

Robust Control of Robot Manipulators Using Particle Swarm Optimization Method

Fazlollah Rajaei, MsC¹ | Seyed Mohammad Ali Riazi, Assistant Professor²  | Siamak Azargoshasb, Assistant Professor³ 

¹Department of Electrical Engineering, Islamic Azad University, Bushehr Branch, Bushehr, Iran, rajae.x101@gmail.com

²Department of Electrical Engineering, Islamic Azad University, Bushehr Branch, Bushehr, Iran, coactstudent@yahoo.com

³Islamic Azad University, Bushehr Branch, Bushehr, Iran, s.azargoshasb@gmail.com

Correspondence

Seyed Mohammad Ali Riyazi, Assistant Professor of Electrical Engineering, Islamic Azad University, Bushehr Branch, Bushehr, Iran, coactstudent@yahoo.com

Received: 29 December 2021

Revised: 25 February 2022

Accepted: 29 May 2022

Abstract

In this paper, a new method for robust control of robotic arm position using particle swarm optimization is proposed. The whole robotic system, including the robot arm and motors, is considered in the control problem. The main purpose of this paper is to obtain an optimal estimate of the parameters of the control law in order to achieve the minimum tracking error that congestion optimization is used. Also, the design of the control law is based on the nominal model. The real model uses intelligent systems. Optimal robust control is confirmed by convergence analysis. The stability of the system is demonstrated using Lyapunov's direct method, and the simulation results show the effectiveness of the proposed methods applied to a spherical robot driven by permanent magnet dc motors. Using the simulation results, the optimal values of the parameters in the torque controllers have not converged to their true values due to the large modeless dynamics, while they have converged to their true values in the voltage control because it has only parametric uncertainty. The torque control law also requires position vector, velocity vector, and acceleration vector feedback. These feedbacks cannot be easily obtained. In contrast, the law of voltage control requires feedback from the position vector, velocity vector, current vector, and time derivative. These feedbacks can be easily accessed.

Keywords: Robust Control, Uncertainty, particle swarm optimization, Robot Manipulators

Highlights

- In order to obtain the optimal estimation of control law parameters, particle swarm optimization is used.
- The optimal values of parameters in voltage control have converged to their actual values.
- Instead of torque control law, voltage control law is used because only joint position feedback and motor current are needed.

Citation: F. Rajaei, S. M.-A. Riazi, and S. Azargoshasb, "Robust Control of Robot Manipulators using Particle Swarm Optimization Method," *Journal of Southern Communication Engineering*, vol. 12, no. 45, pp. 75–91, 2022, doi:10.30495/jce.2022.691482, (in Persian).

مقاله پژوهشی

کنترل مقاوم بازوی ربات با بهره گیری از روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات

فضل اله رجائی^۱ | سید محمدعلی ریاضی^{۲*} | سیامک آذرگشسب^۳ ID

چکیده:

در این مقاله، روشی جدید برای کنترل مقاوم موقعیت بازوهای رباتیک با استفاده از بهینه‌سازی ازدحام ذرات ارائه شده است. کل سیستم رباتیک شامل بازوی ربات و موتورها در مسئله کنترلی در نظر گرفته شده است. هدف اصلی این مقاله به دست آوردن برآورد بهینه از پارامترهای قانون کنترل به منظور رسیدن به حداقل خطای ردگیری است که از بهینه‌سازی ازدحام استفاده می‌شود همچنین، طراحی قانون کنترل بر مبنای مدل نامی انجام می‌شود و برای جبران عدم قطعیت ناشی از عدم تطابق مدل نامی و مدل واقعی از سیستم‌های هوشمند استفاده می‌شود. کنترل بهینه مقاوم با تجزیه و تحلیل همگرایی تأیید می‌شود. اثبات پایداری سیستم با استفاده از روش مستقیم لیاپانوف انجام می‌شود و نتایج شبیه‌سازی، اثربخشی روش‌های پیشنهادی اعمال شده بر روی یک ربات کروی را که توسط موتورهای dc مغناطیس دائمی رانده می‌شود، ارائه می‌دهد. با استفاده از نتایج شبیه‌سازی، مقادیر بهینه پارامترها در کنترل‌کننده‌های گشتاور به دلیل وجود یک دینامیک بزرگ بدون مدل به مقادیر واقعی خود همگرا نشده‌اند در حالی که آن‌ها به مقادیر واقعی خود در کنترل ولتاژ همگرا شده‌اند زیرا فقط عدم قطعیت پارامتری دارد. همچنین، قانون کنترل گشتاور به فیدبک‌های بردار موقعیت، بردار سرعت و بردار شتاب نیاز دارد. این بازخوردها را نمی‌توان به راحتی به دست آورد. در مقابل، قانون کنترل ولتاژ به بازخوردهای بردار موقعیت، بردار سرعت، بردار جریان و مشتق زمانی آن نیاز دارد. این بازخوردها می‌توانند به سادگی در دسترس هستند.

کلیدواژه‌ها: کنترل مقاوم، عدم قطعیت، بهینه‌سازی ازدحام ذرات، بازوی ماهر رباتیک.

^۱گروه مهندسی برق، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران، rajae.x101@gmail.com

^۲گروه مهندسی برق، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران، coactstudent@yahoo.com

^۳گروه مهندسی برق، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران، s.azargoshasb@gmail.com

نویسنده مسئول

*سید محمدعلی ریاضی، استادیار گروه مهندسی برق، واحد بوشهر، دانشگاه آزاد اسلامی، بوشهر، ایران، coactstudent@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۲۵ بهمن ۱۴۰۰

تاریخ بازنگری: ۱۳ اسفند ۱۴۰۰

تاریخ پذیرش: ۲۰ فروردین ۱۴۰۱

<https://doi.org/10.30495/jce.2022.691482>

۱-مقدمه

ربات یک ماشین هنرمند است که قادر است در شرایط خاصی که در آن قرار می‌گیرد، کار تعریف شده‌ای را انجام دهد و همچنین قابلیت تصمیم‌گیری در شرایط مختلف را نیز دارد. با این تعریف می‌توان گفت که ربات‌ها برای کارهای مختلفی می‌توانند تعریف و ساخته شوند، مانند کارهای که انجام آن برای انسان غیرممکن یا دشوار است [۱-۲]. خطی سازی فیدبکی یکی از تکنیک‌های رایج مورد استفاده در رویکردهای کنترل غیرخطی است. خطی سازی بازخورد می‌تواند یک سیستم غیرخطی چند ورودی - چند خروجی را به سیستم‌های جدا شده خطی تک ورودی - تک خروجی تبدیل کند [۱]. با این حال، خطی سازی فیدبکی از مشکلاتی مانند عدم قطعیت مدل و محاسبات اضافی در تلاش‌های کنترلی رنج می‌برد. در واقع یک مدل کامل برای اعمال خطی سازی

فیدبک مورد نیاز است در حالی که یک مدل کامل در دسترس نیست. بنابراین، عملکرد استراتژی‌های کنترلی به مدل مورد استفاده در خطی سازی فیدبکی بستگی دارد. از این نقطه نظر کنترل، استراتژی کنترل ولتاژ نسبت به استراتژی کنترل گشتاور برتر است. از آنجایی که خطی سازی فیدبک بر روی مدلی از موتور در استراتژی کنترل ولتاژ اعمال می‌شود، در حالی که بر روی مدل بازوی ربات در استراتژی کنترل گشتاور اعمال می‌شود. این امر عملکرد خطی سازی بازخورد را در استراتژی کنترل ولتاژ بهبود می‌بخشد زیرا مدل موتور بسیار ساده‌تر و مطمئن‌تر از مدل بازوی ربات است [۲]. اکثر رویکردهای کنترل مقاوم مبتنی بر استراتژی کنترل گشتاور رایج هستند. توجه ارزشمندی به کنترل تطبیقی و مقاوم [۳-۸] برای تضمین پایداری، غلبه بر عدم قطعیت‌ها، غیرخطی‌ها و اتصالات در بازوی مکانیکی ربات اختصاص داده شده است. کنترل مقاوم یک رویکرد مؤثر در حضور طیف گسترده‌ای از عدم قطعیت‌ها است. با این حال، برخی مشکلات در اجرای عملی استراتژی کنترل گشتاور وجود دارد. مهم‌ترین مشکل این است که دینامیک عملگرها برای تأمین گشتاورهای مورد نظر از استراتژی کنترل گشتاور مستثنا شده است. همچنین ممکن است در اجرای استراتژی کنترل گشتاور با محدودیت‌های سنجش، اشباع محرک و زمان پردازش طولانی مواجه شویم. برای حل مشکلات فوق، استراتژی کنترل ولتاژ [۹] برای کنترل بازوهای مکانیکی ربات الکتریکی ارائه شده است که بسیار سریع‌تر و کارآمدتر از استراتژی کنترل گشتاور است. با توجه به این دلایل، استراتژی کنترل ولتاژ با موفقیت برای کنترل مقاوم سیستم‌های پیچیده مانند بازوی مکانیکی ربات الکتریکی با مفاصل انعطاف‌پذیر مورد استفاده قرار گرفته است [۱۰، ۱۱]. در مقابل، کنترل مقاوم ربات‌های مفصل انعطاف‌پذیر با استفاده از استراتژی کنترل گشتاور بسیار پیچیده است [۱۲]. علیرغم این واقعیت که یک ربات الکتریکی یک سیستم مرتبه سوم است، در استراتژی کنترل گشتاور به‌عنوان یک دینامیک مرتبه دوم در نظر گرفته شده است. هنگامی که تعامل بین بازوی مکانیکی ربات و موتورهای آن بسیار مهم است، کنترل‌کننده طراحی شده با توجه به مدل مرتبه دوم ممکن است عملکرد کنترل ردیابی را کاهش دهد [۱۳]. یک قانون کنترل مقاوم متشکل از یک ترم غیرخطی، یک تخمین گر فازی، یک کنترل‌کننده ربات و یک کنترل‌کننده موتور برای ربات‌های الکتریکی ایجاد شده است [۱۴]. یک کنترل ردیابی مقاوم هوشمند برای غلبه بر عدم قطعیت‌ها پیشنهاد شد [۱۵]. این کنترلرها یک مزیت دارند که دینامیک محرک را در نظر گرفته‌اند. با این حال، مشکل کنترل ممکن است به دلیل در نظر گرفتن دینامیک محرک پیچیده‌تر شود و ممکن است حالت‌های بیشتری با استفاده از حسگرها یا مشاهده‌گران برای غلبه بر عدم قطعیت‌ها و ارائه عملکرد ردیابی خوب در استراتژی کنترل گشتاور مورد نیاز است. در مقابل، استراتژی کنترل ولتاژ راه‌حلی را برای ساده کردن مشکل کنترل هنگام در نظر گرفتن دینامیک محرک پیشنهاد می‌کند. یک کنترل فازی مقاوم طراحی شده است که پایداری را تضمین می‌کند و عملکرد ردیابی خوبی را با استفاده از استراتژی کنترل ولتاژ ارائه می‌دهد [۱۶]. تخمین فازی تطبیقی و جبران عدم قطعیت برای غلبه بر عدم قطعیت و ارائه عملکرد ردیابی خوب پیشنهاد شده است [۱۷]. این مقاله از بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای بهبود عملکرد استراتژی کنترل ولتاژ و استراتژی کنترل گشتاور استفاده می‌کند. پارامترهای طراحی کنترل به‌گونه‌ای بهینه‌شده‌اند که خطای ردیابی به حداقل برسد [۱۸]. اخیراً، بهینه‌سازی ازدحام ذرات با موفقیت برای حل مسائل بهینه‌سازی در سیستم‌های پیچیده مقیاس بزرگ که چند متغیره، به شدت کوپلینگ، بسیار غیرخطی و آشوبی هستند، به کار گرفته شده است. بهینه‌سازی ازدحام ذرات نسبت به بهینه‌سازی ریاضی در سیستم‌های پیچیده برتری دارد زیرا یک رویکرد بدون مدل است. علاوه بر این، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در مقایسه با سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی هوشمند به زمان محاسباتی کمتری نیاز دارد. در نتیجه، بهینه‌سازی ازدحام ذرات می‌تواند کاربردهای زیادی در زمینه شناسایی و کنترل پیدا کند که در شناسایی پارامترهای سیستم‌های دینامیکی آشوبی [۱۹] و یافتن پارامترهای طراحی کنترل بهینه یک سیستم تعلیق هیدرولیک [۲۰] استفاده می‌شود. بنابراین، بهینه‌سازی ازدحام ذرات می‌تواند به‌طور مؤثر در کنترل ربات‌ها به‌عنوان مثال، در تنظیم کنترل‌کننده فازی [۲۱-۲۳]، تعیین توابع عضویت [۲۴]، و پارامترهای طراحی کنترل PID مقاوم [۲۵] استفاده شود. روش جدید این مقاله، ایجاد یک کنترل ولتاژ مقاوم بهینه است. به‌منظور نشان دادن مزایای کنترل ولتاژ نسبت به کنترل گشتاور، یک الگوریتم کنترل گشتاور مقاوم در بخش ۲ بیان شده است. کنترل گشتاور ارائه‌شده بر اساس کنترل ردیابی مقاوم بازوی مکانیکی ربات است [۱، ۶]. ممکن است ساختارهای کنترلی مشابهی در کلاس کنترل مقاوم مبتنی بر لیاپانوف مانند [۲۶] پیدا شود، در حالی که برخی تفاوت‌ها برای مثال در تابع لیاپانوف، توابع مرزی، سنسورهای استفاده شده و پارامترهای طراحی کنترل وجود دارد. کنترل گشتاور پیشنهادی به دلیل استفاده از بهینه‌سازی ازدحام ذرات همان‌طور که در بخش ۴ بیان شده است، تازگی را نشان می‌دهد. بهینه‌سازی ازدحام

ذرات برای حل مشکلات بهینه‌سازی در سیستم‌های پیچیده در مقیاس بزرگ که چند متغیره، به‌شدت کولپینگ، بسیار غیرخطی و آشوبی هستند، با موفقیت مورد استفاده قرار گرفته است. بهینه‌سازی ازدحام ذرات از بهینه‌سازی ریاضی در سیستم‌های پیچیده برتر است زیرا این یک رویکرد بدون مدل ثابت است. علاوه بر این، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در مقایسه با سایر الگوریتم‌های بهینه‌سازی هوشمند به زمان محاسباتی کمتری نیاز دارد. در نتیجه، بهینه‌سازی ازدحام ذرات می‌تواند برنامه‌های زیادی را در زمینه شناسایی و کنترل پیدا کند. همچنین، قانون کنترل گشتاور به فیدبک‌های بردار موقعیت، بردار سرعت و بردار شتاب نیاز دارد. این بازخوردها را نمی‌توان به راحتی به دست آورد. در مقابل، قانون کنترل ولتاژ به بازخوردهای بردار موقعیت، بردار سرعت، بردار جریان و مشتق زمانی آن نیاز دارد. این بازخوردها می‌توانند به‌سادگی در دسترس هستند. این مقاله به شرح زیر تنظیم شده است. بخش ۲ یک رویکرد کنترل مقاوم با استفاده از استراتژی کنترل گشتاور را معرفی می‌کند. بخش ۳ یک کنترل ولتاژ در استراتژی کنترل ولتاژ را ارائه می‌دهد. بخش ۴ قوانین کنترل پیشنهادی را با استفاده از یک الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات بهینه می‌کند. بخش ۵ نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهد. در نهایت، بخش ۶ نتیجه‌گیری مقاله را بیان می‌کند.

۲- کنترل گشتاور مقاوم

دینامیک سیستم ربات به صورت زیر در نظر گرفته است [۱]:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_f(\dot{q}) = \tau \quad (1)$$

که $q \in R^n$ بردار موقعیت‌های مفصل، $D(q) \in R^n$ ماتریس اینرسی بازوی ربات، $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$ بردار گشتاورهای گریز از مرکز و کوریولیس، $G(q) \in R^n$ بردار گشتاورهای گرانشی، $\tau \in R^n$ بردار گشتاورهای ورودی ربات و $\tau_f(\dot{q}) \in R^n$ بردار گشتاور اصطکاک است. می‌توان نوشت:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\mu \quad (2)$$

که در آن μ بردار پارامتر و Y به‌عنوان رگرسیون که یک تابع معلوم است در نظر گرفته می‌شود. مدل نامی معادله دینامیکی ربات به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\hat{D}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) = \tau \quad (3)$$

که در آن $\hat{D}(q)$ ، $\hat{C}(q, \dot{q})$ و $\hat{G}(q)$ به ترتیب مقادیر نامی از $D(q)$ ، $C(q, \dot{q})$ و $G(q)$ هستند. با استفاده از خطی سازی فیدبکی و مدل نامی (۳) قانون کنترل مقاوم غیرخطی به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$\hat{D}(q)u + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) + \tau_r = \tau \quad (4)$$

که در آن τ_r ترم کنترل مقاوم و برای غلبه بر عدم قطعیت‌ها معرفی می‌شود و u ورودی کنترلی برای هدف ردگیری به صورت زیر معرفی می‌گردد:

$$u = \ddot{q}_d + k_d(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p(q_d - q) \quad (5)$$

که ضرایب k_p و k_d ماتریس‌های بهره قطری مثبت هستند و q_d بردار مسیر مطلوب در فضای مفصلی است. بنابراین

$$\hat{D}(q)\ddot{q} + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) = Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\hat{\mu} \quad (6)$$

که در آن $\hat{\mu}$ تخمین بردار پارامتر است. با جایگذاری (۴) و (۵) در (۱) سیستم حلقه بسته به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{D}(q)(\ddot{q}_d + k_d\dot{e} + k_p e) + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) + \tau_r = D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + \tau_f(\dot{q}) \quad (7)$$

که e خطای ردگیری و به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$e = q_d - q \quad (8)$$

از معادله (۷) داریم:

$$\hat{D}(q)(\ddot{e} + k_d\dot{e} + k_p e) + \tau_r = (D(q) - \hat{D}(q))\ddot{q} + (C(q, \dot{q}) - \hat{C}(q, \dot{q}))\dot{q} + G(q) - \hat{G}(q) + \tau_f(\dot{q}) \quad (9)$$

با جایگذاری (۲) و (۶) در (۹) داریم:

$$\ddot{e} + k_d\dot{e} + k_p e = \eta - \hat{D}^{-1}(q)\tau_r \quad (10)$$

که

$$\eta = \hat{D}^{-1}(q)Y(q, \dot{q}, \ddot{q})(\mu - \hat{\mu}) + \tau_f(\dot{q}) \quad (11)$$

با انتخاب متغیرهای حالت به صورت:

$$x^T = [e \ \dot{e}] \quad (12)$$

سیستم با معادلات حالت به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{x} = Ax + B(\eta - \hat{D}^{-1}(q)\tau_r) \quad (13)$$

که

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (15)$$

که I ماتریس واحد $n \times n$ است. به منظور طراحی کنترل کننده مقاوم مبنی بر اساس تئوری پایداری تضمین شده سیستم‌های با عدم قطعیت، تابع منتخب لیاپانوف به صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$F(x) = x^T Px \quad (16)$$

که P ماتریس معین متقارن مثبت است با مشتق گیری از $F(x)$ داریم:

$$\begin{aligned} \dot{F}(x) &= x^T (A^T P + PA)x + 2x^T PB(\eta - \hat{D}^{-1}(q)\tau_r) \\ &= -x^T Qx + 2x^T PB(\eta - \hat{D}^{-1}(q)\tau_r) \end{aligned} \quad (17)$$

اگر A هرویتز است، P از معادله ریکاتی زیر محاسبه می‌شود که در آن Q یک ماتریس متقارن مثبت معین است:

$$A^T P + PA + Q = 0 \quad (18)$$

به منظور تضمین پایداری مجانبی سیستم، مشتق زمانی تابع لیاپانوف $\dot{F}(x)$ در معادله (۱۷) باید کمتر از صفر باشد. بنابراین لازم است که

$$x^T PB(\eta - \hat{D}^{-1}(q)\tau_r) < 0 \quad (19)$$

فرض کنید می‌توان کران بالایی $\varphi(t)$ را روی عدم قطعیت به صورت زیر محاسبه کنیم

$$\|\eta\| \leq \varphi_0(t) < \varphi(t) \quad (20)$$

که $\varphi(t)$ معلوم است. برای برقراری نابرابری معادله (۱۹) ترم کنترل مقاوم به صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$\tau_r = \begin{cases} \varphi(t)\hat{D}(q)B^T Px / \|x^T PB\| & \text{if } x^T PB \neq 0 \\ 0 & \text{if } x^T PB = 0 \end{cases} \quad (21)$$

اثبات: از معادله (۱۹) داریم:

$$x^T PB \eta < x^T PBD\hat{D}^{-1}(q)\tau_r \quad (22)$$

با استفاده از نابرابری کوشی شوارتز و معادله (۲۰) داریم:

$$x^T PB \eta \leq \|x^T PB\| \|\eta\| < \|x^T PB\| \varphi(t) \quad (23)$$

به منظور پایداری معادله (۲۲) کافی است که:

$$x^T PBD\hat{D}^{-1}(q)\tau_r = \|x^T PB\| \varphi(t) \quad (24)$$

بنابراین

$$\frac{x^T PBD\hat{D}^{-1}(q)\tau_r}{\|x^T PB\|} = \varphi(t) \quad \text{if } \|x^T PB\| \neq 0 \quad (25)$$

با اضافه کردن $\frac{B^T Px}{\|x^T PB\|}$ به طرفین معادله (۲۵) داریم:

$$\frac{x^T PB}{\|x^T PB\|} \frac{B^T Px}{\|x^T PB\|} \hat{D}^{-1}(q) \tau_r = \varphi(t) \frac{B^T Px}{\|x^T PB\|} \quad \text{if } \|x^T PB\| \neq 0 \quad (26)$$

به‌عنوان یک نتیجه از معادله (۲۶):

$$\tau_r = \hat{D}(q) \varphi(t) \frac{B^T Px}{\|x^T PB\|} \quad \text{if } \|x^T PB\| \neq 0 \quad (27)$$

حالت $\|x^T PB\| = 0$ را با جایگذاری $\|x^T PB\| = 0$ در معادله (۱۸) می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\dot{F}(x) = -x^T Qx \quad (28)$$

می‌توان نتیجه گرفت که سیستم حلقه بسته بدون توجه به قانون کنترل τ_r پایدار است. بنابراین، می‌توان قانون کنترل را به‌صورت زیر پیشنهاد داد

$$\tau_r = 0 \quad \text{if } \|x^T PB\| = 0 \quad (29)$$

ما $\varphi(t)$ را برای اطمینان از نابرابری (۲۰) محاسبه می‌کنیم و از آن در قانون کنترل (۲۱) استفاده می‌کنیم. از معادله (۱۱) داریم

$$\|\eta\| \leq \|\hat{D}^{-1}(q)\| \|Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\| \|\mu - \hat{\mu}\| + \|\hat{D}^{-1}(q)\| \|\tau_f(\dot{q})\| \quad (30)$$

بنابراین $\varphi_0(t)$ در معادله (۲۰) به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\varphi_0(t) = \|\hat{D}^{-1}(q)\| \|Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\| \|\mu - \hat{\mu}\| + \|\hat{D}^{-1}(q)\| \|\tau_f(\dot{q})\| \quad (31)$$

به‌منظور دانستن حد بالای η ، تابع $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ باید در زمان حقیقی با اندازه‌گیری \dot{q} و \ddot{q} محاسبه شود. فرض کنید که ماتریس $\hat{D}(q)$ محدود هست داریم:

$$\lambda_{\min}(\hat{D}) \leq \|\hat{D}(q)\| \leq \lambda_{\max}(\hat{D}) \quad (32)$$

که λ_{\min} و λ_{\max} به ترتیب مقادیر ویژه مینیمم و ماکزیمم $\hat{D}(q)$ هستند. بنابراین، ماتریس $\hat{D}^{-1}(q)$ به‌صورت زیر محدود هست

$$\lambda_{\max}^{-1}(\hat{D}) \leq \|\hat{D}^{-1}(q)\| \leq \lambda_{\min}^{-1}(\hat{D}) \quad (33)$$

فرض کنید که

$$\|\mu - \hat{\mu}\| \leq a_1 \quad (34)$$

که a_1 معلوم هست. فرض کنید که بردار گشتاور اصطکاک $\tau_f(\dot{q})$ به‌صورت زیر است:

$$\tau_f(\dot{q}) = k_1 \dot{q} + k_2 \text{sign}(\dot{q}) \quad (35)$$

که k_1 و k_2 ماتریس‌های ثابت قطری معلوم هستند و $\text{sign}(\dot{q})$ تابع علامت است. نتیجه می‌شود که

$$\tau_f(\dot{q}) < a_2 \|\dot{q}\| + a_3 \quad (36)$$

که $\|k_1\| < a_2$ و $\|k_2\| < a_3$ به‌طوری‌که a_2 و a_3 ثابت‌های معلوم هستند. از معادله (۳۰) تا (۳۶)، $\varphi(t)$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\varphi(t) = \lambda_{\min}^{-1}(\hat{D}) (a_1 \|Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\| + a_2 \|\dot{q}\| + a_3) \quad (37)$$

بنابراین، برای محاسبه $\varphi(t)$ باید \dot{q} و \ddot{q} اندازه‌گیری شود. قانون کنترل گشتاور مقاوم با جایگذاری (۵)، (۶) و (۲۱) در معادله (۴) به‌صورت زیر ارائه می‌شود:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_d) \hat{\mu} + \hat{D}(q) (k_d (\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p (q_d - q)) + \frac{\varphi(t) \hat{D}(q) B^T Px}{\|x^T PB\|} = \tau \quad \text{if } x^T PB \neq 0 \quad (38)$$

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_d) \hat{\mu} + \hat{D}(q) (k_d (\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p (q_d - q)) = \tau \quad \text{if } x^T PB = 0$$

می‌توان نتیجه گرفت که بردار حالت x سیستم (۱۳) با استفاده از قانون کنترل (۳۸) به صفر نزدیک می‌شود، زیرا مشتق زمانی تابع لیاپانوف، $\dot{F}(x)$ منفی است. باین‌حال، قانون کنترل (۳۸) در $x^T PB$ ناپیوسته است. به‌منظور کاهش مشکل لغزش، می‌توان از یک تقریب پیوسته برای کنترل ناپیوسته معادله (۲۱) به‌صورت زیر استفاده کرد

$$\tau_r = \begin{cases} \varphi(t)\hat{D}(q)B^T Px / \|x^T PB\| & \text{if } \|x^T PB\| \geq \varepsilon \\ \varphi(t)\hat{D}(q)B^T Px / \varepsilon & \text{if } \|x^T PB\| < \varepsilon \end{cases} \quad (39)$$

قانون کنترل گشتاور پیوسته با جایگذاری (۵)، (۶) و (۳۹) در (۴) به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_d)\hat{\mu} + \hat{D}(q)(k_d(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p(q_d - q)) + \frac{\varphi(t)\hat{D}(q)B^T Px}{\|x^T PB\|} = \tau \quad \text{if } x^T PB \geq \varepsilon \quad (40)$$

$$Y(q, \dot{q}, \ddot{q}_d)\hat{\mu} + \hat{D}(q)(k_d(\dot{q}_d - \dot{q}) + k_p(q_d - q)) + \frac{\varphi(t)}{\varepsilon}\hat{D}(q)B^T Px = \tau \quad \text{if } x^T PB < \varepsilon$$

که ε ثابت مثبت کوچک است و $\varphi(t)$ توسط معادله (۳۷) بیان می‌شود.

۳- کنترل ولتاژ مقاوم

درروش کنترل ولتاژ، کنترل ربات به کنترل موتور تبدیل می‌شود و هدف کنترل موقعیت زاویه‌ای موتور است و سیگنال کنترل، ولتاژ ترمینال موتور است. بنابراین، معادله دینامیکی سیستم همان معادله (۴-۵) هست. باید یک قانون کنترل ارائه دهیم تا خطای ردگیری موقعیت مفصل را به صفر برساند. باید توجه داشت که در این قانون کنترل نگران دینامیک ربات نیستیم. چون با فیدبک گرفتن از جریان موتور تمام دینامیک‌های غیرخطی ربات در اختیار خواهند بود و با حذف شدن جریان توسط قانون کنترل، معادله حلقه بسته مستقل از دینامیک غیرخطی پیچیده ربات خواهد شد. بنابراین جریان موتور حاوی تأثیرات دینامیکی ربات و موتور است.

یک ربات الکتریکی را در نظر بگیرید که توسط موتورهای DC مغناطیس دائم هدایت می‌شود. دینامیک بازوی ماهر ربات به‌صورت زیر داده شده است [۱]:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau_i \quad (41)$$

موتورهای الکتریکی گشتاورهای مفصل τ_i را به‌صورت زیر تأمین می‌کنند [۱]:

$$J_m\ddot{\theta}_m + B_m\dot{\theta}_m + r\tau_i = \tau_m \quad (42)$$

که $\tau_m \in R^n$ بردار گشتاور موتورها، $\theta_m \in R^n$ بردار موقعیت موتورها، J_m ، B_m و r به ترتیب ماتریس‌های $n \times n$ قطری برای اینرسی، میرایی و ضریب چرخ‌دنده موتور هستند. بردار سرعت مفصل \dot{q} توسط بردار سرعت موتور $\dot{\theta}_m$ از طریق چرخ‌دنده‌ها به دست می‌آید [۱]:

$$\dot{q} = r\dot{\theta}_m \quad (43)$$

به‌منظور به دست آوردن ولتاژ موتور به‌عنوان ورودی سیستم، معادله الکتریکی موتورهای DC مغناطیس دائم را به شکل ماتریس زیر در نظر می‌گیرند [۱]:

$$v = RI_a + LI_a + K_b\dot{\theta}_m \quad (44)$$

که $v \in R^n$ بردار ولتاژ موتور و $I_a \in R^n$ بردار جریان‌های موتور هستند. R ، L و K_b به ترتیب ماتریس‌های قطری $n \times n$ برای مقاومت میله فلزی، اندوکتانس و ضریب ثابت القایی موتور را نشان می‌دهد. بردار گشتاور موتور $\tau_m \in R^n$ به‌عنوان ورودی معادله دینامیک (۴۲) توسط بردار جریان موتور تولید می‌شود [۱]:

$$\tau_m = k_m I_a \quad (45)$$

که k_m ماتریس قطری ثابت گشتاور هست. یک مدل به صورت الکتریکی برای ربات در فضای حالت با استفاده از معادلات (۴۱) تا (۴۲) به صورت زیر معرفی شده است

$$\dot{x} = f(x) + bv \quad (46)$$

که

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ (\mathbf{J}_m \mathbf{r}^{-1} + \mathbf{rD}(x_1))^{-1} (-\mathbf{B}_m \mathbf{r}^{-1} + \mathbf{rC}(x_1, x_2)) x_2 - \mathbf{rG}(x_1) + \mathbf{K}_m x_3 \\ -\mathbf{L}^{-1} (\mathbf{K}_b \mathbf{r}^{-1} x_2 + \mathbf{R} x_3) \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{L}^{-1} \end{bmatrix}, \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{I}_a \end{bmatrix}$$

همان طور که توسط مدل فضای حالت (۴۶) نشان داده شده است، سیستم رباتیک شامل محرک‌ها یک سیستم چند متغیره غیرخطی کوپل شده است. مدل (۴۶) به صورت همراه نیست و برای تهیه فرم همراه نیاز به محاسبات زیادی دارد. بردار ولتاژ موتور با v که ورودی سیستم رباتیک است مشخص می‌شود که توسط (۴۶) بیان شده است. این مسئله کنترل به صورت مرسوم کنترل مبتنی بر گشتاور تا کنترل مبتنی بر ولتاژ را در بردارد. با استفاده از معادله (۴۳) و (۴۴) معادله الکتریکی موتور را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$V = RI_a + L\dot{I}_a + k_r \dot{q} \quad (47)$$

که $k_r = k_b r^{-1}$ به این صورت تعریف می‌شود. معادله (۴۷) سیستم رباتیک را بیان می‌کند به طوری که ولتاژ موتور V بردار ورودی و موقعیت اتصال q بردار خروجی است. از آنجایی که ممکن است یک مدل دقیق در دسترس نیست، عدم قطعیت‌های مدل مانند دینامیک مدل نشده و عدم قطعیت پارامتری رخ می‌دهد. بنابراین، معادله (۴۷) را به صورت زیر ارائه می‌کنیم

$$V = \hat{R}I_a + \hat{k}_r \dot{q} + \psi \quad (48)$$

که ماتریس‌های نامی \hat{R} و \hat{k}_r به ترتیب تخمینی از ماتریس‌های واقعی R و k_r هستند و ψ عدم قطعیت است. بنابراین، ماتریس‌های \hat{R} و \hat{k}_r معلوم هستند در حالی که ماتریس‌های R و k_r ممکن هست نامعلوم هستند. عدم قطعیت ψ با جایگذاری معادله (۴۷) در (۴۸) به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\psi = (R - \hat{R})I_a + (k_r - \hat{k}_r)\dot{q} + L\dot{I}_a \quad (49)$$

که $(R - \hat{R})I_a + (k_r - \hat{k}_r)\dot{q}$ اثر عدم قطعیت پارامتری و $L\dot{I}_a$ دینامیک‌های مدل نشده را بیان می‌کند. مبنی بر مدل (۴۸) قانون کنترل ولتاژ به صورت زیر پیشنهاد می‌گردد

$$V = \hat{R}I_a + \hat{k}_r (\dot{q}_d + k_p (q_d - q)) + v_r \quad (50)$$

که q_d موقعیت مسیر مطلوب، k_p ماتریس قطری و v_r ترم کنترل مقاوم است. با جایگذاری قانون کنترل (۵۰) در سیستم (۴۸) سیستم حلقه بسته به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{q}_d - \dot{q} + k_p (q_d - q) = \hat{k}_r^{-1} (\psi - v_r) \quad (51)$$

خطای ردیابی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$e = q_d - q \quad (52)$$

بنابراین معادله (۵۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{e} = -k_p e + \hat{k}_r^{-1} (\psi - v_r) \quad (53)$$

فرض کنید که عدم قطعیت ψ در معادله (۴۹) به صورت زیر محدود می‌شود:

$$\|\psi\| \leq \rho(t) \quad (54)$$

که حد بالا روی عدم قطعیت $\rho(t)$ ، می‌تواند از معادله (۴۹) و (۵۴) به صورت زیر بیان شود:

$$\rho(t) = \|\mathbf{R} - \hat{\mathbf{R}}\| \|I_a\| + \|k_r - \hat{k}_r\| \|\dot{q}\| + \|L\| \|\dot{I}_a\| \quad (55)$$

از آنجایی که k_r ، \hat{k}_r ، R و \hat{R} محدود هستند می‌توان نوشت:

$$\|R - \hat{R}\| < \alpha \quad (56)$$

$$\|k_r - \hat{k}_r\| < \beta \quad (57)$$

$$\|L\| < \gamma \quad (58)$$

که α ، β و γ ثابت‌های مثبت معلوم هستند. بنابراین، $\rho(t)$ در معادله (۵۵) می‌تواند از معادلات (۵۶) تا (۵۷) با اندازه‌گیری I_a و \dot{q} ، I_a و \dot{q} به صورت زیر محاسبه شود:

$$\rho(t) = \alpha \|I_a\| + \beta \|\dot{q}\| + \gamma \|\dot{I}_a\| \quad (59)$$

به منظور طراحی کنترل کننده مقاوم، تابع منتخب لیاپانوف به صورت زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$F(e) = \frac{1}{2} e^T e \quad (60)$$

که $F(e) > 0$ برای $e \neq 0$ و $F(e) = 0$ برای $e = 0$. با مشتق‌گیری از $F(e)$ داریم:

$$\dot{F}(e) = e^T (-k_p e + \hat{k}_r^{-1}(\psi - v_r)) = -e^T k_p e + e^T \hat{k}_r^{-1}(\psi - v_r) \quad (61)$$

از آنجایی که $-e^T k_p e < 0$ ، برای برقراری $\dot{F}(e) < 0$ ، کافی است که

$$e^T \hat{k}_r^{-1}(\psi - v_r) < 0 \quad (62)$$

به منظور برقراری $\dot{F}(e) < 0$ ، ترم کنترل مقاوم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$v_r = \begin{cases} \frac{\rho(t) \hat{k}_r^{-1} e}{\|e^T \hat{k}_r^{-1}\|} & e^T \hat{k}_r^{-1} \neq 0 \\ 0 & e^T \hat{k}_r^{-1} = 0 \end{cases} \quad (63)$$

اثبات: در حالتی که $e \neq 0$ از نابرابری (۶۲) داریم:

$$e^T \hat{k}_r^{-1} \psi < e^T \hat{k}_r^{-1} v_r \quad (64)$$

با استفاده از نابرابری کوشی شوارتز و معادله (۵۴) داریم:

$$e^T \hat{k}_r^{-1} \psi \leq \|e^T \hat{k}_r^{-1}\| \|\psi\| < \|e^T \hat{k}_r^{-1}\| \rho(t) \quad (65)$$

به منظور برقراری معادله (۶۴) کافی است که:

$$e^T \hat{k}_r^{-1} v_r = \|e^T \hat{k}_r^{-1}\| \rho(t) \quad (66)$$

بنابراین:

$$v_r = \frac{\rho(t) \hat{k}_r^{-1} e}{\|e^T \hat{k}_r^{-1}\|} \quad (67)$$

در حالت $e = 0$ همان‌طور که توسط (۶۰) بیان شد، $\dot{F}(e) = 0$ را به دست می‌آوریم و سیستم حلقه بسته بدون توجه به قانون کنترل v_r پایدار است. بنابراین، $v_r = 0$ اگر $e = 0$ ، را پیشنهاد می‌کنیم.

قانون کنترل ولتاژ مقاوم با جایگذاری (۶۳) در (۵۰) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$v = \begin{cases} \hat{R}I_a + \hat{k}_r(\dot{q}_d + k_p e) + \frac{\rho(t) \hat{k}_r^{-1} e}{\|e^T \hat{k}_r^{-1}\|} & e^T \hat{k}_r^{-1} \neq 0 \\ \hat{R}I_a + \hat{k}_r(\dot{q}_d + k_p e) & e^T \hat{k}_r^{-1} = 0 \end{cases} \quad (68)$$

می‌توان نتیجه گرفت که بردار حالت e سیستم (۵۲) با استفاده از قانون کنترل (۶۸) به صفر نزدیک می‌شود از آنجایی که مشتق

زمانی تابع معین مثبت، $\dot{F}(e)$ ، منفی است. با این حال، قانون کنترل (۶۸) در $e^T \hat{k}_r^{-1}$ ناپیوسته است. با استفاده از معادله (۵۹)

در (۶۷)، می‌توان یک تقریب پیوسته را برای کنترل ناپیوسته (۶۸) پیاده‌سازی کرد تا با استفاده از v_r به صورت زیر مشکل لغزش

را کاهش داد:

$$v_r = \begin{cases} \frac{(\alpha \|I_a\| + \beta \|\dot{q}\| + \gamma \|\dot{I}_a\|) \hat{k}_r^{-1} e}{\|e^T \hat{k}_r^{-1}\|} & \text{if } \|e^T \hat{k}_r^{-1}\| \geq \varepsilon \\ \frac{(\alpha \|I_a\| + \beta \|\dot{q}\| + \gamma \|\dot{I}_a\|) \hat{k}_r^{-1} e}{\varepsilon} & \text{if } \|e^T \hat{k}_r^{-1}\| < \varepsilon \end{cases} \quad (69)$$

که ε مقدار مثبت کوچک هست. بنابراین، قانون کنترل ولتاژ مقاوم با جایگذاری (۶۹) در (۵۰) به صورت زیر به دست می آید:

$$v = \begin{cases} \hat{R}I_a + \hat{k}_r(\dot{q}_d + k_p e) + \left(\frac{(\alpha \|I_a\| + \beta \|\dot{q}\| + \gamma \|\dot{I}_a\|) \hat{k}_r^{-1} e}{\|e^T \hat{k}_r^{-1}\|} \right) & \text{if } \|e^T \hat{k}_r^{-1}\| \geq \varepsilon \\ \hat{R}I_a + \hat{k}_r(\dot{q}_d + k_p e) + \left(\frac{(\alpha \|I_a\| + \beta \|\dot{q}\| + \gamma \|\dot{I}_a\|) \hat{k}_r^{-1} e}{\varepsilon} \right) & \text{if } \|e^T \hat{k}_r^{-1}\| < \varepsilon \end{cases} \quad (70)$$

۴- الگوریتم ازدحام ذرات

توصیف بهینه کنترل مقاوم را می توان با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات توسعه داد. الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات مقادیر بهینه پارامترهای طراحی کنترل را با کمینه کردن تابع هزینه F به صورت زیر بیان می کند $\|e^T \hat{k}_r^{-1}\| \geq \varepsilon$

$$f = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{i=1}^3 |e_i| dt \quad (71)$$

که در آن T زمان عملیات مسیر مطلوب و $|e_i|$ مقدار مطلق خطای ردگیری مفصل i است.

در PSO هر ذره از مقدار اولیه شروع می کند و سعی می کند موقعیت x_j و سرعت v_j خود را با توجه به تجربیات قبلی خود و همسایگانش تنظیم کند تا زمانی که معیارهای توقف برآورده شود. PSO استاندارد، ذرات را در فضای جستجو با استفاده از معادلات زیر حرکت می دهد [۱۸]:

$$v_j(k+1) = w(k)v_j(k) + c_1 r_1(k)(x_{pbest,j}(k) - x_j(k)) + c_2 r_2(k)(x_{gbest}(k) - x_j(k)) \quad (72)$$

$$x_j(k+1) = x_j(k) + v_j(k+1)$$

که k بیانگر تعداد تکرار است، $r_1(k)$ و $r_2(k)$ اعداد تصادفی هستند که به طور یکنواخت در بازه $[0, 1]$ توزیع شده اند، c_1 و c_2 ضرایب یادگیری و $w(k)$ وزن اینرسی است. $x_{pbest,j}$ بهترین موقعیت تکمی (خصوصی) است که قبلاً توسط ذره j ام بازدید شده است و x_{gbest} بهترین موقعیت کلی است که در بین ذرات تاکنون به دست آمده است. $x_{pbest,j}$ به صورت محاسبه می شود [۱۸]

$$x_{pbest,j}(k) = \begin{cases} x_{pbest,j}(k-1) & \text{if } f(x_j(k)) \geq f(x_{pbest,j}(k-1)) \\ x_j(k) & \text{if } f(x_j(k)) < f(x_{pbest,j}(k-1)) \end{cases} \quad (73)$$

و x_{gbest} به صورت زیر به دست می آید [۱۸]:

$$x_{gbest}(k) \in \{x_{pbest,1}(k), x_{pbest,2}(k), \dots, x_{pbest,m}(k)\} \quad (74)$$

$$f(x_{gbest}(k)) = \min \{f(x_{pbest,1}(k)), f(x_{pbest,2}(k)), \dots, f(x_{pbest,m}(k))\}$$

که در آن m تعداد ذرات است. با افزایش تعداد ذرات، فضای جستجو بهتر پوشش داده می شود اما محاسبات سنگین تر می شود. بنابراین این عدد با روش صحیح و خطا پیدا می شود. وزن اینرسی $w(k)$ اثر بردار سرعت قبلی را بر بردار فعلی آن تعیین می کند. از w_{max} شروع می شود و به صورت خطی کاهش می یابد تا در w_{min} توسط رابطه زیر به پایان می رسد [۱۸]

$$w(k) = w_{\max} - (w_{\max} - w_{\min})k / k_{\max}$$

(۷۵)

که در آن w_{\max} حداکثر مقدار، w_{\min} حداقل مقدار و k_{\max} حداکثر عدد تکرار است. وزن اینرسی از w_{\max} شروع می‌شود تا در هنگام شروع به ذرات شتاب بیشتری بدهد و به w_{\min} ختم می‌شود تا در هنگام رسیدن به هدف شتاب کمتری داشته باشد. w_{\min} و w_{\max} برای هدف همگرایی به صورت $0 < w_{\min} < w_{\max} < 1$ انتخاب می‌شوند. معیارهای توقف را می‌توان با حداکثر تعداد تکرار k_{\max} انتخاب کرده یا با استفاده از یک مقدار مشخص برای خطای $x_j(k+1) - x_j(k)$ پیشنهاد داد. انتخاب یک مقدار بزرگ‌تر برای k_{\max} ، دقت را افزایش می‌دهد، با این حال، نیاز به محاسبات بیشتری دارد.

الگوریتم استاندارد بهینه‌سازی ازدحام ذرات را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

مرحله ۱: عدد تکرار k را روی یک تنظیم کنید. موقعیت‌ها و سرعت‌های همه ذرات در محدوده‌های مشخص شده را به طور تصادفی مقداردهی کنید.

مرحله ۲: تابع تناسب هر ذره $f(x_j(k))$ را محاسبه کنید.

مرحله ۳: $x_{pbest,j}(k)$ و $x_{gbest}(k)$ به ترتیب مطابق معادلات (۷۳) و (۷۴) تعیین کنید.

مرحله ۴: سرعت و موقعیت ذرات را با استفاده از معادله (۷۲) به روز کنید.

مرحله ۵: فرض کنید $k = k + 1$

مرحله ۶: به مرحله ۲ بروید و این روش را تا زمانی که معیارهای توقف برآورده شود ادامه دهید.

۵- نتایج شبیه‌سازی

برای بررسی عملکرد سیستم کنترل ربات، قانون کنترل را روی ربات کروی شبیه‌سازی می‌نماییم. پارامترهای دناویت - هارتبرگ ربات، پارامترهای موتور و پارامترهای دینامیکی ربات کروی در [۲۷] داده شده‌اند. بردار گشتاور اصطکاک به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_f(\dot{q}) = \begin{bmatrix} 20\dot{q}_1 + 0.8\text{sign}(\dot{q}_1) \\ 0.4\dot{q}_2 + 0.16\text{sign}(\dot{q}_2) \\ 20\dot{q}_3 + 0.8\text{sign}(\dot{q}_3) \end{bmatrix} \quad (76)$$

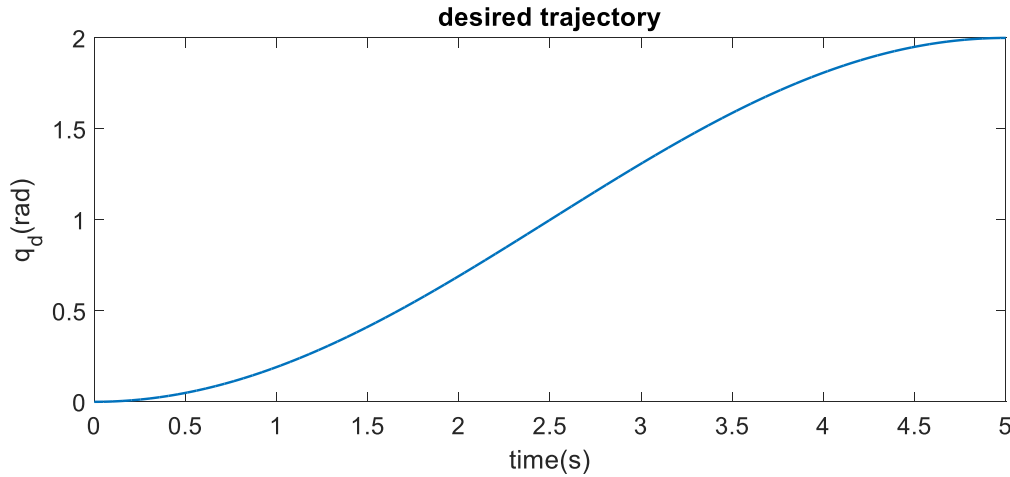
تانسور اینرسی در مرکز قالب جرمی به صورت بیان می‌شود

$$I_i = \begin{bmatrix} I_{xxi} & I_{xyi} & I_{xzi} \\ I_{xyi} & I_{yyi} & I_{yzi} \\ I_{xzi} & I_{yzi} & I_{zzi} \end{bmatrix} \quad (77)$$

مسیر مطلوب برای ردگیری هر مفصل به دلیل سادگی برای همه مفاصل به صورت یکسان و مطابق تابع زیر انتخاب شده است:

$$q_{di} = 1 - \cos(0.1\pi t) \quad i = 1, 2, 3 \quad (78)$$

مسیر موردنظر از صفر شروع می‌شود و در پنج ثانیه به دو رادیان می‌رسد. مسیر مطلوب برای همه مفاصل در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: مسیر مطلوب

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات با ۲۰ ذره جستجو می‌کند، یعنی $m=20$ و حداکثر تکرار k_{max} روی ۱۰۰ تنظیم شده است. حداکثر وزن اینرسی w_{max} و حداقل وزن اینرسی w_{min} به ترتیب با ۰.۹ و ۰.۴ داده می‌شود. ضرایب c_1 و c_2 روی ۲ تنظیم شده است. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به ما در انتخاب پارامترهای طراحی کنترل کمک می‌کند. در طراحی قوانین کنترل مقاوم، عدم قطعیت پارامتری محدود فرض می‌شود، بنابراین مقادیر پارامترهای تخمین زده می‌تواند در اجرای بهینه‌سازی ازدحام ذرات محدود شود.

شبیه‌سازی ۱: کنترل گشتاور بهینه ارائه‌شده توسط قانون کنترل (۴۰) شبیه‌سازی شده است. محدوده ذرات ۸۰٪ و ۱۲۰٪ مقادیر واقعی داده شده است. بنابراین هرگاه ذره‌ای از حدی خارج شود به آن محدوده برمی‌گردد. عملکرد سیستم کنترل بستگی به انتخاب پارامترهای طراحی کنترل داده شده توسط $\hat{\mu}, k_p, k_d$ و ε در (۴۰) دارد که در آن $\hat{\mu}$ به صورت زیر است:

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_1 \\ \hat{\mu}_2 \\ \hat{\mu}_3 \\ \hat{\mu}_4 \\ \hat{\mu}_5 \\ \hat{\mu}_6 \\ \hat{\mu}_7 \\ \hat{\mu}_8 \\ \hat{\mu}_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{221} + I_{332} + I_{333} \\ I_{112} + I_{113} + I_{332} - I_{333} + m_2 l_{c_2}^2 + m_3 l_{c_3}^2 \\ 2(I_{132} + I_{133}) \\ m_3 \\ I_{132} - 2m_3 l_{c_3} \\ I_{122} + I_{123} \\ I_{232} + I_{233} \\ m_2 l_{c_2}^2 + m_3 l_{c_3}^2 + I_{222} + I_{223} \\ g(m_2 l_{c_2} + m_3 l_{c_3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19.91 \\ -2.12 \\ -0.02 \\ 14.32 \\ -11.45 \\ -2.29 \\ 0.75 \\ 16.87 \\ 39 \end{bmatrix} \quad (79)$$

از آنجایی که سه کنترلر یکسان هستند، پارامترهای طراحی کنترل کنترلرها یکسان است. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات مقادیر بهینه پارامترهای طراحی کنترل را که به صورت $\hat{\mu}, k_p, k_d$ و ε در استراتژی کنترل گشتاور است، پیدا خواهد کرد. کران بالای عدم قطعیت، $\varphi(t)$ ، در (۳۷) به صورت زیر داده می‌شود:

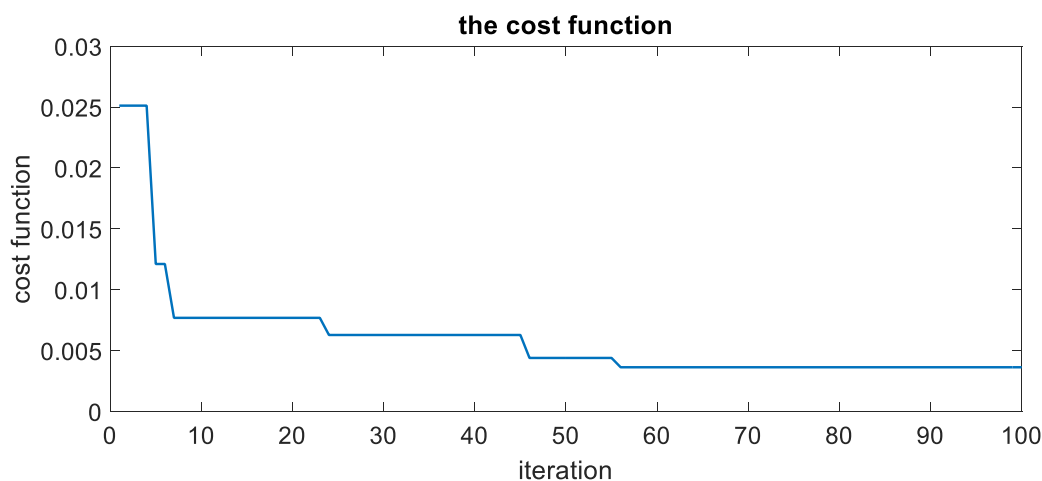
$$\varphi(t) = 0.15(10\|Y(q, \dot{q}, \ddot{q})\| + 20\|\dot{q}\| + 1) \quad (80)$$

در این شبیه‌سازی، سیستم رباتیک از مقادیر واقعی پارامترها، μ استفاده می‌کند، در حالی که کنترل‌کننده‌ها از مقادیر تخمینی پارامترها، $\hat{\mu}$ استفاده می‌کنند. مقادیر واقعی پارامترها، μ ، و مقادیر بهینه پارامترها، $\hat{\mu}$ ، به دست آمده توسط بهینه‌سازی ازدحام ذرات در جدول ۱ آورده شده است. سایر پارامترهای طراحی کنترل به صورت $k_p=430$ ، $k_d=94$ ، $\varepsilon=0.01$ و $k_p=430$ بهینه‌سازی شده‌اند. به دلیل وجود دینامیک مدل نشده، بهینه‌سازی ازدحام ذرات نمی‌تواند مقادیر واقعی دقیق را پیدا کند اما مقادیر بهینه پارامترها به مقادیر واقعی آن‌ها نزدیک است.

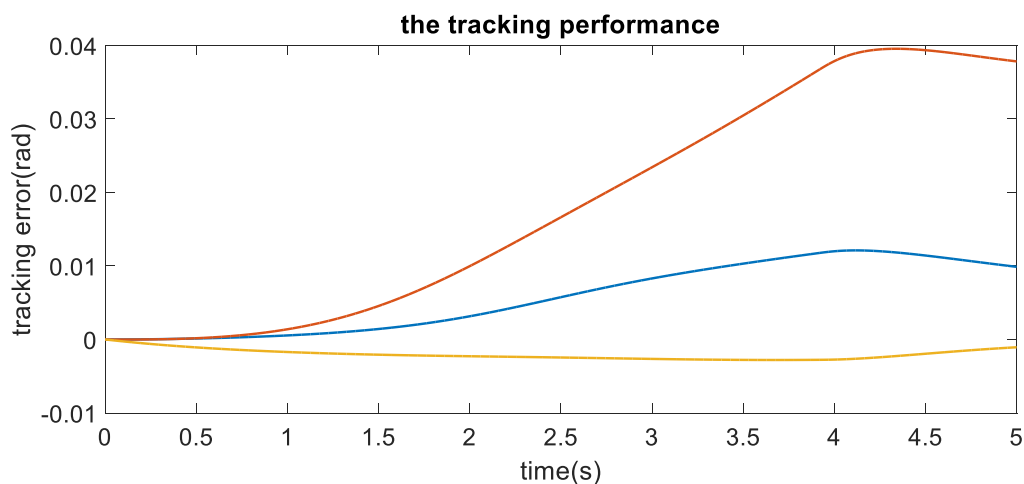
جدول ۱: مقادیر بهینه و واقعی μ

پارامتر	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$	$\hat{\mu}_4$	$\hat{\mu}_5$	$\hat{\mu}_6$	$\hat{\mu}_7$	$\hat{\mu}_8$	$\hat{\mu}_9$
مقادیر واقعی	۱۹/۹۱	-۲/۱۲	-۰/۰۲	۱۴/۳۲	-۱۱/۴۵	-۲/۲۹	۰/۷۵	۱۶/۸۷	۳۹
مقادیر بهینه	۲۱/۵	-۲/۵	-۰/۰۲	۱۲/۹	-۱۲/۳	-۳/۵	۰/۸	۱۸/۲	۴۲

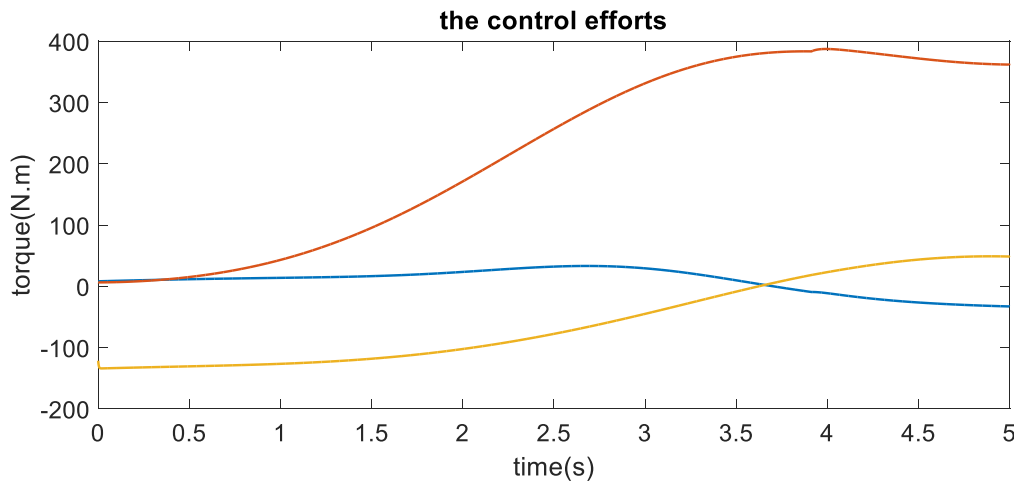
فرآیند بهینه‌سازی در شکل ۲ نشان داده شده است که در آن تابع هزینه در تکرار شماره ۱۰۰ به مقدار 4×10^{-3} می‌رسد. شکل ۳ خطاهای ردیابی را نشان می‌دهد و شکل ۴ تلاش‌های کنترلی را برای راه‌حل بهینه نشان می‌دهد. گشتاورهای مفاصل در شکل ۴ صاف و بدون مشکل لغزش مجاز هستند. بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای بهینه‌سازی عملکرد کنترل مقاوم به خوبی کار کرده است.



شکل ۲: تابع هزینه جواب بهینه در کنترل گشتاور



شکل ۳: خطاهای ردیابی جواب بهینه در کنترل گشتاور



شکل ۴: سیگنال کنترل جواب بهینه در کنترل گشتاور

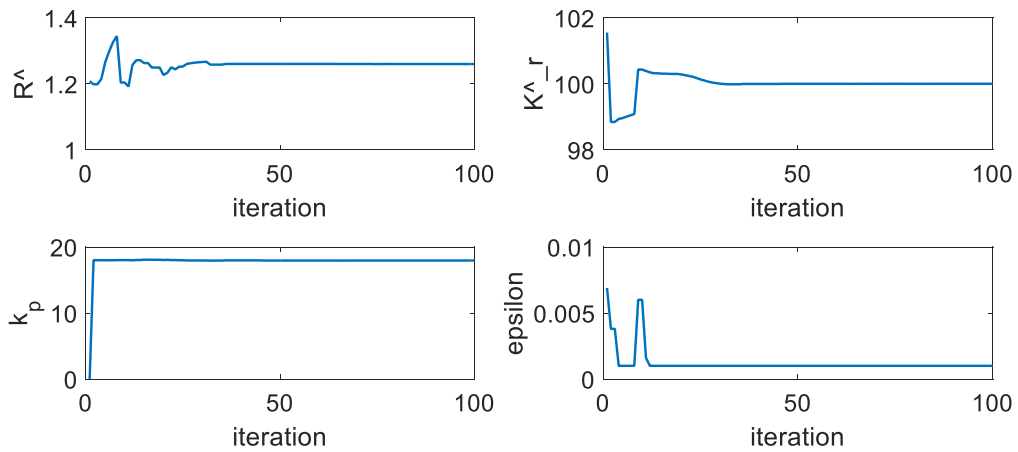
شبیه‌سازی ۲: برای بررسی عملکرد سیستم کنترل ربات، قانون کنترل (۷۰) را روی ربات کروی با در نظر گرفتن موتورهای هر مفصل شبیه‌سازی می‌نمائیم. سیستم کنترل به صورت مفصل مستقل به ربات اعمال می‌شود. بنابراین برای کنترل موتورهای هر مفصل از کنترل کننده جداگانه استفاده می‌شود. ماکزیمم ولتاژ هر موتور $v_{max}=40V$ انتخاب شده است. عملکرد سیستم کنترل بستگی به انتخاب پارامترهای طراحی کنترل داده شده توسط k_p, \hat{R}, \hat{k}_r و ε در (۷۰) دارد. از آنجایی که سه کنترلر یکسان هستند، پارامترهای طراحی کنترل کنترلرها یکسان است. الگوریتم PSO مقادیر بهینه پارامترهای طراحی کنترل را که به صورت k_p, \hat{R}, \hat{k}_r و ε در استراتژی کنترل ولتاژ است، پیدا خواهد کرد. محدودیت‌ها به عنوان مثال به صورت $120 \leq \hat{k}_r \leq 80$ ، $1/51 \leq \hat{R} \leq 1/0.8$ و $1 \leq k_p \leq 100$ ، $0.001 \leq \varepsilon \leq 0.1$ آورده شده است که پارامترهای طراحی سیستم کنترل به صورت $\varepsilon I_{3 \times 3}, \hat{R} I_{3 \times 3}, \hat{k}_r I_{3 \times 3}$ و $k_p I_{3 \times 3}$ نشان داده شده‌اند که در آن ماتریس واحد 3×3 است. محدودیت در پارامترهای سیستم بدترین حالت عدم قطعیت پارامتری را در نظر می‌گیرد. بهترین مقادیر کلی پارامترها به مقادیر واقعی آن‌ها در شکل ۵ همگرا شده‌اند. فرایند بهینه‌سازی در شکل ۶ با محاسبه تابع هزینه در بهترین مقدار کلی در هر اجرا نشان داده شده است. تابع هزینه در تکرار شماره ۱۰۰ در شکل ۷ به مقدار $2/9 \times 10^{-7}$ می‌رسد. پارامترهای طراحی کنترل بهینه در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲: پارامترهای بهینه در کنترل ولتاژ

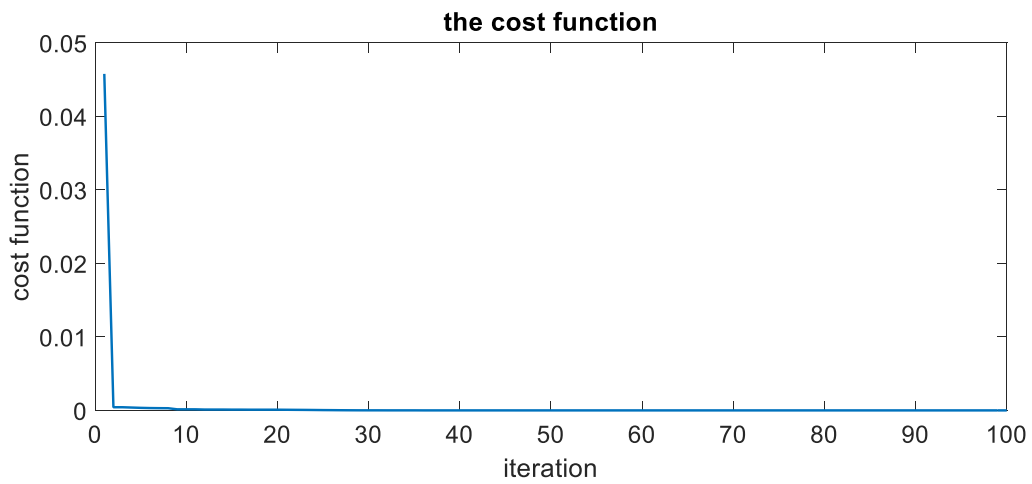
پارامتر	\hat{R}	\hat{k}_r	k_p	ε
مقادیر بهینه	۱/۲۶	۱۰۰/۰۰۸	۱۷/۹۵	۰/۰۰۱

شکل ۷ عملکرد ردگیری کنترل ولتاژ بهینه را نشان می‌دهد و شکل ۸ ولتاژ اعمال شده به موتورها را نشان می‌دهد. اندازه خطای ردیابی مفصل ۳ هنگام شروع به حدود $2/2 \times 10^{-5}$ رادیان می‌رسد و سپس به سرعت به سمت صفر می‌رود. تلاش‌های کنترلی در شکل ۸ صاف و در محدوده مجاز هستند.

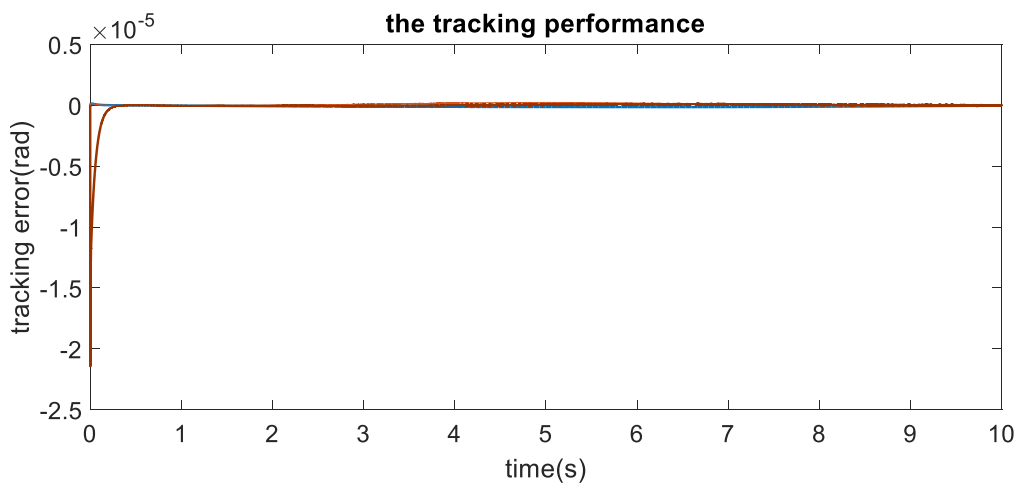
تابع هزینه کنترل گشتاور (۴۰) حدود 13793 برابر بزرگ‌تر از مقدار آن در کنترل ولتاژ (۷۰) است. این مقایسه تأیید می‌کند که عملکرد ردگیری قانون کنترل (۷۰) بسیار بهتر از قانون کنترل (۴۰) است. علاوه بر این، قانون کنترل (۷۰) کل سیستم رباتیک شامل بازوی مکانیکی ربات و موتورها را در نظر می‌گیرد در حالی که قانون کنترل (۴۰) فقط بازوی مکانیکی ربات را در نظر می‌گیرد. قانون کنترل (۴۰) بزرگ، به طور گسترده محاسباتی و به شدت کوپلینگ است در حالی که قانون کنترل (۷۰) ساده، غیر کوپلینگ و دارای محاسباتی بسیار کمتر است. بنابراین قانون کنترل ولتاژ بهینه (۴۰) بر قانون کنترل مقاوم بهینه (۷۰) برتری دارد.



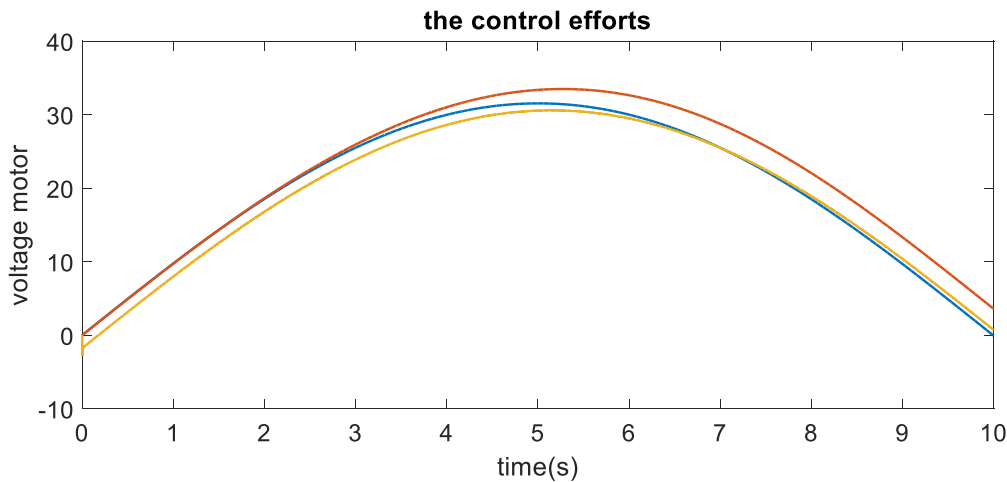
شکل ۵: همگرا شدن پارامترها



شکل ۶: تابع هزینه جواب بهینه در کنترل ولتاژ



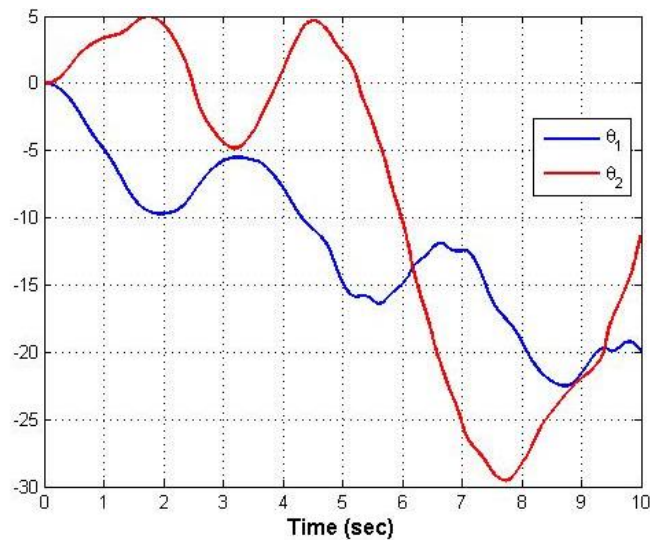
شکل ۷: خطاهای ردیابی جواب بهینه در کنترل ولتاژ



شکل ۸: سیگنال کنترل جواب بهینه در کنترل ولتاژ

مقایسه کنترل کننده پیشنهادی:

در این مقاله تنظیم پارامترهای کنترلر PID برای بازوی ربات با استفاده از بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک ارائه شده است. در این مقاله پس از مدل‌سازی حلقه باز ربات دو درجه آزادی در نرم‌افزار MATLAB، با توجه به معادلات دینامیکی به پیاده‌سازی کنترلرهای PID طراحی شده با استفاده از بهینه‌سازی چند هدف پرداخته است. پس از شبیه‌سازی در حالت حلقه باز به نتیجه شکل ۹ خواهیم رسید. پاسخ به شدت ناپایدار است. دلیل اصلی این است که ربات دو درجه آزادی به صورت کاملاً افقی قرار دارد و با تأثیر جاذبه زمین بر روی آن به شدت زاویه‌ها تغییر می‌کنند و بازوهای ربات تحت تأثیر جاذبه سقوط خواهند کرد، چراکه هیچ‌گونه گشتاوری برای تحمل جاذبه وارد نمی‌شود. در مقایسه با شکل ۸ و ۹ نتیجه می‌شود که شکل ۸ ولتاژ اعمال شده به موتورها، صاف و در محدوده مجاز هستند.



شکل ۹: پاسخ حلقه باز سیستم

۶- نتیجه‌گیری

بهینه‌سازی ازدحام ذرات به‌طور مؤثر برای توسعه قوانین کنترل بهینه برای بازوهای مکانیکی ربات‌های الکتریکی به کار گرفته شده است. در واقع بهینه‌سازی ازدحام ذرات پارامترهای طراحی کنترل بهینه را پیدا کرده است. الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات نقش مؤثری در کاهش عدم قطعیت ایفا می‌کند و در نتیجه عملکرد ردگیری بهتری را به همراه دارد. الگوریتم بهینه‌سازی

ازدحام ذرات می‌تواند پارامترهای واقعی و بهترین عملکرد ردگیری را بیابد اگر سیستم کنترل فقط در معرض عدم قطعیت پارامتری باشد و مدل قابل تکرار هست. مقادیر بهینه پارامترها در کنترل‌کننده‌های گشتاور به دلیل وجود یک دینامیک بزرگ بدون مدل به مقادیر واقعی خود همگرا نشده‌اند درحالی‌که آن‌ها به مقادیر واقعی خود در کنترل ولتاژ همگرا شده‌اند زیرا فقط عدم قطعیت پارامتری دارد. مدل شبیه‌سازی مورد استفاده در بهینه‌سازی ازدحام ذرات به‌عنوان سیستم رباتیک واقعی در نظر گرفته شده است. ما هر دو استراتژی کنترل ولتاژ و استراتژی کنترل گشتاور را در کنترل بازوی مکانیکی ربات مقایسه کرده‌ایم. عملکرد ردیابی آن‌ها مشابه است، با این حال، کنترل ولتاژ بهینه نسبت به کنترل گشتاور مقاوم بهینه محاسباتی بسیار کمتری دارد. کنترل ولتاژ بهینه پاسخ ساده، غیر کوپلینگ و سریع است، بنابراین نسبت به کنترل گشتاور مقاوم بهینه که بسیار غیرخطی، به‌شدت کوپلینگ و به‌طور گسترده محاسباتی است، برتر است. کنترل ولتاژ بهینه مستقل از دینامیک بازوی ربات است، بنابراین در برابر اصطکاک و گشتاور خارجی در بازوی مکانیکی ربات مقاوم است. قانون کنترل گشتاور پیشنهادی به بازوردهایی از بردار موقعیت q ، بردار سرعت \dot{q} و بردار شتاب \ddot{q} نیاز دارد که به‌راحتی نمی‌توان آن‌ها را به دست آورد. در مقابل، قانون کنترل ولتاژ مستلزم بازخورد موقعیت مفصل و جریان موتور است که می‌تواند به‌سادگی در دسترس باشد.

مراجع

- [1] M. W. Spong, S. Hutchinson and M. Vidyasagar, " *Robot Modelling and Control* ", Wiley, New York, 2006, ISBN: 978-1-119-52404-5.
- [2] M.M. Fateh, "On the Voltage-Based Control of Robot Manipulators", *Int. J. Control. Autom. Syst.*, Vol. 6, no. 5, pp. 702–712, 2008, doi:10.1007/S12555-017-0035-0.
- [3] J. C. Fernandez, L. Penalver, V. Hernandez and J. Tornero, "High Performance Algorithm to Obtain Johansson Adaptive Control in Robot Manipulators", *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* Vol. 9, no. 2, pp. 167–176, 2003, doi:10.1016/S1007-5704(03)00105-9.
- [4] Y. Siyang, H. Jiang, X. Lian, and CH. Ye-Hwa, "An Optimal Fuzzy-Theoretic Setting of Adaptive Robust Control Design for a Lower Limb Exoskeleton Robot System", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 141, pp. 415–434, 2020, doi:10.1016/J.YMSSP.2020.106706.
- [5] S. Yuxin, Z. Chunhong, and M. Paolo, "Robust Approximate Fixed-Time Tracking Control for Uncertain Robot Manipulators", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 135, pp. 1-12, 2020, doi:10.1016/J.YMSSP.2019.106379.
- [6] Z. Qu and D.M. Dawson, " *Robust Tracking Control of Robot Manipulators*", IEEE Press, New York, 1996.
- [7] M. W. Spong, " On the Robust Control of Robot Manipulators", *IEEE Transactionson Automatic Control*, Vol. 37, pp. 1782-1786, 1992, doi: 10.1109/9.173151.
- [8] E. Camci, D. R. Kripalani, L. Ma, and E. Kayacan, "An Aerial Robot for Rice Farm Quality Inspection with Type-2 Fuzzy Neural Networks Tuned by Particle Swarm Optimization-Sliding Mode Control Hybrid Algorithm", *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol. 41, pp. 1–8, 2018, doi:10.1016/J.SWEVO.2017.10.003.
- [9] M.M. Fateh, "Robust voltage control of electrical manipulators in task-space", *Int. J. Innov. Comput. Inf. Control*, Vol. 6, no. 6, pp. 2691-2700, 2010, doi:10.1007/S10846-010-9430.
- [10] M.M. Fateh, "Nonlinear Control of Electrical Flexible-Joint Robots", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 67, no. 4, pp. 2549-2559, 2011, doi:10.1007/S11071-011-0167-3.
- [11] M.M. Fateh, "Robust Control of Flexible-Joint Robots Using Voltage Control Strategy", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 67, pp. 1525-1537, 2012, doi:10.1007/s11071-011-0086-3.
- [12] M. W. Spong, "Modeling and Control of Elastic Joint Robots", *J. Dyn. Syst. Meas. Control* Vol. 109, pp. 310–319, 1987, doi:10.1115/1.3143860 .
- [13] J.P. Hwang, and E. Kim, "Robust Tracking Control of an Electrically Driven Robot: Adaptive Fuzzy Logic Approach", *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* Vol. 14, pp. 232–247, 2006, doi:10.1109/TFUZZ.2005.864082.
- [14] T.J. Tarn, A.K. Bejczy, X. Yun and Z. Li, "Effect of Motor Dynamics on Nonlinear Feedback Robot Arm Control", *IEEE Trans. Robot. Autom.* Vol.7, no. 1, pp. 114–122, 1991, doi: 10.1109/70.68075.

- [15] Y.C. Chang, H. M. Yen, and M.F. Wu, "An Intelligent Robust Tracking Control for Electrically-Driven Robot Systems", *Int. J. Syst. Sci.* Vol. 39, pp. 497–511, 2008, doi:10.1080/00207720701832747.
- [16] M.M. Fateh, "Robust Fuzzy Control of Electrical Manipulators", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol. 60, pp. 415-434, 2010, doi:10.1007/s10846-010-9430-y.
- [17] M.M. Fateh and S. Khorashadizadeh, "Robust Control of Electrically Driven Robots by Adaptive Fuzzy Estimation of Uncertainty", *Nonlinear Dyn.* Vol. 69, no. 3, pp. 1465–1477, 2012, doi:10.1007/s11071-012-0362-x.
- [18] J. Kennedy, R. Eberhart, "Particle Swarm Optimization", *In: Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks, Piscataway, NJ*, vol. 4, pp. 1942–1948, 1995, doi:10.1109/ICNN.1995.488968.
- [19] H. Modares, A. Alfi, M.M. Fateh, "Parameter Identification of Chaotic Dynamic Systems Through an Improved Particle Swarm Optimization", *Expert Syst. Appl.* Vol. 37, pp. 3714–3720, 2010, doi:10.1016/J.ESWA.2009.11.054.
- [20] M.M. Fateh and M. Moradi Zirkohi, "Adaptive Impedance Control of a Hydraulic Spension System Using Particle Swarm Optimization", *Veh. Syst. Dyn.* Vol. 49, no. 12, pp. 1951–1965, 2011, doi:10.1080/00423114.2011.564289.
- [21] A. M., Abdelbar, S., Abdelshahid, and D. C., Wunsch, "Fuzzy PSO A Generalization of Particle Swarm Optimization", *Proceeding of International Joint Conference on Neural Networks, Montreal, Canada*, pp 1086-1091, 2005, doi:10.1109/IJCNN.2005.1556004.
- [22] R. ZARIN AND S. AZARGOSHASB, "MODEL-FREE DISCRETE TIME CONTROL FOR SCARA ROBOT MANIPULATORS USING DESCENDING G-RADIANT ALGORITHM," *JOURNAL OF COMMUNICATION ENGINEERING.*, VOL. 11,NO.41, PP. 59-76, 2021 (in Persian).
- [23] M. Zarei , S. Azargoshasb and najmeh cheraghi shirazi, " Design Discrete Robust Adaptive Fuzzy Control for Asymptotic Tracking of Articulated Robot Manipulator," *Journal of Communication Engineering*, vol. 10,no.40, pp. 37-50, 2021(in Persian).
- [24] C.C. Wong, H.Y. Wang, S.A. Li, "PSO-based motion fuzzy controller design for mobile robots", *Int. J. Fuzzy Syst.* Vol.10, no. 1, pp. 284–292, 2008.
- [25] R. Xiaolin, Y. Yi, G. Long, CH. Jianbo, M. Tianxiang, Y. Jingya, and H. Qinqin, "Research on Robot Tracking of Books Returning to Bookshelf Based on Particle Swarm Optimization Fuzzy PID Control", *IEEE Chinese Control and Decision Conference*, 2020, doi:10.1109/CCDC49329.2020.9163983.
- [26] S. D. Harshal, K. M. Prases, and K. Shubhasri, "A Robust Path Planning for Mobile Robot using Smart Particle Swarm Optimization", *International Conference on Robotics and Smart Manufacturing*, Vol. 133, pp. 290-297, 2018, doi:10.1016/J.PROCS.2018.07.036.
- [27] M.M. Fateh and R. Babaghasabha, " Impedance Control of Robots Using Voltage Control Strategy", *Nonlinear Dynamics*, 19 May 2013, doi:10.1007/S11071-013-0964-Y.
- [28] H. V. H. Ayala and L. D. S. Coelho, " Tuning of PID controller based on a multiobjective genetic algorithm applied to a robotic manipulator", *Expert Systems with Applications*, Vol. 39, pp. 8968-8974, 2012, doi:10.1016/J.ESWA.2012.02.027.