow \infty} \left( -\ln k + \sum_{\kappa=1}^k \frac{1}{\kappa} \right) \quad (10)$$

سری هارمونیک زیر را می‌توان به صورت زیر تقریب زد [۱۰]

$$\sum_{\kappa=1}^k \frac{1}{\kappa} \approx \gamma + \ln k \quad (11)$$

با جاگذاری رابطه ۱۱ در رابطه ۹ خواهیم داشت،

$$\frac{\partial f(k)}{\partial k} = \log_2 k \quad (12)$$

مشتق تابع  $f(n-k)$  نیز طبق همین مراحل به شکل زیر به دست می‌آید،

$$\frac{\partial f(n-k)}{\partial k} = -\log_2 (n-k) \quad (13)$$

حال با مشتق‌گیری از رابطه ۷ و جاگذاری روابط ۱۲ و ۱۳ خواهیم داشت،

$$\frac{\partial B}{\partial k} \leq \log_2 M - \log_2 k + \log_2 (n-k) = \log_2 \frac{M(n-k)}{k} = \log_2 \left( \frac{Mn}{k} - M \right) \quad (14)$$

با صفر قرار دادن مشتق و با توجه به این که سمت راست رابطه ۱۴ لگاریتمی است، خواهیم داشت،

$$\frac{\partial B}{\partial k} = 0, \quad \frac{Mn}{k} - M = 1 \Rightarrow k = \frac{Mn}{M+1} \quad (15)$$

تعداد زیرحامل فعال باید عدد صحیح باشد. در نتیجه یا باید از اپراتور جزء صحیح پایین استفاده شود یا اپراتور جزء صحیح بالا. اگر از k به دست آمده از رابطه ۱۵ جزء صحیح پایین گرفته شود، با توجه به کوچک‌تر شدن k، طرف دوم رابطه ۱۴، باز هم بزرگ‌تر می‌شود. ولی چون در رابطه ۵ طرف دوم رابطه را به دلیل راحتی عمل مشتق با حذف جزء صحیح پایین، بزرگ‌تر کرده بودیم، در این مرحله با افزایش k می‌خواهیم طرف دوم رابطه ۱۴ را کوچک‌تر کنیم. در نتیجه تعداد زیرحامل فعال بهینه در هر زیرلوک سیستم OFDM-IM برای ارسال بیشترین بیت ممکن و رسیدن به حداکثر کارایی طیفی ممکن، به صورت زیر پیشنهاد می‌شود،

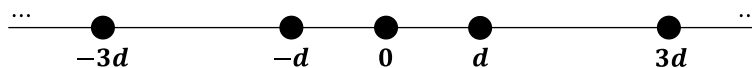
$$k_{opt} = \left\lceil \frac{Mn}{M+1} \right\rceil \quad (16)$$

### ۳-۲- صورت فلکی پیشنهادی برای مدولاسیون M-PAM

در سیستم OFDM-IM به دلیل وجود زیرحامل‌های غیرفعال که توسط مقدار صفر نمایش داده می‌شوند، یک سمبل دیگر هم به صورت فلکی استاندارد مدولاسیون M-PAM، شکل ۲، اضافه می‌شود و با توجه به این که این سمبل اضافی فاصله بین سمبل‌های مدولاسیون را بر هم می‌زند و صورت فلکی، دیگر نظم استاندارد خود را ندارد، باعث افزایش نرخ خطای بی‌تی نسبت به سیستم OFDM می‌شود. صورت فلکی مدولاسیون M-PAM برای سیستم OFDM-IM در شکل ۳ نشان داده شده است.

<sup>1</sup> Digamma function

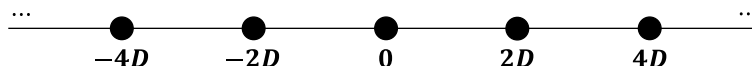
<sup>2</sup> Euler-Mascheroni constant



شکل ۳: صورت فلکی سیستم OFDM-IM برای مدولاسیون M-PAM

Figure 3. M-PAM constellation pattern for OFDM-IM system

پیشنهاد ما برای بهبود این مشکل، استفاده از صورت فلکی با فواصل یکسان بین سمبل‌ها همانند صورت فلکی استاندارد M-PAM است، شکل ۲. صورت فلکی پیشنهادی این مقاله در شکل ۴ نشان داده شده است. انتظار می‌رود که به دلیل وجود فاصله برابر بین سمبل‌های مختلف، نرخ خطای بهتری نسبت به حالت قبل داشته باشیم.



شکل ۴: صورت فلکی پیشنهادی سیستم OFDM-IM برای مدولاسیون M-PAM

Figure 4. Proposed M-PAM constellation pattern for OFDM-IM system

در صورت فلکی پیشنهادی، مقدار سمبل‌ها در صورت فلکی توسط رابطه زیر استخراج می‌شود. البته مقدار صفر موجود در صورت فلکی توسط مدولاتور تولید نمی‌شود و مقداری است که توسط زیرحامل‌های غیرفعال ارسال می‌شود.

$$A_m = (2m - M - 2)D, \quad m = 1, 2, \dots, M + 1 \quad (17)$$

برای اینکه مقایسه عادلانه‌ای بین صورت فلکی پیشنهادی، شکل ۳ و صورت فلکی شکل ۲ داشته باشیم، برای پیدا کردن مقدار D محدودیت قرار می‌دهیم و مقدار D را طوری محاسبه می‌کنیم که انرژی متوسط هر دو صورت فلکی شکل‌های ۴ و ۳ با هم برابر باشند. با توجه به رابطه توان متوسط خواهیم داشت،

$$E_{avg-modified} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M+1} A_m^2 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M+1} (2m - M - 2)^2 D^2 \quad (18)$$

با تغییر متغیر  $m \rightarrow (m-1)$  خواهیم داشت،

$$\begin{aligned} E_{avg-modified} &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^M (2m - M)^2 D^2 = \frac{D^2}{M} \sum_{m=0}^M (4m^2 + M^2 - 4Mm) \\ &= \frac{D^2}{M} \left( 4 \sum_{m=0}^M m^2 + \sum_{m=0}^M M^2 - 4M \sum_{m=0}^M m \right) \\ &= \frac{D^2}{M} \left( \frac{4M(M+1)(2M+1)}{6} + M^2(M+1) - \frac{4M^2(M+1)}{2} \right) \\ &= \frac{D^2}{M} \left( \frac{1}{3}(M^2 + 2M)(M+1) \right) = \frac{D^2 M(M+1)(M+2)}{3M} \end{aligned} \quad (19)$$

در نتیجه برای انرژی متوسط صورت فلکی شکل ۴ خواهیم داشت،

$$E_{avg-modified} = \frac{D^2 (M+1)(M+2)}{3} \quad (20)$$

با مساوی قرار دادن روابط ۴ و ۲۰ خواهیم داشت،

$$\frac{d^2 (M+1)(M-1)}{3} = \frac{D^2 (M+1)(M+2)}{3} \Rightarrow d^2 (M-1) = D^2 (M+2) \quad (21)$$

در نتیجه متغیر D مناسب توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود،

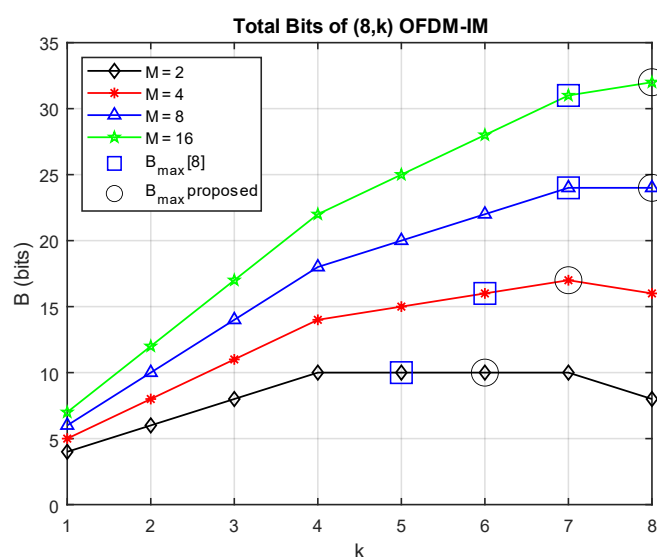
$$D = d \sqrt{\frac{M-1}{M+2}} \xrightarrow{d=1} D = \sqrt{\frac{M-1}{M+2}} \quad (22)$$

#### ۴- شبیه‌سازی

در این بخش ابتدا نتایج شبیه‌سازی مربوط به بهینه کردن تعداد زیرحامل‌های فعال برای رسیدن به حداکثر نرخ داده و بازدهی طیفی آورده شده است. در شکل‌های ۵ تا ۸ تعداد بیت‌های ارسالی هر گروه سیستم OFDM-IM به ازای زیرحامل‌های فعال

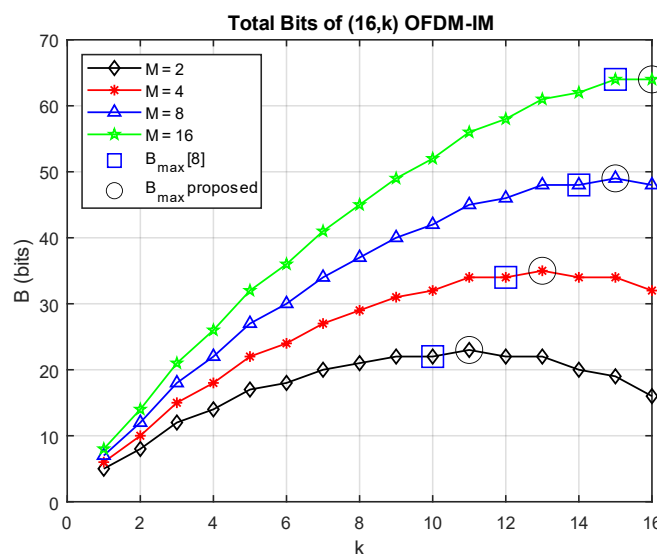
مختلف و برای تعداد مختلف سمبل‌های مدولاسیون،  $M$ ، نشان داده شده است. در هر چهار شکل مشاهده می‌شود که با افزایش سمبل‌های مدولاسیون  $M$  تأثیر بیت‌های ارسالی توسط زیرحامل‌های فعال  $B_1$  افزایش می‌یابد و با کاهش مقدار  $M$  تأثیر بیت‌های ارسالی توسط زیرحامل‌های غیرفعال  $B_2$  افزایش می‌یابد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار زیرحامل فعال بهینه پیشنهادی رابطه ۱۶، جواب بهینه و مناسب را برای همه حالت‌ها ارائه می‌کند.

برای مقایسه بهتر و دقیق‌تر در جدول ۱ مقدار بیت ارسالی هر گروه سیستم OFDM-IM به ازای مقادیر زیرحامل فعال پیشنهادی و مرجع [۸]، برای حالت‌های مختلف آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقدار زیرحامل فعال بهینه روش پیشنهادی در همه حالت‌ها مقدار بیت ارسالی بیشینه را به درستی ارائه می‌کند و ضعف موجود در رابطه مرجع [۸] را جبران می‌کند. در این روش با استفاده از اپراتور جزء صحیح بالا در مرحله آخر فرآیند بهینه‌سازی و به نوعی جبران تقریب اولیه فرآیند بهینه‌سازی، تعداد زیرحامل فعال بهینه‌ای به دست آمده است که حداکثر بیت ارسالی ممکن در هر گروه را ارائه می‌کند. برای مثال، روش پیشنهادی بهینه، برای  $M=2$  و  $n=4$ ، ۲۵ درصد، برای  $M=2$  و  $n=16$ ، ۴/۵ درصد و برای  $M=4$  و  $n=8$ ، ۶/۲۵ درصد تعداد بیت ارسالی را نسبت به [۸] افزایش داده است.



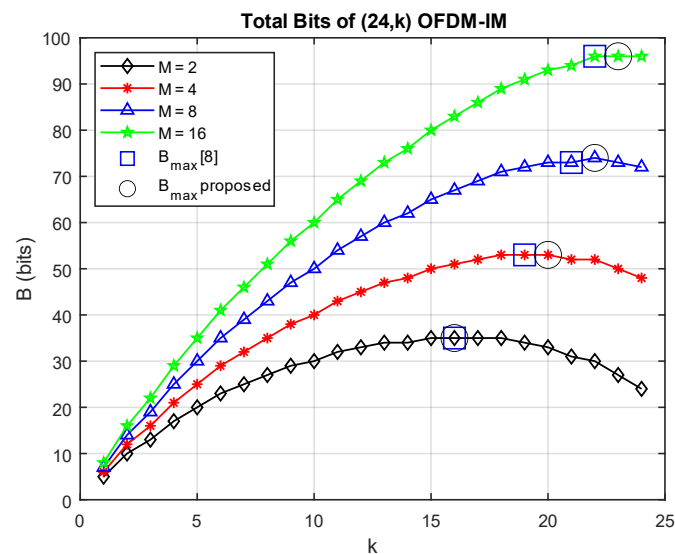
شکل ۵: مقایسه حداکثر بیت ارسالی هر زیربلوک با مقدار  $k$  بهینه پیشنهادی و [۸] برای  $n=8$

Figure 5. Comparison of maximum transmitted bits of each subblock with proposed optimum  $k$  and [8] for  $n=8$



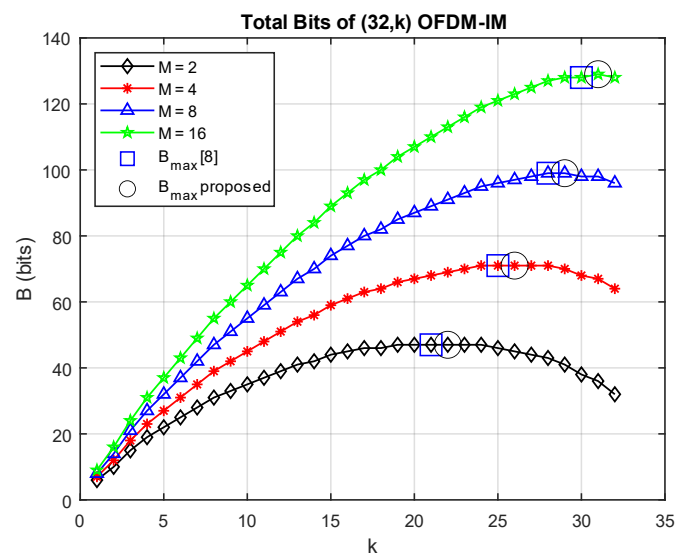
شکل ۶: مقایسه حداکثر بیت ارسالی هر زیربلوک با مقدار  $k$  بهینه پیشنهادی و [۸] برای  $n=16$

Figure 6. Comparison of maximum transmitted bits of each subblock with proposed optimum  $k$  and [8] for  $n=16$



شکل ۷: مقایسه حداکثر بیت ارسالی هر زیربلوک با مقدار  $k$  بهینه پیشنهادی و  $[8]$  برای  $n=24$

Figure 7. Comparison of maximum transmitted bits of each subblock with proposed optimum  $k$  and  $[8]$  for  $n=24$



شکل ۸: مقایسه حداکثر بیت ارسالی هر زیربلوک با مقدار  $k$  بهینه پیشنهادی و  $[8]$  برای  $n=32$

Figure 8. Comparison of maximum transmitted bits of each subblock with proposed optimum  $k$  and  $[8]$  for  $n=32$

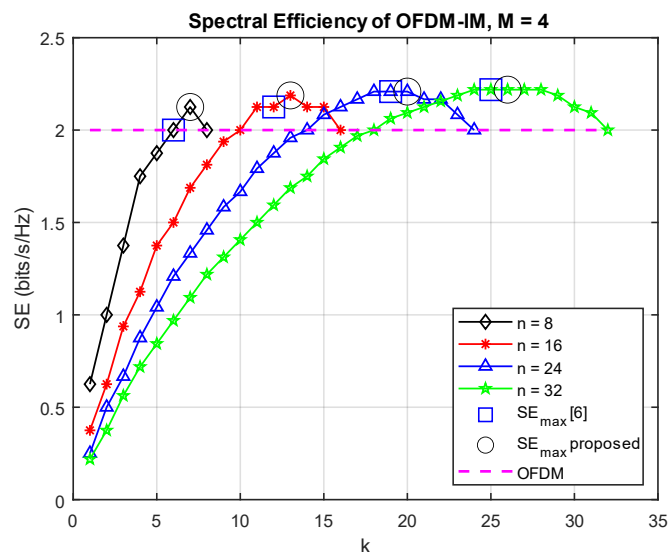
جدول ۱: مقایسه حداکثر بیت ارسالی هر زیربلوک با مقدار  $k$  بهینه پیشنهادی و  $[8]$

Table 1. Comparison of maximum transmitted bits of each subblock with proposed optimum  $k$  and  $[8]$

$M$	$B_{max}, n=4$		$B_{max}, n=8$		$B_{max}, n=16$		$B_{max}, n=24$		$B_{max}, n=32$	
	$[8]$	proposed (gain)	$[8]$	proposed (gain)	$[8]$	proposed (gain)	$[8]$	proposed (gain)	$[8]$	proposed (gain)
2	4	<b>5 (25%)</b>	10	10	22	<b>23 (4.5%)</b>	35	35	47	47
4	8	8	16	<b>17 (6.25%)</b>	34	<b>35 (2.9%)</b>	53	53	71	71
8	11	<b>12 (9.1%)</b>	24	24	48	<b>49 (2.1%)</b>	73	<b>74 (1.4%)</b>	99	99
16	14	<b>16 (14.3%)</b>	31	<b>32 (3.2%)</b>	64	64	96	96	128	<b>129 (0.8%)</b>

در شکل ۹ و جدول ۲ نیز همین مقایسه‌ها برای کارایی طیفی روش پیشنهادی و روش [۶] آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش پیشنهادی این مقاله بهترین تعداد زیرحامل فعال ممکن را برای داشتن حداکثر کارایی طیفی به درستی ارائه می‌کند. همچنین در شکل ۹ مقایسه‌ای بین دو سیستم OFDM و OFDM-IM انجام شده است که مشخص می‌کند سیستم

OFDM-IM می‌تواند با انتخاب تعداد مناسبی از زیرحامل‌های فعال، کارایی طیفی بالاتری نسبت به سیستم OFDM داشته باشد.



شکل ۹: مقایسه کارایی طیفی با مقدار k بهینه پیشنهادی و [۶]

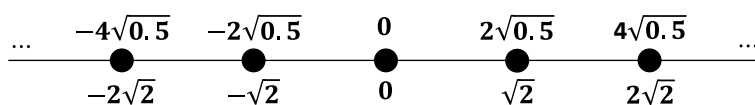
Figure 9. Comparison of spectral efficiency with proposed optimum k and [6]

جدول ۲: مقایسه حداکثر کارایی طیفی با مقدار k بهینه پیشنهادی و [۶]

Table 2. Comparison of maximum spectral efficiency with proposed optimum k and [6]

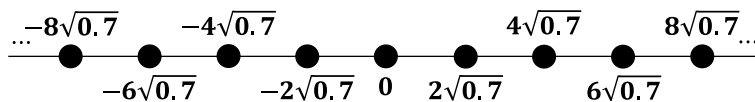
n	$SE_{max}, M = 4$	
	[6]	proposed
8	2	<b>2.125</b>
16	2.125	<b>2.1875</b>
24	2.2083	2.2083
32	2.2188	2.2188

هدف دوم این مقاله به دست آوردن صورت فلکی تغییر یافته برای مدولاسیون M-PAM است که با توجه به رابطه ۲۲ برای فواصل سمبل‌ها در صورت فلکی، صورت فلکی پیشنهادی برای  $M=4$  و  $M=8$  در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است.



شکل ۱۰: صورت فلکی پیشنهادی سیستم OFDM-IM برای مدولاسیون 4-PAM

Figure 10. Proposed 4-PAM constellation pattern for OFDM-IM system

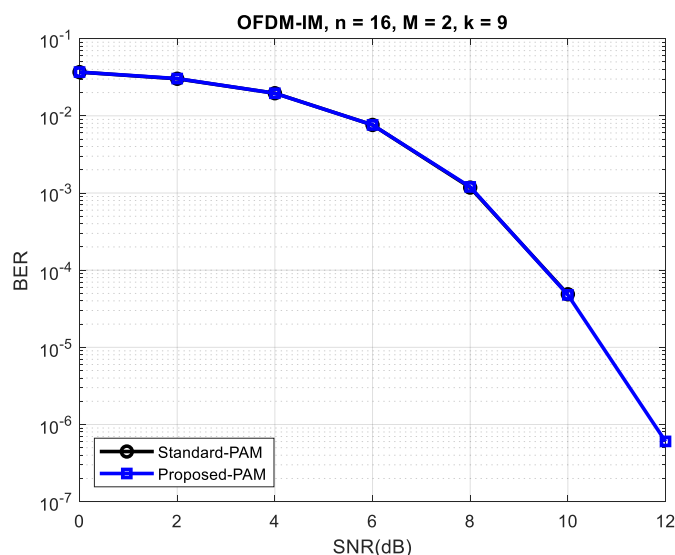


شکل ۱۱: صورت فلکی پیشنهادی سیستم OFDM-IM برای مدولاسیون 8-PAM

Figure 11. Proposed 8-PAM constellation pattern for OFDM-IM system

توجه به این نکته ضروری است که با توجه به ساختار و مقادیر صورت فلکی مدولاسیون BPAM، رابطه ۲۲ بی‌تأثیر است و کمکی نخواهد کرد. در شکل‌های ۱۲ تا ۱۴ منحنی نرخ خطای بیتی (BER) برای صورت فلکی استاندارد و صورت فلکی

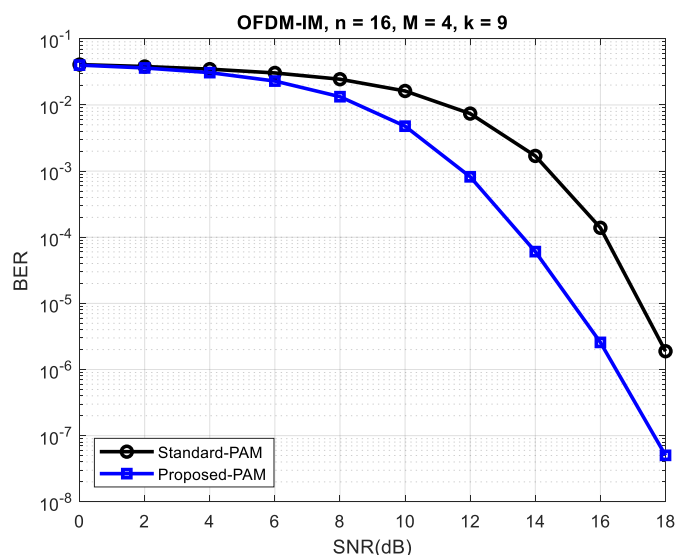
پیشنهادی این مقاله نسبت به ابعاد مختلف مدولاسیون PAM ( $M=2,4,8$ ) برای سیستم OFDM-IM با هم مقایسه شده‌اند. همان‌طور که از شکل ۱۲ دیده می‌شود، صورت فلکی تغییر یافته برای حالت  $M=2$  هیچ تغییری ایجاد نمی‌کند چون با ایجاد یک صفر مابین سمبل‌های ۱- و ۱، نظم فاصله بین سمبل‌ها به هم نمی‌خورد و همچنان فاصله سمبل‌ها با هم برابر است و مقدار سمبل‌ها را نیز به دلیل محدودیت انرژی متوسط نمی‌توان افزایش داد.



شکل ۱۲: منحنی نرخ خطای بیتی (BER) برای  $M=2$

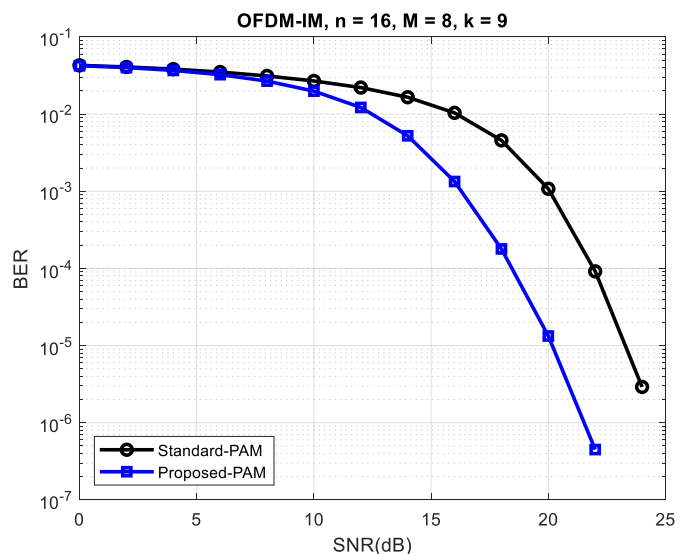
Figure 12. BER of BPAM for OFDM-IM system

در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ صورت فلکی پیشنهادی و PAM تغییر یافته قدرت خود را نشان می‌دهد و همان‌طور که ملاحظه می‌شود نرخ خطای بیتی بهتری نسبت به مدولاسیون PAM استاندارد دارد. نرخ خطای بیتی در شکل ۱۳ برای نسبت سیگنال به نویز ۱۲ دسی‌بل حدود ۱۰ برابر و در شکل ۱۴ برای نسبت سیگنال به نویز ۲۰ دسی‌بل حدود ۱۰۰ برابر کمتر شده است.



شکل ۱۳: منحنی نرخ خطای بیتی (BER) برای  $M=4$

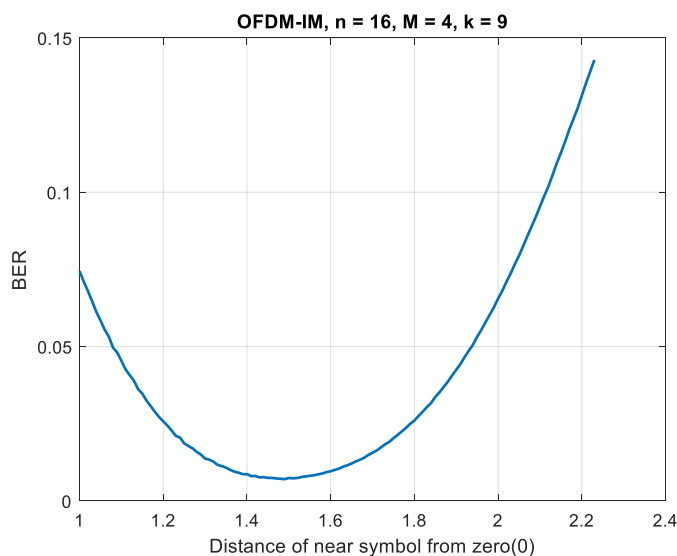
Figure 13. BER of 4-PAM for OFDM-IM system



شکل ۱۴: منحنی نرخ خطای بیتی (BER) برای  $M=8$

Figure 14. BER of 8-PAM for OFDM-IM system

در ادامه بحث را فقط روی مدولاسیون 4-PAM متمرکز می‌کنیم. با توجه به شکل ۱۵ منحنی BER نسبت به تغییرات فاصله نزدیک‌ترین سمبل به مقدار صفر (سمبل ۱ در PAM استاندارد) یک منحنی محدب است. در نتیجه می‌توان با الگوریتم‌های بهینه‌سازی مقدار بهترین فاصله را برای مقدار نسبت سیگنال به نویز<sup>۱</sup> (SNR) ثابت پیدا کرد طوری که کمترین نرخ خطای بیتی را داشته باشیم. باید توجه کرد که چون می‌خواهیم انرژی متوسط سمبل‌های مدولاسیون ثابت بماند، با بیشتر شدن فاصله نزدیک‌ترین سمبل به مقدار صفر، فاصله سمبل بعدی حتماً کاهش پیدا خواهد کرد و بالعکس.



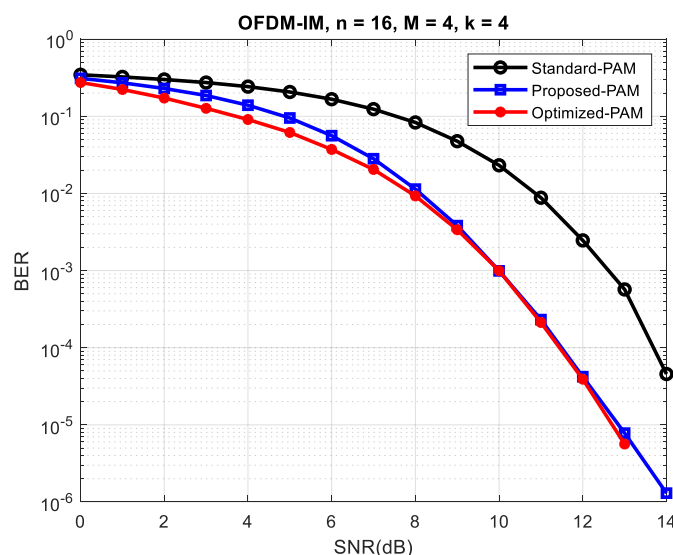
شکل ۱۵: منحنی BER نسبت به تغییرات فاصله نزدیک‌ترین سمبل به مقدار صفر

Figure 15. BER vs distance of PAM nearest symbol to zero

در شکل‌های ۱۶ تا ۱۸ منحنی BER برای مدولاسیون 4-PAM در سیستم OFDM-IM به ازای تعداد زیرحامل‌های فعال مختلف،  $k=4,9,13$ ، رسم شده است و مقایسه‌ای بین صورت فلکی پیشنهادی با فواصل برابر و ثابت و صورت فلکی بهینه با فواصل مختلف وابسته به SNR انجام شده است. مقادیر صورت فلکی بهینه در نرم‌افزار MATLAB با استفاده از تابع `fminbnd` محاسبه شده است که مقادیر سه حالت آن در جدول ۳ آورده شده است. همان‌طور که از جدول ۳ قابل مشاهده است، مقادیر

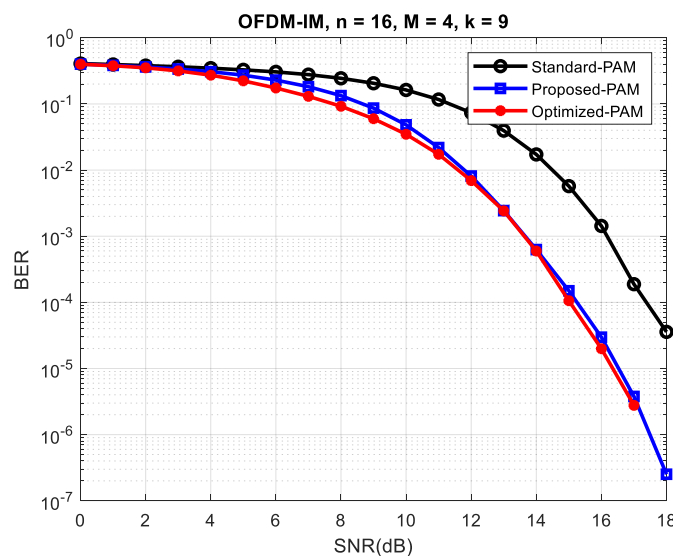
<sup>1</sup> Signal to noise ratio

صورت فلکی بهینه نسبت به مقادیر زیرحامل فعال و SNR حساس و وابسته است و با تغییر در این مقادیر نیاز به جستجو و بهینه‌سازی مجدد دارد که بسیار عمل زمان‌بری است. در شکل‌های ۱۶ تا ۱۸ مشاهده می‌شود که تفاوت زیادی بین صورت فلکی پیشنهادی و صورت فلکی بهینه وجود ندارد به ویژه زمانی که مانند شکل ۱۸ حداکثر کارایی طیفی را داشته باشیم. در نتیجه با توجه به زمان انجام و بهبود مختصر صورت فلکی بهینه، صورت فلکی پیشنهادی این مقاله پیشنهاد مناسبی برای مدولاسیون M-PAM در سیستم‌های OFDM-IM است.



شکل ۱۶: منحنی BER و مقایسه صورت فلکی پیشنهادی و بهینه برای  $k=4$

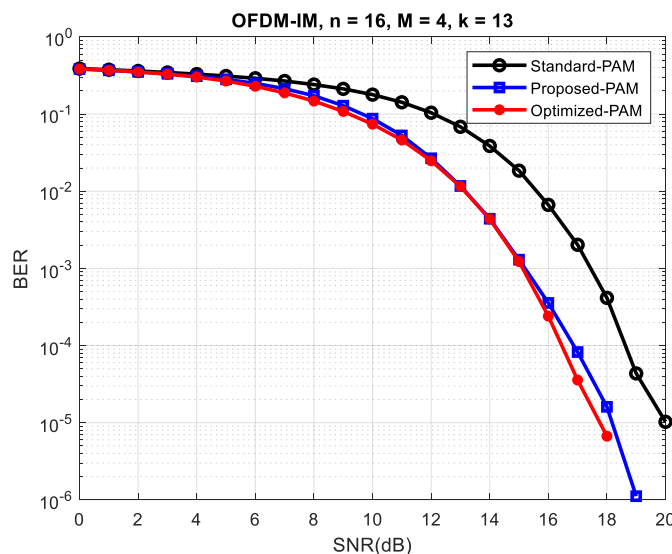
Figure 16. BER and comparison of proposed and optimized constellation pattern for  $k=4$



شکل ۱۷: منحنی BER و مقایسه صورت فلکی پیشنهادی و بهینه برای  $k=9$

Figure 17. BER and comparison of proposed and optimized constellation pattern for  $k=9$





شکل ۱۸: منحنی BER و مقایسه صورت فلکی پیشنهادی و بهینه برای  $k=13$   
Figure 18. BER and comparison of proposed and optimized constellation pattern for  $k=13$

جدول ۳: فاصله نزدیک‌ترین سمبل از نقطه صفر در صورت فلکی بهینه برای  $M=4$  نسبت به SNR و  $k$  های مختلف

Table 3. Distance of nearest symbol from zero in optimized constellation pattern for  $M=4$  relative to different  $k$  and SNRs

$k$	$k = 0, 1, 2, \dots, 18, 19, 20$
4	2.0469, 2.0531, 1.9443, 1.9289, 1.8488, 1.7639, 1.6728, 1.5905, 1.5192, 1.4653, 1.4145, 1.3863, 1.3816, 1.3168, 1.3168, 1.3168, 1.3168, 1.3168, 1.3168, 1.3168
9	1.7011, 1.7208, 1.9375, 1.9448, 2.0326, 1.9442, 1.9428, 1.8454, 1.7774, 1.6893, 1.5873, 1.5498, 1.4850, 1.4514, 1.3974, 1.3567, 1.2970, 1.2970, 1.2970, 1.2970, 1.2970
13	1.4468, 1.5216, 1.6038, 1.6615, 1.7581, 1.8054, 1.8110, 1.7957, 1.7639, 1.6748, 1.6105, 1.5230, 1.4831, 1.4510, 1.4157, 1.3755, 1.3471, 1.3206, 1.3161, 1.3161, 1.3161

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله سیستم OFDM-IM مورد بحث قرار گرفت. در این سیستم چون تعدادی از زیرحامل‌ها فعال و بقیه غیرفعال هستند، تعداد این زیرحامل‌های فعال سایر پارامترهای کیفی و کمی این سیستم را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در این مقاله هدف اول پیدا کردن تعداد زیرحامل فعال بهینه با هدف رسیدن به حداکثر نرخ بیت ارسالی و حداکثر کارایی طیفی بود. توسط بهینه‌سازی با عمل مشتق‌گیری و اصلاح درست تقریب موجود و شبیه‌سازی نشان داده شد که تعداد زیرحامل فعال بهینه پیشنهادی این مقاله پاسخ مطلوبی برای سیستم OFDM-IM دارد و می‌تواند در مواردی نرخ داده ارسالی و کارایی طیفی را تا ۲۵ درصد نیز بهبود دهد. در سیستم OFDM-IM با توجه به وجود زیرحامل غیرفعال و سمبل صفر، نظم صورت فلکی مدولاسیون PAM و فاصله برابر بین سمبل‌ها به هم می‌خورد و در نتیجه نرخ خطای بی‌تای دارد. به عنوان کمک دوم این مقاله، یک صورت فلکی پیشنهادی با فواصل برابر با حفظ انرژی متوسط سمبل‌های مدولاسیون پیشنهاد شد که نرخ خطای بی‌تای سیستم OFDM-IM را در بعضی حالت‌ها ۱۰ و حتی ۱۰۰ برابر بهبود می‌دهد و بر اساس نتایج شبیه‌سازی چون با حالت بهینه‌سازی و جستجوی کامل، تفاوت بسیار کمی دارد، می‌توان به عنوان صورت فلکی مناسب برای مدولاسیون M-PAM در سیستم OFDM-IM پیشنهاد شود.

## مراجع

- [1] T. Hwang, C. Yang, G. Wu, S. Li and G. Ye Li, "OFDM and Its Wireless Applications: A Survey," in *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 4, pp. 1673-1694, May 2009, doi: [10.1109/TVT.2008.2004555](https://doi.org/10.1109/TVT.2008.2004555).

- [2] R. Abu-alhiga and H. Haas, "Subcarrier-index modulation OFDM," *IEEE 20th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, Tokyo, Japan, 2009, pp. 177-181, doi: [10.1109/PIMRC.2009.5449882](https://doi.org/10.1109/PIMRC.2009.5449882).
- [3] D. Tsonev, S. Sinanovic and H. Haas, "Enhanced subcarrier index modulation (SIM) OFDM," *IEEE GLOBECOM Workshops (GC Wkshps)*, Houston, TX, USA, 2011, pp. 728-732, doi: [10.1109/GLOCOMW.2011.6162549](https://doi.org/10.1109/GLOCOMW.2011.6162549).
- [4] E. Başar, Ü. Aygölü, E. Panayircı and H. V. Poor, "Orthogonal Frequency Division Multiplexing With Index Modulation," in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 61, no. 22, pp. 5536-5549, Nov. 2013, doi: [10.1109/TSP.2013.2279771](https://doi.org/10.1109/TSP.2013.2279771).
- [5] R. Fan, Y. J. Yu and Y. L. Guan, "Generalization of Orthogonal Frequency Division Multiplexing With Index Modulation," in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 14, no. 10, pp. 5350-5359, Oct. 2015, doi: [10.1109/TWC.2015.2436925](https://doi.org/10.1109/TWC.2015.2436925).
- [6] M. Chafii, J. P. Coon and D. A. Hedges, "DCT-OFDM With Index Modulation," in *IEEE Communications Letters*, vol. 21, no. 7, pp. 1489-1492, July 2017, doi: [10.1109/LCOMM.2017.2682843](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2017.2682843).
- [7] A. W. Azim, M. Chafii, Y. Le Guennec and L. Ros, "Spectral and Energy Efficient Fast-OFDM With Index Modulation for Optical Wireless Systems," in *IEEE Communications Letters*, vol. 24, no. 8, pp. 1771-1774, Aug. 2020, doi: [10.1109/LCOMM.2020.2989633](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2020.2989633).
- [8] N. H. Nguyen, B. Berscheid and H. H. Nguyen, "Fast-OFDM With Index Modulation for NB-IoT," in *IEEE Communications Letters*, vol. 23, no. 7, pp. 1157-1160, July 2019, doi: [10.1109/LCOMM.2019.2917684](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2019.2917684).
- [9] J. G. Proakis, *Digital communications*. McGraw-Hill, Higher Education, 2008.
- [10] J. Havil, *Gamma: Exploring Euler's Constant*. Princeton University Press, 2010.