فصلنامــه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گــذاری
سال چهارم/ شماره پانزدهم/ پاییز ۱۳۹٤

ارائه مدلی جهت پیاده‌سازی سرمایه‌گذاری هسته-پیرو در بورس تهران با استفاده از رویکرد ترکیبی الگوریتم‌های دقیق و فراابتکاری

میرفیض فلاح شمس
استادیار، مدیریت مالی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز

مقصود امیری
دانشیار، مدیریت صنعتی، دانشگاه علامه طباطبایی

محمد مهدی بحرالعلوم
دانشجوی دکتری، مدیریت مالی، دانشگاه علامه طباطبایی (نویسنده مسئول)
Mahdi_ba63@yahoo.com

محسن قره‌خانی
استادیار، مهندسی صنایع، دانشگاه قم

تاریخ دریافت: ۹۳/۱۲/۴ تاریخ پذیرش: ۹۴/۳/۳

چکیده

در این تحقیق مدیریت اثربخش دارایی‌ها با مشخصه کنترل ریسک، کاهش هزینه و دستیابی به بازدهی فراتر از متوسط بازار مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین منظور تخصیص بهینه دارایی‌ها به دو بخش هسته و پیرو با لحاظ نمودن درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار مد نظر قرار گرفت. بخش هسته در پورتفوی مورد نظر متناظر با یک صندوق شاخصی است که از طریق بکارگیری یک الگوریتم ابتکاری ژنتیک پایه انتخاب و دستیابی به عملکردی مشابه شاخص را به لحاظ ریسک و بازدهی تضمین می‌نماید. بخش پیرو متشکل از واحدهای صندوق‌های سرمایه‌گذاری منتخب است که بصورت فعال مدیریت شده و هدف کسب بازدهی فراتر از شاخص را دنبال می‌نماید.

به منظور شبیه‌سازی بخشی از داده‌های مورد نیاز از مدل EGARCH و جهت مدل‌سازی مسأله هسته – پیرو از یک تابع چند هدفه بصورت بیشینه‌سازی بازدهی مازاد پورتفوی و حداقل نمودن واریانس آن نسبت به شاخص کل استفاده گردید. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌ها بر رابطه مستقیم میان درجه ریسک‌گریزی و وزن تخصیص یافته به بخش هسته دلالت دارد. همچنین محاسبات انجام شده دستیابی به بازدهی فراتر از شاخص و توانایی ردیابی مناسب پورتفوی تشکیل شده را مبتنی بر معیارهایی چون همبستگی و ریشه دوم میانگین مربعات خطا با بهره‌گیری از داده‌های خارج از نمونه به اثبات رساند.

واژه‌های کلیدی: سرمایه‌گذاری هسته-پیرو، بهینه‌سازی چند هدفه، الگوریتم ژنتیک، ردیابی شاخص.

۱- مقدمه

از دیرباز پذیرش سرمایه‌گذاری در محصولات شاخصی به معنای رد نمودن رویکرد فعال در مدیریت دارایی‌ها بوده است. طرفداران سرمایه‌گذاری غیرفعال براین باورند که کل مشارکت‌کنندگان در بازار بطور میانگین، بازده‌ای برابر با متوسط بازار را بدست خواهند آورد. علاوه بر این، بعد از لحاظ نمودن هزینه‌های معاملاتی و دستمزدها، مدیران فعال سنتی بطور متوسط عملکردی پایین‌تر از شاخص مبنا را ثبت خواهند نمود. در طرف دیگر سنت‌گرایان قرار دارند که تلاش مدیران غیرفعال را صرفاً عملکردی در سطح متوسط بر شمرده و مدیریت فعال را در هرجایی که ناکارایی وجود داشته باشد ارزشمند قلمداد می‌کنند. این دو دیدگاه کاملاً قابل تطبیق و آشتی‌پذیر هستند. به ازاء مدیران با مهارت بالا که در طول زمان قادر به دستیابی به عملکردی فراتر از شاخص هستند، مدیرانی با عدم مهارت معادلی وجود خواهند داشت تا بدین ترتیب برایندی برابر با میانگین بازار، حفظ شده و باقی بماند. وجود این نگرش که عملکردی قابل پیش‌بینی و فراتر از برایند بازار توسط برخی مدیران با مهارت بالا قابل دستیابی است، زمینه را برای آشتی این دو راهبرد مدیریت پورتفوی فراهم می‌آورد. بنابراین سرمایه‌گذاران به طور فزاینده‌ای در حال بهره‌گیری از سرمایه‌گذاری شاخصی به عنوان بخشی از یک استراتژی کلی سرمایه‌گذاری و در هماهنگی کامل با سرمایه‌گذاری فعال می‌باشند (شونفلد،۲۰۰۴، ۴۸).

یکی از کاربردهای ترکیبی این دو رویکرد، سرمایه‌گذاری«هسته- پیرو» است. منطق زیربنایی این رویکرد ترکیبی، اتخاذ یک موضع معاملاتی محوری (هسته) روی سبدی از دارایی‌ها و نتیجتا کنترل نوسانات پورتفوی در سطح بازار و کاهش هزینه‌ها و از طرف دیگر اضافه کردن دارایی‌های ریسکی به عنوان عوامل جانبی(پیرو) به این ترکیب و مدیریت فعال آنها با هدف کسب بازدهی فراتر از شاخص است. این رویکرد سرمایه‌گذاری به طور گسترده‌ای در بازارهای مالی پیشرفته دنیا در حال پیاده‌سازی است و پارادایم حاکم بر حوزه سرمایه‌گذاری قلمداد می‌شود. این در حالی است که موضوع تشکیل پورتفوی هسته – پیرو در ایران محجور مانده و تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. شرایط کنونی حاکم بر بازارهای مالی و عدم اطمینان از بازده سرمایه‌گذاری از یک طرف و لزوم معرفی ابزارها و نهادهای مالی نوین جهت تأمین سلایق مختلف از طرف دیگر می‌تواند ضرورت معرفی این رویکرد سرمایه‌گذاری را بیش از پیش مشخص کرده و در نتیجه به ترغیب سرمایه‌گذاران در ورود به بازار سرمایه و توسعه آن منجر گردد. در این راستا در تحقیق حاضر مسأله تخصیص دارایی‌ها و تشکیل پورتفوی هسته- پیرو را از طریق بکارگیری رویکرد ترکیبی الگوریتم ژنتیک و الگوریتم دقیق بهینه‌سازی مورد بررسی قرار خواهیم داد و قابلیت کاربرد عملی آن را با استفاده از داده‌های واقعی در بورس تهران آزمون می‌نماییم. وجه تمایز پژوهش حاضر نسبت به تحقیقات مشابه، نگاه جامع آن به مسأله مبنی بر تشکیل صندوق شاخصی، در نظر گرفتن خطای ردیابی برای آن، انتخاب دارایی‌های ریسکی و تعیین وزن بهینه قابل تخصیص به دو بخش هسته و پیرو است در حالی که بسیاری از تحقیقات، شاخص یا صندوق‌های شاخصی قابل معامله در بورس را به عنوان هسته در نظر گرفته و یا خطای ردیابی بخش هسته نسبت به شاخص مبنا را نادیده گرفته‌اند. در ادامه، ابتدا مبانی نظری و پیشینهٔ پژوهش، سپس به روش تجزیه و تحلیل داده‌ها و نتایج تجربی خواهیم پرداخت. در پایان نیز از مباحث مطرح شده و یافته‌های پژوهش نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی را برای تحقیقات آتی ارائه خواهیم کرد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

مسأله تخصیص دارایی‌ها و تشکیل پورتفوی عبارت است از انتخاب مجموعه‌ای از دارایی‌ها بگونه‌ای که بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار تحقق یافته و ریسک به حداقل برسد. استراتژی‌های زیربنایی که توسط مدیران پورتفوی به منظور تحقق این اهدف بکارگرفته می‌شود عبارتند از:

- **مدیریت فعال پورتفوی**

فرضیه زیربنایی این راهبرد آن است که مدیران پورتفوی با بهره‌گیری از تجربه و دانش خود در انتخاب اوراق بهادار و یا زمانبندی مناسب تصمیمات خرید/ فروش قادر به ایجاد ارزش هستند.

- **مدیریت غیرفعال (انفعالی) پورتفوی**

این دسته از مدیران ملزم به در نظرگرفتن محدودیت‌هایی برای تضمین حداقل سطحی از بازده هستند. یکی از این الزامات دستیابی به عملکردی مشابه با یک شاخص مالی مبنا از طریق سرمایه‌گذاری در تعداد محدودی از دارایی‌های تشکیل‌دهنده آن است. کوشش برای دستیابی به عملکردی مشابه شاخص را ردیابی شاخص و پورتفویی که هدف از تشکیل آن ردیابی شاخص است، صندوق شاخصی نامیده می‌شود (توروبیانو و سوارز، ۲۰۰۸، ۲).

هر کدام از این استراتژی‌ها نقاط ضعف و قوتی دارند که به طور خلاصه به آنها اشاره می‌نماییم:

أ. مدیریت فعال پورتفوی با هزینه‌های ثابت بالایی شامل کارمزدهای معاملاتی به دلیل حجم بالای خرید و فروش، پرداخت‌ها به تیم مدیریت و هزینه تجزیه و تحلیل اوراق بهادار با هدف انتخاب سهام برتر روبرو است.

ب. مدیریت غیرفعال یا شاخص‌محور با هزینه‌های مدیریتی، معاملاتی و مالیاتی کمتر به واسطه حجم پایین خرید و فروش و عکس‌العمل‌های کمتر نسبت به تغییر جهت‌های بازار مواجه است.

ت. یک سرمایه‌گذار فعال با ریسک سیستماتیک و مختص شرکتی مواجه است، در صورتی که سرمایه‌گذار شاخصی صرفا متأثر از ریسک بازار است.

راهبردهای فوق در مدیریت پورتفوی، استراتژی‌های محض و اصلی هستند. استراتژی‌های ترکیبی که در آن بخشی از منابع بصورت فعال و بخشی بصورت شاخصی مدیریت می‌شوند نیز وجود دارد. اگرچه چالش میان طرفداران هر دو راهبرد سرمایه‌گذاری برای مدت‌های طولانی وجود داشته است، اما سیر تکاملی رویکردهای سرمایه‌گذاری بر آشتی و ترکیب دو راهبرد اشاره شده دلالت دارد (بحرالعلوم، تهرانی و حنیفی، ۱۳۹۱، ۲۱). بهره‌مندی از مزایای هر دو راهبرد بطور هم‌زمان مبنی بر کنترل ریسک و هزینه‌های معاملاتی از یک طرف و دستیابی به بازدهی فراتر از متوسط بازار از طرف دیگر منطق زیربنایی پارادایم نوین سرمایه‌گذاری است که رویکرد هسته – پیرو یکی از مصادیق بارز آن است. با توجه به اینکه در پیاده‌سازی رویکرد هسته – پیرو ملزم به طی کردن فرایند سه مرحله‌ای شامل: تشکیل صندوق شاخصی (هسته)، اضافه کردن دارایی‌های ریسکی (پیرو) و تخصیص بهینه وزن پورتفوی به دو بخش هسته و پیرو هستیم، مرور پیشینه تحقیق را نیز منطبق بر مراحل اشاره شده انجام خواهیم داد:

سرمایه‌گذاران اغلب به دنبال ردیابی و دستیابی به عملکردی مشابه یک شاخص خاص هستند. دلیل این موضوع پتانسیل نسبتا بالا برای کسب بازدهی با حداقل ریسک و هزینه‌های معاملاتی و مدیریتی است. از آنجا که دستیابی به عملکردی فراتر از شاخص بصورت مستمر کاری دشوار و شاید غیرممکن برای برخی مدیران سرمایه‌گذاری است، ردیابی شاخص بازار از طریق سرمایه‌گذاری در تعداد محدودی از سهام تشکیل دهنده آن یک استراتژی جذاب سرمایه‌گذاری به شمار می‌آید. در تحقیقات مختلف روش‌های گوناگونی برای ردیابی شاخص پیشنهاد شده است: مید و سالکین(۱۹۹۰)، جانسن و فن دیک (۲۰۰۲) از یک تابع هدف کوادراتیک که واریانس میان بازدهی صندوق و شاخص را کمینه می‌نماید، استفاده کردند. برخی دیگر از پژوهشگران تلاش نمودند تا پیچیدگی مدل ریاضی را از طریق الگوریتم‌های ابتکاری و برآورد جواب‌های خوب و نه لزوما بهینه مدیریت نمایند. بطور مثال بیزلی و همکاران (۲۰۰۳) از یک الگوریتم ابتکاری تکاملی استفاده نمودند که علاوه بر حل مسأله کمینه‌سازی خطای ردیابی غیرخطی، محدودیت هزینه‌های معاملاتی و تعدیل ترکیب صندوق را نیز دربر می‌گرفت. بحرالعلوم و نبی‌زاده (۲۰۱۲) از رویکرد ترکیبی الگوریتم ژنتیک و برنامه‌ریزی کوادراتیک جهت تشکیل یک صندوق شاخصی با محدودیت عدد صحیح بهره گرفتند. در این پژوهش از ریشه میانگین مربعات خطا به عنوان تابع هدف و از شبکه عصبی به منظور شبیه‌سازی داده‌های مورد نیاز سهام پذیرش شده در بورس تهران استفاده گردید. گیلی و کلزی(۲۰۰۱) از یک الگوریتم ابتکاری پذیرش تا حد آستانه برای کمینه‌سازی خطای ردیابی با در نظر گرفتن محدودیت هزینه‌های معاملاتی استفاده نمودند. کولمن و همکاران کمینه‌سازی خطای ردیابی کوادراتیک را با محدودیت عدد صحیح و با بهره‌گیری از یک الگوریتم غیر محدب تدریجی مورد مطالعه قرار دادند. این الگوریتم ابتدا جواب بهینه کلی مسأله را بدون لحاظ محدودیت پیدا کرده و سپس به بصورت تدریجی به سمت تعداد دارایی‌های الزام شده در مسأله جهت تشکیل صندوق، از طریق یک سری جواب‌های بهینه موضعی متمایل شده و در نتیجه به یک جواب نزدیک به بهینه دست می‌یابد. روش دیگر کمینه‌سازی خطای ردیابی، تعریف تابع هدف بصورت خطی و استفاده از برنامه‌ریزی خطی است. کونو و ویجایاناياک (۲۰۰۱) انحراف مطلق میانگین میان بازدهی صندوق و شاخص را با استفاده از روش شاخه و کران کمینه کرده و یک مدل جایگزین را برای انحراف نامطلوب ارائه کردند. رادلف و همکاران(۱۹۹۹) نیز کمینه‌سازی خطای ردیابی با استفاده از برنامه‌ریزی خطی را در دستور کار قرار داده و چهار معیار خطی متفاوت از خطای ردیابی را مورد مطالعه قرار دادند. رویکرد دیگر متفاوت جهت ردیابی شاخص استفاده از مدل میانگین - واریانس مارکویتز و تعریف واریانس به عنوان خطای ردیابی نسبت به شاخص مبنا است. رول (۱۹۹۲) خطای ردیابی کوادراتیک را با استفاده از چارچوب میانگین - واریانس و اضافه کردن یک محدودیت در خصوص بتای صندوق شاخصی کمینه نمود. روهودر (۱۹۹۸) یک مدل مارکوتیز که در تابع هدف خود عبارتی مرتبط با هزینه‌های معاملاتی را در بر می‌گرفت، توسعه داد. چن و وُن (۲۰۱۲) یک مدل استوار را جهت انتخاب صندوق شاخصی ارائه کردند. مدل پیشنهادی آن‌ها یک برنامه عدد صحیح بود که شباهت میان دارایی‌های صندوق و شاخص را مبتنی بر معیار همبستگی بیشینه می‌نمود. در تحقیق انجام شده توسط گایورونسکی و همکاران (۲۰۰۵) معیارهای مختلف برای خطای ردیابی به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته است.

علی‌رغم تمامی مزایای برشمرده شده، یکی از کاستی‌های سرمایه‌گذاری غیرفعال، محدود کردن بازدهی در سطح متوسط بازار و کارایی پایین در بازارهای نزولی است. در این راستا به منظور جبران کاستی‌های سرمایه‌گذاری غیرفعال و با توجه به تمایل گسترده برای بهبود روش‌های سرمایه‌گذاری، در سال‌های اخیر تعداد رو به رشدی از سرمایه‌گذاران نهادی برای مدیریت پورتفوی به رویکرد هسته-پیرو روی آورده‌اند. از کارهای اولیه انجام شده در این زمینه می‌توان به شِرر (۲۰۰۲) اشاره کرد که در کتاب خود به پیاده‌سازی روش‌های کمی تشکیل پورتفوی می‌پردازد. وی مدیریت دارایی را به دو بخش هسته و پیرو تقسیم می‌کند که در آن بخش هسته به صورت غیرفعال و بخش پیرو به صورت فعالانه مدیریت می‌شود. تخصیص بهینه بین هسته و پیرو بستگی به سطح ریسک‌پذیری یا به‌طور معکوس ریسک‌گریزی دارد. سینگلتون (۲۰۰۴) در کتاب کاربردی خود به تحلیل مقایسه‌ای روش‌های بکارگرفته شده در پیاده‌سازی رویکرد هسته – پیرو پرداخته و راه‌کارهای عملی برای تعدیل کاستی‌های هر یک را ارائه می‌نماید. در ادامه این کار، هیلاری تیل (۲۰۰۴) معیارهای موثر در اندازه‌گیری ریسک بخش پیرو را مورد مطالعه قرار می‌دهد. در این تحقیق تمرکز اصلی بر اندازه‌گیری ریسک صندوق‌های پوششی به عنوان نمونه‌ای از دارایی‌های ریسکی مورد استفاده در یک پورتفوی هسته - پیرو است. با توجه به نتایج حاصل از این پژوهش، معیارهای معرفی شده تعمیم‌پذیر به سایر دارایی‌های ریسکی است که به عنوان یک بدیل در بخش پیرو می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. آمنس (۲۰۰۴) روشی پویا را معرفی می‌نماید که در آن وقتی بخش پیرو عملکرد بهتری از شاخص نشان می‌دهد، منجر به افزایش کسر تخصیص یافته به آن در مقابل هسته و بالعکس می‌شود. ایده اصلی این است که تجمع عملکردهای بهتر از شاخص در گذشته، منتج به یک حاشیه امن از لحاظ امکان انحراف از شاخص (خطای ردیابی) می‌شود و از اینرو امکان استفاده از استراتژی‌های ریسکی‌تر را در آینده بالا می‌برد. از سوی دیگر اگر پیرو عملکرد پایین‌تری از شاخص داشته باشد، این روش منجر به محدود کردن خطای ردیابی و ریسک‌پذیری بخش پیرو می‌شود تا عملکرد نسبی مورد نظر را تضمین نماید. در مطالعه انجام شده توسط آمنس و همکاران (۲۰۱۰) و والش (۲۰۱۳) به بیان اهمیت بهره‌گیری از صندوق‌های سرمایه‌گذاری قابل معامه در بورس جهت استفاده از مزایای مدیریت ریسک پویا و دستیابی به بازدهی فراتر از شاخص در رویکرد هسته – پیرو پرداخته می‌شود. بوچی (۲۰۱۰) ساختار صندوق‌های سرمایه‌گذاری را به لحاظ کارایی مالیاتی مورد مطالعه قرار می‌دهد. بدین منظور ابتدا معیارهای سنجش کارایی مالیاتی و استراتژی‌های مدیریت هزینه‌های مالیاتی را تبیین کرده و نهایتا راه‌کار عملی جهت کاهش هزینه‌های مالیاتی را در چارچوب پیاده‌سازی رویکرد هسته- پیرو، تخصیص ٪۶۰-۸۰٪ از منابع به بخش هسته و حسابداری مالیاتی یکپارچه کل پورتفوی ارائه می‌نماید. سِرز (۲۰۱۲) به ارائه تعریف جدیدی از بخش مرکزی یک پورتفوی هسته- پیرو می‌پردازد. وی معتقد است برای مقاصد مختلف باید ترکیب متفاوتی را برای بخش هسته در نظر گرفت. از اینرو رویکرد رایج در انتخاب هسته (مانند S&P500) را که شامل بخش عمده‌ای از کل بازار است مورد انتقاد قرار می‌دهد.

۳- فرضیات پژوهش

نظر به مرور ادبیات و پژوهش‌های مرتبط انجام شده، فرضیات تحقیق به شرح ذیل ارائه می‌گردد:

۱) میان تعداد سهام موجود در صندوق شاخصی و تحقق بازده مشابه شاخص همبستگی وجود دارد.

۲) اختلاف معنی‌داری میان بازدهی پورتفوی هسته- پیرو و بازدهی شاخص کل بورس تهران وجود دارد.

۴- روش‌شناسی پژوهش

تعریف مسأله هسته -پیرو:

همانطور که در معادله زیر قابل مشاهده است، در رویکرد هسته- پیرو به دنبال بیشینه‌سازی بازدهی مورد انتظار سبدی از دارایی‌ها نسب به شاخص کل و کمینه‌سازی واریانس اختلاف میان بازدهی آن‌ها هستیم. ترکیب سبد دارایی مورد نظر، شامل یک صندوق شاخصی (C) و دارایی‌های ریسکی (S) مانند واحدهای صندوق‌های مشترک سرمایه‌گذاری است.

$$P = wS + (1-w)C \qquad (۱)$$

$$Max\ U(w) = E(P-B) - \lambda\sigma^2(P-B) \qquad (۲)$$

هدف از حل این مدل ریاضی یافتن وزن بهینه قابل تخصیص از کل منابع میان صندوق شاخصی و دارایی‌های ریسکی است بگونه‌ای که ضمن حفظ ریسک کل پورتفوی در محدوده نوسانات شاخص، به عملکردی فراتر از آن یا به عبارتی بازدهی مازاد دست یابیم. به منظور حل مسأله ابتدا نسبت به تشکیل صندوق شاخصی بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک اقدام و در گام بعدی از میان صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام موجود در بازار، پنج صندوقی را که به لحاظ NAV و ارزش بازار نسبت به سایرین برتری داشته و از طرفی واحدهای سرمایه‌گذاری آن‌ها در بازه زمانی تحقیق مورد معامله قرار گرفته‌اند، به عنوان دارایی‌های ریسکی مورد نظر انتخاب می‌نماییم. نهایتا با حل مسأله با استفاده از نرم‌افزار لینگو، اوزان بهینه را مشخص و عملکرد پورتفوی حاصل را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. مراحل اجرایی حل مسأله به شرح ذیل می‌باشد:

فرموله کردن مسأله هسته - پیرو

به منظور فرموله کردن مسأله ابتدا بایستی نشان‌گذاری انجام شده را معرفی و تشریح نمائیم:

$E(B)$: بازده مورد انتظار شاخص کل

$E(S_i)$: بازده مورد انتظار دارایی ریسکی i ام

$E(C)$: بازده مورد انتظار صندوق شاخصی

$\sigma^2(B)$: واریانس شاخص کل

$\sigma^2(S_i)$: واریانس دارایی ریسکی i ام

$\sigma^2(C)$: واریانس صندوق شاخصی

$cov(S_i, B)$: کوواریانس میان دارایی ریسکی i ام و شاخص کل

$cov(S_i, C)$: کوواریانس میان دارایی ریسکی i ام و صندوق شاخصی

$cov(S_i, S_j)$: کوواریانس میان دارایی ریسکی i ام و j ام

$cov(C, B)$: کوواریانس میان شاخص کل و صندوق شاخصی

W_0: وزن صندوق شاخصی در پورتفوی P

W_i: وزن دارایی ریسکی i ام در پورتفوی P

جهت حل مسأله تشکیل صندوق شاخصی با در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح، ابتدا مسأله به صورت ذیل فرموله می‌شود:

$$Max\ E(P-B) - \lambda\sigma^2(P-B) \qquad (۳)$$

$$Subject\ to.$$

$$\sum W_i + W_0 = 1$$

$$\varepsilon_i \leq W_i \leq \delta_i$$

نظر به اینکه پورتفوی مورد نظر (P) متشکل از یک صندوق شاخصی و دارایی‌های ریسکی است، تابع هدف را با توجه به معادلات ذیل بسط می‌دهیم:

$$P = \sum W_i S_i + W_o C \qquad (۴)$$

$$(P-B) = \sum W_i E(S_i) + W_o E(C) - E(B) \qquad (۵)$$

$$\sigma^2(P-B) = \sigma^2(P) + \sigma^2(B) - 2cov(P,B)$$

$$\sigma^2(P) = \sigma^2(\sum W_i S_i + W_o C) \qquad (۶)$$

$$\sigma^2\left(\sum W_i S_i + W_o C\right) = \sum W_i^2\sigma^2(S_i) + W_0^2\sigma^2(C) + 2\sum W_0 W_i cov(S_i, C) + 2\sum\sum W_i W_j cov(S_i, S_j)$$

$$cov(P,B) = cov\left(\sum W_i S_i + W_o C, B\right) = \sum W_i\, cov(S_i, B) + W_0 cov(C, B)$$

با جایگذاری معادلات در تابع هدف، مدل ریاضی نهایی مسأله هسته – پیرو عبارت خواهد بود از:

(۷)

$$Max\ Z = \sum W_i E(S_i) + W_o E(C) - E(B) - \lambda\left[\sum W_i^2\sigma^2(S_i) + W_0^2\sigma^2(C) + 2\sum W_0 W_i cov(S_i, C) + 2\sum\sum W_i W_j cov(S_i, S_j) + \sigma^2(B) - 2\left(\sum W_i\, cov(S_i, B) + W_0 cov(C, B)\right)\right]$$

$$Subject\ to.$$

$$\sum W_i + W_0 = 1$$

$$\varepsilon_i \leq W_i \leq \delta_i$$

تشکیل صندوق شاخصی بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک

در این مرحله از پیاده سازی راهبرد سرمایه گذاری هسته – پیرو به دنبال تشکیل صندوق شاخصی به عنوان هسته اصلی در ترکیب پورتفوی، با بهره‌گیری از داده‌های تاریخی هستیم. گام‌های لازم جهت تشکیل صندوق شاخصی به شرح ذیل تبیین می‌گردد:

فرموله کردن مسأله تشکیل صندوق شاخصی

به منظور فرموله کردن مسأله ابتدا بایستی نشان گذاری انجام شده را معرفی و تشریح نمائیم:

T: دوره زمانی که در آن بازه اقدام به ردیابی شاخص می‌نمائیم

R_t: بازده شاخص کل در زمان t

r_{it}: بازده سهم i ام (در زمان t) از مجموعه سهام در اختیار جهت تشکیل صندوق شاخصی

K: تعداد سهام تشکیل دهنده صندوق شاخصی که بر اساس ترجیحات سرمایه‌گذار مشخص می‌گردد.

Z_i: متغیری است که در صورت وجود سهم i ام در صندوق شاخصی معادل ۱ و در غیر اینصورت برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

W_i: وزن سهم i ام در صندوق شاخصی

جهت حل مسأله صندوق شاخصی با در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح، ابتدا مسأله به صورت ذیل فرموله می‌شود:

$$Minimize \quad \frac{(\sum_{t=1}^{T}[(\sum_{i=1}^{n} r_{it}w_i)-R_t]^2)^{1/2}}{T} \qquad (۸)$$

$$Subject\ to:$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = k$$

$$0 < W_i < Z_i \ , \ i = 1,2,\dots,n$$

$$Z_i \in \{0,1\}$$

از معادله (۸) به عنوان تابع برازش الگوریتم ژنتیک پیشنهادی استفاده شده و برازندگی بیشتر با کمینه ساختن مقدار آن حاصل می‌گردد. مراحل حل مسأله با استفاده از الگوریتم ژنتیک به شرح ذیل است:

تعیین ساختار ژن‌ها و کروموزوم‌ها

در ساختار پیشنهادی این تحقیق، کروموزوم طراحی شده یک رشته k عضوی از اعداد طبیعی کوچکتر از n است. هر ژن کروموزوم ($s_1,s_2,\dots s_k$) نشانگر اندیس دارایی در ترکیب صندوق شاخصی است که بصورت تصادفی

از میان n سهم انتخاب شده است. جمعیت اولیه از طریق تولید تصادفی کروموزوم‌ها ایجاد می‌شود. بدین ترتیب با ایجاد یک جمعیت اولیه مناسب از این طریق، محدودیت عدد صحیح تأمین می‌شود.

محاسبه برازندگی هر کروموزوم

پس از آنکه تابع ایجاد کننده جمعیت اولیه، مجموعه‌ای از صندوق‌های شاخصی را در چارچوب محدودیت‌های مساله و به منظور ایجاد فضای جواب ارائه کرد، الگوریتم ژنتیک به جستجو در این فضای جواب می‌پردازد. در این هنگام برنامه‌ریزی کوادراتیک به منظور بهینه‌سازی وزن سهام تشکیل دهنده صندوق و محاسبه برازندگی این عضو از جمعیت فرا خوانده می‌شود. بدین ترتیب از توانایی بالای جستجوی الگوریتم ژنتیک و دقت برنامه‌ریزی کوادراتیک در دستیابی به جواب بهینه اصلی به طور همزمان استفاده خواهد شد.

اعمال عملگرها

۱) عملگر انتخاب

در هر نسل RC×POP نوزاد از طریق تقاطع و RM×POP نوزاد از طریق جهش ایجاد می‌شوند که در آن POP اندازه جمعیت در هر نسل و RC و RM به ترتیب نرخ تقاطع و جهش را مشخص می‌کند. برای تولید هر نوزاد، والدین از طریق دو مکانیسم انتخاب می‌شوند. یکی چرخ رولت است که در آن احتمال بیشتر به والدین بهتر داده می‌شود که از آن برای تقاطع استفاده می‌کنیم. روش دوم انتخاب یکنواخت است که در آن احتمال انتخاب والدین برای هر یک از افراد مجموعه برابر است و از آن به منظور عملگر جهش استفاده می‌کنیم.

۲) عملگر تقاطع

عملگر تقاطع مورد استفاده، تقاطع تک نقطه‌ای (یک نقطه برش) است. در این روش یک نقطه به صورت تصادفی به عنوان نقطه برش در طول دو کروموزومی که به عنوان والدین انتخاب شده‌اند در نظر گرفته شده و کروموزوم‌ها از آن نقطه به دو قسمت تقسیم می‌شوند. بدین ترتیب یک زیر قسمت از کروموزوم اول تا نقطه تقاطع عینا به نوزاد منتقل می‌شود. ژن‌های باقی‌مانده نوزاد از والد دوم تأمین می‌گردد. یعنی یک نوزاد از ترکیب دو کروموزوم در نقطه تقاطع بدست می‌آید.

۳) عملگر جهش

در عملگر جهش، یک دارایی بصورت تصادفی انتخاب می‌شود و یک دارایی دیگر به صورت تصادفی در آن موقعیت قرار می‌گیرد.

تأمین محدودیت‌ها

همانطور که اشاره شد، محدودیت عدد صحیح با توجه به تابع ایجادکننده جمعیت اولیه و عملگرهای تقاطع و جهش که به منظور حل مسأله طراحی شده‌اند، تأمین خواهد شد. برآورده نمودن محدودیت‌های دیگر مدل از طریق طراحی ساختاری متناسب با دستور Lsqlin در نرم‌افزار MATLAB 7.9 برای متغیرهای ورودی و

متغیرهای تصمیم و نهایتا تعریف محدودیت‌های مسأله در آن تأمین خواهد شد.

$$Min \ \|Cx - d\|_2^2$$
$$Subject\ to.$$
$$Ax \leq b$$
$$Aeq \times x = beq$$
$$lb \leq x \leq ub$$

[w resnorm]=lsqlin(C,d,[ ],[ ],Aeq,Beq,lb,ub,[ ])
Objective Function=(sqrt(resnorm))/T

روش نمونه‌گیری و داده‌های مورد استفاده: به منظور دستیابی به داده‌های مورد نظر روش نمونه‌گیری غربال‌گری(فیلترینگ) و مقطع عرضی مورد استفاده قرار گرفت. ارزش بازار بالا، وجود حداقل ۱۰۰ روز معاملاتی در سال، نقدشوندگی مناسب و عاری بودن از پدیده داد و ستد غیر همزمان[1] و وجود داده‌های کافی و قابل استناد جهت شبیه‌سازی سری زمانی بازدهی، از معیارهای فیلیترینگ پیشنهادی در این تحقیق است. در نهایت تعداد سهام انتخاب شده بعد از فیلترینگ به ۲۳۲ سهم رسید. بازده روزانه سهام و پنج صندوق سرمایه‌گذاری انتخاب شده در بازه زمانی ۱۳۸۹/۰۱/۰۷ -۱۳۹۱/۰۵/۳۱، به منظور انتخاب پورتفوی و یا به عبارتی به عنوان داده‌های داخل نمونه و بازده مرتبط با بازه زمانی ۱۳۹۱/۰۶/۱-۱۳۹۲/۰۱/۰۵ به عنوان داده‌های خارج از نمونه (تست) و به عبارتی جهت ارزیابی عملکرد پورتفوی بهینه تشکیل شده در نظر گرفته شد.

۵- نتایج پژوهش

شبیه‌سازی داده‌ها

الگوریتم فراابتکاری طراحی شده جهت تشکیل صندوق شاخصی نیازمند وجود بازده روزانه به طور کامل در بازه زمانی مورد مطالعه است. کامل نبودن سری زمانی بازده روزانه ۱۶ سهام از ۲۳۲ سهم منتخب در نتیجه بسته بودن نماد معاملاتی یا عرضه اولیه سهم به بازار در بازه زمانی تحقیق باعث شد تا به منظور فراهم آوردن امکان انتخاب شدن سهام کلیه شرکت‌های اثرگذار بر شاخص در صندوق شاخصی بهینه، داده‌های مورد نیاز (Missing Values) از طریق مدل EGARCH شبیه‌سازی گردد.

انتخاب صندوق بهینه ردیابی‌کننده شاخص کل و ارزیابی عملکرد آن

در این مرحله از حل مسأله هسته – پیرو، با استفاده از داده‌های داخل نمونه و الگوریتم ژنتیک طراحی شده نسبت به تشکیل صندوق شاخصی اقدام می‌نماییم. در ابتدا به منظور بررسی رابطه میان تعداد دارایی‌های صندوق و توانایی آن در ردیابی شاخص، الگوریتم را تحت سناریوهای مختلف از محدودیت عدد صحیح اجرا می‌نماییم. نتایج حاصله به شرح ذیل می‌باشد:

همانطور که در جدول (۱) مشخص است، با افزایش تعداد دارایی‌های صندوق، متوسط خطای ردیابی کاهش می‌یابد که علت این موضوع افزایش شباهت میان ترکیب صندوق و شاخص است. نکته قابل توجه در این میان نرخ کاهش نزولی خطای ردیابی در نتیجه افزایش تعداد سهام است، از اینرو برقراری تعادل میان بهبود شاخص‌های عملکردی و هزینه‌های معاملاتی در نتیجه افزایش تعداد سهام صندوق شاخصی بایستی همواره مد

نظر مدیران سرمایه‌گذاری قرار گیرد. به منظور بررسی آماری رابطه میان تعداد سهام تشکیل دهنده صندوق و خطای ردیابی از ضریب همبستگی پیرسون استفاده شد که مقدار آن برابر ٪۹۲,۲- و سطح معنی‌داری آن ۰,۰۱۹ محاسبه گردید.

جدول(۱): تحلیل حساسیت خطای ردیابی تحت سناریوهای مختلف از محدودیت عدد صحیح

محدودیت عدد صحیح (K)	متوسط ریشه میانگین مربعات خطا (RSME)
۵	۰,۰۰۰۲۲۳
۱۰	۰,۰۰۰۱۶۸
۱۵	۰,۰۰۰۱۵۹
۲۰	۰,۰۰۰۱۴۴

جدول (۲) ضریب همبستگی میان خطای ردیابی و محدودیت عدد صحیح

ریشه میانگین مربعات خطا	محدودیت عدد صحیح	خروجی نرم افزار SPSS	
-۹۲۲.۰*	۱	ضریب همبستگی پیرسون	محدودیت عدد صحیح
۰۱۹.۰		سطح معنی‌داری (دو دنباله)	
۴	۴	تعداد نمونه	
* همبستگی در سطح اطمینان ٪۹۵ معنی‌دار است			

با توجه به اینکه سطح معنی‌داری از سطح خطای ۰,۰۲۵ کمتر است فرض صفر مبنی بر عدم وجود رابطه میان تعداد سهام تشکیل دهنده صندوق و خطای ردیابی رد و بدین ترتیب فرضیه اول تحقیق مورد تأیید قرار می‌گیرد. با توجه به وجود رابطه مثبت و مستقیم میان تعداد سهام صندوق و کیفیت ردیابی شاخص، تحلیل خود را بر صندوق‌های ۲۰ سهمی که بهترین عملکرد را داشته‌اند معطوف می‌نماییم. تحلیلی موشکافانه بر خروجی الگوریتم ژنتیک و مشاهده انتخاب شدن تعدادی مشخص از سهام در تمامی صندوق‌های حاصل، این ایده را به ذهن متبادر نمود تا با طراحی یک الگوریتم چند مرحله‌ای به جوابی بهتر و به عبارتی به صندوقی با خطای ردیابی کمتر دست یابیم. بدین منظور تمامی سهامی که حتی یک بار در صندوق‌های حاصل از اجرای برنامه انتخاب شده بودند، مجموعه جدید داده‌ها را تشکیل دادند. به عبارت دیگر فضای جواب جهت اجرای الگوریتم ژنتیک، از ۲۳۲ سهم به ۹۴ سهم رسید. در حقیقت با استفاده از این روش، فیلترینگ شرکت‌ها با معیاری جدید و بر اساس خروجی الگوریتم ژنتیک صورت پذیرفت. با توجه به اینکه سهام انتخاب شده توسط الگوریتم ژنتیک، سهامی تأثیرگذار بر شاخص و موثر در ردیابی آن هستند می‌توان انتظار داشت که این معیار

فیلترینگ شرکت‌ها نتیجه‌ای بهتر را در خصوص ردیابی شاخص به همراه داشته و همگرایی الگوریتم را به جهت کاهش پیچیدگی مجموعه داده‌ها افزایش دهد. رویکرد اشاره شده به دلیل اجرای چند مرحله‌ای الگوریتم ژنتیک و بهره‌گیری از خروجی‌های آن به عنوان ورودی جدید، الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای[۲] نامیده می‌شود. این رویکرد نوعی هوشمند شده الگوریتم ژنتیک طراحی شده است، بگونه‌ای که از خروجی به عنوان بازخورد و ورودی، جهت بهبود جواب نهایی استفاده می‌نماید. همانطور که می‌دانیم، ارزش بازار یکی از معیارهای رایج در انتخاب سهام اثرگذار بر شاخص است. در این راستا در گام بعدی و به منظور توسعه روش حل و بهبود کیفیت صندوق‌های حاصل در ردیابی شاخص، سهام تشکیل دهنده فضای جواب ۹۴ سهمی بر حسب ارزش بازار رتبه‌بندی شدند و نهایتا ۲۰ سهمِ دارای بیشترین ارزش بازار به عنوان ورودی الگوریتم دقیق برنامه‌ریزی کوادراتیک مورد استفاده قرار گرفت. این روش به دلیل فیلترینگ فضای جواب اولیه از طریق الگوریتم ژنتیک و نهایتا اجرای برنامه‌ریزی کوادراتیک بر ۲۰ سهمِ دارای بیشترین ارزش بازار، الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای تعدیل‌یافته نامگذاری گردید. نتایج حاصل از حل مسأله مبتنی بر روش‌های معرفی شده به شرح ذیل می‌باشد:

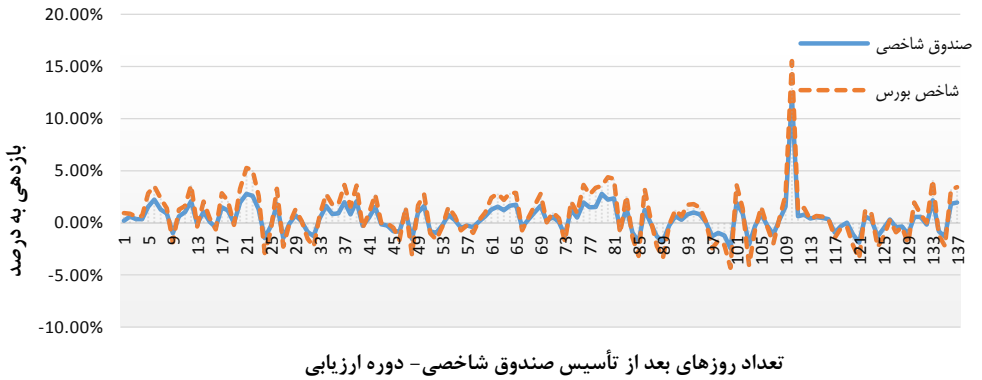
جدول(۳): تحلیل مقایسه‌ای روش‌های حل مسأله تشکیل صندوق شاخصی با استفاده از داده‌های داخل نمونه

ردیف	شرح	محدودیت عدد صحیح	ریشه میانگین مربع خطا	ضریب همبستگی	متوسط بازده مازاد
۱	الگوریتم ژنتیک	۲۰	۰,۰۰۰۱۴۲	٪۸۸	-٪۰,۰۳
۲	الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای	۲۰	۰,۰۰۰۱۱۸	٪۹۱,۳۲	-٪۰,۰۱
۳	الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای تعدیل یافته	۲۰	۰,۰۰۰۱۱۴	٪۹۴,۴۷	٪۰,۰۱

بر اساس نتایج مندرج در جدول(۳)، استفاده همزمان از خروجی الگوریتم ژنتیک به عنوان فضای جواب جدید و همچنین رتبه‌بندی سهام بر اساس ارزش بازار منجر به بهبود معیارهای ردیابی شاخص می‌گردد بگونه‌ای که ضریب همبستگی در حدود ٪۹۵ و متوسط بازدهی مازاد نسبت به شاخص به میزان ٪۰,۰۱ را می‌توان از ویژگی‌های منحصر به فرد صندوق شاخصی تشکیل شده قلمداد نمود. با توجه به برتری الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای تعدیل یافته نسبت به سایر روش‌های حل مسأله، عملکرد بهترین صندوق شاخصی حاصل از آن را که دارای ۲۰ سهام است با استفاده از داده‌های خارج از نمونه (تست) مورد بررسی قرار می‌دهیم. نتایج حاصل به شرح نمودار ۱ می‌باشد.

با نگاهی به نوسانات بازده روزانه صندوق شاخصی که در نمودار (۱) به تصویر کشیده شده است درمی‌یابیم که علاوه بر همبستگی بالای ۸۷ درصدی در دوره تست، صندوق دارای نوسانات منفی کمتری نسبت به شاخص در بازار نزولی بوده است. کاهش خطای ردیابی و افزایش ضریب همبستگی در دوره آموزش، کاهش نوسانات منفی و ضریب همبستگی قابل قبول در دوره تست نشانگر عملکرد برتر صندوق حاصل از الگوریتم ژنتیک چند مرحله‌ای تعدیل یافته نسبت به سایر روش‌های پیشنهادی است، چرا که با دقت بالاتری عملکردی مشابه با

شاخص را حاصل و هدف تحقیق را برآورده ساخته است. از طرفی به دلیل ردیابی خوب شاخص توسط صندوق طی این دوره زمانی، نیازی به بروزرسانی ترکیب آن وجود ندارد.



نمودار ۱- الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای تعدیل یافته

انتخاب دارایی ریسکی و حل مسأله هسته - پیرو

در این مرحله با مراجعه به سایت www.fipiran.com از میان صندوق‌های سرمایه‌گذاری در سهام موجود، پنج صندوق برتر را به لحاظ متوسط بازدهی طی سنوات گذشته و خالص ارزش دارایی‌ها، شامل صندوق سرمایه‌گذاری مشترک آگاه، حافظ، بورسیران، کارگزاری بانک ملی و پویا به عنوان دارایی‌های ریسکی انتخاب و مسأله هسته – پیرو را تحت سناریوهای متخلف از درجه ریسک‌گریزی (λ) با نرم افزار Lingo8 حل نمودیم. خروجی این مرحله وزن بهینه قابل تخصیص به صندوق شاخصی و دارایی‌های ریسکی می‌باشد.

نمودار ۲- تحلیل حساسیت تابع هدف نسبت به درجه ریسک‌گریزی λ

همانطور که در نمودار (۲) قابل مشاهده است، افزایش درجه ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار منجر به انحراف تابع هدف از مقدار بهینه یا به عبارتی کاهش بازدهی مازاد نسبت به شاخص می‌شود. دلیل این موضوع تخصیص وزن بیشتر به صندوق شاخصی در مقابل دارایی‌های ریسکی است که البته این امر از طرف دیگر منجر به کاهش خطای ردیابی و افزایش ضریب همبستگی میان بازدهی پورتفوی و شاخص بورس خواهد شد. تحلیل حساسیت شاخص‌های عملکردی صندوق در دوره تست بر حسب تغییرات درجه ریسک‌گریزی به شرح ذیل می‌باشد:

جدول (۴): تحلیل حساسیت شاخص‌های عملکردی پورتفوی نسبت به تغییرات λ در دوره تست

درجه ریسک‌گریزی(λ)	ضریب همبستگی (ρ)	ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)	بازده اضافی
۰	٪۸۳,۷۹	۰,۰۰۰۶۹۵	٪۱۴,۳۱
۲۰	٪۹۴,۷۱	۰,۰۰۰۴۲۰	٪۱۳,۶۳
۳۰	٪۹۵,۰۴	۰,۰۰۰۴۱۷	٪۱۳,۶۶
۴۰	٪۹۵,۲۸	۰,۰۰۰۴۱۰	٪۱۳,۰۷
۵۰	٪۹۵,۳۸	۰,۰۰۰۴۰۷	٪۱۲,۶۷
۷۰	٪۹۵,۴۲	۰,۰۰۰۴۰۵	٪۱۲,۲۱
۱۰۰	٪۹۵,۴۴	۰,۰۰۰۴۰۴	٪۱۱,۸۳
۲۰۰	٪۹۵,۶۲	۰,۰۰۰۳۸۲	٪۹,۹۸

افزایش درجه ریسک‌گریزی منجر به تخصیص بیشتر منابع به صندوق شاخصی کم‌ریسک در مقابل دارایی‌های ریسکی می‌گردد، از اینرو همراستایی میان ترکیب پورتفوی و نوسانات آن در مقایسه با شاخص بورس افزایش می‌یابد. افزایش ضریب همبستگی میان سری زمانی بازده پورتفوی و شاخص، کاهش خطای ردیابی و نتیجتا کاهش بازدهی مازاد نسبت به شاخص با افزایش درجه ریسک‌گریزی موید این موضوع است. همانطور که در جدول(۴) قابل مشاهده است، ریسک‌پذیری کامل $(\lambda = 0)$ سرمایه‌گذار منجر به تخصیص ٪۱۰۰ منابع به صندوق سرمایه‌گذاری بورسیران شده و بدین ترتیب حداکثر بازدهی مازاد نسبت به شاخص به میزان ٪۱۴,۳۱ محقق می‌گردد. از طرف دیگر ریسک‌گریزی تقریبا کامل سرمایه‌گذار $(\lambda = 200)$، منجر به تخصیص وزن قابل توجهی از منابع پورتفوی (٪۵۳,۳۳) به صندوق شاخصی(هسته) شده و نتیجتا شباهت میان نوسانات بازدهی آن و شاخص بورس افزایش و بالتبع آن بازدهی مازاد نسبت به شاخص به ٪۹,۹۸ کاهش می‌یابد.

هدف از پیاده‌سازی سرمایه‌گذاری هسته – پیرو، انتخاب یک پورتفوی متشکل از دارایی‌های ریسکی و شاخصی و تعیین وزن بهینه قابل تخصیص به هر طبقه از دارایی‌ها است بگونه‌ای که ضمن کنترل ریسک پورتفوی در سطح سیستماتیک بازار، به بازدهی فراتر از شاخص نیز دست یابد. از اینرو برقراری تعادل و توازن میان سطح کنترل ریسک و بازدهی مازاد بایستی مد نظر مدیران سرمایه‌گذاری قرار گیرد. با توجه به نتایج مندرج در جدول(۴) می‌توان پورتفوی با درجه ریسک‌گریزی $(\lambda = 20)$ را پورتفوی برتر قلمداد نمود چرا که علاوه بر همبستگی قابل توجه و خطای ردیابی حداقلی، به بازدهی مازاد ۱۳,۶۳ درصدی نیز دست یافته است.

به منظور آزمون معنی‌داری بازدهی مازاد تحقق یافته یا به عبارت دیگر اختلاف میان عملکرد پورتفوی هسته – پیرو و شاخص کل، سری زمانی بازدهی پورتفوی با درجه ریسک‌گریزی $\lambda = 20$ در مقابل بازدهی شاخص کل طی دوره ارزیابی از طریق آزمون مقایسه زوج‌ها مورد بررسی قرار گرفت:

H_0 : اختلاف معنی‌داری میان بازدهی پورتفوی هسته-پیرو و بازدهی شاخص کل بورس وجود ندارد

H_1 : اختلاف معنی‌داری میان بازدهی پورتفوی هسته-پیرو و بازدهی شاخص کل بورس وجود دارد

جدول (۶): تحلیل مقایسه‌ای سری زمانی بازدهی پورتفوی هسته - پیرو در مقابل شاخص در دوره ارزیابی

سطح معنی‌داری (دو دامنه)	درجه آزادی	t	اختلاف بازدهی زوج‌ها (پورتفوی – شاخص کل)				
			فاصله اطمینان ۹۵٪ اختلاف		میانگین خطای استاندارد	انحراف استاندارد	میانگین
			حد بالا	حد پایین			
۰,۰۱۷	۱۳۶	۲,۴۰۹	۰,۰۰۱۸۱۲	۰,۰۰۰۱۷۸	۰,۰۰۰۴۱۳	۰,۰۰۴۸۳۴	۰,۰۰۰۹۹۵

با توجه به کوچکتر بودن سطح معنی‌داری دو دامنه (۰,۰۱۷) حاصل از آزمون آماری نسبت به سطح خطای ۰,۰۲۵، فرض صفر رد شده و در نتیجه اختلاف میان بازدهی پورتفوی هسته-پیرو و بازدهی شاخص کل بورس در سطح اطمینان ۹۵٪ معنی‌دار و مورد تأیید قرار می‌گیرد. آماره میانگین در آزمون مقایسه زوج‌ها نشان‌دهنده متوسط اختلاف بازدهی در نمونه‌های زوجی (پورتفوی هسته - پیرو و شاخص بورس) است. همانطور که در جدول (۶) قابل مشاهده است، آماره میانگین مقداری مثبت و برابر ۰,۰۰۰۹۹۵ را نشان می‌دهد، از اینرو بازدهی فراتر از شاخص یا به عبارتی متوسط بازدهی اضافی ۱۳,۶۳درصدی پورتفوی هسته- پیرو نسبت به شاخص طی دوره ۶ ماهه ارزیابی معنی‌دار بوده و نهایتا فرضیه دوم تحقیق نیز مورد تأیید قرار می‌گیرد.

نکته حائز اهمیت دیگر تعیین کف و سقف برای وزن دارایی‌های ریسکی و شاخصی در پورتفوی و تحلیل مقایسه‌ای عملکرد آن در صورت اعمال این محدودیت است. بدیهی است اعمال محدودیت بر روی وزن دارایی‌ها در پورتفوی منجر به انحراف بازدهی مازاد نسبی آن از مقدار بهینه به دلیل الزام به توزیع منابع میان کل اقلام تشکیل‌دهنده آن می‌گردد.

بر اساس نتایج بدست آمده در جدول (۷)، اعمال محدودیت بر وزن قابل تخصیص به دارایی‌ها منجر به انحراف جزئی بازدهی مازاد نسبت به مقدار بهینه و در عین حال افزایش تنوع پورتفوی می‌گردد. به عبارت دیگر با صرف نظر از بخشی از بازدهی مازاد نسبت به شاخص، معیارهای ردیابی چون همبستگی و ریشه میانگین مربعات خطا بهبود می‌یابند. همانطور که مشخص است در صورت اعمال کف ۱٪ و سقف ۵۰٪ برای وزن قابل تخصیص به دارایی‌ها، پورتفوی تشکیل شده با درجه ریسک‌گریزی $\lambda = 20$، ضریب همبستگی معادل ۹۴,۸۵٪، ریشه میانگین مربع خطایی برابر با ۰,۰۰۰۴۱۱ و بازدهی مازاد ۱۳,۱۹٪ نسبت به شاخص را حاصل خواهد نمود. این درحالی است که در صورت عدم اعمال محدودیت، بازدهی مازاد بالاتری در سطح ۱۳,۶۳٪ برای پورتفوی با درجه ریسک‌گریزی $\lambda = 20$ محقق می‌گردد.

جدول(۷): تحلیل مقایسه‌ای عملکرد پورتفوی تحت دو سناریوی متفاوت برای محدودیت وزن اقلام تشکیل دهنده آن

	□	وزن بخش هسته	بازدهی اضافی	ریشه میانگین مربعات خطا	ضریب همبستگی
حد پایین= ٪۱	۰	٪۱,۰	٪۱۱,۹۲	۰,۰۰۰۵۰۴	٪۸۹,۵
	۲۰	٪۳۷,۵	٪۱۳,۱۹	۰,۰۰۰۴۱۱	٪۹۴,۹
حد بالا = ٪۵۰	۳۰	٪۴۵,۸	٪۱۳,۲۲	۰,۰۰۰۴۰۷	٪۹۵,۲
	۴۰	٪۴۸,۹	٪۱۲,۸۴	۰,۰۰۰۴۰۴	٪۹۵,۴
	۵۰	٪۵۰,۰	٪۱۲,۴۱	۰,۰۰۰۳۹۹	٪۹۵,۵
	□	وزن بخش هسته	بازدهی اضافی	ریشه میانگین مربعات خطا	ضریب همبستگی
حد پایین= ٪۰	۰	٪۰,۰	٪۱۴,۳۱	۰,۰۰۰۶۹۵	٪۸۳,۷۹
	۲۰	٪۳۸,۷	٪۱۳,۶۳	۰,۰۰۰۴۲۰	٪۹۴,۷۱
حد بالا = ٪۱۰۰	۳۰	٪۴۶,۹	٪۱۳,۶۶	۰,۰۰۰۴۱۷	٪۹۵,۰۴
	۴۰	٪۴۹,۲	٪۱۳,۰۷	۰,۰۰۰۴۱۰	٪۹۵,۲۸
	۵۰	٪۵۱,۰	٪۱۲,۶۷	۰,۰۰۰۴۰۷	٪۹۵,۳۸

۶- نتیجه‌گیری و بحث

در این تحقیق ضمن ارائه مدلی جهت پیاده‌سازی سرمایه‌گذاری هسته- پیرو در بورس تهران، از رویکرد ترکیبی الگوریتم‌های دقیق و فراابتکاری جهت جستجوی کارآمد فضای جواب و دستیابی به جواب بهینه بهره گرفته شد. در این پژوهش همچنین معیاری ابتکاری مبتنی بر الگوریتم ژنتیک جهت فیلترینگ سهام و کاهش پیچیدگی فضای جواب معرفی و نهایتا با استفاده از ابتکارعمل‌های توسعه‌ای، الگوریتم ژنتیک چندمرحله‌ای تعدیل یافته با هدف تشکیل یک صندوق شاخصی کارآمد طراحی گردید. برای تعیین ترکیب دارایی‌های ریسکی در بخش پیرو، از مفهوم صندوق مادر[۳] و یا به عبارتی سبدی از واحدهای صندوق‌های سرمایه‌گذاری استفاده گردید. به منظور بررسی کارایی مدل پیشنهادی جهت تشکیل هسته، از داده‌های واقعی بورس تهران و معیارهای ارزیابی کیفیت ردیابی چون ضریب همبستگی، ریشه میانگین مربعات خطا و بازدهی اضافی نسبت به شاخص بهره گرفته شد. لازم به ذکر است دقت ردیابی الگوریتم طراحی شده جهت تشکیل هسته، مشابه و یا بهتر از روشهای ارائه شده در تحقیقات دیگر است. دقت ردیابی الگوریتم پیشنهادی در حد ۰,۰۰۰۱ می‌باشد و این در حالی است که مقدار آن در تحقیقات مشابه بین ۰,۰۰۰۱- ۰,۰۰۱ متغیر است (توروبیانو و سوارز، ۲۰۰۸، ۱۱؛ رافائلی و بِنِل، ۲۰۰۶، ۴۸۴؛ بیزلی و همکاران، ۲۰۰۳، ۶۳۸). اعتبارسنجی مدل ارائه شده جهت حل مسأله هسته – پیرو با درجه ریسک‌گریزی قابل تنظیم، از طریق آزمون معنی‌داری بازدهی مازاد تحقق یافته نسبت به شاخص و ارزیابی عملکرد پورتفوی با استفاده از داده‌های خارج از نمونه انجام پذیرفت. در این راستا بازدهی مازاد ۱۳,۶۳ درصدی پورتفوی پیشنهادی در این تحقیق به مراتب بیش از سبدهای هسته- پیرو مشابه در تحقیقات

دیگر بوده است بگونه‌ای که عملکرد آن‌ها از بعد این معیار در محدوده ۳٪-۲٪ قرار دارد (بوچی،۱۴،۲۰۱۰؛ کوئیزِنبری،۲۰۰۶، ۴۲).

نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل داده‌ها بر رابطه مثبت میان درجه ریسک‌گریزی و وزن تخصیص یافته به بخش هسته و عملکرد برتر پورتفوی هسته – پیرو نسبت به شاخص در دوره ارزیابی دلالت دارد. محاسبات انجام شده نشان داد که درجه محافظه‌کاری $\lambda = 20$، سطح بهینه ریسک‌گریزی در تشکیل پورتفوی هسته – پیرو بوده و میان تعداد سهام تشکیل‌دهنده بخش هسته و توانایی آن در ردیابی شاخص رابطه مستقیم برقرار است. لازم به ذکر است تعیین نسبت بهینه برای سرمایه‌گذاری در بخش هسته به شدت وابسته به سطح کارایی بازار، نوع دارایی‌های ریسکی مورد استفاده در بخش پیرو و متغیری (بازدهی اضافی، نسبت شارپ، نسبت اطلاعاتی) که سرمایه‌گذار هدف بیشینه‌سازی آن را دنبال می‌نماید، می‌باشد. از اینرو به دلیل تفاوت ماهوی سطح کارایی بازار سرمایه ایران و همچنین نوع دارایی‌های ریسکی مورد استفاده که در تحقیقات مشابه عمدتا صندوق‌های پوششی و صندوق‌های قابل معامله در بورس می‌باشند، امکان مقایسه نتایج این پژوهش با تحقیقات مشابه از این منظر وجود ندارد.

نظر به محدودیت‌های این تحقیق پیشنهادات ذیل برای پژوهش‌های آتی ارائه می‌گردد:

۱) در این تحقیق از واحدهای صندوق‌های سرمایه‌گذاری، به عنوان دارایی‌های ریسکی در ترکیب بخش پیرو استفاده گردید. از اینرو حل مسأله با سایر دارایی‌های ریسکی جایگزین شامل: ارز، طلا، سهام شرکت‌های فرابورسی و ... پیشنهاد می‌گردد.

۲) یکی از محدودیت‌های تحقیق حاضر، عدم لحاظ هزینه‌های معاملاتی در مدل و تعیین دوره بروزرسانی ترکیب پورتفوی می‌باشد. اعمال تعدیلات لازم در مدل جهت بررسی اثر این پارامترها موضوعی جذاب برای پژوهش‌های آتی است

فهرست منابع

* بحرالعلوم محمد مهدی، تهرانی رضا، حنیفی فرهاد (۱۳۹۱)، طراحی یک الگوریتم فرا ابتکاری جهت انتخاب پورتفوی بهینه ردیابی‌کننده شاخص بورس تهران، تحقیقات حسابداری، شماره ۱۳، ۲۰-۴۳
* حنیفی فرهاد، بحرالعلوم محمد مهدی، جوادی بابک (۱۳۸۸)، طراحی و تحلیل مقایسه‌ای الگوریتم‌های فرا ابتکاری جهت پیاده‌سازی سرمایه‌گذاری شاخص‌محور در بورس تهران؛ چشم انداز مدیریت، ۳۲، ۸۹-۱۰۸
* Amenc, N., F. Goltz, and A. Grigoriu, "Risk Control through Dynamic Core-Satellite Portfolios of ETFs: Applications to Absolute Return Funds and Tactical Asset Allocation". The Journal of Alternative Investments, 2010. 13(2): p. 47-57.
* Amenc, N., P. Malaise, and L. Martellini, "Revisiting core-satellite investing". The Journal of Portfolio Management, 2004. 31(1): p. 64-75.
* Bahrololoum, M.M; Nabizadeh,M. (2012), "Evolutionary Finance: The Case of TEDPIX Tracker Fund Selection", Journal of Modern Accounting & Auditing, Vol. 8, No.2, pp. 207–220
* Beasley, J.E, Meade, N. and Chang, T.J. An evolutionary heuristic for the index tracking problem, European Journal of Operational Research, Vol. 148, pp. 621–643,2003.

* Bouchey,P.,(2010), "Tax-Efficient Investing In Theory And Practice", White Paper, Parametric Ins. Seattle.
* Chen Chen, Kwon, Roy H., Robust portfolio selection for index tracking, Computers & Operations Research, (2012), 39, 829–837.
* Gaivoronski AA, Krylov S, van der Wijst N. Optimal portfolio selection and dynamic benchmark tracking. European Journal of Operational Research 2005;163(1):115–31.
* Gilli, M. and K¨ellezi, E. ,Threshold Accepting for Index Tracking. Working paper available from the first author at Department of Econometrics, University of Geneva, 1211 Geneva 4, Switzerland, 2001.
* Jansen, R. and Dijk, R. van. ,Optimal benchmark tracking with small portfolios. Journal of Portfolio Management,Vol. 28 , pp. 33–39,2002.
* Konno H, Wijayanayake A. Minimal cost index tracking under nonlinear transaction costs and minimal transaction unit constraints. International Journal of Theoretical and Applied Finance 2001;4(6):939–58.
* Meade, N. and Salkin, G. (1990), "Developing and Maintaining an Equity Index fund", Journal of the Operational Research Society, 41 (7), 599–607.
* Quisenberry, C.H., 2010, "Core/Satellite strategies for the high net –worth investor", CFA Institute Conference Proceedings Quarterly (December 2006):38–45.
* Rafaely, B. and Bennell, J.A. (2006), Optimization of FTSE 100 tracker funds: A comparison of genetic algorithms and quadratic programming. Managerial Finance, Vol. 32,No. 6, pp. 477-492.
* Roll R. A mean/variance analysis of tracking error. Journal of Portfolio Management 1992;18:13–22.
* Rohweder Herold C. Implementing stock selection ideas: does tracking error optimization do any good?Journal of Portfolio Management 1998;24(3):49–59.
* Rudolf Markus,Wolter Hans-Jurgen, Zimmermann Heinz. A linear model for tracking error minimization. Journal of Banking & Finance1999;23(1): 85–103.
* Scherer, B., 2002, Portfolio Construction and Risk Budgeting, RiskBooks.
* Schoenfeld, A. (2004), "Active Index Indexin,. John Wiley and Sons Inc, Hoboken, N.C.
* Singleton, J. C., (2004), "Core-Satellite Portfolio Management: A Modern Approach for Professionally Managed Funds", McGraw-Hill.
* Surz,R.,(2012), "Correcting Core", Journal of Index Investing, Vol.2, No.4: pp.67-73
* Till.H, (2004), "Risk Measurement of Investments in the Satellite Ring of a Core-Satellite
* Portfolio: Traditional versus Alternative Approaches",Premia Risk Consultancy, Inc., Chicago
* Torrubiano, R., & Suarez, A. (2008). "A hybrid optimization approach to index tracking", Operational Research journal, 1-15.
* Walsh, A.,(2013),"Core–Satellite Strategies: Combining Stability and Opportunity in an ETF Portfolio", The Journal of Index Investing, Vol.4, No.3: pp. 50-53

یادداشت‌ها

[1] Thin Trading
[2] Multi stage genetic algorithm
[3] Fund Of fund