



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری  
سال سوم / شماره دهم / تابستان ۱۳۹۳

## مقایسه عملکرد شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANN) و مدل میانگین متحرک انباشته اتورگرسیو (ARIMA) در مدلسازی و پیش‌بینی کوتاه مدت روند نرخ ارز در ایران

عباسعلی ابونوری

استادیار دانشکده اقتصاد و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی.  
aabounoori@yahoo.com

فرداد فرخی

استادیار دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی.

سیده فاطمه شجاعیان

کارشناس ارشد علوم اقتصادی دانشکده اقتصاد و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکزی

تاریخ دریافت: ۹۲/۷/۱۸ تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۲/۲۵

### چکیده

نرخ ارز و نوسانات آن به عنوان یکی از مهمترین مسائل بخش بازرگانی خارجی هر کشور از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. عوامل زیادی همچون عوامل اقتصادی، سیاسی، و روانی بر نرخ ارز تاثیرگذار هستند و این عوامل خود باعث ایجاد شرایط نااطمینانی بیشتر می‌شوند. در این راستا تلاش سیاست‌گذاران در کاهش این نااطمینانی از طریق پیش‌بینی این متغیر با کمترین خطا بوده است. شبکه‌های عصبی مصنوعی از قابلیت بالایی در مدلسازی فرآیندهای پیچیده و پیش‌بینی مسیرهای غیرخطی پویا برخوردار هستند. لذا در این مطالعه سعی گردیده است تا با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی (ANN) علاوه بر مدلسازی و پیش‌بینی روزانه نرخ ارز طی دوره زمانی فروردین ۱۳۸۱ تا اسفند ۱۳۸۴، و کمینه نمودن خطای پیش‌بینی توسط این روش، نتایج آن با مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل ARIMA بر اساس معیارهای اندازه‌گیری دقت پیش‌بینی، مورد مقایسه قرار گیرد. برای بررسی حساسیت نتایج مدل نسبت به نرخ ارز، تخمین مدل با روش مشابه برای سه دسته داده نرخ ارز دلار، یورو و پوند انجام گرفته است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که شبکه عصبی مورد استفاده، نسبت به مدل ARIMA از قدرت پیش‌بینی بهتری برخوردار است و قیمت نرخهای ارز پوند و یورو تابعی از قیمت‌های روز گذشته خود و قیمت نرخ دلار تابعی از قیمت ۶ روز گذشته خود است.

**واژه‌های کلیدی:** نرخ ارز، پیش‌بینی، شبکه‌های عصبی مصنوعی (ANN)، خود رگرسیون میانگین متحرک انباشته (ARIMA).

## ۱- مقدمه

از آنجائیکه زندگی، فعالیت و تصمیم‌گیری افراد، بنگاه‌ها و دولت‌ها در یک دنیای نامطمئن قرار دارد، پیش‌بینی امری مهم و اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. نرخ ارز یک متغیر اقتصادی است که تغییرات آن می‌تواند تأثیرات بسیاری بر ساختار اقتصادی کشور و بازارهای داخلی داشته باشد که از جمله تأثیرات آن می‌توان به اثر آن بر تولید، نقدینگی، تورم، کسری بودجه، صادرات و واردات اشاره کرد. از طرفی با توجه به اینکه قسمت اعظم درآمدهای ارزی کشور از طریق فروش نفت خام تأمین می‌شود و منبع اصلی درآمد دولت نیز همین فروش نفت خام می‌باشد، لذا با داشتن توانایی در پیش‌بینی نوسانات نرخ ارز می‌توانیم حداکثر سود را در فروش نفت و خرید مواد اولیه مورد نیاز صنعت کشور و نیز صادرات غیر نفتی عاید کشور کنیم (عباسی نژاد و همکاران، ۱۳۸۶، ص ۲۰). لذا تدوین الگوهایی که بتواند رفتار نرخ ارز را در آینده مشخص نماید، سیاست‌گذاران و دولت‌ها را در اتخاذ تصمیمات بهتر و موثرتر، یاری خواهد داد. از این‌رو پیش‌بینی نرخ ارز همواره برای سالیان متمادی در کانون توجهات بسیاری از سیاست‌گذاران و عاملان اقتصادی بوده و مطالعات مختلفی در زمینه مدل‌سازی و پیش‌بینی آن انجام گرفته است.

با توجه به اهمیت نرخ ارز در اقتصاد ایران، این مطالعه با هدف پیش‌بینی نرخ ارز در ایران و یافتن الگوی مناسب برای پیش‌بینی انجام گرفته است. از آنجائیکه بیشترین حجم مبادلات بین‌المللی با استفاده از دلار انجام می‌شود و از لحاظ اقتصادی منطقه یورو دومین اقتصاد بزرگ جهان بشمار می‌آید و تغییرات این زوج ارز بر ارزش‌های عمده دیگر همچون پوند نیز موثر است از این‌رو در این مقاله بمنظور مطالعه و پیش‌بینی صحیح روند تغییرات این نرخ‌های ارز به مقایسه یک مدل شبکه عصبی مصنوعی به عنوان نماینده‌ای از مدل‌های هوش مصنوعی و مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته، بعنوان پیش‌تاز مدل‌های سری زمانی کلاسیک برای پیش‌بینی نرخ روزانه ارزها پرداخته شده است. اما آنچه تحقیق حاضر را با سایر مطالعات تجربی در استفاده از روش شبکه عصبی برای پیش‌بینی نرخ ارز متمایز می‌کند، این است که سعی گردیده تا با طراحی ساختاری مناسب برای شبکه، شبکه‌ای هوشمندتر که قادر باشد روی داده‌های کمتری آموزش ببیند و روی داده‌های بیشتری مورد آزمون قرار گیرد، ارائه گردد. در عین حال تلاش گردیده تا خطای پیش‌بینی توسط این روش کمینه گردد.

در ادامه و در بخش دوم این مقاله به پیشینه تحقیق می‌پردازد. در بخش سوم، به معرفی شبکه عصبی پیشخور و فرآیند اریما پرداخته می‌شود. در بخش چهارم، یک مدل شبکه عصبی پیشخور برای داده‌های روزانه نرخ‌های ارز (دلار، یورو و پوند) ۱۳۸۱/۱/۵ تا ۱۳۸۴/۱۲/۲۹، طراحی و مدل‌سازی می‌شود

و مدل اریما با همان مجموعه، تخمین زده می‌شود و بر اساس معیارهای خطا، به ارزیابی دو مدل در زمینه پیش‌بینی روزانه قیمت نرخ ارز پرداخته می‌شود. در بخش پایانی نیز نتایج ارائه می‌شود.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

آگاهی از تغییرات آتی نرخ ارز از یک طرف مقامات پولی را برای طراحی یک سیاست پولی کارا به منظور تثبیت قیمت‌ها و افزایش سطح اشتغال، مهیا می‌کند؛ و از طرف دیگر، صاحبان شرکتها و سرمایه‌گذاران به منظور تصمیم‌گیری در مورد چگونگی تخصیص دارائی‌هایشان علاقه‌مندند از تغییرات آتی نرخ ارز آگاهی داشته باشند (بافنده و همکاران، ۱۳۸۸، ص ۳). از این‌رو پیش‌بینی نرخ ارز همواره برای سالیان متمادی در کانون توجهات بسیاری از سیاست‌گذاران و عاملان اقتصادی بوده و مطالعات مختلفی در زمینه مدل‌سازی و پیش‌بینی آن انجام گرفته است. در برخی از آنها تلاش شده است تا با استفاده از مدل‌های هوش مصنوعی دقت پیش‌بینی‌ها را افزایش دهند. شبکه عصبی مصنوعی از جمله این روشهاست که بطور گسترده برای پیش‌بینی قیمت بسیاری از متغیرهای اقتصادی و از جمله نرخ ارز مورد استفاده قرار گرفته است. از آن جمله می‌توان به مطالعه پرادان و کمار (۲۰۱۰)<sup>۱</sup> که از شبکه عصبی پرسپترون بمنظور پیش‌بینی و تعیین روند تغییرات نرخهای ارز دلار، یورو، پوند و ین استفاده نموده است، اشاره کرد. در این مطالعه که از داده‌های نرخهای ارز مربوط به دوره ۱۹۹۲-۲۰۰۹، برای افق پیش‌بینی روز بعد و ماه بعد استفاده شده است نتایج تجربی حاکی از آنست که شبکه عصبی با دقت قابل قبولی قادر به پیش‌بینی نرخهای ارز مورد مطالعه می‌باشد.

در برخی دیگر روش شبکه عصبی با برخی از روشهای رگرسیونی از جمله خودرگرسیون میانگین متحرک مقایسه شده است. یافته‌های آنها حاکی از برتری شبکه عصبی بر روشهای رگرسیونی در پیش‌بینی است. از آنجمله می‌توان به مطالعه پاندا و ناراسیمحان (۲۰۰۷)<sup>۲</sup> در پیش‌بینی هفتگی نرخ ارز روپیه در مقابل دلار آمریکا اشاره نمود. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش مربوط به دوره ۱۹۹۴-۲۰۰۳ می‌باشد که در مجموع ۴۹۷ داده را شامل می‌شود. مدل‌های مورد استفاده در این پژوهش شبکه عصبی پس انتشار خطا، رگرسیون خطی و مدل گام تصادفی می‌باشند. نتایج حاکی از آنست که شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی‌های داخل نمونه از دو مدل رگرسیون خطی و گام تصادفی بهتر عمل نموده و همچنین در پیش‌بینی‌های خارج نمونه نیز برتری شبکه‌های عصبی نسبت به مدل گام تصادفی در همه موارد ارزیابی عملکرد بجز در ضریب خودهمبستگی پیرسون و برتری شبکه عصبی در چهار مورد از شش معیار ارزیابی عملکرد نسبت به مدل رگرسیون خطی به اثبات رسیده است.

در مطالعه دیگری وی و همکاران (۲۰۰۴)<sup>۳</sup>، نشان می‌دهد که عملکرد شبکه‌های عصبی بهتر از الگوهای  $AR(p)$ ،  $ARMA(p,q)$  و  $ARIMA(p,d,q)$  است. یاو و تان (۲۰۰۰)<sup>۴</sup> با بکارگیری شبکه عصبی

مصنوعی و مدل میانگین متحرک انباشته اتورگرسیو به پیش‌بینی روند نرخهای ارز دلار استرالیا، فرانک سوئیس، مارک آلمان، پوند بریتانیا و ین ژاپن در مقابل دلار آمریکا با استفاده از اطلاعات سالهای ۱۹۸۴-۱۹۹۵، و آزمون عملکرد دو روش فوق‌الذکر پرداخته‌اند. افق پیش‌بینی مورد نظر در این مقاله هفته بعد بوده است. پس از ارزیابی نتایج حاصله به این نتیجه دست پیدا کرده‌اند که مدل غیرخطی شبکه عصبی در مقایسه با مدل میانگین متحرک انباشته اتورگرسیو در افق پیش‌بینی مورد نظر، از عملکرد بهتری برخوردار می‌باشد. لیسو و شیوو (۱۹۹۹)<sup>۵</sup>، شبکه عصبی را با مدل‌های آشوب مقایسه می‌کنند و نتیجه می‌گیرند که مدل‌های شبکه عصبی از نظر معیار NMSE بهتر از مدل‌های آشوب هستند.

طیبی و همکاران (۱۳۸۷)، در مقاله‌ای با بکارگیری شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی روند سالیانه نرخ ارز در ایران و مقایسه آن با روش‌های اقتصادسنجی، با استفاده از اطلاعات سالهای ۱۳۸۱-۱۳۳۸ ایران، به آزمون این فرضیه که؛ شبکه عصبی مصنوعی نسبت به روش‌های معمول اقتصادسنجی و مدل‌های سری‌های زمانی در پیش‌بینی روند نرخ ارز از کارایی بیشتری برخوردار است، پرداخته‌اند. در این مطالعه روند متغیر نرخ ارز در دوره زمانی ذکر شده توسط سه روش رگرسیونی، ARIMA و ANN پیش‌بینی شده است. ملاک ارزیابی مقادیر پیش‌بینی شده روند نرخ ارز یکسان سازی شده در این پژوهش؛ میانگین انحراف معیار (MSE)، ریشه میانگین انحراف معیار (RMSE) و نابربری تایل (TIC) موید صحت این مطلب است که؛ روش شبکه‌های عصبی از کارایی بالاتری نسبت به سایر روش‌های رقیب برخوردار است زیرا مقادیر پیش‌بینی شده توسط شبکه عصبی به مقادیر واقعی نزدیکتر و از خطای اندازه‌گیری کمتری برخوردار است.

در پژوهش دیگری جواهری و همکاران (۱۳۸۳) مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی و برخی الگوهای متداول در زمینه پیش‌بینی نرخ ارز را مورد آزمون و تحلیل قرار داده‌اند؛ بدین صورت که عملکرد پنج الگوی رگرسیون خطی در مقایسه با شبکه‌های عصبی مصنوعی، برای پیش‌بینی نرخ ارز اسمی ماهانه (ریال ایران به دلار ایالات متحده آمریکا) مورد بررسی قرار گرفته است. الگوهای رگرسیون خطی عبارتند از روش باکس-جنکینز، فرآیند گام تصادفی و سه تصریح مختلف بر اساس نظریه برابری قدرت خرید (PPP). الگوی شبکه عصبی بکار رفته، شبکه پیشخور با الگوریتم پس انتشار خطا بوده است. هدف اصلی این مقاله، آزمون این فرضیه بوده است که آیا شبکه‌های عصبی مصنوعی با توان برآورد روابط غیرخطی، دارای نتایج بهتری در پیش‌بینی نرخ ارز نسبت به الگوهای سنتی، بخصوص الگوی گام تصادفی هستند یا خیر. در این مطالعه از سه سری داده ماهانه؛ نرخ ارز اسمی در بازار موازی یا بازار سیاه، داده‌های شاخص ماهانه قیمت مصرف کننده ایران و داده‌های مربوط به شاخص قیمت مصرف کننده ایالات متحده آمریکا استفاده شده است. مقایسه مذکور برای مشاهدات داخل نمونه، برآورد

الگوها و خارج از نمونه برای افق‌های پیش‌بینی رو به جلوی یک، شش و دوازده ماهه انجام شده است. نتایج بدست آمده حاکی از آنست که مدل شبکه عصبی در مقایسه با مدل‌های خطی اقتصادسنجی نظیر مدل‌های ساختاری و سری زمانی، بوضوح از قدرت بیشتری در زمینه پیش‌بینی نرخ ارز برخوردار است.

بطور کلی می‌توان گفت استفاده از شبکه عصبی در پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی و از جمله نرخ ارز، بیشتر مورد توجه بوده و دقت بالاتر آن نیز در مطالعات مقایسه‌ای مورد تاکید قرار گرفته است. با توجه به اهمیت نرخ ارز در اقتصاد ایران، این مطالعه با هدف پیش‌بینی نرخ ارز در ایران و یافتن الگوی مناسب برای پیش‌بینی انجام گرفته است، اما ویژگی متمایز مطالعه حاضر در مقایسه با مطالعات مرور شده در این است که سعی گردیده تا با طراحی ساختاری مناسب برای شبکه، شبکه‌ای هوشمندتر که قادر باشد روی داده‌های کمتری آموزش ببیند و روی داده‌های بیشتری مورد آزمون قرار گیرد، ارائه گردد. در عین حال تلاش گردیده تا خطای پیش‌بینی توسط این روش کمینه گردد.

### ۳- مدل‌های پژوهش

#### مدل شبکه عصبی

شبکه‌های عصبی مصنوعی از جمله روشهایی هستند که قادر به تخمین موارد غیرخطی متعدد در داده‌ها بوده و یک چارچوب محاسبه‌ای انعطاف پذیر برای دامنه وسیعی از مسائل غیرخطی می‌باشند. یکی از مزیت‌های بارز اینگونه مدلها نسبت به مدل‌های دیگر غیرخطی این است که شبکه‌های عصبی مصنوعی، یک تقریب زننده جهانی<sup>۶</sup> هستند که می‌توانند هر نوع تابعی را با دقت دلخواه تقریب بزنند. اینگونه از شبکه‌ها نیاز به هیچ‌گونه پیش فرضی در مورد شکل مدل در فرآیند مدلسازی نداشته و بطور کلی یک مدل مبتنی بر داده می‌باشند.

اینگونه مدلها از سه لایه پردازش ساده اطلاعات متصل به هم تشکیل شده‌اند. رابطه بین خروجی  $(y_t)$  و ورودی‌های  $(y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$  در اینگونه از شبکه‌ها به این ترتیب است:

$$Y_t = b_0 + \sum_{j=1}^q e_j \cdot g(b_{0j} + \sum_{i=1}^p w_{i,j} \cdot y_{t-i}) + \varepsilon_t \quad (1)$$

بطوریکه  $w_j$  و  $w_{i,j}$  عوامل مدل بوده که اغلب وزنه‌های اتصالی نامیده می‌شوند،  $p$  تعداد گره‌های ورودی و  $q$  تعداد گره‌های مخفی هستند. توابع سیگموئیدی (۲) و خطی از جمله توابعی هستند که اغلب به عنوان توابع فعالسازی برای لایه‌های مخفی و خروجی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

$$\text{Sig}(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)} \quad (2)$$

از این‌رو مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی رابطه (۱) در حقیقت به عنوان یک نگاشت غیرخطی از مشاهده‌های گذشته به مقدار آینده خواهند بود، به عبارت دیگر:

$$Y_t = f(y_{t-1}, \dots, y_{t-p}, w) + \varepsilon_t \quad (3)$$

بطوریکه  $w$  بردار همه عوامل و  $f$  تابعی است که توسط ساختار شبکه عصبی و وزنه‌های اتصالی تعیین می‌شود. بنابراین شبکه عصبی معادل یک مدل خودرگرسیون غیرخطی است. رابطه (۳) همچنین بیانگر این موضوع است که یک نرون (خروجی) در لایه خروجی برای پیش‌بینی یک مرحله‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. (خاشعی، ۱۳۸۹، ص ۱۸۳)

### فرآیند اریما

در مدل خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته (ARIMA) مقادیر آینده متغیر به عنوان تابعی خطی، از مشاهدات گذشته و خطاهای تصادفی فرض می‌شوند، یعنی اینکه فرآیند اساسی که سری زمانی را تولید می‌نماید بدین صورت می‌باشد:

$$Y_t = \theta_0 + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (4)$$

بطوریکه در آن  $y_t, \varepsilon_t$  به ترتیب مقادیر واقعی و خطاهای تصادفی در دوره  $t$ ،  $\theta_j (j = 1, 2, \dots, q)$  و  $\phi_i (i = 1, 2, \dots, p)$  پارامترهای مدل و  $p$  و  $q$  اعداد صحیح و بیانگر مرتبه مدل می‌باشند. خطای تصادفی  $\varepsilon_t$  نیز مستقل و دارای توزیع یکنواخت با میانگین صفر و واریانس ثابت  $\sigma^2$  فرض می‌شود. معادله (۴) چندین حالت خاص از خانواده مدل‌های اریما را شامل می‌گردد، اگر  $q=0$  باشد معادله (۴)، یک معادله اتورگرسیو از درجه  $p$  می‌باشد و وقتی  $p=0$  باشد مدل به یک مدل میانگین متحرک از درجه  $q$  تبدیل می‌شود.

یکی از مراحل اصلی مدلسازی اریما تعیین صحیح مرتبه مدل می‌باشد ( $p, q$ ). بر اساس کارهای انجام شده قبلی، یک روش عملی برای ساختن اینگونه مدل‌ها به وجود آمده است که در تحلیل سریهای زمانی و کاربردهای مربوط به پیش‌بینی تاثیر بنیادی داشته است. متدولوژی باکس-جنکینز شامل سه مرحله تکراری، شناسایی مدل، تخمین پارامترها و کنترل تشخیصی می‌باشد. ایده اصلی شناسایی مدل نیز بر این اصل استوار است که اگر یک سری زمانی از یک فرآیند اریما تولید شده باشد، باید برخی خواص خودهمبستگی تئوریک را داشته باشد، لذا با تطبیق الگوهای خودهمبسته تجربی با الگوهای خودهمبسته تئوریک، غالباً شناسایی یک یا چند مدل بالقوه برای سریهای زمانی امکان پذیر خواهد بود. پیشنهاد باکس-جنکینز استفاده از تابع خودهمبستگی (ACF)<sup>۱</sup> و خودهمبستگی جزئی (PACF)<sup>۲</sup> داده‌های نمونه به عنوان ابزار پایه برای شناسایی مرتبه مدل اریما می‌باشد. وقتی یک مدل آزمایشی

شناسایی شد تخمین پارامترهای مدل کار ساده‌ای بوده و از طریق مینیمم سازی خطا بدست می‌آید که بدین منظور می‌توان از روند بهینه‌سازی خطی استفاده نمود. آخرین گام مدلسازی کنترل تشخیص مناسب بودن مدل است و اساساً بمنظور آزمایش نمودن اینکه فرضیات مدل در مورد خطاها صدق می‌کنند یا نه استفاده می‌شود. جهت آزمایش خوبی برازش مدل آزمایشی پذیرفته شده، چندین آماره و نمودار تشخیصی از باقیمانده‌ها می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. اگر مدل انتخابی مناسب نباشد یک مدل آزمایشی جدید باید تشخیص داده شود و موارد فوق الذکر تکرار گردد. این فرآیند مدلسازی سه مرحله‌ای نوعاً چندین بار تکرار می‌گردد تا یک مدل رضایت بخش در انتها مشخص گردد. از مدل انتخاب شده نهایی می‌توان بمنظور پیش بینی استفاده نمود (خاشعی، ۱۳۸۷، ص ۸۷).

#### ۴- نتایج پژوهش

داده‌های مورد استفاده در این پژوهش قیمت نرخهای ارز (یورو، دلار و پوند در مقابل ریال) به صورت روزانه از ۱۳۸۱/۱/۵ تا ۱۳۸۴/۱۲/۲۹ / ۱۳۸۴ بوده است، که در مجموع، ۱۴۵۰ مشاهده را در بر می‌گیرد. داده‌ها از سایت بانک مرکزی بدست آمده است. این داده‌ها از دو بخش تشکیل شده‌اند. نخست، داده‌های مربوط به دوره ۱۳۸۱/۱/۵ تا ۱۳۸۳/۱/۵ برای آموزش و بخش دوم، از ۱۳۸۳/۱/۶ تا ۱۳۸۴/۱۲/۲۹ برای آزمایش و مقایسه مدل شبکه عصبی پیشخور با فرآیند ARIMA مورد استفاده قرار می‌گیرد.

جدول (۱) : تقسیم بندی داده‌ها به دو مجموعه آموزش و آزمایش

سری زمانی	اندازه نمونه	اندازه مجموعه آموزش	اندازه مجموعه آزمایش
نرخ ارز (دلار/یورو/پوند)	۱۴۵۰	۷۲۵	۷۲۵

ماخذ: یافته‌های تحقیق

#### ۴-۱- ARIMA

در این مطالعه تمامی مدل‌سازی‌های آریما توسط نرم افزار Eviews<sup>۶</sup> انجام شده است. برای پیش-بینی داده‌های سری زمانی به وسیله ARIMA، ابتدا مانایی سری زمانی، بررسی و مرتبه انباشتگی (d) تعیین می‌شود. در مطالعه حاضر، سری زمانی نرخ‌های ارز (دلار، یورو و پوند) با تفاضل‌گیری مرتبه (۱) بر اساس آزمون دیکی-فولر تعمیم یافته (ADF)<sup>۷</sup>، مانا و سپس تعداد جملات خودرگرسیو (p) و تعداد جملات میانگین متحرک (q)، با استفاده از توابع خودهمبستگی (AC) و خود همبستگی جزئی (PAC) بر اساس مراحل باکس-جنکینز محاسبه شده است. اما از آنجائیکه ممکن است مدل‌های دیگری وجود داشته باشند که مقدار آکائیک یا شوارتز کمتری داشته باشند و بر الگوی مذکور ترجیح داده شوند،

مدلهای دیگر نیز بررسی می‌شوند. با بکارگیری مدل اریما ابتدا ۵۰٪ مشاهده‌ها (۷۲۵ داده) برای فرموله کردن مدل و ۵۰٪ مشاهده باقیمانده برای ارزیابی عملکرد مدل مورد استفاده قرار گرفته است و بر این اساس، بهترین مدل برازش شده برای نرخ ارز پوند ARIMA(0,1,2)، برای نرخ ارز یورو ARIMA(2,1,2) و نرخ ارز دلار ARIMA(1,1,1) می‌باشد. معیارهای ارزیابی عملکرد مدل ARIMA بهینه در پیش بینی نرخ‌های ارز دلار، یورو و پوند برای مجموعه‌های آزمایش در جدول (۲) آورده شده‌اند.

جدول (۲): مقایسه معیارهای ارزیابی عملکرد مدل ARIMA بهینه در پیش بینی نرخ ارز دلار / یورو / پوند

معیار	RMSE	MAE	U.Theil	MSE
پوند	۸۱,۶۴۰	۵۷,۱۵۴	۰,۷۴۲	۶۶۶۵,۰۸
یورو	۵۱,۴۸	۳۳,۰۸	۰,۹۲۳	۲۶۵۰,۱۹
دلار	۲,۴۲۸۰	۱,۷۸۱۲	۰,۶۶۱	۵,۸۵۶۴

ماخذ: یافته‌های تحقیق

همانگونه که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، مدل خطی اریما در پیش بینی نرخ ارز دلار از عملکرد بهتری برخوردار است. می‌توان این برتری در پیش بینی نرخ ارز دلار را در کم بودن دامنه نوسانات این نرخ ارز نسبت داد. از آنجائیکه بیشتر مبادلات تجاری ایران براساس دلار انجام می‌پذیرد، در نتیجه نوسانات این نرخ ارز می‌تواند تاثیر منفی بر اقتصاد ایران بگذارد. برای جلوگیری از نوسانات آن دولت این ارز را کنترل می‌نماید که این کنترل باعث کم شدن دامنه نوسانات آن می‌شود. اگر دامنه نوسانات دلار نیز مانند دیگر ارزها وسیع می‌بود به احتمال زیاد مدل اریما از عملکرد خوبی در پیش‌بینی آن برخوردار نبود.

#### ۲-۴ - شبکه عصبی

همانطور که در بخش ۱-۲ عنوان شد، بر اساس رابطه (۱) مقدار پیش بینی شده در دوره  $t$ ، بعنوان یک نگاشت غیرخطی از مشاهده‌های گذشته است. بعبارت دیگر در پیش بینی قیمت نرخ ارز دوره  $t$ ، فرد بر اساس قیمت واقعی دوره‌های گذشته، پیش بینی را انجام می‌دهد لذا ابتدا می‌بایست تعداد روزهایی که قیمت‌های آنها بر قیمت روز آتی تاثیر می‌گذارد، تعیین شود و سپس با استفاده از آنها، قیمت انتظاری (پیش بینی شده) روز بعد مشخص شود. در مطالعه حاضر در شبکه عصبی برای تعیین



تعداد روزهای موثر گذشته از میانگین معیار عملکرد  $MSE^{10}$  های هر آزمایش بعنوان نتیجه نهایی یک بار آزمایش استفاده (بمنظور جلوگیری از قرار گرفتن شبکه در مینیمم های محلی<sup>11</sup> هر آزمایش 10 بار تکرار گردیده است) و با اضافه کردن هر روز به عنوان ورودی در شبکه، مقادیر این معیار بر اساس خروجی شبکه محاسبه شده است و تعداد روزهایی که (بر اساس ورودیهای مختلف که به شبکه داده می‌شد) دارای میانگین معیار عملکرد MSE پایین هستند، به عنوان مدل بهینه انتخاب شده است. پس از اجرای این مرحله، بر اساس مدل بهینه طراحی شده، قیمت روز بعد نرخهای ارز پوند و یورو تابعی از قیمت‌های روز گذشته و قیمت روز بعد نرخ ارز دلار، تابعی از قیمت 6 روز گذشته خود می‌باشد. بر این اساس مدل مورد نظر انتخاب و برای پیش‌بینی روز بعد نرخهای ارز پوند و یورو به شبکه پیش‌بینی کننده، 1 نرون ورودی و به شبکه پیش‌بینی کننده نرخ ارز دلار 6 نرون ورودی داده شده است. انواع مختلفی از شبکه‌های عصبی مصنوعی با توجه به اهداف تحقیق می‌تواند استفاده شود. در این تحقیق از شبکه عصبی چند لایه پیشخور (MFNN)<sup>12</sup> استفاده شده است. شبکه عصبی با استفاده از نرم افزار MATLAB(2008) طراحی و تخمین زده شده است. جدول (3)، چگونگی طراحی و مدلسازی سریهای زمانی نرخهای ارز را در شبکه عصبی نشان می‌دهد.

جدول (3): طراحی و مدلسازی نرخهای ارز پوند، یورو و دلار در شبکه عصبی

نوع شبکه عصبی	پیشخور چند لایه	الگوریتم آموزش شبکه عصبی	پس انتشار خطا
تابع فعالسازی {لایه پنهان-لایه خروجی}	تانژانت هایپربولیک-خطی	شرط توقف فرآیند آموزش	$eav \leq 1e^{-4}$
تعداد نرون ورودی {پوند، یورو، دلار}	1-1-6	دوره زمانی آموزش	1383/1/5-1381/1/5
تعداد نرون خروجی	1	دوره زمانی آزمایش	1384/12/29-1383/1/6
معیار تعیین تعداد نرونهای مخفی	MSE	نسبت تعداد داده های آموزش و آزمایش	50% به 50%
تعداد لایه پنهان	1	نرخ یادگیری	0,1
تعداد نرونهای پنهان	5		

ماخذ: یافته های تحقیق

از آنجائیکه در برخی موارد منظم کردن داده ها توانایی شبکه عصبی را در پیش بینی بالا می برد لذا ورودیهای شبکه در بازه [-1,1] نرمالسازی شده اند. در این مطالعه از شبکه عصبی پیشخور چند لایه، با 5 نرون در لایه پنهان و تابع فعالسازی تانژانت هایپربولیک برای لایه پنهان و تابع فعالسازی

خطی برای لایه خروجی استفاده شده است. برای انتخاب تعداد نرونهای لایه مخفی شبکه، شبکه‌های مختلف با تعداد نرونهای مخفی متفاوت طراحی شده و آموزش داده شده است و شبکه بهینه از میان این شبکه‌ها با توجه به معیار MSE، انتخاب گردیده است یعنی شبکه با کمترین MSE که دارای ۵ نرون در لایه پنهان می‌باشد، بکار گرفته شده است. تعداد نرون خروجی این شبکه ۱ می‌باشد چرا که واحدهای لایه خروجی به مثابه همان متغیرهای وابسته در مدل‌های رگرسیون هستند که مقادیر برآورد شده متغیر وابسته را تحویل می‌دهند. از میان الگوریتم‌های مختلفی که برای آموزش شبکه‌های عصبی مورد استفاده قرار می‌گیرند، الگوریتم پس انتشار خطا استفاده گردیده است چرا که یک پرسپترون چند لایه با الگوریتم یادگیری مزبور، یک تابع تقریب زنده عمومی است. یعنی هر مقدار از دقت که مورد نیاز باشد، یک پیکربندی از شبکه مزبور وجود دارد که قادر است دقت مزبور را تحصیل نماید.

برای بررسی عملکرد بهتر مدل شبکه عصبی از نسبت داده‌های آموزش و آزمایش ۷۰-۳۰ و ۵۰-۵۰ درصد و نرخ یادگیری ۰/۱ و ۰/۲ استفاده گردیده است اما با توجه به نظر خبرگانی که در عرصه‌های گوناگون مدل‌سازی شبکه عصبی دارای تجربیات مناسبی بودند، شبکه‌ای هوشمندتر است که روی داده‌های کمتری آموزش ببیند و روی داده‌های بیشتری جواب بدهد.

شبکه بهینه در این پژوهش با نسبت آموزش و آزمون ۵۰-۵۰ و نرخ یادگیری ۰/۱ طراحی گردیده است و در این مطالعه، فرآیند یادگیری تا زمانیکه  $eav \leq 1e^{-4}$  باشد، ادامه می‌یابد. در این قسمت بمنظور نشان دادن توانایی شبکه در پیش‌بینی نرخهای ارز (دلار، یورو و پوند)، معیارهای ارزیابی عملکرد این مدل در پیش‌بینی نرخهای ارز با هم مقایسه می‌گردند:

جدول (۴): مقایسه معیارهای ارزیابی عملکرد شبکه عصبی در پیش‌بینی نرخهای ارز پوند/یورو/دلار

MSE	U.Theil	MAE	RMSE	معیار نرخ ارز
۰,۰۰۰۱۵	۰,۰۰۶۵	۰,۰۰۹۶	۰,۰۱۲۳	پوند
۰,۰۰۰۳۱	۰,۰۰۹۶	۰,۰۱۳۵	۰,۰۱۷۶	یورو
۰,۰۰۰۳۴	۰,۰۱۱	۰,۰۱۶۵	۰,۰۱۸۵	دلار

ماخذ: یافته‌های تحقیق

همانطور که در جدول (۴) مشاهده می‌شود، شبکه عصبی در پیش‌بینی نرخ ارز پوند از عملکرد بهتری نسبت به جفت نرخ ارز دلار و یورو برخوردار می‌باشد. بنظر می‌رسد که عدم برتری پیش‌بینی شبکه عصبی در دلار و یورو به دلیل کنترل این ارزها توسط دولت است چرا که بیشتر مبادلات تجاری

ایران بر اساس دلار و یورو صورت می‌پذیرد و تغییرات این نرخ ارزها می‌تواند تاثیرات بسیاری بر ساختار اقتصادی کشور و بازارهای داخلی داشته باشد، لذا این کنترلها باعث می‌شوند تا دامنه نوسانات این ارزها کم شود؛ و اگر دامنه نوسانات دلار و یورو نیز همانند پوند زیاد بود شبکه از عملکرد بهتری در پیش بینی آنها برخوردار می‌بود.

#### ۳-۴- ارزیابی مدل‌های پیش بینی

از آنجا که هدف اصلی این تحقیق مشاهده کارایی شبکه عصبی مصنوعی در بالا بردن توان پیش بینی است، لذا در این مرحله برای بررسی بهتر عملکرد مدل مورد نظر نتایج آنرا با مدل خطی ARIMA مقایسه می‌کنیم. بمنظور مقایسه قدرت پیش بینی فرآیند ARIMA و شبکه عصبی مصنوعی، از معیارهای میانگین مربع خطا (MSE)<sup>۱۳</sup>، مجذور میانگین مربع خطا (RMSE)<sup>۱۴</sup>، میانگین قدرمطلق خطا (MAE)<sup>۱۵</sup> و آماره U تایل<sup>۱۶</sup> استفاده شده است.

جدول (۵) : مقایسه قدرت پیش بینی مدل‌های شبکه عصبی و ARIMA

معیار	نرخ ارز	ANN	ARIMA	معیار	نرخ ارز	ANN	ARIMA
MSE	پوند	۰,۰۰۰۱۵	۶۶۶۵,۰۸	MAE	پوند	۰,۰۰۰۹۶	۵۷,۱۵۴
	یورو	۰,۰۰۰۳۱	۲۶۵۰,۱۹		یورو	۰,۰۰۱۳۵	۳۳,۰۸
	دلار	۰,۰۰۰۳۴	۵,۸۵۶۴		دلار	۰,۰۰۱۶۵	۱,۷۸۱۲
RMSE	پوند	۰,۰۱۲۳	۸۱,۶۴۰	U.Theil	پوند	۰,۰۰۰۶۵	۰,۷۴۲
	یورو	۰,۰۱۷۶	۵۱,۴۸		یورو	۰,۰۰۰۹۶	۰,۹۲۳
	دلار	۰,۰۱۸۵	۲,۴۲۸۰		دلار	۰,۰۰۱۱	۰,۶۶۱

ماخذ : یافته های تحقیق

همانطور که در جدول (۵) مشاهده می‌شود، مدل شبکه عصبی پیشخور از نظر تمامی معیارهای ارزیابی عملکرد، بر روش آریمای برتری قابل توجهی دارد. بر اساس نتایج بدست آمده، مدل شبکه عصبی پیشخور دارای خطای کمتر و در نتیجه کارایی بیشتر در پیش بینی روز آتی نرخهای ارز برخوردار است. لذا در اینجا می‌توان با استفاده از مقادیر چهار معیار ارزیابی عملکرد پیش بینی دو روش که در جدول (۵) آمده است دو فرضیه یا سوال پژوهشی را پیشنهاد و مورد بررسی قرار داد:

۱) کدامیک از دو تکنیک ذکر شده در پیش‌بینی کوتاه‌مدت نرخ‌های ارز توانایی بیشتری دارند؟

در مورد فرضیه اول، همانگونه که در بالا ذکر گردیده از آنجائیکه با مقایسه معیارهای ارزیابی عملکرد در جدول (۵)، مدل شبکه عصبی پیشخور، بر روش ARIMA، از نقطه نظر تمامی معیارها برتری قابل توجهی دارد، لذا مدل شبکه عصبی پیشخور دارای خطای کمتر و در نتیجه از کارایی بیشتری در پیش بینی روز آتی قیمت نرخهای ارز برخوردار است و قادر است میزان نوسانات قیمتی را دقیق‌تر از روش اریما پیش بینی کند. این نتایج از فرضیه رفتار غیرخطی سریهای زمانی ارز حمایت می‌کند.

۲) آیا توانایی بکارگیری مدل‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی در پیش‌بینی تغییرات تمامی نرخ‌های ارز یکسان می‌باشد؟

در رابطه با سوال مطروحه دوم نیز با توجه به جدول (۳) نتایج حاکی از آنست که نمی‌توان یک شبکه واحد برای پیش‌بینی هر سه نرخ ارز ارائه داد و شبکه قادر به پیش‌بینی مناسب نرخ ارز دلار نمی‌باشد. البته ذکر این نکته خالی از لطف نیست که این عدم پیش‌بینی مناسب ناشی از محدودیتهای فراوانی است که بانک مرکزی بر روی دلار اعمال می‌کند چرا که نوسانات این نرخ ارز می‌تواند تاثیر منفی بر اقتصاد کشور بگذارد در نتیجه انرا کنترل می‌نمایند.

## ۵- نتیجه گیری و بحث

در حال حاضر در بسیاری از مراکز تحقیقات اقتصادی داخل کشور و مراکز مطالعاتی سازمان‌ها که ملزم به پیش‌بینی می‌باشند از برخی الگوهای متداول در زمینه پیش‌بینی استفاده می‌گردد. هرچند که شاید بسیار دقیق بودن میزان پیش‌بینی در برخی موارد از اهمیت چندانی برخوردار نباشد ولی مسلماً پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت برای بسیاری از متغیرها نزد سیاست‌گذاران از اهمیت بالایی برخوردار است. لذا در این پژوهش سعی گردیده است مدل‌های اریما را که بعنوان پیش‌تاز مدل‌های سری زمانی کلاسیک برای پیش‌بینی در بازارهای مالی محسوب می‌شوند و مدل شبکه عصبی که بعنوان نماینده‌ای از مدل‌های هوش مصنوعی می‌باشند را با معیارهای گوناگون مقایسه نموده و علاوه بر مقایسه، سعی در طراحی و ارائه یک مدل پیش‌بینی روند متغیر نرخ ارز با استفاده از روش شبکه عصبی مصنوعی و کمینه نمودن خطای پیش‌بینی توسط این روش شده است. از طرفی با توجه به نظر خبرگانی که در عرصه‌های گوناگون مدل‌سازی شبکه عصبی دارای تجربیات مناسبی هستند، شبکه‌ای هوشمندتر است که روی دیتای کمتری آموزش ببیند و روی دیتای بیشتری بتواند جواب دهد. از این رو ویژگی متمایز مطالعه حاضر در مقایسه با پژوهش‌های ذکر شده در پیشینه پژوهش در آن است که شبکه بهینه در این پژوهش با نسبت آموزش و آزمون ۵۰-۵۰ طراحی گردیده است. برای بررسی حساسیت نتایج مدل

نسبت به نرخ ارز، تخمین مدل با روش مشابه برای سه دسته داده نرخ ارز دلار، یورو و پوند انجام گرفته است. مقایسه نتایج حاصل از مدل شبکه عصبی با نتایج حاصل از مدل اریما نشان می‌دهد که از نقطه نظر تمامی معیارهای ارزیابی عملکرد پیش بینی، پیش بینی روز بعد نرخ‌های ارز توسط مدل شبکه عصبی دقیق‌تر از مدل اریما است و این امر نشان‌دهنده تایید فرضیه پژوهش می‌باشد. بعبارت دیگر، پیش بینی قیمت نرخ ارز با استفاده از شبکه عصبی، خطای برآورد قیمت نرخ ارز را نسبت به تکنیک اریما کاهش می‌دهد.

لذا نتایج حاصله بیانگر آن است که شبکه عصبی توانایی انجام یک پیش بینی مناسب را داشته و در نتیجه می‌توان از این مدل به عنوان ابزاری دقیق برای پیش بینی نرخ ارز در کنار دیگر روش‌ها بهره جست اما شواهد حاکی از آنست که یک شبکه واحد قادر به پیش بینی تمامی نرخ‌های ارز نمی‌باشد. یک شبکه پرسپترون سه لایه با ۱ نرون در لایه ورودی، ۵ نرون در لایه پنهان و ۱ نرون در لایه خروجی ( $N^{1-5-1}$ ) قادر به پیش بینی روز بعد جفت نرخ ارز پوند و یورو، تنها با تکیه بر قیمت روز گذشته نرخ‌های ارز می‌باشد و شبکه پرسپترون سه لایه با ۶ نرون در لایه ورودی، ۵ نرون در لایه پنهان و ۱ نرون در لایه خروجی ( $N^{6-5-1}$ ) با استفاده از اطلاعات قیمت شش روز گذشته قادر به پیش بینی روز بعد نرخ ارز دلار می‌باشد. همانگونه که ملاحظه شده است در پیش بینی جفت نرخ ارز پوند و یورو تنها با استفاده از قیمت روز گذشته شبکه بهینه ارائه شده است، در حالیکه در پیش بینی نرخ ارز دلار، با استفاده از اطلاعات قیمت ۶ روز گذشته شبکه بهینه معرفی گردیده است که علت آنرا می‌توان قرار گرفتن شبکه پیش بینی کننده دلار در مینیمم‌های مختلف دانست اما شبکه پیش بینی کننده پوند و یورو علاوه بر استفاده از داده‌های کمتر توانسته پیش بینی مطلوب‌تری را انجام دهد و خطای کمتری را بدست دهد. البته برای اثبات صحت ادعا لازم است که این شبکه توسط داده‌های مستقل دیگری نیز مورد بررسی قرار گیرند. شاید بتوان دلیل این عدم ارائه یک شبکه واحد به عنوان پیش بینی کننده تمامی نرخ‌های ارز را در محدودیت‌های فراوانی که بانک مرکزی بر روی دلار اعمال می‌نماید، دانست. چرا که بیشتر مبادلات تجاری ایران بر اساس این نرخ ارز انجام می‌شود، در نتیجه نوسانات این نرخ ارز می‌تواند تاثیر منفی بر اقتصاد ایران بگذارد. برای جلوگیری از نوسانات، دولت این نرخ ارز را مدیریت می‌کند. این کنترل باعث کم شدن دامنه نوسانات آن می‌شود. اگر دامنه نوسانات دلار نیز همانند دیگر ارزها وسیع باشد، به احتمال زیاد می‌توان یک شبکه واحد پیش بینی کننده تمامی نرخ‌های ارز ارائه داد. در آخر بایستی متذکر شد که مدل‌های اراده شده جهان شمول نمی‌باشند و لزوماً از قابلیت استفاده عملی در بازارهای ارز کشورهای دیگر برخوردار نمی‌باشند چرا که شبکه ارائه شده با استفاده از داده‌های اقتصادی ایران آموزش داده شده است، اما مدل از قابلیت تعمیم به منظور پیش بینی متغیرهای مشابه و بازارهای خارجی برخوردار می‌باشد.

## فهرست منابع

- \* بانک مرکزی ایران ، پایگاه اطلاع رسانی . <http://www.cbi.org>
- \* بافنده ایمان دوست ، صادق و فهیمی فرد ، سید محمد و شیرزادی ، سمیه (۱۳۸۷) ، "پیش بینی نرخ ارز با مدل‌های عصبی - فازی ANFIS، شبکه عصبی خودرگرسیون NNARX و خودرگرسانی ARIMA در اقتصاد ایران " ، مجله دانش و توسعه ، شماره ۲۸ : ۱۷۶-۱۹۱ .
- \* جواهری ، بهنام و مرزبان ، حسین و اکبریان ، رضا (۱۳۸۳) ، "یک مقایسه بین مدل‌های اقتصادسنجی ساختاری، سری زمانی و شبکه عصبی برای پیش بینی نرخ ارز" ، مجله تحقیقات اقتصادی ، شماره ۶۹ : ۱۸۱-۲۱۶ .
- \* خاشعی ، مهدی و بیجاری ، مهدی (۱۳۸۷) ، "بهبود عملکرد پیش بینی های مالی با ترکیب مدل‌های خطی و غیرخطی خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته و شبکه های عصبی مصنوعی" ، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ، شماره ۲ : ۸۳-۱۰۰ .
- \* خاشعی، مهدی و بیجاری ، مهدی (۱۳۸۹) ، "بکارگیری مدل ترکیبی شبکه های عصبی مصنوعی با رگرسیون فازی با هدف پیش بینی قیمت طلا" ، مجله مهندسی صنایع ، شماره ۱ : ۳۹-۴۷ .
- \* طیبی ، سیدکامیل و موحدنیا ، ناصر و کاظمینی ، معصومه (۱۳۸۷) ، "بکارگیری شبکه های عصبی مصنوعی در پیش بینی متغیرهای اقتصادی و مقایسه آن با روش‌های اقتصادسنجی : پیش بینی روند نرخ ارز در ایران " ، مجله شریف ، شماره ۴۳ : ۹۹-۱۰۴
- \* عباسی نژاد ، حسین و محمدی ، احمد (۱۳۸۶) ، "پیش بینی نرخ ارز با استفاده از شبکه های عصبی و تبدیل موجک " ، فصلنامه اقتصادی ، شماره ۱ : ۱۹-۴۲ .
- \* Chakradhara, Panda. V. Narasimhan,(2007), "Forecasting exchange rate better with artificial neural networks", Department of Economics, Faculty of Business and Economics ,227-236 .
- \* Lisi, F. Schiavo,R.A.(1999), "A Comparison between Neural Networks and Chaotic Models for Exchange Rate Prediction", Computational Statistical and Data Analysis, 87-102 .
- \* Pradhan, Rudra.Kumar,Rajesh,(2010), "Forecasting Exchange Rate in India : An Application of Artificial Neural Network Model", Indian Institute of Technology Kharagpur, Journal of Mathematics Research ,111-117.
- \* Wei Huang, k. et al (2004), "Forecasting Foreign Exchange Rates Using Neural Networks : A Review", International Journal of Information Technology and decision Making , 45-165 .
- \* Yao, J.T . Tan, C.L.(2000), "A case study on using neural networks to perform technical forecasting of forex", Neurocomputing , 79-98

## یادداشت‌ها

---

- <sup>1</sup> - Pradhan & Kumar.
- <sup>2</sup> - Panda & Narasimhan.
- <sup>3</sup> - Wei et al .
- <sup>4</sup> - Yao & Tan .
- <sup>5</sup> - Lisi & Schiavo .
- <sup>6</sup> - Universal Approximators .
- <sup>7</sup> - Autocorrelation Function .
- <sup>8</sup> - Partial Autocorrelation Function .
- <sup>9</sup> - Augmented Dickey-Fuller test statistic .
- <sup>10</sup> - Mean Square Error .
- <sup>11</sup> - Local Minima .
- <sup>12</sup> - Multilayered Feedforward Neural Network .
- <sup>13</sup> - Mean Squared Error.
- <sup>14</sup> - Root Mean Squared Error .
- <sup>15</sup> - Mean Absolute Error .
- <sup>16</sup> --Theil U Statistic .