



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری  
سال سوم / شماره دوازدهم / زمستان ۱۳۹۳

## کاربرد تئوری مقدار فرین در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک

حسین فلاح‌طلب

کارشناسی ارشد رشته مهندسی مالی، دانشگاه علوم اقتصادی تهران

محمد رضا عزیزی

کارشناسی ارشد رشته مهندسی مالی، دانشگاه علوم اقتصادی تهران (مسئول مکاتبات)

azizi.mr87@gmail.com

تاریخ دریافت: ۹۲/۰/۰ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰/۰

### چکیده

کمیت بخشی به عدم اطمینان یکی از مهم‌ترین موضوعات در مباحث مالی می‌باشد، بطوریکه امروزه هر فعالیت مالی و سرمایه‌گذاری مستلزم ارزیابی و مدیریت ریسک است. از آنجایی که ارزش در معرض ریسک (VaR) در سال ۱۹۸۸ به عنوان معیار سنجش ریسک توسط مؤسسات بین‌المللی برگزیده شد، استفاده از آن عمومیت یافته است. پیش‌بینی دقیق VaR معیار ارزیابی مناسبی را در تصمیم‌گیری‌های سرمایه‌گذاری و مدیریت ریسک فراهم می‌کند. به علت دنباله پهن بودن اکثر سری‌های زمانی مالی، تئوری مقدار فرین (EVT) ابزاری قدرتمند در تعیین VaR با تمرکز بر شکل توزیع‌های احتمالی دنباله پهن می‌باشد. در این مقاله رویکرد فراتر از آستانه را در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران بکار می‌گیریم و نتایج این روش را با نتایج حاصل از دیگر رویکردها شامل روش خود رگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس، شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کوواریانس مقایسه می‌کنیم. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که استفاده از این رویکرد در سطوح اطمینان بالا قابل اتکا می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** ارزش در معرض ریسک، تئوری مقدار فرین، رویکرد فراتر از آستانه، روش گارچ.

## ۱- مقدمه

پیش‌بینی نوسان‌پذیری و ریسک به یک ورودی مهم در سرمایه‌گذاری در انواع دارایی‌های مالی تبدیل شده است. ریسک متغیری کیفی است، اندازه‌گیری یک کیفیت و بیان آن در قالب یک کمیّت کار دشواری است و تا زمانی که این عدم اطمینان کمی نشود، قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی به صورت یک معمّا باقی می‌ماند (شرکت ماتریس تحلیلگران سیستم‌های پیچیده، ۱۳۸۸).

ارزش در معرض ریسک<sup>۱</sup> یک ابزار ساده و در عین حال قدرتمند برای کمیّت بخشی به عدم اطمینان در شرایط عادی بازار است. از آنجایی که VaR از سال ۱۹۸۸ مورد استفاده‌ی بانک بین‌المللی تسویه<sup>۲</sup> و مؤسسات رسمی آمریکا قرار گرفت (Chen Lin & Chang Ko, 2009)، به معیاری عمومی برای سنجش ریسک تبدیل شد.

ارزش در معرض ریسک به صورت حداکثر زیان انتظاری سرمایه‌گذاری در سطح اطمینانی مشخص و در طول یک دوره‌ی زمانی معین، تعیین می‌شود. رویکرد واریانس-کوواریانس<sup>۳</sup> و شبیه‌سازی تاریخی<sup>۴</sup> رایج‌ترین روش‌ها در پیش‌بینی VaR می‌باشند. رویکرد واریانس-کوواریانس توسط ریسک‌متریکس معرفی شد. فرض مهم این مدل این است که بازده دارایی‌ها به صورت نرمال توزیع شده است. از آنجایی که به نظر می‌رسد فرض نرمال بودن بر رفتار واقعی بازده‌های مالی منطبق نیست، روش واریانس-کوواریانس تمایل به ناچیزتر شمردن VaR از مقدار واقعی دارد (Danielsson & de Vries, 1997a; Duffie & Pan, 1997). روش شبیه‌سازی تاریخی رویکرد دیگری در محاسبه‌ی VaR است، که چون هیچ‌گونه فرض صریحی در مورد توزیع بازده دارایی‌ها لحاظ نمی‌کند، بسیار ساده می‌باشد. اما چون HS بر مبنای تعداد محدودی مشاهده به محاسبه می‌پردازد، فرآیند تخمین قابل‌اتکا نخواهد بود (Danielsson & de Vries, 1997b) و احتمال دستیابی به هر تخمینی فراتر از آنچه قبلاً مشاهده شده است وجود ندارد (Barone-Ades & Kostas, 2000). همچنین یکی دیگر از رویکردهای مهم پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک، که بر فرض تغییر واریانس داده‌ها در طول زمان بنا نهاده شده است، رویکرد خود رگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس<sup>۵</sup> (ARCH) می‌باشد.

بیش‌ترین نگرانی مدیران ریسک، مربوط به حداکثر پتانسیل‌های زیان در رویدادهای غیرمنتظره و تحولات ناگهانی است. رویدادهای غیرمنتظره مانند سقوط بازار سهام در سال ۱۹۸۷ میلادی در آمریکا و یا بحران مالی آسیا در سال ۱۹۹۷ میلادی موضوعاتی بسیار مهم در اقتصاد، مالی و به خصوص مدیریت ریسک هستند، بنابراین نحوه برخورد با این رویدادها بسیار مهم است. چنین رویدادهایی مربوط به دنباله توزیع بازده می‌باشند که به دلیل خصوصیت دنباله-پهن<sup>۶</sup> بودن اغلب سری‌های زمانی مالی اهمیت زیادی دارد. یکی از مهم‌ترین رویکردهایی که در مطالعه دنباله توزیع مورد استفاده قرار

می‌گیرد تئوری مقدار فرین<sup>۷</sup> است که مستقیماً بر دنباله‌های توزیع تمرکز می‌کند و پتانسیل بهتری را برای تخمین ریسک فراهم می‌نماید (Bystrom, 2004). تئوری مقدار فرین را می‌توان به دو رویکرد کلی تقسیم‌بندی نمود که شامل تئوری تعمیم‌یافته مقدار فرین<sup>۸</sup> و رویکرد فراتر از آستانه<sup>۹</sup> است. کاربرد رویکرد فراتر از آستانه با پیچیدگی‌هایی از جمله تعیین آستانه مناسب همراه می‌باشد و تمرکز اصلی پژوهش حاضر بر کاربرد این روش استوار است.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

### ۲-۱- ارزش در معرض ریسک

ارزش در معرض ریسک یک معیار سنجش آماری ساده و خلاصه برای تخمین زیان احتمالی پرتفوی ناشی از ریسک بازار است. منظور از ریسک بازار احتمال کاهش ارزش دارایی‌ها یا به طور کلی، ارزش پرتفوی دارایی به علت تغییرات نامطلوب قیمت‌ها یا نرخ‌های بازار است. این شاخص می‌تواند به عنوان تابعی از پیش‌بینی نوسانات تفسیر شود. بر اساس تعریف، ارزش در معرض ریسک برآورد بیشترین مقدار زیان احتمالی پرتفوی دارایی‌ها، در شرایط نرمال بازار در دوره زمانی مشخص و در سطح اطمینان معین است (خیابانی & ساروقی، ۱۳۹۰).

تا کنون روش‌های متفاوتی در سنجش این معیار پیشنهاد شده است که هر کدام از مفروضات خاصی استفاده می‌کنند. در این تحقیق از چهار روش واریانس-کوواریانس-شبه سازی تاریخی، خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس و رویکرد فراتر از آستانه استفاده شده است. که تاکید تحقیق بر رویکرد فراتر از آستانه است. از تشریح دو روش اول به دلیل سادگی و رایج بودن خودداری می‌کنیم و در ادامه به تشریح روش ARCH و رویکرد فراتر از آستانه می‌پردازیم.

### ۲-۲- رویکرد خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس

در روش واریانس-کوواریانس ساده، واریانس سری زمانی را به صورت ساده در نظر می‌گیریم، اما باید به این نکته دقت کرد که ممکن است واریانس شرطی در طول زمان ثابت نبوده و متغیر باشد و مثلاً از متغیرهای توضیحی معادله رگرسیونی پیش‌بینی متغیر تبعیت کند. این امر که در ادبیات اقتصاد سنجی به واریانس ناهمسانی شهرت دارد که در سال ۱۹۸۲ توسط رابرت انگل<sup>۱۰</sup> مورد تحلیل قرار گرفت و بر این اساس مدل خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس معرفی شد (Engle, 1982) و بعدها توسط بولرسلو<sup>۱۱</sup> به مدل‌های خود رگرسیونی عمومی مشروط بر ناهمسانی واریانس<sup>۱۲</sup> (GARCH) تعمیم داده شد (Bollerslev, 1986). از آنجا که هدف این نوشتار بررسی این گونه مدل‌ها نیست؛ تنها به معرفی اجمالی این گونه مدل‌ها خواهیم پرداخت<sup>۱۳</sup>.

ساده‌ترین مدل خود رگرسیونی عمومی مشروط بر ناهمسانی واریانس مدل GARCH(1,1) می‌باشد، مطابق این مدل بهترین پیش‌بینی کننده واریانس دوره بعدی، میانگین موزون واریانس بلند مدت<sup>۱۴</sup>، واریانس پیش‌بینی شده دوره جاری و اطلاعات جدید دوره جاری است که از طریق آخرین مجذور باقی‌مانده بدست می‌آید و به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2) \quad (1)$$

$$\omega \geq 0, \alpha, \beta \geq 0, \alpha + \beta < 1$$

که  $\sigma_t^2$  پیش‌بینی واریانس برای دوره  $t$ ،  $\varepsilon_{t-1}^2$  مجذور باقی‌مانده (جمله خطا) در دوره  $t-1$ ،  $\sigma_{t-1}^2$  واریانس پیش‌بینی شده برای دوره  $t-1$  و  $\omega, \alpha, \beta$  پارامترهای مدل هستند که برای پیش‌بینی دوره‌های آتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در واقع  $\omega$  بیانگر میانگین می‌باشد، اطلاعات مربوط به نوسان دوره قبل که بر اساس مربع باقی‌مانده اخیر ( $\varepsilon_{t-1}^2$ ) اندازه‌گیری می‌شود را عبارت ARCH<sup>۱۵</sup> گویند و پیش‌بینی اخیر واریانس ( $\sigma_{t-1}^2$ ) را عبارت GARCH<sup>۱۶</sup> می‌گویند.

مدل عمومی GARCH به صورت GARCH(p,q) نمایش داده می‌شود که  $p$  مرتبه عبارت ARCH و  $q$  مرتبه عبارت GARCH است و معادله آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2)$$

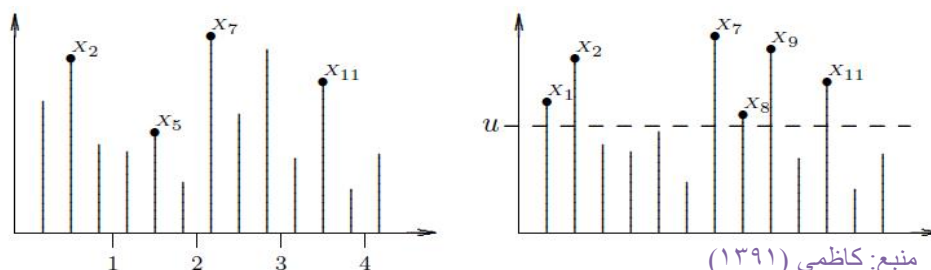
توجه کنید که مدل ARCH شکل ساده‌تری از GARCH است. در این مدل واریانس هر دوره بر اساس  $P$  دوره از سری باقی‌مانده‌های دوره‌های قبل تشریح می‌گردد:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (3)$$

## ۲-۳- تئوری مقدار فرین

تئوری مقدار فرین یک چارچوب قدرتمند برای مطالعه رفتار دنباله‌های توزیع است. قضیه‌ی حد مرکزی<sup>۱۷</sup> در مورد نوسانات مجموع انباشته‌ها و توزیع مرکزیت داده‌ها بحث می‌کند. در مقایسه با قضیه‌ی حد مرکزی، EVT با نوسانات حداکثری نمونه سر و کار دارد و به خصوص در مدل کردن توزیع احتمالی دنباله‌هایی که بیشتر از شدیدترین نوسان مشاهده‌شده امتداد می‌یابند، بسیار مفید است. در حالت کلی دو روش برای تعیین داده‌های فرین وجود دارد. در روش اول یا رویکرد تعمیم‌یافته مقدار فرین که روش حداکثر بلوک‌ها<sup>۱۸</sup> نیز نامیده می‌شود، حداکثر داده‌ها در دوره‌های متوالی (هفتگی، ماهانه، سالانه) تعیین می‌شود، و این بیشینه‌ها، داده‌های فرین را تشکیل می‌دهند. در قسمت چپ

استفاده از روش حداکثر بلوک‌ها در چهار دوره متوالی سه روزه هستند. **Error! Reference source not found.** داده‌های  $X_2$ ،  $X_5$ ،  $X_7$  و  $X_{11}$  داده‌های فرین تعیین‌شده با



شکل ۱. تعیین داده‌های فرین. سمت چپ: روش حداکثر بلوک‌ها. سمت راست: روش مقادیر فراتر از آستانه

روش دوم یا روش نوین تعیین داده‌های فرین، روش مقادیر فراتر از آستانه<sup>۱۹</sup> نامیده می‌شود. در این روش داده‌هایی که از یک مقدار آستانه بیشتر باشند داده‌های فرین را تشکیل می‌دهند. در قسمت سمت راست **Error! Reference source not found.** داده‌های  $X_1$ ،  $X_2$ ،  $X_7$ ،  $X_8$ ،  $X_9$ ،  $X_{11}$  به علت این که از حد آستانه  $U$  فراتر رفته‌اند داده‌هایی هستند که با استفاده از روش مقادیر فراتر از آستانه، فرین شناخته‌شده‌اند (کاظمی، ۱۳۹۱).

تعیین آستانه‌ی مناسب موضوع بسیار مهمی در رویکرد فراتر از آستانه است. در صورت کوچک شمردن این مقدار آستانه، تعداد مشاهدات و دقت تخمین افزایش می‌یابد، ولی این کار باعث معرفی برخی مشاهدات مرکزی‌تر به عنوان داده‌های فرین می‌شود، همچنین بزرگ شمردن مقدار آستانه باعث کاهش بیش از حد مشاهدات فراتر از آستانه شده و قابلیت اتکای تخمین‌هایمان را زیر سؤال می‌برد. در نتیجه تعیین آستانه مستلزم ایجاد تعادل میان تورش و واریانس است (شرکت ماتریس تحلیلگران سیستم‌های پیچیده، ۱۳۸۸). در مطالعات پیشین از روش‌های متعددی چون نمودارهای آماری برای تخمین مقدار آستانه استفاده شده است (Manganelli & Engle, 2001; McNeil & Frey, 2000). در این پژوهش برای تعیین آستانه‌ی مناسب از روش شکل هیل<sup>۲۰</sup> بهره گرفته‌ایم که در بخش‌های بعدی به تشریح آن خواهیم پرداخت.

### ۲-۳-۱- رویکرد فراتر از آستانه

تئوری مقدار فرین با مقادیر حداکثر سروکار دارد. بر طبق قضیه‌ی فیشر و تیپت توزیع جانبی مقادیر حداکثر، بدون توجه به توزیع اصلی داده‌های مشاهده‌شده، به یکی از توزیع‌های فرچت<sup>۲۱</sup>،

گامبل<sup>۲۲</sup> و یا وایبول<sup>۲۳</sup> تعلق دارد (Fisher & Tippett, 1928). این سه توزیع را می‌توان در قالب یک شکل واحد به صورت زیر (معادله (۴)) نشان داد:

$$H_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp \left\{ - \left( 1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi} \right\}, & \text{if } \xi \neq 0 \text{ \& } 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) > 0 \\ \exp \left\{ - \exp \left( - \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right) \right\}, & \text{if } \xi = 0 \end{cases} \quad (4)$$

به طوری که  $\mu$  را پارامتر موقعیت<sup>۲۴</sup> توزیع (میانگین)،  $\sigma$  را پارامتر مقیاس<sup>۲۵</sup> (پراکندگی) و  $\xi$  را پارامتر شکل<sup>۲۶</sup> گویند. یک روش برای استخراج مقادیر فرین، از نمونه‌ای از مشاهدات  $X_t, t = 1, 2, \dots, n$  با تابع توزیعی به صورت  $F(x) = \Pr\{X_t \leq x\}$ ، در نظر گرفتن مقادیر متجاوز از یک آستانه‌ی بالای از پیش تعیین‌شده مثل  $u$  است. فزونی از آستانه‌ی  $u$  برای هر  $t$  در  $t = 1, 2, \dots, n$  زمانی رخ می‌دهد که  $X_t > u$  باشد. مقدار اضافی از  $u$  به صورت  $Y = X_t - u$  تعریف می‌شود. این رویکرد به رویکرد فراتر از آستانه (POT) معروف است. با معلوم بودن مقدار آستانه‌ی  $u$ ، توزیع احتمال مقادیر اضافی  $X$  از  $u$  (یعنی  $y$ ) به صورت زیر (معادله (۵)) تعریف می‌شود:

$$F(y) = \Pr\{X - u \leq y | X > u\} \quad (5)$$

که بیانگر احتمال تجاوز مقادیر  $X$  از آستانه‌ی  $u$  حداکثر به مقدار  $y$  است، در صورتی که  $X$  از  $u$  متجاوز باشد. این توزیع شرطی می‌تواند به صورت زیر (معادله (۶)) نوشته شود:

$$F_u(y) = \frac{\Pr\{X - u \leq y, X > u\}}{\Pr\{X > u\}} = \frac{F(y + u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (6)$$

از آنجایی که برای  $x > u$  داریم  $x = y + u$ ، از معادله ۳ می‌توان عبارت زیر (معادله (۷)) را نتیجه گرفت:

$$F(x) = [1 - F(u)] F_u(y) + F(u) \quad (7)$$

توجه کنید که این عبارت تنها زمانی برقرار است که  $x > u$  باشد. اگر تعداد مشاهدات فراتر از آستانه  $u$  را با  $N_u$  و تعداد کل مشاهدات نمونه را با  $T$  نمایش دهیم، آنگاه توزیع احتمال مقادیر کمتر از آستانه به صورت زیر قابل تخمین است:

$$\hat{F}(u) = \frac{T - N_u}{T} \quad (8)$$

بنابراین با جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۷) توزیع احتمال مقادیر  $x$  به صورت زیر برآورد می‌شود:

$$\hat{F}(x) = \left[1 - \frac{T - N_u}{T}\right] F_u(y) + \frac{T - N_u}{T} = 1 + \frac{N_u}{T} [F_u(y) - 1] \quad (9)$$

قضیه‌ای که به وسیله‌ی بالکِما، دی‌هان و پیکاندس معرفی شد، نشان می‌دهد که برای مقادیر آستانه‌ی به مقدار کافی بزرگ  $u$  تابع توزیع فزونی می‌تواند به وسیله‌ی توزیع تعمیم‌یافته‌ی پارتو<sup>۲۷</sup> (GPD) تخمین زده شود (Balkema & de Haan, 1974). GPD عموماً به صورت زیر (معادله (۱۰)) تخمین زده می‌شود:

$$G_{\xi, \sigma, \nu}(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi \left(\frac{x-u}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi} & \text{if } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\left(\frac{x-u}{\sigma}\right)^{-(x-\nu)/\sigma}\right) & \text{if } \xi = 0 \end{cases} \quad (10)$$

حد رابطه‌ی اول در معادله (۱۰) هنگامی که  $\xi$  به سمت صفر میل می‌کند برابر با رابطه‌ی دوم است، بر این اساس می‌توان توزیع تعمیم‌یافته‌ی پارتو را تنها به صورت رابطه‌ی زیر (معادله (۱۱)) نمایش داد:

$$G_{\xi, \sigma, u}(x) = 1 - \left[1 + \xi \left(\frac{x-u}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi} \quad (11)$$

در نتیجه تابع چگالی احتمال<sup>۲۸</sup> مربوطه را می‌توان به صورت زیر (معادله (۱۲)) نوشت، که  $\sigma$  یک پارامتر مقیاس مثبت و  $\xi$  پارامتر شکل برای توزیع‌های دنباله‌پهن در سری‌های زمانی مالی است.

$$g_{\sigma_i, \xi_i}(y_j) = \frac{1}{\sigma_i} \left(1 + \xi_i \frac{y_j}{\sigma_i}\right)^{-\frac{1}{\xi_i}-1}, y_j = x_j - u_j \quad (12)$$

اگر برای تخمین پارامترهای مجهول  $\xi$  و  $\sigma$  (مقدار  $u$  در این معادلات مجهول نبوده و طریقه دست‌یابی به آن در قسمت بعدی تشریح خواهد شد) از تخمین حداکثر درست‌نمایی<sup>۲۹</sup> استفاده کنیم، معادلات زیر حاصل می‌شوند که با حل این دستگاه معادلات مقادیر مجهول قابل تخمین‌اند (در معادلات زیر  $L(y)$  بیانگر تابع حداکثر درست‌نمایی و  $l(y) = \ln(L(y))$  می‌باشند).

$$\frac{\partial l(y)}{\partial \sigma} = -\frac{n}{\sigma} - \left(\frac{1}{\xi} + 1\right) \sum_{i=1}^n \frac{-\xi \frac{y_i}{\sigma^2}}{1 + \xi \frac{y_i}{\sigma}} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial l(y)}{\partial \xi} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n \ln\left(1 + \xi \frac{y_i}{\sigma}\right) + \left(-\frac{1}{\xi} - 1\right) \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{\sigma + \xi x_i} = 0$$

بعد از تخمین توزیع GPD و پارامترهای آن، نوبت به محاسبه  $Var_i$  می‌رسد. همان‌طور که پیش از این گفتیم برای مقادیر آستانه‌ی به مقدار کافی بزرگ  $u$  تابع توزیع فزونی می‌تواند به وسیله‌ی توزیع GPD تخمین زده شود.

بنابراین با استفاده از رابطه (۱۱) در رابطه (۹) توزیع احتمال مقادیر  $x$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\hat{F}(x) = [1 - \frac{T - N_u}{T} G_{\xi, \sigma, u}(y)] + \frac{T - N_u}{T} = 1 - \frac{N_u}{T} \left[ 1 + \xi \frac{x - u}{\sigma} \right]^{-\frac{1}{\xi}} \quad (14)$$

برای یک احتمال معین مثل  $1 - \alpha$ ، می‌توان صدک مربوط به توزیع  $\hat{F}(x)$  را از طریق معکوس کردن توزیع  $\hat{F}(x)$  بدست آورد، در نتیجه خواهیم داشت:

$$\hat{F}^{-1}(1 - \alpha) = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[ \left( \frac{T}{N_u} \alpha \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right] \quad (15)$$

این رابطه در صورتی صحیح است که شرط زیر برقرار باشد:

$$1 - \alpha > F(u) \quad (16)$$

در صورتیکه داده‌های مورد بررسی بازده دارایی باشد، این صدک همان ارزش در معرض ریسک درصدی است، یعنی می‌توان نوشت:

$$\%VaR = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left\{ \left[ \frac{T}{N_u} (1 - p) \right]^{-\hat{\xi}} - 1 \right\} \quad (17)$$

که  $T$  تعداد کل داده‌های نمونه،  $N_u$  تعداد داده‌های فراتر از آستانه و  $p$  سطح اطمینان مورد نظر است.

### ۲-۳-۲- کاربرد شکل هیل در تعیین آستانه

اگر  $X_1 > X_2 > \dots > X_n$  آماره‌ی ترتیبی متغیرهای تصادفی مثبت iid<sup>۳</sup> باشد، تخمین‌گر هیل شاخص دنباله‌ی  $\xi$  بر اساس  $k+1$  آماره‌ی ترتیبی به صورت زیر تعریف می‌شود (Hill, 1975):

$$\hat{\xi} = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1}^{k-1} \ln X_{j,n} - \ln X_{k,n} \quad \text{for } k \geq 2 \quad (18)$$

به طوری که  $k$  برابر با  $k$ امین عنصر از داده‌های مرتب شده (تعداد تخطی‌ها) می‌باشد. برای تعیین آستانه، شکل هیل را به گونه‌ای ترسیم می‌کنیم که تخمین  $\xi$  تابعی از تعداد  $K$  تا از بالاترین آماره‌های



ترتیبی باشد. هنگامی که پارامتر دنباله در شکل نسبتاً پایدار شد (ثابت ماند)، مقدار آستانه را در همان حدود انتخاب می‌کنیم (شرکت ماتریس تحلیلگران سیستم‌های پیچیده، ۱۳۸۸). در بخش پیاده‌سازی کاربرد عملی این روش را خواهید دید.

#### ۲-۴- پیشینه تحقیق

از دهه‌ی ۱۹۹۰ میلادی تا به امروز محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار فرین در مدیریت ریسک بسیار پرکاربرد بوده است، برای مثال از این ابزار در مدیریت ریسک نرخ ارز، ریسک عملیاتی بانک‌ها و ریسک تغییرات قیمت نفت استفاده شده است. یکی از اهداف این پژوهش محاسبه‌ی ارزش در معرض ریسک شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تئوری مقدار فرین و مقایسه آن با دیگر رویکردهای رایج است و آنچه در این بخش می‌آید پیشینه تحقیق در این حوزه‌ی مشخص است.

یکی از مقالاتی که رفتار دنباله بازده شاخص بورس در آن محاسبه شده است مقاله گیلی و کلیزی (۲۰۰۶) است (Gilli & Kellezi, 2006). در این مقاله ابتدا بازده روزانه لگاریتمی شاخص‌های ES50<sup>۳۱</sup>، FTSE100<sup>۳۲</sup>، Nikkei<sup>۳۳</sup>، SMI<sup>۳۳</sup> و S&P500 محاسبه شده است و سپس با استفاده از روش حداکثر بلوک‌ها و برآورد توزیع ارزش فرین تعمیم‌یافته شاخص سطح بازگشت<sup>۳۴</sup> و<sup>۳۵</sup> که یکی از شاخص‌های مدیریت ریسک است به دست آمده است. در این مقاله بلوک‌ها سالانه در نظر گرفته شده‌اند، و ارزش در معرض ریسک از روش مقادیر فراتر از آستانه محاسبه شده‌اند. در هر دو روش حداکثر بلوک‌ها و مقادیر فراتر از آستانه برای برآورد پارامتر توزیع‌های ارزش فرین و پارتوی تعمیم‌یافته<sup>۳۶</sup> از روش حداکثر درست‌نمایی<sup>۳۷</sup> استفاده شده است. مقاله ادعا می‌کند که روش مقادیر فراتر از آستانه برای مدل‌سازی داده‌های فرین و شاخص‌های ریسک و معیارهای مربوط به دنباله توزیع بهتر از روش حداکثر بلوک‌ها عمل می‌کند.

مقاله دیگری که در مورد ارزش در معرض ریسک شاخص‌های بورس اوراق بهادار با استفاده از تئوری مقدار فرین نوشته شده است مقاله‌ی گنچی و سلچوک (۲۰۰۴) است (Gency & Selcuk, 2004). در این مقاله ارزش در معرض ریسک را با استفاده از تئوری مقدار فرین برای شاخص‌های بورس نوظهور در نُه کشور آرژانتین، برزیل، هنگ‌کنگ، اندونزی، کره جنوبی، مکزیک، فیلیپین، سنگاپور، تایوان و ترکیه محاسبه کرده‌اند. آن‌ها ارزش در معرض ریسک محاسبه شده با روش مقادیر فراتر از آستانه را با سه روش شبیه‌سازی تاریخی، واریانس - کوواریانس (با فرض نرمال بودن بازده شاخص‌ها) و واریانس-کوواریانس (با فرض اینکه بازده شاخص‌ها دارای توزیع تی استیودنت باشند) مقایسه کرده‌اند. در این مقاله محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار فرین با روش مقادیر فراتر

از آستانه انجام گرفته است نتایج این پژوهش نشان‌دهنده این است که محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری مقدار فرین در چندک‌های بالاتر از دقت بیشتری نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و روش واریانس - کوواریانس برخوردار است. در روش مقادیر فراتر از آستانه، مقدار آستانه طوری تعیین شده است که دو و نیم درصد از داده‌ها بیشتر از آن باشند. همچنین برای برآورد پارامترهای توزیع پارتوی تعمیم‌یافته از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده شده است.

در مقاله عاصف (۲۰۰۹) ارزش در معرض ریسک شاخص بورس کشورهای مصر، اردن، مراکش و ترکیه با استفاده از تئوری مقدار فرین محاسبه شده است (Assaf, 2009). در این مقاله از سه روش شبیه‌سازی تاریخی، واریانس - کوواریانس و تئوری مقدار فرین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده شده است. روش‌های واریانس - کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی ارزش در معرض ریسک را کمتر از مقدار واقعی آن محاسبه کرده‌اند. نتایج این مقاله نشان‌دهنده آن است که بازده شاخص‌ها در هر چهار کشور مورد بررسی توزیعی با دنباله پهن دارد. در این مقاله پارامترها با استفاده از برآوردگر هیل برآورد شده‌اند.

در پژوهش دیگری تسی و چن (۲۰۱۱) با استفاده از تئوری مقدار فرین وجود توزیع‌هایی با دنباله پهن را در بورس کشورهای آسیایی بررسی کرده‌اند (Tasi & Chen, 2011). بازه زمانی شاخص بورس در این پژوهش یکسان و از اکتبر ۱۹۸۹ تا اگوست ۲۰۰۹ در نظر گرفته شده است. کشورهایی که در این پژوهش مطالعه شده‌اند عبارتند از: هنگ‌کنگ، سنگاپور، تایوان، تایلند، اندونزی، مالزی، کره جنوبی و ژاپن که با شاخص S&P آمریکا و شاخص بین‌المللی MSCI<sup>۳۸</sup> مقایسه شده‌اند. در این پژوهش ارزش در معرض ریسک با دو روش تئوری مقدار فرین و مدل آرچ محاسبه شده است. در مقاله مذکور علی‌رغم تفاوت توسعه‌یافتگی کشورهای آسیایی ویژگی‌های یکسانی برای بازدهی شاخص این کشورها یافت شد. نویسندگان این مقاله به این نتیجه رسیدند که توزیع بازده شاخص کشورهای آسیایی دارای دنباله پهن است و با توجه به پارامترهای برآورد شده برای آن شبیه توزیع بازده شاخص بورس در آمریکا و بازده شاخص بین‌المللی MSCI است.

در حوزه‌ی تحقیقات داخلی نیز، کاظمی به بررسی و کاربرد تئوری مقدار فرین در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته است (کاظمی، ۱۳۹۱). در این تحقیق با تاکید بر چوله بودن توزیع بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران از معیار نسبت خطا برای مقایسه کارایی روش‌های سنجش ارزش در معرض ریسک استفاده شده است. همچنین همانند مقاله‌ی گنجی و سلچوک (۲۰۰۴) در روش مقادیر فراتر از آستانه، مقدار آستانه طوری تعیین شده است که دو و نیم درصد از داده‌ها بیشتر از آن باشند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در سطوح اطمینان بالا، روش تئوری مقدار فرین نزدیک‌ترین نسبت خطا به نسبت خطای مورد انتظار را دارد و بنابراین روشی کارا است.

### ۳- روش‌شناسی پژوهش

در پژوهش پیش‌رو روش‌های مختلفی را در سنجش ارزش در معرض ریسک شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران بکار می‌گیریم و سپس با استفاده از آزمون‌های مناسب، کارایی این مدل‌ها در سنجش VaR را با یکدیگر مقایسه و بهترین مدل را انتخاب می‌نماییم.

با توجه به اینکه در این تحقیق به دنبال پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک به عنوان شاخص سنجش ریسک بازار در بورس اوراق بهادار تهران هستیم، انتخاب نماینده‌ای از پرتفوی بورس اوراق بهادار تهران برای انجام این کار مورد نیاز است. جامعه آماری در پژوهش پیش‌رو شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران به عنوان نماینده پرتفوی بازار می‌باشد که به خوبی می‌تواند تغییرات قیمتی شرکت‌های موجود در بورس را نمایش دهد.

به منظور تعیین نمونه و داده‌های مورد نیاز مدل‌های این پژوهش از روش نمونه‌گیری برش مقطعی طولی استفاده شده است. نمونه انتخابی، داده‌های مربوط به سری زمانی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در فاصله سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۲ می‌باشند.

اطلاعات مربوط به بررسی مبانی نظری و ادبیات موضوع از طریق مطالعات کتابخانه‌ای و جستجوی اینترنتی جمع‌آوری گردیده است و اطلاعات مربوط به سری زمانی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران نیز از طریق سایت رسمی شرکت بورس و اوراق بهادار جمع‌آوری شده است. همچنین به منظور برآزش مدل‌های ریسک سنجی، اقتصادسنجی و تجزیه و تحلیل داده‌های این تحقیق از نرم افزار MATLAB 7.12 استفاده شده است. تمامی محاسبات بر روی رایانه‌ای خانگی با پردازنده ۲ گیگاهرتز و حافظه رم یک گیگابایتی انجام گرفته است.

داده‌های اصلی این تحقیق شامل سری زمانی مربوط به شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX) می‌باشد. بدین منظور سری زمانی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران را از ابتدای فروردین ماه ۱۳۸۸ تا انتهای خرداد ماه ۱۳۹۲ در نظر گرفته‌ایم و بازدهی لگاریتمی را به صورت روزانه طبق فرمول زیر محاسبه کرده‌ایم:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (19)$$

در نتیجه این بازه زمانی، ۱۰۲۸ بازه روزانه را شامل می‌شود.

در این پژوهش به منظور برآورد اعتبار سنجی مدل‌های استفاده شده در تخمین ارزش در معرض ریسک، از آزمون پوشش غیر شرطی<sup>۳۹</sup> که توسط کوپیک در سال ۱۹۹۵ مطرح شد، استفاده شده است. نسبت احتمالی کوپیک (LR) دارای توزیع مربع کای<sup>۴۰</sup> با یک درجه آزادی بوده و دارای آماره زیر است:

$$LR = 2Ln \left[ \frac{V^f (1-V)^{T-f}}{\alpha^f (1-\alpha)^{T-f}} \right] \quad (20)$$

در معادله بالا، LR همان نسبت احتمالی،  $f$  تعداد شکست‌ها (تعداد دفعاتی که زیان واقعی از زیان برآورد شده توسط VaR بزرگ‌تر است)،  $T$  تعداد کل پیش‌بینی‌های انجام شده توسط مدل VaR،  $V$  نسبت شکست و  $\alpha$  سطح خطای مورد نظر مدل VaR می‌باشند. در صورتی که نسبت احتمالی کوچک بزرگ‌تر از توزیع کای دو با یک درجه آزادی و سطح خطای  $\alpha$  باشد، فرض صفر رد می‌شود و نمی‌توان پذیرفت که مدل VaR، ریسک را صحیح برآورد کرده است. اگر فرض صفر رد شود و  $V < \alpha$  باشد، مدل ریسک را دست بالا می‌گیرد و اگر  $V > \alpha$  باشد، مدل ریسک را دست پایین برآورد کرده است (Kupiec, 1995).

همچنین در این تحقیق برای مقایسه کارایی مدل‌های مقبول از نسبت خطا<sup>۴۱</sup> استفاده شده است. یک خطا زمانی رخ می‌دهد که بازده حقیقی بزرگ‌تر از بازده پیش‌بینی شده در روز مشخصی باشد. نسبت خطا به صورت تعداد کل خطاها تقسیم بر تعداد کل داده‌های پیش‌بینی شده حاصل می‌شود. توجه کنید که نسبت خطای انتظاری در صدک  $q$  در واقع همان  $(1-q)$  است. به عنوان مثال نسبت خطای انتظاری در صدک ۹۵٪ برابر با ۵٪ است. ما انتظار داریم که مدل صحیح دارای نسبت خطای برابر با ۵٪ در این صدک خاص باشد. اگر مقدار نسبت خطا زیاد باشد ریسک را کمتر برآورد کرده و در نتیجه کفایت سرمایه جهت مقابله با ریسک را کمتر لحاظ می‌کنیم و اگر نسبت خطا کم باشد سرمایه بیشتری را برای مقابله با ریسک در نظر می‌گیریم که مشکلاتی از قبیل خواب سرمایه و چگونگی سرمایه‌گذاری عایدات این سرمایه به وجود می‌آید. در نتیجه از نظر ما مدلی بهتر است که نسبت خطای آن کم‌ترین اختلاف را نسبت به نسبت خطای انتظاری دارا باشد (Gency & Selcuk, 2004).

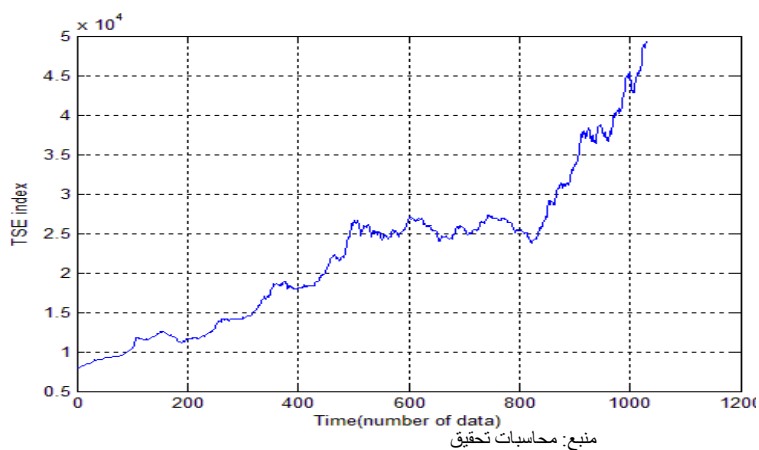
#### ۴- فرضیه پژوهش

از آنجا که در این مقاله از روشهای متعددی جهت برآورد ارزش در معرض ریسک استفاده شده است و تاکید پژوهش حاضر در استفاده از تئوری مقدار فرین جهت برآورد ارزش در معرض ریسک خصوصا در سطوح اطمینان بالا است، لذا تحقیق حاضر به دنبال بررسی فرض زیر می‌باشد:

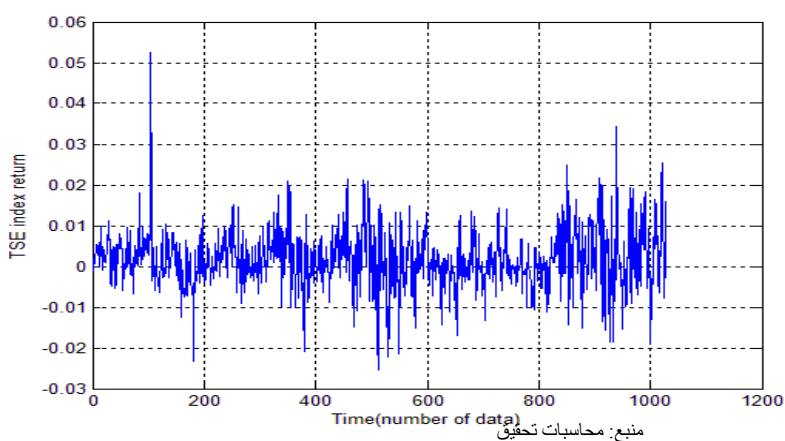
- رویکرد فراتر از آستانه جهت برآورد ارزش در معرض ریسک در سطوح اطمینان بالا، از عملکرد بهتری نسبت به سایر روشهای مورد استفاده در این پژوهش برخوردار است.

## ۵- یافته‌های پژوهش

در این بخش به منظور سنجش کارایی مدل‌های معرفی شده به پیاده‌سازی عملی این روش‌ها بر روی داده‌های سری زمانی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازیم. شکل ۲ تغییرات سطوح شاخص کل و شکل ۳ تغییرات بازده شاخص کل در طول دوره زمانی تحقیق را نشان می‌دهد.



شکل ۲. تغییرات شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی تحقیق



شکل ۳. بازده روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی تحقیق

همچنین ویژگی‌های آماری سری زمانی بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در بازه‌ی زمانی مذکور در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱. مشخصات آماری سری زمانی درصد بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

تعداد نمونه	میانگین (%)	انحراف معیار (%)	کشیدگی	چولگی	حداقل (%)	حداکثر (%)
1028	0.18	0.72	6.4748	0.4287	-2.55	5.26

منبع: محاسبات تحقیق

حداکثر و حداقل بازده روزانه در طول این دوره با توجه به شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران، به ترتیب برابر با ۵/۲۶٪ و ۲/۵۵٪ می‌باشد. میانگین بازده روزانه در این مدت برابر ۰/۱۸٪ است که بر بازده سالانه‌ی ۵۶/۷۶٪ دلالت دارد (با فرض ۲۵۰ روز کاری در سال). همچنین انحراف استاندارد روزانه ۰/۷۲٪، دلالت بر محیطی نوسان‌پذیر دارد. کشیدگی<sup>۴۲</sup> درصد بازدهی شاخص بورس اوراق بهادار تهران برابر است با ۶/۴۷۴۸ که نشان می‌دهد توزیع بازده از توزیع نرمال فاصله زیادی دارد. همچنین در اینجا برای نشان دادن تفاوت میان توزیع تجربی و توزیع نرمال از آزمون JB<sup>۴۳</sup> استفاده کرده‌ایم. مقدار آماره آزمون JB به کشیدگی و چولگی توزیع بستگی دارد. در نتیجه این آزمون مقدار آماره JB و مقدار P-value در سطح اطمینان ۰/۹۵ به ترتیب برابر با ۵۵۱/۶۰۲۴ و ۰/۰۰۱ بدست می‌آید که به معنی رد فرض نرمال بودن توزیع تجربی است.

در این مطالعه برای محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزیابی کارایی مدل‌ها، از رویکرد پنجره غلتان<sup>۴۴</sup> استفاده کرده‌ایم که یک شکاف زمانی را تا رسیدن به آخرین دوره‌ی زمانی به پیش می‌برد. دوره مشاهده را ۲۵۰ بار حرکت می‌دهیم، در نتیجه طول دوره مشاهده ۷۷۸ داده را شامل می‌شود. این بدین معنی است که ۷۷۸ داده برای تخمین VaR استفاده می‌شوند و مشاهده بلافاصله بعد از آن به عنوان دوره آزمون برای ارزیابی عملکرد مدل استفاده خواهد شد.

در پیاده‌سازی رویکرد خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس، به بررسی پایایی سری زمانی مورد مطالعه می‌پردازیم. جهت بررسی پایایی یک سری زمانی همان‌طور که می‌دانیم بایستی سری مورد نظر ریشه واحد نداشته باشد (Gujarati, 1995). برای آزمون ریشه واحد و تعیین مانایی و عدم مانایی متغیرهای مورد استفاده در این نوشتار از آزمون دیکی فولر تعمیم یافته<sup>۴۵</sup> استفاده می‌کنیم. نتایج حاصل از این آزمون در جدول زیر آمده است:

جدول ۲. نتایج حاصل از آزمون دیکی فولر تعمیم یافته

پ-value	مقدار بحرانی	آماره آزمون	آزمون دیکی فولر تعمیم یافته
0.001	-1.9416	-19.8814	در سطح معناداری ۰,۰۵
0.001	-2.5694	-19.8814	در سطح معناداری ۱٪

منبع: محاسبات تحقیق

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، آزمون ADF در سطوح اطمینان ۹۵ و ۹۹ درصد مانایی سری زمانی را مورد تایید قرار می‌دهد. در اینجا به منظور برازش مدل پیش‌بینی بازدهی مورد انتظار بازار از رویکرد باکس-جنکینز<sup>۴۶</sup> استفاده شده است. برای این کار ما مدل ARIMA را انتخاب کرده‌ایم. لازم به ذکر است از آنجا که تمامی سری‌های انباشته از مرتبه صفر بوده‌اند، بنابراین مدل‌های برآورد شده ARIMA(p,0,q) می‌باشند. برای تعیین تعداد وقفه‌های مدل، نمودارهای همبستگی<sup>۴۷</sup> و همبستگی جزئی<sup>۴۸</sup> مورد بررسی قرار گرفت و در تعیین مدل مناسب معیارهایی همچون آکائیک-شوارتز، دوربین-واتسون و ضریب تعیین مورد توجه قرار گرفته‌اند. با توجه به معناداری ضرایب و معیارهای ذکر شده، مدل تصریح شده را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$R_t = c + \beta_1 R_{t-1} + \beta_2 R_{t-2} + \beta_3 R_{t-3} \quad (21)$$

حال به منظور اطمینان خاطر از وجود اثر ARCH در سری زمانی انتخاب شده، با انجام آزمون ضریب لاگرانژ این پدیده مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرضیه صفر این آزمون به صورت عدم وجود اثر ARCH در سری مورد مطالعه می‌باشد. در نتیجه این آزمون مقدار P-Value نزدیک به صفر بدست می‌آید که نشان از رد فرض صفر مبنی بر عدم وجود اثرات ARCH می‌باشد و فرضیه مقابل تایید می‌گردد. بعد از حصول اطمینان نسبت به وجود پدیده ناهمسانی واریانس شرطی یا اثر ARCH در سری زمانی مورد مطالعه، مدل استاندارد GARCH(1,1) برای سری زمانی در بازه مورد نظر برآورد می‌گردد. این نکته که مجموع ضرایب معادله نوسانات کمتر از ۱ است، بیانگر مانا بودن فرآیند بازدهی در شاخص کل می‌باشد. خروجی نرم‌افزار MATLAB برای تخمین مدل GARCH(1,1) در جدول زیر نمایش داده شده است:

جدول ۳. خروجی نرم‌افزار MATLAB در تخمین مدل GARCH

Parameter	Value	Standard Error	T Statistic
C	0.00077247	0.00019313	3.9998
AR(1)	0.4689	0.033316	14.0683
AR(2)	-0.11171	0.039048	-2.8609
AR(3)	0.12019	0.032625	3.6841

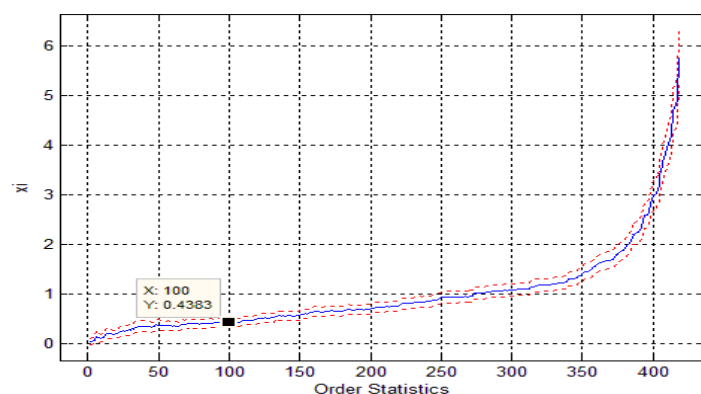
Parameter	Value	Standard Error	T Statistic
K	2.0637e-006	4.4784e-007	4.6082
GARCH(1)	0.83282	0.021818	38.1715
ARCH(1)	0.12217	0.015594	7.8346

منبع: محاسبات تحقیق

پس از تخمین مدل GARCH(1,1) می‌توان شاخص نوسانات برای برآورد VaR را بر اساس رابطه زیر بدست آورد:

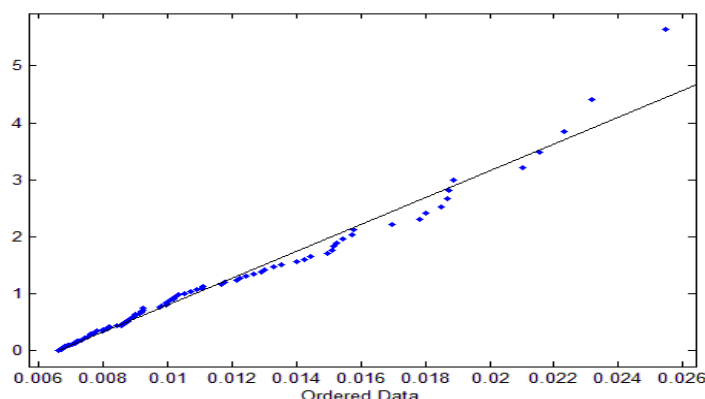
$$\sigma_t^2 = (2.0637e - 006) + 0.12217 \varepsilon_{t-1}^2 + 0.83282 \sigma_{t-1}^2 \quad (22)$$

جهت اجرای روش EVT به تعیین آستانه نیازمندیم. شکل ۴ نشان دهنده شکل هیل قدر مطلق بازده‌های منفی شاخص کل روزانه بورس اوراق بهادار تهران در بازه‌ی زمانی مورد مطالعه می‌باشد. همان‌طور که پیش از این ذکر شد مقدار آستانه را در جایی انتخاب می‌کنیم که برآوردگر هیل ثابت و پایدار است. در اینجا ما آماره ترتیبی ۱۰۰ام را که نشان دهنده مقدار آستانه ۰/۰۰۶۶- است به عنوان آستانه انتخاب می‌کنیم. برای اطمینان از درستی انتخاب آستانه از شکل صدک-صدک<sup>۴۹</sup> استفاده می‌کنیم. شکل ۵ نشان دهنده شکل صدک-صدک مقادیر فراتر از آستانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (مقادیر زیان فراتر از آستانه) به صورت روزانه در مقابل توزیع GPD متناسب با آستانه انتخابی می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید برازش منحنی بر توزیع GPD به خوبی صورت گرفته و که نشان از درستی انتخاب آستانه دارد.



شکل ۴. شکل هیل سری زمانی بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران





شکل ۵. شکل صدک-صدک مقادیر فراتر از آستانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

نتایج محاسبه‌ی VaR بر اساس روش‌های ذکر شده و مقایسه آن‌ها در سطح اطمینان ۰.۹۵ و ۰.۹۹ را به ترتیب در جدول ۴ و جدول ۵ مشاهده می‌کنید. همان‌طور که پیش از این ذکر شد، جهت سنجش اعتبار مدل‌ها از آزمون کویپک استفاده می‌کنیم. مقدار بحرانی توزیع مربع‌کای در سطح اطمینان ۰.۹۵ و ۰.۹۹ به ترتیب برابر با ۳/۸۴۱ و ۶/۶۳۴ می‌باشد، بنابراین با توجه به جدول ۴، روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و رویکرد فراتر از آستانه در سطح اطمینان ۰.۹۵ قابل اتکا نیستند و این در حالیست که با توجه به جدول ۵ تمامی روش‌ها در سطح اطمینان ۰.۹۹ قابل اتکا می‌باشند. همچنین به منظور مقایسه کارایی مدل‌های پذیرفته شده از مفهوم نسبت خطا استفاده می‌کنیم. همان‌طور که می‌دانید نسبت خطای مورد انتظار در سطح اطمینان ۰.۹۵ و ۰.۹۹ به ترتیب برابر با ۰/۰۵ و ۰/۰۱ می‌باشد. با توجه به جدول ۴ روش خود رگرسیون مشروط بر ناهمسانی واریانس، کم‌ترین اختلاف نسبت به نسبت خطای مورد انتظار را دارا بوده و بهترین عملکرد را در سطح اطمینان ۰.۹۵ دارد و این در حالیست که با توجه به جدول ۵، در سطح اطمینان ۰.۹۹ رویکرد فراتر از آستانه بهترین عملکرد را دارا می‌باشد. بنابراین آنچه گفته شد دلیلی بر رد فرضیه پژوهش وجود ندارد و فرضیه پژوهش مبنی بر عملکرد بهتر رویکرد فراتر از آستانه جهت برآورد ارزش در معرض ریسک در سطوح بالا را می‌توان پذیرفت. این نتیجه از لحاظ تئوری نیز منطقی به نظر می‌رسد چون تمرکز رویکرد فراتر از آستانه بر دنباله‌های توزیع بازده می‌باشد و بنابراین تخمین بهتری از رویدادهای نادر که همانا در انتهای توزیع بازده رخ می‌دهند فراهم می‌آورد.

جدول ۴. مقادیر VaR نتایج حاصل از محاسبه VaR در سطح اطمینان ۹۵٪

ردیف	نام روش	ارزش در معرض ریسک	مقدار آماره LR	تعداد موفقیت‌ها	تعداد شکست‌ها	نسبت خطا
۱	شبیه‌سازی تاریخی	-0.00917	5.0972	229	21	0.084
۲	واریانس-کوواریانس	-0.01008	1.5403	233	17	0.068
۳	خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس	-0.0180	0.0213	238	12	0.048
۴	رویکرد فراتر از آستانه	-0.0095	4.0395	230	20	0.08

منبع: محاسبات تحقیق

جدول ۵. مقادیر VaR نتایج حاصل از محاسبه VaR در سطح اطمینان ۹۹٪

ردیف	نام روش	ارزش در معرض ریسک	مقدار آماره LR	تعداد موفقیت‌ها	تعداد شکست‌ها	نسبت خطا
۱	شبیه‌سازی تاریخی	-0.018007	0.4378	246	4	0.016
۲	واریانس-کوواریانس	-0.014997	3.5554	244	6	0.024
۳	خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس	-0.0261	1.1765	249	1	0.004
۴	رویکرد فراتر از آستانه	-0.0164	0.0949	247	3	0.012

منبع: محاسبات تحقیق

## ۶- بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش ما از رویکرد نوین تئوری مقدار فرین (رویکرد فراتر از آستانه) در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران بهره بردیم. همچنین جهت تعیین آستانه بهینه از روش شکل هیل استفاده کردیم. سپس نتایج حاصل از این رویکرد را با دیگر روش‌های رایج پیش-بینی ارزش در معرض ریسک شامل روش‌های شبیه‌سازی تاریخی، واریانس-کوواریانس و رویکرد خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس مقایسه کردیم. برای سنجش اعتبار و کارایی این مدل‌ها از آزمون کوپیک و مفهوم نسبت خطا استفاده کردیم. نتایج این تحقیق را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

نتایج تجربی نشان می‌دهد که توزیع حقیقی بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران دنباله پهن بوده و کشیدگی مازاد زیادی دارد. بنابراین جهت سنجش ریسک به جای تمرکز بر کل توزیع بهتر است بر دنباله‌های آن تمرکز کنیم در این شرایط استفاده از EVT معنادار خواهد بود. همچنین بر خلاف رویکردهای سنتی مانند رویکرد واریانس-کوواریانس، تئوری مقدار فرین نیازی به فرض وجود یک

توزیع خاص در داده‌ها ندارد و اجازه می‌دهد که داده‌ها خودشان برازشی را برای دنباله‌ها توزیع تعیین کنند، که یکی از بزرگ‌ترین مزیت‌های رویکرد EVT است.

همان‌طور که در بخش قبل اشاره کردیم رویکرد فراتر از آستانه در سطح اطمینان ۹۵٪ عملکرد قابل‌قبولی از خود نشان نداده است و این درحالیست که در سطح اطمینان ۹۹٪ بهترین عملکرد را دارا می‌باشد، این نتیجه با نتایج پژوهش‌های پیشین نظیر مقاله‌ی گنچی و سلچوک (۲۰۰۴)، عاصف (۲۰۰۹) و تحقیق کاظمی (۱۳۹۱) مطابقت دارد، در نتیجه توصیه می‌شود که از این روش در سطوح اطمینان بالا استفاده گردد.

همچنین ذکر این نکته ضروری است که رویکرد واریانس-کوواریانس (با فرض نرمال بودن توزیع) نیز عملکرد قابل‌قبولی از خود نشان داده است و این در حالی است که انجام آزمون‌هایی چون آزمون JB فرض نرمال بودن توزیع را رد می‌کنند، این مسئله از آنجا ناشی می‌شود که گرچه توزیع‌های تجربی بازده دارای کشیدگی و چولگی متفاوت با توزیع نرمال است و کشیدگی مازاد بسیاری در نمونه‌ها مشاهده می‌شود ولی اختلاف چولگی آنقدر فاحش و بزرگ نیست که کارایی این روش را از بین ببرد. همچنین در برخی موارد این چولگی در سمت راست توزیع قرار دارد و برای فردی که روی دارایی موقعیت فروش دارد ریسک محسوب می‌شود.

### فهرست منابع

- \* خیابانی، ن. و & ساروقی، م. (۱۳۹۰). ارزش گذاری برآورد VaR بر اساس مدل های خانواده ARCH. فصلنامه پژوهش های اقتصادی ایران، شماره ۴۷، ۵۳-۷۳.
- \* شرکت ماتریس تحلیلگران سیستم های پیچیده. (۱۳۸۸). ریسک بازار، رویکرد ارزش در معرض خطر، چاپ اول. تهران: انتشارات آتی نگر.
- \* کاظمی، م. (۱۳۹۱). "محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین". تهران: دانشگاه علوم اقتصادی، دانشکده علوم مالی، پایان نامه کارشناسی ارشد.
- \* Assaf, A. (2009). Extreme observations and risk assessment in the equity markets of MENA region: tail measures and Value-at-Risk. international review of financial analysis, 109-116.
- \* Balkema, A. A., & de Haan, L. (1974). Residual lifetime at great age. Annals of Probability, 2, 792-804.
- \* Barone-Ades, G. i., & Kostas, G. (2000). Non-parametric VaR techniques. Myths and Realities, Working paper.
- \* Basel Committee. (1996). Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks. Basel Committee on Banking Supervision, Basel: Bank for International Settlements.

- \* Bollerslev, T. (1986). Generalize Autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, 307-327.
- \* Bystrom, H. N. (2004). Managing extreme risks in tranquil and volatile markets using conditional extreme value theory. *International Review of Financial Analysis*, 13, 133–152.
- \* Chen Lin, P., & Chang Ko, P. (2009). Portfolio value-at-risk forecasting with GA-based extreme value theory. *Expert Systems with Applications*, 36, 2503–2512.
- \* Danielsson, J., & de Vries, C. G. (1997a). Value-at-risk and extreme returns. Working paper, London School of Economics.
- \* Danielsson, J., & de Vries, C. G. (1997b). Tail index and quantile estimation with high frequency data. *Journal of Empirical Finance*, 4, 241–257.
- \* Duffie, D., & Pan, J. (1997). An overview of value at risk. *Journal of Derivatives*, 4, 7–49.
- \* Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, Vol. 55, 987- 1008.
- \* Fisher, R. A., & Tippett, L. H. (1928). Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. *Proceeding of Cambridge Philosophical Society*, 24, 180-190.
- \* Gency, R., & Selcuk, F. (2004). extreme value theory and value-at-risk: relative performance in emerging markets. *international journal of forecasting*, 287-303.
- \* Gilli, M., & Kellezi, E. (2006). An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk. *Computational Economics*, 1-23.
- \* Gujarati, D. (1995). *Basic Econometrics*, 3rd ed. McGraw-Hill.
- \* Hill, B. (1975). A simple general approach to inference about the tail of a distribution. *Annals Statistics*, 3, 1163–1173.
- \* Kupiec, P. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models. *The Journal of Derivatives*, no. 3, 73-84.
- \* Manganelli, S., & Engle, R. F. (2001). Value at risk models in finance. Working paper, European Central Bank.
- \* McNeil, A., & Frey, R. (2000). Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: an Extreme Value Approach. *Journal of Empirical Finance*, 7, 271-300.
- \* Pickands, J. (1975). Statistical inference using extreme order statistics. *Annals of Statistics*, 3, 119– 131.
- \* Tasi, M., & Chen, L. (2011). The Calculation of Capital Requirement Using Extreme Value Theory. *Economic Modeling*, 390-395.

## یادداشت‌ها

<sup>1</sup> Value at Risk (VaR)

<sup>2</sup> Bank for International Settlements

<sup>3</sup> Variance-covariance

- <sup>4</sup> Historical simulation (HS)
- <sup>5</sup> Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH)
- <sup>6</sup> Fat-tailed
- <sup>7</sup> Extreme Value Theory (EVT)
- <sup>8</sup> Generalized Extreme Value Theory (GEV Theory)
- <sup>9</sup> Peak Over Threshold Approach (POT)
- <sup>10</sup> Robert Engle
- <sup>11</sup> Bollerslev
- <sup>12</sup> Generalize Autoregressive conditional heteroskedasticity

<sup>13</sup> برای مطالعه بیشتر و اثبات روابط این بخش می‌توانید به فصل آخر کتاب زیر مراجعه نمایید:

An Introduction To Applied Econometrics: A Time Series Approach By Kerry Patterson

- <sup>14</sup> Long-run Variance
- <sup>15</sup> ARCH Term
- <sup>16</sup> GARCH Term
- <sup>17</sup> Central limit theorem
- <sup>18</sup> Block maxima
- <sup>19</sup> Peaks Over threshold (POT)
- <sup>20</sup> Hill plot
- <sup>21</sup> Frechet Distribution
- <sup>22</sup> Gumbel Distribution
- <sup>23</sup> Weibull Distribution
- <sup>24</sup> location Parameter
- <sup>25</sup> Scale Parameter
- <sup>26</sup> Shape Parameter
- <sup>27</sup> Generalized Pareto Distribution (GPD)
- <sup>28</sup> probability distribution function (PDF)
- <sup>29</sup> Maximum Likelihood Estimation (MLE)
- <sup>30</sup> Independent and identically distributed
- <sup>31</sup> Dow Jones Euro Stoxx 50
- <sup>32</sup> Hang Seng
- <sup>33</sup> Swiss Market Index

<sup>34</sup> اگر  $H$  توزیع حداکثرهای یک متغیر تصادفی در دوره‌های زمانی مجزا باشد، سطح بازگشت مقداری است که انتظار می‌رود که

حداکثرها در هر  $k$  دوره زمانی به طول  $n$ ، یک بار از آن بیشتر شوند.

- <sup>35</sup> Return Level
- <sup>36</sup> Generalized pareto distribution(GPD)
- <sup>37</sup> Maximum likelihood

<sup>38</sup> شاخصی است که توسط شرکت مورگان استنلی (Morgan Stanley Capital Interntional) در ۱۹۷۰ ارائه شده و شامل

شاخص بورس ۲۴ کشور توسعه یافته است.

- <sup>39</sup> The Unconditional Converge Test (UCCT)
- <sup>40</sup> chi-square
- <sup>41</sup> Violation ratio
- <sup>42</sup> kurtosis
- <sup>43</sup> Jarque-Bera test
- <sup>44</sup> Sliding window
- <sup>45</sup> Augmented Dickey–Fuller test (ADF test)

- 
- <sup>46</sup> Box-Jenkins
  - <sup>47</sup> Autocorrelation
  - <sup>48</sup> Partial Autocorrelation
  - <sup>49</sup> QQ-Plot