

Vol. 12/ No. 48/Summer 2023

Research Article

## Kalman Filtering improvement Surface-to-Air Missile Guidance

Mahdi Hosein Zadeh Heravian, MSc 

<sup>1</sup>Department of Electrical & Computer Engineering, Torbat Heydarieh Branch, Islamic Azad University, Torbat Heydarieh, Iran, mhzh52@gmail.com

**Correspondence**

Mahdi Hosein Zadeh Heravian, Instructor of Electrical & Computer Engineering, Torbat Heydarieh Branch, Islamic Azad University, Torbat Heydarieh, Iran, mhzh52@gmail.com

**Received:** 30 August 2022

**Revised:** 18 September 2022

**Accepted:** 6 October 2022

### Abstract

Homing missiles are classified as Surface-to-air missiles. These missiles are used for air targets like airplane or helicopter combat. To counteract these missiles, fighter aircrafts use pseudo targets to deviate the course of the missiles. These pseudo targets in the form of Flyer Decoys, Jamming or Clutter are effective means to disable such missiles. In early versions of guidance systems, missiles turn-off their guidance systems temporarily. This can help in limited situations. However, in this paper an advanced guidance system based on Extended Kalman Filters is proposed. It is shown that using the estimated values of the variables from Kalman Filter, can modify the course of missile fight leading to the target. Due to the bearing-only nature of the system, it shown that initial conditions are very important in the estimation process. To reduce the effect of initial conditions, a set of Extended Kalman Filter is introduced. Simulation results are provided to show the effectiveness of the proposed methodology.

**Keywords:** Homing Missile, Pure Proportional Navigation, Extended Kalman Filter, Bearing-only Tracking.

### Highlights

- Learning and intelligent estimation of the target trajectory to be able to predicted in the unwanted behavioral conditions.
- Cooperative target guidance and estimation of multiple missiles to ensure hitting the target.
- Adaptive estimation of the target trajectory with multiple models to detect different behaviors of pseudo targets and predict the path of the main target.

**Citation:** M. Hosein Zadeh Heravian, "Kalman Filtering for Improvement Surface-to-Air Missile Guidance," *Journal of Southern Communication Engineering*, vol. 12, no. 48, pp. 29–42, 2023, doi: 10.30495/jce.2022.1966590.1169, (in Persian).

## کاربرد فیلتر کالمن برای بهبود کیفیت هدایت موشک زمین به هوا

مهدی حسین زاده هروی<sup>۱</sup> <sup>۱</sup> گروه مهندسی برق و کامپیوتر، واحد تربت حیدریه، دانشگاه آزاد اسلامی، تربت حیدریه، ایران، mzh52@gmail.com

نویسنده مسئول

\* مهدی حسین زاده هروی، مربی، مهندسی برق و کامپیوتر، واحد تربت حیدریه، دانشگاه آزاد اسلامی، تربت حیدریه، ایران، mzh52@gmail.com

## چکیده:

دسته‌ای از موشک‌های زمین به هوا، موشک‌های آشیانه یاب (ردیاب) هستند که جهت مقابله با اهداف هوایی نظیر هواپیما یا بالگرد مورد استفاده قرار می‌گیرند. با ایجاد اهداف مجازی توسط هدف، کارایی این موشک‌ها بشدت کم شده است. ابتدایی‌ترین سیستم طراحی شده برای مقابله با اهداف کاذب، خاموش کردن سیستم هدایت هنگام شناسایی و مواجهه با این اهداف است. خاموش کردن هدایت به این معنا است که آخرین دستور شتاب قبل از مواجهه باهدف مجازی در طول مدت وجود هدف مجازی، برای هدایت موشک به کار گرفته شود. به علت وجود مانورهای هدف، هدایت خاموش در بعضی حالات مناسب عمل نمی‌کند. با فرض تشخیص ایجاد شدن هدف مجازی، در این مقاله از پیش‌بینی رفتار آینده موقعیت هدف برای مقابله با اهداف مجازی استفاده شده است. برای پیش‌بینی نیز از فیلتر کالمن تعمیم‌یافته استفاده شده است. نشان داده شده است که این روش در مقایسه با روش هدایت خاموش، مناسب‌تر عمل می‌کند. با توجه به در دسترس نبودن اطلاعات کافی از هدف، یکی از مشکلات روش پیش‌بینی، خطای موجود در مقدار اولیه حالت‌ها است. خطای زیاد در مقدار اولیه حالت‌ها باعث می‌شود که خطای پیش‌بینی در فیلتر کالمن تعمیم‌یافته و در نتیجه خطای برخورد زیاد شود. به این علت در این مقاله ایده استفاده از چند فیلتر کالمن تعمیم‌یافته به‌طور هم‌زمان، مطرح شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که این روش توانسته است تا حد زیادی وابستگی به مقدار اولیه را از بین ببرد و موشک را به سمت هدف هدایت نماید.

**کلید واژه‌ها:** موشک آشیانه یاب، هدایت متناسب خالص، فیلتر کالمن تعمیم‌یافته، ردیابی زاویه‌ای.

تاریخ دریافت: ۸ شهریور ۱۴۰۱

تاریخ بازنگری: ۲۷ شهریور ۱۴۰۱

تاریخ پذیرش: ۱۴ مهر ۱۴۰۱

<https://doi.org/10.30495/jce.2022.1966590.1169>

## ۱-مقدمه

موشک موردنظر در این مقاله جزء موشک‌های آشیانه یاب است که اولین موشک‌های این نوع توسط آلمان در جنگ جهانی دوم (موشک‌های  $V_1$  و  $V_2$ ) ساخته شد و سپس موشک لارک بر پایه تحقیقات آلمانی‌ها در ایالت متحده ساخته شد [۱]. معمولاً در سیستم هدایت آشیانه یاب، انرژی ساطع شده از هدف، توسط حسگر (جستجوگر) موشک، حس می‌شود و سپس به کمک سیستم هدایت موشک، مسیر به سمت هدف تعیین می‌شود. در سیستم هدایت این موشک از قانون هدایت متناسب خالص استفاده شده است [۲]. جستجوگر این موشک مادون قرمز است، یعنی ردیابی هدف به‌صورت غیرفعال انجام می‌شود. به‌عبارت‌دیگر فقط اطلاعات زاویه‌ای خط دید در دسترس هستند که به کمک سرعت زاویه‌ای خط دید، دستور شتاب موردنیاز برای هدایت موشک محاسبه می‌شود [۳]. امروزه هواپیماهای جنگنده از مانورهای تاکتیکی، تخریب، مخفی سازی، منابع فعال

متصل به هواپیما، فریب<sup>۱</sup> حرارتی پرتاب‌شونده<sup>۲</sup>، برای مقابله با موشک‌های زمین به هوای آشیانه یاب استفاده می‌کنند. فریب یا دکوی‌ها که یک نمونه از آن در شکل ۱ نمایش داده شده است، عواملی هستند که مشخصه‌های انعکاسی و دیگر مشخصه‌های یک هدف را تغییر می‌دهند تا هدف در مقابل راکت‌های هدایت‌شونده و یا دیگر سیستم‌های دشمن محافظت شود [۳،۴].

در این موشک، برای مقابله با اهداف کاذب، سیستم هدایت خاموش می‌شود. یعنی برای هدایت موشک در طول مدت مواجهه با هدف مجازی، آخرین دستور شتاب قبل از ایجاد هدف مجازی، استفاده می‌شود. به علت امکان وجود مانور هدف این روش خوب عمل نمی‌کند و باعث دور شدن موشک از هدف می‌شود. در این مقاله، امکان استفاده از فیلترهای ردیاب (تخمین زنده‌ها) برای مقابله با اهداف مجازی بررسی شده است. از سی سال گذشته کاربرد انواع مختلف فیلترهای ردیاب در سیستم‌های نظامی بررسی شده است [۴،۵]. کاربرد عمده این فیلترها، تضعیف اثر نویز اندازه‌گیری‌ها و مقابله با مانور اهداف است. نحوه استفاده از این فیلترها می‌تواند به این صورت باشد که از ابتدای پرتاب موشک فیلتر شروع بکار کند و از قسمت تخمین فیلتر برای تضعیف اثر نویز اندازه‌گیری‌ها استفاده شود. سپس در هنگامی که تشخیص داده شد، اطلاعات اندازه‌گیری جستجوگر توسط اهداف مجازی بی‌ارزش شده است، از قسمت پیش‌بینی فیلتر برای پیش‌بینی اندازه‌گیری‌ها استفاده شده و در صورت برطرف شدن هدف مجازی دوباره از اطلاعات اندازه‌گیری جستجوگر استفاده شود. در این مقاله از فیلتر کالمن تعمیم‌یافته<sup>۳</sup> برای ردیابی هدف و تخمین موقعیت آن استفاده شده است. در این مقاله جهت مدل‌سازی حرکت هدف، موشک و لحظه برخورد در بخش ۲ هندسه درگیری مطرح می‌شود. سپس روش هدایت متناسب خالص در بخش ۳ شرح داده شده است. در بخش ۴ معادلات فضای حالت مسئله ردیابی زاویه‌ای معرفی می‌شود. بخش ۵ به کاربرد استفاده از فیلتر کالمن در ردیابی زاویه‌ای اختصاص داده شده است. در بخش ۶ ردیابی زاویه‌ای به کمک مجموعه فیلترهای کالمن تعمیم‌یافته و مقدار داده‌شده با فواصل مختلف در برد پرتابی موشک مطرح شده است. در این مقاله از این روش جهت بهبود نتایج تخمین با توجه به فقدان اندازه‌گیری فاصله موشک تا هدف توسط حسگر موشک، استفاده شده است. بخش ۷ به جمع‌بندی شرایط شبیه‌سازی‌ها اختصاص داده شده است. نهایت در بخش ۸ نتایج خطای برخورد موشک با هدف در ۳ حالت مختلف باهم مقایسه شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی، نشان‌دهنده کارایی روش پیشنهادی "مجموعه فیلترهای کالمن تعمیم‌یافته مقدار داده‌شده با فاصله"<sup>۴</sup> در هدایت موشک هنگام مواجهه با اهداف کاذب است.



شکل ۱: نحوه پرتاب فلیرها و دکویهای حرارتی توسط هواپیما  
Figure 1. Launch flyers and thermal decoys by aircraft

## ۲- هندسه درگیری در فضای سه‌بعدی

در این قسمت، معادلات ریاضی مربوط به درگیری در حالت سه‌بعدی ارائه می‌شود [۵،۳،۶]. موشک و هدف به‌صورت جرم نقطه‌ای در نظر گرفته شده و اندازه سرعت موشک و هدف ثابت فرض می‌شود. زاویه حمله<sup>۵</sup> موشک نیز به‌اندازه کافی کوچک

<sup>1</sup> Decoy

<sup>2</sup> Flyer

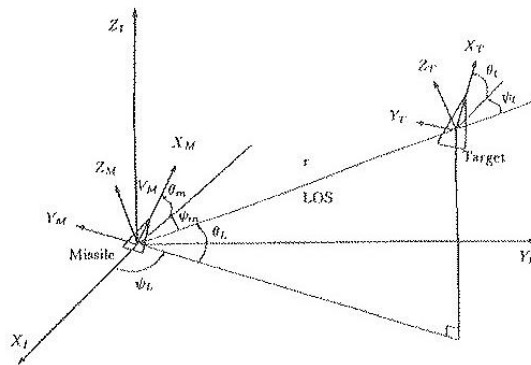
<sup>3</sup> Extended Kalman Filter (EKF)

<sup>4</sup> Set of Range-Parameterised Extended Kalman Filters (SRP-EKF)

<sup>5</sup> Angle of Attack

فرض می‌شود که بتوان از آن صرف‌نظر کرد [۴،۶]. در شکل ۲، هندسه درگیری موشک و هدف در حالت سه‌بعدی نمایش داده شده است. خط دید که در شکل با LOS<sup>۱</sup> نمایش داده شده خطی فرضی است که موشک را به هدف متصل می‌کند. دستگاه‌های M و T، دستگاه‌های مختصات بدنی غیر چرخان موشک و هدف هستند که محور X آن‌ها منطبق بر محور طولی موشک و هدف است. دستگاه I، دستگاه اینرسی (زمینی) است. محور X دستگاه L نیز بر روی خط دید در نظر گرفته شده و به صورت غیر چرخان است. غیر چرخان بودن دستگاه مختصات نیز به این معنا است برای رسیدن از دستگاه اینرسی به دستگاه بدنی غیر چرخان تنها دو دوران اوایلر سمت و فراز لازم است (به ترتیب حول محورهای Y و Z) و دوران چرخ لازم (حول محور X) صفر است. ماتریس دوران مورد استفاده در به دست آوردن معادلات به فرم کلی رابطه ۱ است. در این رابطه برای بیان نسبت های مثلثاتی Sin و Cos از نمایش مختصر S و C استفاده شده است.  $\Psi_{ij}$  و  $\theta_{ij}$ ، زوایای اوایلر هستند و به این معنی هستند که دستگاه i یعنی  $(X_i, Y_i, Z_i)$ ، در اثر دوران  $\Psi_{ij}$  حول محور  $Z_i$  به دستگاه جدید  $(X_d, Y_d, Z_d = Z_i)$  می‌رسد و سپس با دوران  $-\theta_{ij}$  حول محور  $Y_d$  به دستگاه  $j$ ،  $(X_j, Y_j, Z_j)$  می‌رسد. در ادامه برای راحتی بیان زوایای اوایلر از نمایش مختصری که در ادامه ذکر می‌شود، استفاده شده است.  $\Psi_L$  و  $\theta_L$  معادل  $\Psi_{IL}$  و  $\theta_{IL}$ ،  $\Psi_M$  و  $\theta_M$  معادل  $\Psi_{LM}$  و  $\theta_{LM}$  و  $\Psi_T$  و  $\theta_T$  معادل  $\Psi_{LT}$  و  $\theta_{LT}$  هستند.

$$C_i^j = \begin{bmatrix} C\theta_{ij} C\Psi_{ij} & C\theta_{ij} S\Psi_{ij} & S\theta_{ij} \\ -S\Psi_{ij} & C\Psi_{ij} & 0 \\ -S\theta_{ij} C\Psi_{ij} & -S\theta_{ij} S\Psi_{ij} & C\theta_{ij} \end{bmatrix} \quad (1)$$



شکل ۲: هندسه درگیری در فضای سه‌بعدی  
Figure 2. Engagement geometry in three-dimensional space

با توجه به شکل ۲، رابطه ۲ به ترتیب برای سرعت زاویه‌ای خط دید نسبت به فضای اینرسی از دید دستگاه L، سرعت زاویه‌ای بردار سرعت موشک نسبت به خط دید از دید دستگاه M و سرعت زاویه‌ای بردار سرعت هدف نسبت به خط دید از دید دستگاه T به دست می‌آید. در ادامه منظور از  $P_i I$ ، مشتق بردار  $r$  در دستگاه i و  $(P_i I)$ ، مشتق بردار  $r$  در دستگاه i از دید دستگاه j است.

$$\omega_{IL}^L = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_L S\theta_L \\ -\dot{\theta}_L \\ \dot{\psi}_L C\theta_L \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_X \\ \dot{\lambda}_Y \\ \dot{\lambda}_Z \end{bmatrix}, \quad \omega_{LM}^M = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_M S\theta_M \\ -\dot{\theta}_M \\ \dot{\psi}_M C\theta_M \end{bmatrix}, \quad \omega_{LT}^T = \begin{bmatrix} \dot{\psi}_T S\theta_T \\ -\dot{\theta}_T \\ \dot{\psi}_T C\theta_T \end{bmatrix} \quad (2)$$

همچنین طبق قانون کوریولیس  $(P_i I = P_L I + \omega_{IL} \times I)$  و با توجه به رابطه ۳ رابطه ۴ به دست می‌آید.

$$P_i \underline{r} = \underline{V}_T - \underline{V}_M = V_T i_T - V_M i_M, \quad (P_L \underline{r})^L = P \underline{r}^L = [\dot{r} \ 0 \ 0]^T \quad (3)$$

<sup>1</sup> Line of Sight

$$(P_I \underline{r})^L = P \underline{r}^L + \underline{\omega}_{IL}^L \times \underline{r}^L = \underline{V}_{-T}^L - \underline{V}_{-M}^L = C_T^L \times V_T^T - C_M^L \times V_M^M = (C_T^L)^{-1} \times V_{-T} - (C_M^L)^{-1} \times V_{-M} \quad (4)$$

با جایگذاری از روابط ۲ و ۳ در رابطه ۴، رابطه ۵ به دست می‌آید که برای شبیه‌سازی خط دید از آن استفاده می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{r} = V_M (\rho C \theta_T C \psi_T - C \theta_M C \psi_M) \\ r \dot{\lambda}_Y = -V_M (\rho S \theta_T - S \theta_M) \\ r \dot{\lambda}_Z = V_M (\rho C \theta_T S \psi_T - C \theta_M S \psi_M) \end{cases} \quad (5)$$

در رابطه ۵،  $\rho$  برابر  $V_T / V_M$  هست. همچنین با توجه به ثابت فرض کردن اندازه سرعت موشک و هدف، فقط زاویه بردار سرعت موشک و هدف تغییر می‌کند. لذا شتاب موشک برابر ضرب خارجی بردار سرعت زاویه‌ای موشک نسبت به فضای اینرسی در بردار سرعت موشک است. در مورد شتاب هدف هم مشابه همین توضیحات را داریم که در رابطه ۶ بیان شده است.

$$\begin{cases} \underline{A}_M = [0 \quad A_{My} \quad A_{Mz}]^T = (\underline{\omega}_{IL} + \underline{\omega}_{LM}) \times \underline{V}_{-M} \\ \underline{A}_T = [0 \quad A_{Ty} \quad A_{Tz}]^T = (\underline{\omega}_{IL} + \underline{\omega}_{LT}) \times \underline{V}_{-T} \end{cases} \quad (6)$$

رابطه ۶ از دید دستگاه مختصات M و T به صورت رابطه ۷ بیان می‌شود.

$$\begin{cases} \underline{A}_M^M = (C_L^M \underline{\omega}_{IL}^L) \times \underline{V}_{-M}^M + \underline{\omega}_{LM}^M \times \underline{V}_{-M}^M \\ \underline{A}_T^T = (C_L^T \underline{\omega}_{IL}^L) \times \underline{V}_{-T}^T + \underline{\omega}_{LT}^T \times \underline{V}_{-T}^T \end{cases} \quad (7)$$

در نهایت به کمک روابط ۱ و ۲، روابط ۸ و ۹ به دست می‌آیند که از آن‌ها برای شبیه‌سازی موشک و هدف استفاده می‌شود.

$$\begin{cases} \dot{\theta}_M = \frac{A_{Mz}}{V_M} + V_M \tan \lambda_Y S \psi_M (\rho C \theta_T S \psi_T - C \theta_M S \psi_M) / r - V_M C \psi_M (\rho S \theta_T - S \theta_M) / r \\ \dot{\psi}_M = \frac{A_{My}}{V_M C \theta_M} - V_M S \theta_M C \psi_M \tan \lambda_Y (\rho C \theta_T S \psi_T - C \theta_M S \psi_M) / (r C \theta_M) \\ \quad - V_M S \theta_M S \psi_M (\rho S \theta_T - S \theta_M) / (r C \theta_M) - V_M (\rho C \theta_T S \psi_T - C \theta_M S \psi_M) / r \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_T = \frac{A_{Tz}}{\rho V_M} + V_M \tan \lambda_Y S \psi_T (\rho C \theta_T S \psi_T - C \theta_M S \psi_M) / r - V_M C \psi_T (\rho S \theta_T - S \theta_M) / r \\ \dot{\psi}_T = \frac{A_{Ty}}{\rho V_M C \theta_T} - V_M S \theta_T C \psi_T \tan \lambda_Y (\rho C \theta_T S \psi_T - C \theta_M S \psi_M) / (r C \theta_T) \\ \quad - V_M S \theta_T S \psi_T (\rho S \theta_T - S \theta_M) / (r C \theta_T) - V_M (\rho C \theta_T S \psi_T - C \theta_M S \psi_M) / r \end{cases} \quad (9)$$

### ۳- هدایت متناسب خالص در فضای سه‌بعدی

ایده روش هدایت متناسب خالص این است که سرعت زاویه‌ای بردار سرعت موشک متناسب با سرعت زاویه‌ای خط دید بشود. لذا با توجه به فرض ثابت بودن اندازه بردار سرعت موشک، دستور شتاب به صورت رابطه ۱۰ است.

$$\underline{A}_M^c = A_{My}^c j_M + A_{Mz}^c k_M = N \underline{\omega}_{IL} \times \underline{V}_{-M} \quad (10)$$

که از دید دستگاه M به صورت رابطه ۱۱ بیان می‌شود.

$$(\underline{A}_M^c)^M = N \underline{\omega}_{IL}^M \times \underline{V}_{-M}^M = N (C_L^M \underline{\omega}_{IL}^L) \times \underline{V}_{-M}^M \quad (11)$$

به کمک روابط ۱ و ۲ و با توجه به رابطه ۱۰، رابطه ۱۲ برای دستور شتاب به موشک به دست می‌آید.

$$\begin{cases} A_{My}^c = -N V_M \dot{\lambda}_X S \theta_M C \psi_M - N V_M \dot{\lambda}_Y S \theta_M S \psi_M + N V_M \dot{\lambda}_Z C \theta_M \\ A_{Mz}^c = N V_M \dot{\lambda}_X S \psi_M - N V_M \dot{\lambda}_Y C \psi_M \end{cases} \quad (12)$$

اما در عمل جستجوگر قادر به اندازه‌گیری  $\lambda_x$  نیست و نیازی هم به این مقدار نداریم. به خاطر اینکه عملاً فرض می‌شود، ژيروسکوپ به خوبی هدف را دنبال می‌کند و لذا سرعت زاویه‌ای خط دید با سرعت زاویه‌ای جستجوگر تقریباً زده می‌شود و دور ژيروسکوپ هم تثبیت می‌شود [۳]. از دید عملی  $\lambda_x$  تقریباً مساوی صفر است و لذا دستور شتابی که به موشک اعمال می‌شود به صورت رابطه ۱۳ خلاصه می‌شود. در شبیه‌سازی‌ها از این رابطه برای محاسبه فرمان شتاب استفاده شده است.

$$\begin{cases} A_{My}^c = -N V_M \dot{\lambda}_Y S \theta_M S \psi_M + N V_M \dot{\lambda}_Z C \theta_M \\ A_{Mz}^c = -N V_M \dot{\lambda}_Y C \psi_M \end{cases} \quad (13)$$

همان‌طور که در روابط نهایی فوق دیده می‌شود برای پیاده‌سازی این قانون نیاز به تعیین مقادیر  $\theta_M$ ،  $\psi_M$ ،  $\lambda_Y$  و  $\lambda_Z$  هست.  $\theta_M$  و  $\psi_M$  در عمل به‌طور غیرمستقیم از زوایای قاب<sup>۱</sup> جستجوگر محاسبه می‌شوند. زوایای قاب جستجوگر که با  $\theta_G$  و  $\psi_G$  نمایش داده می‌شوند، زوایای اویلر دستگاه S نسبت به دستگاه M هستند. برای توضیح بیشتر و نحوه محاسبه  $\theta_M$  و  $\psi_M$  به [۶] مراجعه شود.  $\lambda_Y$  و  $\lambda_Z$  مستقیماً توسط جستجوگر اندازه‌گیری نمی‌شوند ولی نشان داده شده که به کمک اندازه‌گیری‌های جستجوگر، آن‌ها را می‌توان با تقریب خوبی محاسبه کرد [۳،۴]. قانون هدایتی که از تقریب سرعت زاویه‌ای خط دید استفاده می‌کند، هدایت عملی و قانون هدایت روابط ۱۳ هدایت تئوری نامیده شده است [۳]. با توجه به بررسی نتایج شبیه‌سازی این دو نوع هدایت که در بخش ۳-۶-۴ مرجع [۳] انجام شده است، مشخص شده که منحنی شتاب دستور داده شده برای هدایت عملی در لحظات اولیه، تغییراتی نسبت به هدایت تئوری دارد که به علت تقریب‌های اعمال شده است. ولی منحنی فاصله این دو حالت تقریباً بر هم منطبق هستند. همچنین مشاهده شده که در روش هدایت عملی نیز مشابه روش هدایت تئوری برخورد صورت می‌گیرد. لذا در این مقاله از قانون هدایت تئوری استفاده شده است. در ضمن با فرض اینکه دینامیک خلبان خودکار از حلقه هدایت سریع‌تر است، از رابطه ۱۴ برای شتاب موشک و شتاب دستور داده شده به آن استفاده می‌کنیم.

$$\underline{A}_M = \underline{A}_M^c \Rightarrow A_{My} = A_{My}^c, A_{Mz} = A_{Mz}^c \quad (14)$$

#### ۴- معادلات فضای حالت ردیابی زاویه‌ای در فضای سه‌بعدی

در این مقاله دینامیک موشک آن‌قدر سریع فرض می‌شود که قابل صرف‌نظر کردن باشد. هر مؤلفه شتاب هدف نیز به صورت مانور پویسون-جینکینگ<sup>۲</sup> [۴] یا فرآیند گوس-مارکوف<sup>۳</sup> مرتبه اول در نظر گرفته شده است [۷-۹]. لذا مسئله ردیابی طبق رابطه ۱۵ که در آن بردار  $r$  فاصله نسبی هدف تا موشک، بردار  $v$  سرعت نسبی هدف نسبت به موشک، بردارهای  $A_T$  و  $A_M$  شتاب‌های موشک و هدف در دستگاه اینرسی هستند، قابل توصیف است.

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \\ \dot{A}_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{v} \\ \vec{A}_T - \vec{A}_M \\ -\lambda \vec{A}_T \end{bmatrix} + w \quad (15)$$

متغیرهای رابطه ۱۵ در رابطه ۱۶ و پاراگراف بعد آن معرفی شده‌اند.

$$w = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 1} \\ 0_{3 \times 1} \\ w_T \end{bmatrix}, \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} \lambda_x^2 \varphi_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y^2 \varphi_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z^2 \varphi_z \end{bmatrix}, \lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = 0/04 \text{ sec}^{-1} \quad (16)$$

<sup>1</sup> Gimbal Angle

<sup>2</sup> Poisson Jinking Maneuver

<sup>3</sup> Gauss-Markov Process

هر مؤلفه  $W_T$  نویز سفید گوسی میانگین صفر و  $\lambda$ ها پهنای باند مانور هدف در راستاهای مربوطه هستند. ماتریس کوواریانس  $W_T$  نیز در رابطه ۱۶ با نماد  $Q$  مشخص شده است که در آن  $\varphi$ ها چگالی توان طیفی نویز مربوطه هستند. با توجه به شکل  $Q$  واضح است که مؤلفه‌های  $W_T$ ، نویزهایی مستقل از هم فرض شده‌اند.

با توجه به رابطه ۱۵ معادلات فضای حالت مسئله ردیابی در دستگاه کارتزین به شکل کلی رابطه ۱۷ با ۹ حالت هست که بردارها و ماتریس‌های آن در رابطه ۱۸ معرفی شده است. اندیس  $i$  نسبی بودن آن متغیر را مشخص می‌کند،  $I_3$  ماتریس همانی  $3 \times 3$  و  $0_3$  ماتریس صفر  $3 \times 3$  هست.

$$\dot{x} = Ax + Bu + w \quad (17)$$

$$x = \begin{bmatrix} \vec{r} \\ \dot{\vec{r}} \\ \vec{A}_T \end{bmatrix} = [x_r, y_r, z_r, \dot{x}_r, \dot{y}_r, \dot{z}_r, A_{Tx}, A_{Ty}, A_{Tz}]^T, \quad u = \vec{A}_M = \begin{bmatrix} A_{Mx} \\ A_{My} \\ A_{Mz} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0_3 & I_3 & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & I_3 \\ 0_3 & 0_3 & -\lambda \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0_3 \\ -I_3 \\ 0_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

در موشک موردنظر در این مقاله به علت غیرفعال بودن جستجوگر فقط اطلاعات  $\theta_L$  و  $\Psi_L$ ، زوایای خط دید در دستگاه اینرسی (شکل ۲) موجود هست و لذا این نوع ردیابی در گروه ردیابی زاویه‌ای (زوایای سمت و فراز) نیز قرار می‌گیرد. در ضمن اطلاعات اندازه‌گیری شده توسط جستجوگر این موشک به‌طور گسسته، با زمان نمونه‌برداری (Ts) حدوداً  $0.1/0.1$  ثانیه است. لذا معادلات خروجی این موشک به‌صورت رابطه ۱۹ بیان می‌شود. که اندیس  $k$  نشان‌دهنده زمان  $t = k.Ts$  هست  $[10-18]$ .

$$\begin{bmatrix} \theta_{Lk} \\ \Psi_{Lk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{tg}^{-1} [z_{rk} / (x_{rk}^2 + y_{rk}^2)^{1/2}] \\ \text{tg}^{-1} (y_{rk} / x_{rk}) \end{bmatrix} + v_k, \quad y_k = g_k(x_k) + v_k \quad (19)$$

عناصر  $V_k$  نویز سفید گوسی با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس  $R_k$  طبق رابطه ۲۰ انتخاب شده‌اند  $[10-18]$ .

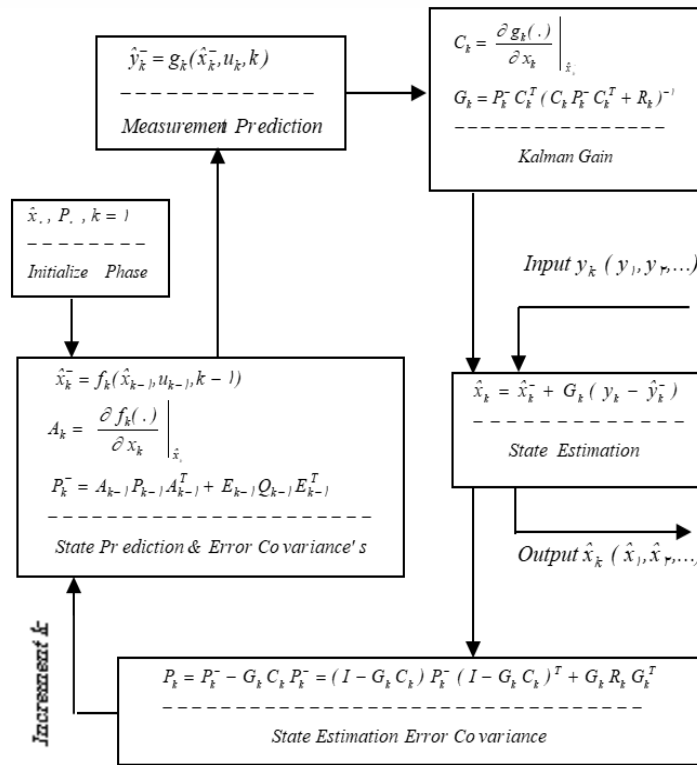
$$R_k = E(v_k v_k^T) = 5 \times \text{diag}([h(r_k), h(r_k)]) \quad , \quad h(r_k) \triangleq \frac{0.25}{r_k^2} + 5.6 \times 10^{-7} \quad (20)$$

از روابط ۱۷ تا ۲۰، در بخش تخمین و پیش‌بینی استفاده شده است.

## ۵- تخمین و پیش‌بینی با استفاده از فیلتر کالمن در ردیابی زاویه‌ای

در این مقاله تخمین و پیش‌بینی به کمک فیلتر کالمن انجام می‌شود. به علت غیرخطی بودن معادلات اندازه‌گیری‌ها و گسسته بودن آن‌ها از فیلتر کالمن تعمیم‌یافته گسسته استفاده شده است. برای یک سیستم غیرخطی گسسته به‌صورت رابطه ۲۱، الگوریتم این فیلتر در شکل ۳، آمده است  $[11, 17]$ . در روابط شکل ۳ منظور از  $\hat{X}_k^-$ ، پیش‌بینی یک گام به جلوی حالت‌ها در لحظه  $K$ ،  $P_k^-$ ، ماتریس کوواریانس خطای پیش‌بینی حالت‌ها،  $\hat{X}_k$ ، تخمین حالت‌ها در لحظه  $K$  ام و  $P_k$ ، ماتریس کوواریانس خطای تخمین حالت‌ها هست. همچنین نکاتی در  $[12, 17]$  برای جلوگیری از واگرایی فیلتر مطرح شده است که در شبیه‌سازی‌ها مورد توجه بودند. که با توجه به این نکات در شبیه‌سازی‌ها ماتریس  $Q$  غیر صفر و تا اندازه‌ای که نیاز است، بزرگ انتخاب شده و در هر گام ماتریس  $P$  متقارن می‌شود. همچنین در هر گام مثبت نیمه معین بودن ماتریس  $P$  و وضعیت عناصر قطری آن نیز از لحاظ بیکران شدن بررسی می‌شود.

$$\begin{cases} x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, k) + E_k w_k \\ y_k = g_k(x_k, u_k, k) + v_k \end{cases} \quad (21)$$



شکل ۳: حلقه الگوریتم بازگشتی فیلتر کالمن تعمیم یافته  
Figure 3. Extended Kalman filter recursive algorithm loop

نحوه استفاده از فیلتر کالمن در تخمین به این صورت است که از ابتدای پرتاب موشک، فیلتر شروع بکار می کند ولی تا وقتی که اهداف مجازی ایجاد نشده اند از فیلتر استفاده نمی شود و از اندازه گیری ها جستجوگر که نویز آن ها توسط یک فیلتر پایین گذر تضعیف شده است، استفاده می شود؛ اما با شناسایی هدف مجازی، بخش های مربوط به محاسبه تخمین حالت  $(\hat{X}_k)$ ، بهره کالمن  $(G_k)$  و کوواریانس خطای تخمین حالت  $(P_k)$  از روند الگوریتم مذکور حذف می شوند و از مقادیر پیش بینی حالت و خروجی برای تخمین حالت و خروجی استفاده می شود  $(\hat{X}_k = \hat{X}_k^-)$ ،  $(\hat{Y}_k = \hat{Y}_k^-)$ . این کار در مدت زمان وجود اهداف مجازی ادامه می یابد. دلیل آن هم واضح است چون در اثر ایجاد شدن هدف مجازی اندازه گیری ها آن قدر نامطمئن می شوند که قابل استفاده نیستند. برای استفاده از الگوریتم EKF، معادلات خروجی (رابطه ۱۹) به صورت رابطه ۲۲ خطی سازی شده است.

$$C_k = \frac{\partial g_k(x_k)}{\partial x_k} = \begin{bmatrix} -z_{rk} \times x_{rk} & -z_{rk} \times y_{rk} & \frac{r_{ok}}{r_k^2} & 0_{1 \times 6} \\ r_k^2 \times r_{ok} & r_k^2 \times r_{ok} & r_k^2 & \\ -y_{rk} & x_{rk} & 0 & 0_{1 \times 6} \\ r_{ok}^2 & r_{ok}^2 & & \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} r_k \triangleq (x_{rk}^2 + y_{rk}^2 + z_{rk}^2)^{1/2} \\ r_{ok} \triangleq (x_{rk}^2 + y_{rk}^2)^{1/2} \end{cases} \quad (22)$$

معادلات سیستم (روابط ۱۷ و ۱۸) نیز برای استفاده در قسمت شبیه سازی، به صورت رابطه ۲۳ گسسته سازی شده است [۴].

$$x_{k+1} = A_k x_k + B_k u_k + w_k \quad (23)$$

ماتریس های رابطه ۲۳ در رابطه ۲۴ معرفی شده است.

$$A_k = \begin{bmatrix} I_3 & T_s I_3 & M(T_s, \lambda) \\ 0_3 & I_3 & \lambda^{-1}(I_3 - e^{-T_s \lambda}) \\ 0_3 & 0_3 & e^{-T_s \lambda} \end{bmatrix}, \quad B_k = \begin{bmatrix} -\frac{T_s^2}{2} I_3 \\ -T_s I_3 \\ 0_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

با توجه به توضیحات مذکور برای نویز  $w$  در رابطه ۱۶، اطلاعات آماری  $w_k$  در رابطه ۲۵ آمده است.



$$E(w_k) = 0_{3 \times 1}, \quad E(w_k w_k^T) = Q_k \quad (25)$$

در رابطه ۲۵،  $Q_k$  بر حسب  $\lambda$  و  $T_s$  و  $Q$  قابل محاسبه است که نتیجه نهایی آن در روابط ۲۶ و ۲۷ بیان شده است [۴].

$$Q_k = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0_3 & 0_3 \\ 0_3 & Q & 0_3 \\ 0_3 & 0_3 & Q \end{bmatrix}, \quad Q = 450 I_3 \quad (26)$$

اعضاء ماتریس رابطه ۲۶ در رابطه ۲۷ معرفی شده است.

$$\begin{aligned} q_{11} &= \frac{1}{2} \lambda^{-5} \left( I_3 - e^{-2T_s \lambda} + 2T_s \lambda + \frac{2}{3} T_s^3 \lambda^3 - 2T_s^2 \lambda^2 - 4T_s \lambda e^{-T_s \lambda} \right), \quad q_{23} = \frac{1}{2} \lambda^{-2} \left( I_3 - 2e^{-T_s \lambda} + e^{-2T_s \lambda} \right) \\ q_{12} &= \frac{1}{2} \lambda^{-4} \left( I_3 + e^{-2T_s \lambda} - 2e^{-T_s \lambda} + 2T_s \lambda e^{-T_s \lambda} - 2T_s \lambda + T_s^2 \lambda^2 \right), \quad q_{13} = \frac{1}{2} \lambda^{-3} \left( I_3 - e^{-2T_s \lambda} - 2T_s \lambda e^{-T_s \lambda} \right) \quad (27) \\ q_{22} &= \frac{1}{2} \lambda^{-3} \left( -3I_3 + 4e^{-T_s \lambda} - e^{-2T_s \lambda} + 2T_s \lambda \right), \quad q_{33} = \frac{1}{2} \lambda^{-1} \left( I_3 - e^{-2T_s \lambda} \right), \quad T_s = 0/01 \text{ sec} \end{aligned}$$

در نهایت  $Q_k$  محاسبه شده در رابطه ۲۸ آمده است. در شبیه‌سازی‌ها مشاهده شد که اگر  $Q_k$  کمی از مقدار محاسبه شده بزرگ‌تر انتخاب شود، جواب‌های مناسب‌تری داریم. ماتریس  $Q_k$  رابطه ۲۸ در تمام شبیه‌سازی‌های مربوطه استفاده شده است.

$$Q_k = \begin{bmatrix} 1/2497 \times 10^{-8} \times I_3 & 3/7491 \times 10^{-6} \times I_3 & 7/4977 \times 10^{-4} \times I_3 \\ 3/7491 \times 10^{-6} \times I_3 & 1/1247 \times 10^{-3} \times I_3 & 2/2493 \times 10^{-1} \times I_3 \\ 7/4977 \times 10^{-4} \times I_3 & 2/2493 \times 10^{-1} \times I_3 & 4/4982 \times 10^1 \times I_3 \end{bmatrix} \quad (28)$$

#### ۶- ردیابی زاویه‌ای به کمک "مجموعه فیلترهای کالمن تعمیم‌یافته مقدار داده شده بافاصله"

همان‌طور که در بخش ۵ گفته شد، برای فیلتر کردن، تخمین و پیش‌بینی خروجی از EKF استفاده می‌شود. در شبیه‌سازی‌های انجام شده مشاهده می‌شد که با دور شدن تخمین اولیه حالت‌ها ( $\hat{X}_0$ ) از  $X_0$  حقیقی، وضعیت تخمین و علی‌الخصوص پیش‌بینی خطای قابل توجهی پیدا می‌کند و نهایتاً پیش‌بینی قابل استفاده نیست. در ادامه برای رفع این مشکل روشی ارائه می‌شود که به اختصار "مجموعه فیلترهای کالمن تعمیم‌یافته مقدار داده شده بافاصله (SRP-EKF)" نامیده شده است [۱۳].

در این روش، با چند EKF مستقل از هم که با مقادیر متفاوتی از تخمین  $r_0$  (فاصله نسبی اولیه) مقداردهی شده‌اند ردیابی شروع می‌شود و در هر بهنگام شدن میزان سازگاری فیلترها با زوایای اندازه‌گیری شده محاسبه می‌شود. بعد از تعدادی بهنگام کردن احتمال صحت بعضی از فیلترها از حدّ معینی کمتر می‌شود و پس از این از روند محاسبات حذف می‌شوند. سرعت اتفاق افتادن این مسئله به هندسه شرایط در نظر گرفته شده، مسیرهای هدف و رؤیت‌گر، تعداد و نوع مانورهای رؤیت‌گر بستگی دارد. در شرایط ردیابی خوب، فیلتر صحیح خیلی سریع و در زمان کوتاهی بر دیگر فیلترها غلبه پیدا می‌کند و پس از آن تنها فیلتری است که در روال محاسبات استفاده می‌شود. در این شرایط ردیابی SRP از ردیابی EKF تکی به لحاظ محاسباتی پیچیده‌تر نیست.

با انجام شبیه‌سازی‌های متعدد بر روی ردیابی‌های EKF در حالات مختلف به صورت تجربی خطای ۱۰٪ تخمین اولیه مناسب تشخیص داده شد. که با توجه به این، تعداد ۱۴ ردیابی EKF مورد نیاز است تا برد ۰/۵ تا ۸ کیلومتری پوشش داده شود. باندهای متناظر با هر EKF و مراکز آن‌ها ( $f_0$ ) در جدول ۱ آمده است.

نهایتاً در شبیه‌سازی‌های مربوطه، هر EKF با مرکز باند متناظرش مقداردهی اولیه می‌شود و سپس طبق رابطه ۲۹ وزن EKFها در هر گام بهنگام می‌شود. در مواقعی که هدف مجازی ایجاد می‌شود، می‌توان از آخرین وزن محاسبه شده موجود استفاده کرد که برای اینکه این عمل خطای زیادی ایجاد نکند، بایستی قبل از وقوع هدف مجازی وزن‌ها تقریباً به مقادیر مشخصی همگرا شده باشند.

جدول ۱: مراکز و لبه‌های باندها برحسب کیلومتر، متناظر با EKFهای مورد استفاده در طرح پیشنهادی SRP-EKF  
Table 1. The centers and edges of the bands in kilometers, corresponding to the EKF's used in the proposed SRP-EKF scheme

شماره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
لبه‌ها	۰/۵ تا ۰/۶	۰/۶ تا ۰/۷۴	۰/۹ تا ۱/۱	۱/۳ تا ۱/۳	۱/۶ تا ۱/۶	۲ تا ۲	۲/۴ تا ۲/۴	۳ تا ۳	۳/۶ تا ۳/۶	۴ تا ۴	۴/۴ تا ۴/۴	۵/۴ تا ۵/۴	۶/۶ تا ۶/۶	۸ تا ۸
مراکز	۰/۵۵	۰/۶۷	۰/۸۲	۱	۱/۲	۱/۴۵	۱/۸	۲/۲	۲/۷	۳/۳	۴	۴/۹	۶	۷/۳

$$W_{n_k} = 0.5 \times W_{n_{k-1}} \times \left( \frac{1}{\sigma_{\theta_{n_k}} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\theta}_{n_k} - \theta}{\sigma_{\theta_{n_k}}}\right)^2\right] + \frac{1}{\sigma_{\psi_{n_k}} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\hat{\psi}_{n_k} - \psi}{\sigma_{\psi_{n_k}}}\right)^2\right] \right) \quad (29)$$

با توجه به اینکه مدل ردیابی در این مقاله (بخش ۴)، در دستگاه کارتیزین است، در گام K ام برای محاسبه  $\theta_{n_k}$  و  $\psi_{n_k}$ ، از  $\hat{X}_{n_k}$  مربوط به n امین EKF استفاده می‌شود. برای محاسبه  $\sigma_{\theta_{n_k}}$  و  $\sigma_{\psi_{n_k}}$  باید در گام K ام ماتریس کوواریانس خطای تخمین n امین EKF، از مختصات کارتیزین به مختصات قطبی تبدیل شود که این کار طبق رابطه ۳۰ انجام می‌شود. در این رابطه  $P_c$  و  $P_{mp}$  ماتریس‌های کوواریانس خطای تخمین ( $P_k$  در شکل ۳) هستند که به ترتیب متناظر با بیان معادلات ردیابی در دستگاه کارتیزین و دستگاه قطبی می‌باشند.  $X_c$  نشان‌دهنده حالت‌ها در دستگاه کارتیزین است که در رابطه ۱۸ با نماد X معرفی شده است و  $X_{mp}$  حالت‌ها را در مختصات قطبی مشخص می‌کند.

$$P_{mp} = J_c^{mp} P_c (J_c^{mp})^T, \quad J_c^{mp} = \frac{\partial x_{mp}}{\partial x_c}, \quad x_{mp} = [r, \theta, \psi, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, A_{Tr}, A_{T\theta}, A_{T\psi}] \quad (30)$$

$$\sigma_{\theta_{n_k}}^2 = P_{mp}(2,2), \quad \sigma_{\psi_{n_k}}^2 = P_{mp}(3,3)$$

در طی مراحل محاسبه اگر وزن EKF ای از یک حدّ معینی کمتر باشد، آن EKF از مراحل محاسبات حذف می‌شود. در شبیه‌سازی‌های ذکر شده در این مقاله (بخش ۷) این حدّ، ۰/۰۰۱، در نظر گرفته شده است.

### ۷- شبیه‌سازی‌ها

همان‌طور که ذکر شد، برای شبیه‌سازی هدف از رابطه ۹، برای شبیه‌سازی موشک از رابطه ۸ و برای شبیه‌سازی خط دید از رابطه ۵، استفاده شده است. در تمام شبیه‌سازی‌ها از هدایت متناسب استفاده شده است و این روش هدایت، طبق رابطه ۱۳ پیاده‌سازی شده است. در ضمن همان‌طور که در بخش ۱ ذکر شد و در بخش ۳ (مثلاً رابطه ۱۳)، دیده شد در این روش هدایت، به کمک سرعت زاویه‌ای خط دید، دستور شتاب موردنیاز برای هدایت موشک محاسبه می‌شود و لذا در هنگام مواجهه با اهداف کاذب باید از پیش‌بینی سرعت زاویه‌ای خط دید ( $\lambda_z$  و  $\lambda_y$ ) برای محاسبه دستور شتاب استفاده شود. در این مقاله سه گروه شبیه‌سازی ارائه شده است. در هر سه گروه فرض شده است که نویز اندازه‌گیری‌ها توسط یک فیلتر پایین‌گذر تضعیف شده است و لذا زمانی که از اندازه‌گیری‌های واقعی استفاده می‌شود اطلاعات بدون نویز فرض می‌شوند. گروه اول شبیه‌سازی‌ها مربوط به روشی است که در هنگام مواجهه با اهداف کاذب هدایت خاموش می‌شود، یعنی در طول مدت‌زمان وجود اهداف کاذب، آخرین دستور شتاب، قبل از مواجهه با اهداف کاذب، برای هدایت موشک استفاده می‌شود. این روش به‌اختصار هدایت خاموش نامیده شده است.

در شبیه‌سازی‌های گروه دوم، در طول مدت‌زمان وجود اهداف کاذب، از قسمت پیش‌بینی فیلتر کالمن تعمیم‌یافته (بخش ۵) برای هدایت موشک استفاده می‌شود، یعنی از پیش‌بینی سرعت زاویه‌ای خط دید ( $\lambda_z$  و  $\lambda_y$ ) برای محاسبه رابطه ۱۳ استفاده می‌شود. گروه سوم شبیه‌سازی‌ها، مشابه گروه دوم است، منتهی از ایده راه‌اندازی چند فیلتر کالمن به‌طور هم‌زمان که در بخش ۶ ارائه شد (SRP-EKF)، استفاده شده است. در ضمن توجه شود که با توجه به اینکه در گروه دوم و سوم تخمین حالت‌ها موجود است، در محاسبه تخمین  $\lambda_z$  و  $\lambda_y$  از مشتق تخمین  $\psi$  و  $\theta$  استفاده نشده است بلکه از رابطه مستقیم  $\lambda_z$  و  $\lambda_y$  با حالت‌ها (X)، استفاده شده است و تخمین  $\psi$  و  $\theta$  نیز با توجه به رابطه مستقیمشان با حالت‌ها (X)، محاسبه شده‌اند. با این کار از ایجاد

نوسانات اضافی در تخمین  $\lambda_z$  و  $\lambda_y$  جلوگیری می‌شود. دلیل این نوسانات، وجود مقدار کمی نویز در تخمین  $\psi$  و  $\theta$  است که در مشتق‌گیری اثر آن‌ها زیاد می‌شود. کلیه شبیه‌سازی‌ها در محیط سیمولینک متلب انجام شده است.

در هر سه گروه شبیه‌سازی‌ها حد اشباع شتاب موشک ۱۵۰ متر بر مجذور ثانیه در نظر گرفته شده است. همچنین شتاب ثابت هدف برابر ۳g (g، شتاب جاذبه زمین برحسب متر بر مجذور ثانیه) و شتاب متغیر آن برابر ۱/۵ g.t و موارد دیگر شتاب هدف در شکل ۴، برحسب g نمایش داده شده است که این مقادیر در راستای y و z دستگاه بدنی هدف و برحسب متر بر مجذور ثانیه می‌باشند. در گروه دوم و سوم شبیه‌سازی‌ها، نویزهای اندازه‌گیری و حالت‌ها، سفید گوسی با میانگین صفر و کوواریانس‌های روابط ۲۰ و ۲۸ در نظر گرفته شده است و از اندازه‌گیری‌های رابطه ۱۹، خطی شده آن‌ها در رابطه ۲۲ و گسسته شده مدل ردیابی (روابط ۲۳ و ۲۴) استفاده شده است. در این دو گروه، هر حالت ۳۰ بار با دنباله نویزهای متفاوت، تکرار شده است تا خطای تخمین‌ها به صورت آماری قابل تحلیل باشند. در این مقاله، برای تحلیل نتایج تخمین در هر حالت از جذر میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup> استفاده شده است. در ضمن در گروه دوم شبیه‌سازی‌ها، ۱۰٪ خطا در تخمین اولیه حالت‌ها در نظر گرفته شده است که در بخش ۶ دلیل آن ذکر شد و در گروه سوم شبیه‌سازی‌ها، مراکز ( $\hat{f}_0$ ) و لبه‌های ردیاب‌های EKF، مطابق جدول ۱ انتخاب شده‌اند. شبیه‌سازی‌های هر سه گروه، در ۱۰ حالت طبق جدول ۳ انجام شده که سعی شده است، حالت‌های انتخابی پوشش دهنده مواردی که موشک با آن مواجه است، باشد. در تمامی حالت‌ها برای شبیه‌سازی موشک، هدف و خط دید از مقادیر اولیه مذکور در جدول ۲ استفاده شده است.

جدول ۲: مقادیر اولیه مورد استفاده در شبیه‌سازی موشک، هدف و خط دید

Table 2. The initial values used in the simulation of the missile, target, and line of sight

$t$	$\theta_T$	$\psi_T$	$\theta_M$	$\psi_M$	$\theta_L$	$\psi_L$	$r$	$V_T$	$V_M$
. sec	۲۰°	۱۳۵°	۱۵°	۱۰°	۳۰°	۴۵°	۲۵۰۰ m	۳۳۰ m/sec	۶۶۰ m/sec

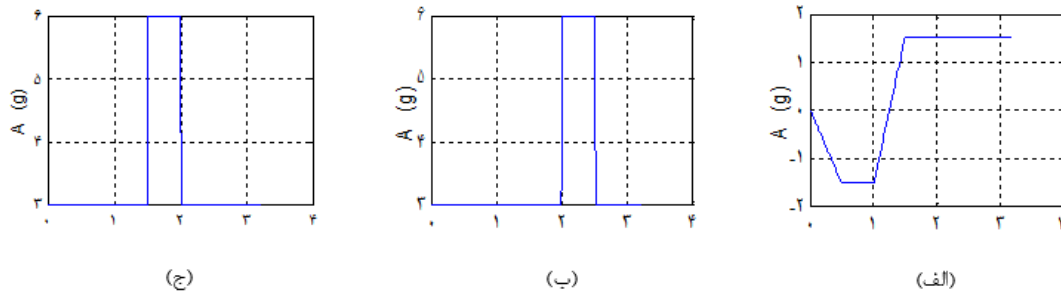
شکل‌های مربوط به شبیه‌سازی‌ها در حالت ۱ مواجهه با اهداف کاذب و مانورهای هدف، برای هر سه گروه مذکور به ترتیب در شکل‌های ۵ تا ۷ آورده شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها در گروه اول (شکل ۵) شامل فاصله نسبی موشک تا هدف، اندازه شتاب موشک و مؤلفه‌های شتاب در راستای y و z دستگاه بدنی موشک است. در گروه‌های دوم و سوم، نتایج شبیه‌سازی‌ها دو قسمت است. در یک قسمت از شکل‌های ۶ و ۷، نتایج مربوط به یکی از ۳۰ تکرار ارائه شده است که شامل نمایش ردیابی در فضای سه‌بعدی، فاصله نسبی موشک تا هدف، اندازه شتاب موشک و مؤلفه‌های شتاب در راستای y و z دستگاه بدنی موشک است و در قسمت دیگر RMSE تخمین‌های  $\lambda_z$  و  $\lambda_y$  نشان داده شده است که شکل‌های مربوط به این قسمت به کمک نتایج ۳۰ بار تکرار محاسبه شده است. در ضمن در کلیه شکل‌ها واحد شتاب موشک g متر بر مجذور ثانیه است و محورهای افقی در حالتی که مشخص نشده است، بیانگر زمان بر حسب ثانیه هستند. در بقیه حالات نیز از واحدهای استاندارد استفاده شده است (یعنی موقعیت موشک و هدف و فاصله نسبی این دو برحسب متر، RMSE تخمین  $\lambda_z$  و  $\lambda_y$  با واحد رادیان بر ثانیه نمایش داده شده است). خطای برخورد ۱۰ حالت شبیه‌سازی برای مقایسه، در جدول ۳ آمده است. در این جدول نتایج مربوط به گروه دوم و سوم، جذر میانگین مربعات خطای برخورد است که به کمک نتایج خطای برخورد ۳۰ بار تکرار در هر حالت، محاسبه شده است.

<sup>۱</sup> Root Mean Square Error (RMSE)

جدول ۳: خطای برخورد موشک در شبیه‌سازی‌ها برحسب متر

Table 3. Missile impact error in simulations in meters

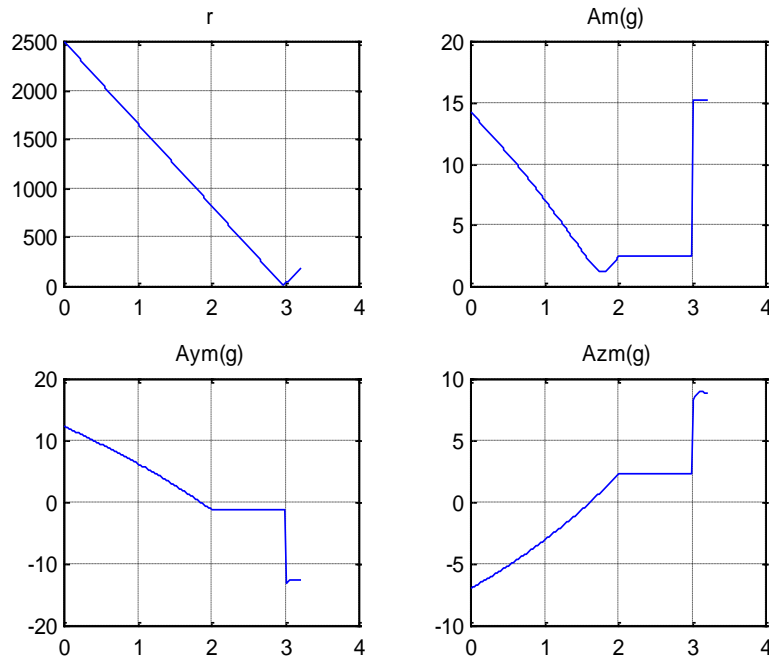
شماره حالت	نوع شتاب هدف	زمان پرتاب اهداف مجازی (برحسب ثانیه)	خطای برخورد در گروه اول (هدایت خاموش و با فرض حذف نویز اندازه‌گیری‌ها)	جذر میانگین مربعات خطای برخورد در گروه دوم (اصلاح هدایت با EKF)	جذر میانگین مربعات خطای برخورد در گروه سوم (اصلاح هدایت با SRP-EKF)
۱	شتاب متغیر	۲ تا ۳	۱۸/۳۲	۷/۷۵	۳/۵۴
۲	شتاب متغیر	۱ تا ۲	۱۳/۱۲	۱/۴۹	۱/۴۲
۳	شتاب ثابت	۲ تا ۳	۱۰/۵۸	۲/۵۲	۴/۶۷
۴	بدون شتاب	۲ تا ۲/۵	حدوداً صفر	حدوداً صفر	حدوداً صفر
۵	شتاب متغیر	۱ تا ۱/۵ و ۲ تا ۲/۵	۲/۹۹	۱/۴۷	۱/۳۹
۶	بدون شتاب	۱ تا ۱/۵ و ۲ تا ۲/۵	حدوداً صفر	حدوداً صفر	حدوداً صفر
۷	طبق شکل (۴-الف)	۲ تا ۳	۱۳/۹۹	۳/۰۱	۶/۹۵
۸	طبق شکل (۴-الف)	۱ تا ۲	حدوداً صفر	حدوداً صفر	حدوداً صفر
۹	طبق شکل (۴-ب)	۲ تا ۲/۵	۱۴/۸۶	۸/۸۴	۶/۳۸
۱۰	طبق شکل (۴-ج)	۱/۵ تا ۲	۱/۳	حدوداً صفر	حدوداً صفر



شکل ۴: شکل‌های مربوط به شتاب هدف  $A_{Tz}(g)$  و  $A_{Ty}(g)$  (محورهای عمودی، برحسب متر بر مجذور ثانیه و محورهای افقی زمان برحسب ثانیه است)  
 Figure 4. Figures related to target acceleration  $A_{Ty}(g)$  and  $A_{Tz}(g)$  (vertical axes are in meters per square second and horizontal axes are time in seconds)

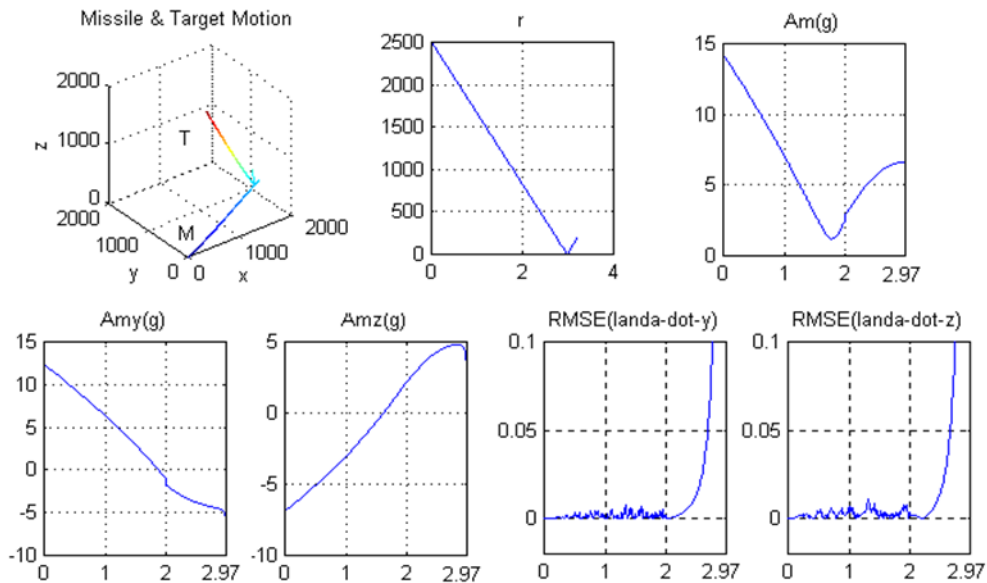
### ۸- نتایج شبیه‌سازی

با توجه به اینکه یکی از مهم‌ترین معیارهای مورد توجه در مسئله ردیابی خطای برخورد است، حالات شبیه‌سازی شده از دید خطای برخورد در جدول ۳ جمع‌آوری شده است. با مقایسه اعداد این جدول دیده می‌شود که در حالات ۱، ۲، ۳، ۵، ۷ و ۹، عملکرد سیستم هدایت شده با EKF (گروه دوم و سوم) بهتر از عملکرد هدایت خاموش (گروه اول) است و در سایر حالات عملکرد این دو روش مشابه هم هست.



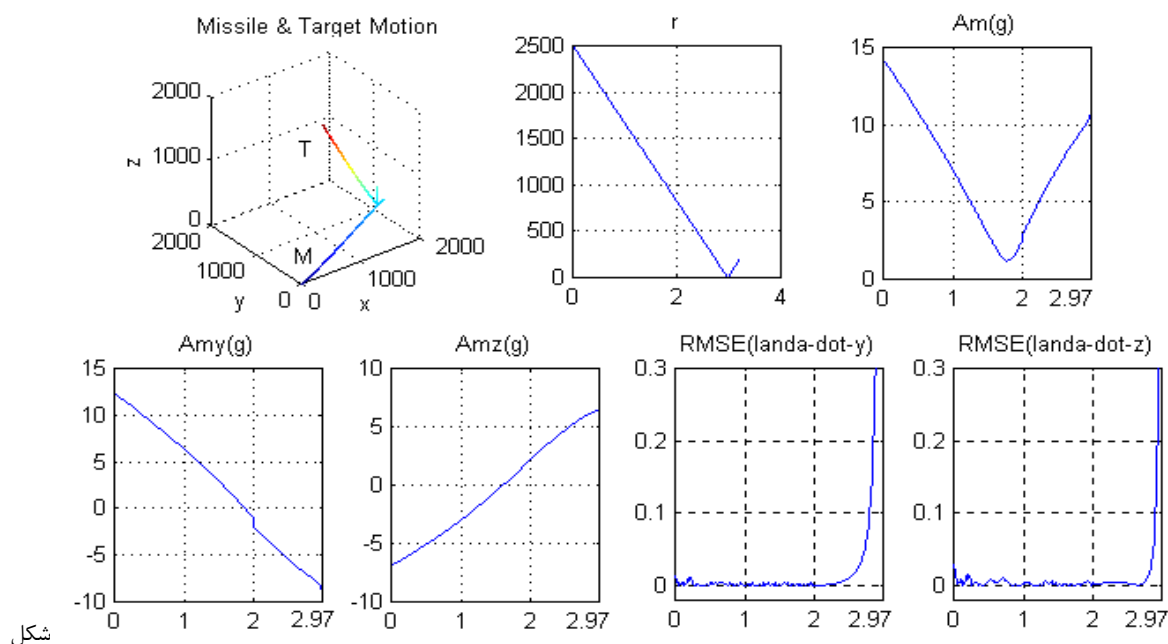
شکل ۵: نتایج مربوط به گروه اول در حالت اول (r، فاصله موشک و هدف برحسب متر، A شتاب ها و برحسب متر بر مجذور ثانیه و محورهای افقی زمان برحسب ثانیه است)

Figure 5. The results related to the first group in the first case (r, the distance between the missile and the target in meters, A is the acceleration in meters per second squared and the horizontal axis is time in seconds)



شکل ۶: نتایج مربوط به گروه دوم در حالت اول (r، فاصله موشک و هدف و موقعیت مکانی موشک و هدف و x,y,z، the location of the missile and the target in meters, A شتابها و برحسب متر بر مجذور ثانیه، RMSE مربوط به تخمین آنها برحسب رادیان بر ثانیه و در شکل های دو بعدی محور افقی، زمان برحسب ثانیه است)

Figure 6. The results related to the second group in the first case (r, the distance between the missile and the target and x, y, z, the location of the missile and the target in meters, A is the acceleration in meters per square second, RMSE related to the estimation of  $\lambda$ s in radians per second and in Two-dimensional figures, horizontal axis is time in seconds)



شکل ۷: نتایج مربوط به گروه سوم در حالت اول (واحد محورهای شکل‌ها مشابه شکل ۶ هست)

Figure 7. The results of the third group in the first case (the unit of the axes of the figures is similar to Figure 6)

همان‌طور که در بخش ۶ ذکر شد، در شبیه‌سازی‌های گروه دوم اگر خطای تخمین حالت‌های اول تا ششم (موقعیت و سرعت در رابطه ۱۸) و علی‌الخصوص سه حالت اول، از ۱۰٪ بیشتر می‌شد خطای تخمین به تدریج رو به ازدیاد می‌گذاشت و در نتیجه خطای برخورد هم زیاد می‌شد. برای رفع این نقص در بخش ۶، SRP-EKF مطرح شد که نتایج شبیه‌سازی در جدول ۳، نشان می‌دهد که استفاده از این روش مؤثر است و در حالات ۱، ۲، ۵، ۹، جواب آن از گروه دوم بهتر و در بقیه حالات مشابه هم هستند و فقط در دو حالت ۳ و ۷ جواب آن نسبت به گروه دوم بدتر شده است که باز هم در این دو حالت نسبت به هدایت خاموش جواب بهتری داریم.

با بررسی نتایج تخمین در گروه دوم و سوم که یک حالت آن در شکل ۵ آمده است، دیده می‌شود که وضعیت تخمین خروجی  $(\lambda_z)$  و  $(\lambda_y)$  خوب است. در بقیه حالات شبیه‌سازی‌ها نیز مشاهده شده است که تخمین خروجی مناسب است. در ضمن مشاهده شده است، در حالتی که طول مدت‌زمان وجود هدف مجازی کوتاه‌تر است (۵/۰ ثانیه در مقایسه با ۱ ثانیه)، وضعیت پیش‌بینی‌ها و لذا ردیابی بهتر است.

## ۹- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از فیلترهای کالمن تعمیم‌یافته، نشان داده شده است که کارایی موشک‌های زمین به هوا در مواجهه با اهداف کاذب به مقدار زیادی افزایش می‌یابد. همچنین با طرح ایده فیلترهای کالمن هم‌زمان، نشان داده شده است که مشکل در دسترس نبودن فاصله تا هدف و شرایط اولیه نادرست تا حد زیادی مرتفع گردیده است. نتایج شبیه‌سازی، نشان‌دهنده کارایی این روش پیشنهادی (SRP-EKF) در حالات مختلف مواجهه با اهداف کاذب است.

## مراجع

- [1] N. F. Palumbo, R. A. Blauwkamp and J. M. Lloyd, "Modern Homing Missile Guidance Theory and Techniques," *Johns Hopkins APL Technical Digest*, vol. 29, no. 1, 2010.
- [2] H. Shi, Z. Chen, J. Zhu and M. Kuang, "Model Predictive Guidance for Active Aircraft Protection from a Homing Missile," *IET Control Theory & Applications*, vol. 16, no. 2, pp. 208-218, January 2022, doi: 10.1049/cth2.12218.

- [3] C. F. Lin, *Integrated, Adaptive, and Intelligent Navigation, Guidance, and Control Systems Design*. Prentice-Hall, 1991.
- [4] C. F. Lin, *Modern Navigation, Guidance, and Control Processing*, Prentice-Hall. Inc., 1991.
- [5] J. H. Oh and I. J. Ha, "Capturability of the 3-Dimensional Pure PNG Law," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 2, April 1999, doi: 10.1109/7.766931.
- [6] S. H. Song and I. J. Ha, "A Lyapunov-Like Approach to Performance Analysis of 3-Dimensional Pure PNG Laws," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 30, no. 1, January 1994, doi: 10.1109/7.250424.
- [7] R. G. Brown and P. Y. C. Hwang, *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filter*, John Wiley & Sons, Inc., 1997 (Third Edition).
- [8] Y. Kim and J. H. Seo, "The realization of the three dimensional guidance law using modified augmented proportional navigation," *Proceedings of 35th IEEE Conference on Decision and Control*, December 1996, pp. 2707-2712, vol. 3, doi: 10.1109/CDC.1996.573514.
- [9] P. L. Vergez, "Tactical Missile Guidance with Passive Seekers Under High Off-Boresight Launch Conditions," *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 21, no. 3, May-June 1998, doi: 10.2514/2.4259.
- [10] P. L. Vergez and R. K. Liefer, "Target Acceleration Modeling for Tactical Missile Guidance," *AIAA Journal of Guidance*, Vol. 7, No. 3, May-June 1984, doi: 10.2514/3.19861.
- [11] C. K. Chui and G. Chen, *Kalman Filtering*, Springer-Verlag, 1987.
- [12] H. W. Sorenson, *Kalman Filtering : Theory and Application*, IEEE Press, 1985.
- [13] N. Peach, "Bearings-Only Tracking Using a Set of Range-Parameterised Extended Kalman Filters," *IEE Proc. Control Theory Application*, vol. 142, no. 1, January 1995, doi: 10.1049/ip-cta:19951614.

---

#### COPYRIGHTS

©2023 by the authors. Published by the Islamic Azad University Bushehr Branch. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

---

