فصلنامه علمی پژوهشی
دانش مالی تحلیل اوراق بهادار
سال یازدهم، شماره سی‌وهشتم
تابستان ۱۳۹۷

مقایسه الگوریتم ژنتیک و علف‌های هرز در بهینه‌سازی پرتفوی و مقایسه مدل AR غیرخطی و میانگین ساده در پیش‌بینی بازده مورد انتظار

مجید فشاری[۱]
پوریا مظاهری‌فر[۲]

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۵/۲۵ تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۰/۰۸

چکیده

در این مطالعه، به بررسی و مقایسه عملکرد الگوریتم ژنتیک و علف‌های هرز در بدست آوردن مرزکارا مدل میانگین نیم‌واریانس مقید پرداخته می‌شود. و همچنین دو روش AR غیرخطی و میانگین ساده در بدست آوردن بازده مورد انتظار، مورد مقایسه قرار می‌گیرند. در این مطالعه از ۲۳ سهم فعال‌تر بازار استفاده می‌شود که بازده آنها از تاریخ ۹۳/۰۴/۰۱ تا ۹۵/۰۴/۰۱ مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم علف‌های هرز برخلاف استفاده از زمان بیشتر، توانسته عملکرد بهتری را به نمایش بگذارد و همچنین، مقایسه روش‌های پیش‌بینی بازده مورد انتظار نشان می‌دهد که مدل AR مرتبه دوم توانسته با خطای کمتری بازده مورد انتظار را پیش‌بینی نماید. در نهایت، با مقایسه مرزکارای پیش‌بینی شده و مرزکارای واقعی، به این نتیجه می‌رسیم که مدل پیش‌بینی مورد نظر در ریسک‌های کمتر پیش‌بینی بهتری انجام داده است که در آن ناحیه می‌توان با اطمینان بیشتری نسبت به تخصیص دارایی‌ها اقدام نمود..

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی پرتفوی، مدل میانگین نیم واریانس، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم علف‌های هرز، مدل AR.

۱- استادیار دانشکده اقتصاد دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران majid.feshari@gmail.com
۲- کارشناسی ارشد مدیریت مالی دانشگاه خوارزمی pooriamazaheri1990@gmail.com

۱- مقدمه

مسئله بهینه‌سازی پرتفوی یکی از مهم‌ترین مسائل در سرمایه‌گذاری می‌باشد. همچنین با توجه به گسترش و پیچیدگی روز افزون بازارهای مالی، روش-های پیش‌بینی یکی از عوامل مهم در سود و زیان سرمایه‌گذاران می‌باشد. یک روش پیش‌بینی مناسب می‌تواند شرایط متلاطم را تا مقدار مطلوبی هموار سازد. مدل میانگین- واریانس مارکوویتز که یکی از بهترین مدل‌ها برای حل مسئله انتخاب پرتفوی محسوب می‌شود، می‌تواند از طریق میانگین بازده دارایی‌ها و انحراف معیار بازده‌ی دارایی‌ها (ریسک) توضیح داده شود.

در مدل میانگین حتی بازده‌های بالاتر از میانگین نیز به عنوان ریسک در نظر گرفته می‌شود، اما از دید سرمایه‌گذاران کسب بازده‌های بالاتر از بازده مورد انتظار نه تنها نامطلوب شمرده نمی‌شود بلکه از آن استقبال هم می‌نمایند. خصوصا در بازارهای پر رونق، سرمایه‌گذاران در جستجوی کسب بازده‌های بالاتر هستند (وینتر، فاما، ۱۹۹۳).

یکی دیگر از فروض مدل میانگین-واریانس مارکوویتز، تبعیت کردن بازده‌ها از توزیع نرمال می-باشد. که در بسیاری از تحقیق‌های صورت گرفته نشان می‌دهد که سری زمانی بازده‌ها دارای دنباله‌های ضخیم و چولگی هستند (راچو، اسمن، ۲۰۰۵). به همین دلیل، استفاده از مدل میانگین- نیم‌واریانس می‌تواند گزینه بهتری باشد.

در شرایط واقعی، عموما محدودیت‌های مسئله، بیشتر از محدودیت‌های مسئله بهینه‌سازی درجه دو می‌باشد. به همین دلیل، دیگر نمی‌توان از روش حل مسائل درجه دو برای حل چنین مسائلی استفاده نمود. در این شرایط، از الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌توان به عنوان یک روش مناسب استفاده نمود. الگوریتم‌های فرا ابتکاری، الگوریتم‌های جستجو محوری هستند که در هر دوره از چرخش الگوریتم، کمی به جواب بهینه نزدیک می‌شوند. این الگوریتم‌ها هیچ تضمینی برای یافتن بهینه سراسری فراهم نمی‌نمایند اما تجربه نشان داده است که آنها در بدست آوردن بهینه سراسری برنامه‌ریزی غیرخطی سخت[1] از عملکرد خوبی برخوردار می‌باشند.

هدف از انجام این مطالعه، مقایسه مدل AR خطی و میانگین حسابی در پیش‌بینی بازده مورد انتظار و مقایسه الگوریتم‌های ژنتیک و علف‌های هرز در حل مسئله بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده مدل میانگین-نیم‌واریانس با محدودیت اوزان سهام و در نهایت، مقایسه پرتفوهای بدست آمده با استفاده نسبت سورتینو می‌باشد.

در ادامه در بخش دوم به مبانی نظری و سپس به الگوریتم‌های مورد مطالعه و مدل AR، در بخش سوم به پیشینه مطالعات، در بخش چهارم به مدل مسئله، در بخش پنجم به تجزیه‌وتحلیل داده‌ها و در نهایت در بخش ششم به نتیجه‌گیری پرداخته می‌شود.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

یکی از مفروضات تئوری پرتفوی مارکوویتز این است که بازده سهام مورد نظر، از منحنی نرمال تبعیت می‌نماید. اما در شرایط واقعی به این شکل نمی‌باشد. لذا، استفاده از مدل میانگین نیم-واریانس می‌تواند جایگزین خوبی برای این مدل قدیمی‌تر باشد. همچنین زمانی که محدودیت‌ها در مسئله افزایش می‌یابند، دیگر نمی‌توان از مدل کوادراتیک برای حل چنین مسائلی استفاده نمود. الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌توانند این مسائل را به راحتی حل نمایند. این الگوریتم‌ها دارای سه نوع تک عضوی، جمعیت محور و ترکیبی می‌باشند که در این مطالعه از الگوریتم‌های جمعیت محور استفاده شده است. نوآوری این مطالعه در استفاده از دو الگوریتم ژنتیک و علف‌های هرز می-باشد که در مطالعات پیشین این دو الگوریتم مورد مقایسه قرار نگرفته‌اند، همچنین مقایسه مدل AR و میانگین ساده در بدست آوردن بازده مورد انتظار در مطالعات پیشین انجام نگرفته است.

۲-۱- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یک زیر مجموعه از الگوریتم‌های تکاملی است که از اصول انتخاب طبیعی داروین برای یافتن بهینه‌ترین جواب استفاده می‌نماید. این الگوریتم در سال ۱۹۷۵ میلادی توسط جان هلند[۲] ارایه گردید. می‌توان گفت این الگوریتم یک تکنیک برنامه‌نویسی است که از تکامل ژنتیکی به عنوان یک الگوی حل مسئله استفاده می‌کند. مسئله‌ای که باید حل شود ورودی می‌باشد و راه‌حل‌ها طبق یک الگو کدگذاری می‌گردند، تابع برازش نیز هر راه‌حل کاندید را ارزیابی می‌نماید. سپس طی یک روند تصادفی نسلی جدید ایجاد می‌شود. در این فرآیند از مفاهیم علم زیست-شناسی مثل وراثت، جهش، انتخاب ناگهانی، انتخاب طبیعی و ترکیب بهره گرفته می‌شود. مراحل الگوریتم ژنتیک به ترتیب زیر می‌باشد:

- ✓ مدلسازی مساله یا بازنمائی
- ✓ تشکیل جمعیت اولیه
- ✓ ارزیابی جمعیت
- ✓ انتخاب والدین
- ✓ بازترکیبی
- ✓ جهش
- ✓ انتخاب فرزندان
- ✓ شرط خاتمه الگوریتم

۲-۲- الگوریتم علف‌های هرز

الگوریتم بهینه‌سازی علف‌های هرز یک نوعی از الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌باشد که برگرفته از رشد علف‌های هرز است. این الگوریتم اولین بار توسط محرابیان و لوکاس[۳] در سال ۲۰۰۶ معرفی شد. مراحل این الگوریتم به صورت تفصیلی به صورت زیر می‌باشد:

جمعیت اولیه

ابتدا یک جمعیتی از علف‌های هرز در یک فضای d بعدی به صورت تصادفی پراکنده می‌شوند. این فضا می‌تواند توسط محدوده‌های حداکثری و حداقلی تعیین شود.

تولید مثل

هر علف هرز بر اساس مرغوب بودن می‌تواند از حداقل تا حداکثر دانه‌ها را برای تولید مثل پراکنده نماید. این دانه‌ها می‌توانند به صورت خطی از حداقل تا حداکثر دانه‌ها در کلونی تکثیر شوند. نکته حائز اهمیت در تولید دانه‌ها این است که تولید آنها در فضای غیرعملی نیز انجام می‌شود. این اقدام به این دلیل است که بهینه محلی را به جای بهینه سراسری انتخاب نکند.

پراکندگی محیطی

پراکندگی دانه‌ها در فضای d بعدی، با میانگین صفر و انحراف معیاری مختلف صورت می‌گیرد. به این معنا که دانه‌ها به صورت تصادفی در کنار والدین پراکنده می‌شوند. در هر چرخه، انحراف معیار پراکنده شدن دانه‌ها کمتر می‌شود تا اینکه به چرخه آخر برسد. در چرخه آخر انحراف معیار برابر با صفر می-شود. انحراف معیار توضیح داده شده، به صورت زیر می‌باشد:

$$\sigma_{iter} = \frac{(iter_{Max} - iter)^n}{(iter_{Max})^n}(\sigma_{initial} - \sigma_{final}) + \sigma_{initial}$$

در اینجا $iter_{Max}$ به عنوان بیشترین مقدار چرخه، σ_{iter} به عنوان انحراف معیار هر دانه یا علف هرز جدید در هر چرخه و n هم شاخص غیرخطی می‌باشد.

حذف شدن رقابتی

در این کلونی به دلیل وجود محدودیت فضایی، یک رقابت برای تولید مثل وجود دارد. مطمئنا بعد از چند چرخه الگوریتم، تعداد علف‌های هرز به حداکثر خود خواهند رسید. طبق همان چیزی که بحث شد، علف‌های هرزی که از مرغوبیت بیشتری برخوردار می-باشند، می‌توانند تولید مثل بیشتری داشته باشند. هنگامی تعداد علف‌های هرز در کلونی به حداکثر می-رسد، عملگر حذف به کار می‌افتد و علف‌های هرزی را که از مرغوبیت کمتری برخوردار هستند، از بین می-برد. عمل حذف تا جایی ادامه می‌یابد که علف‌های هرز

نامرغوب از بین رفته و در کلونی فقط علف‌های هرز مرغوب باقی می‌مانند.

۲-۳- مدل AR

در این مطالعه، از مدل AR خطی برای پیش‌بینی سری زمانی استفاده می‌شود که به صورت زیر می‌باشد.

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1 (Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2 (Y_{t-2} - \delta) + \ldots + \alpha_p (Y_{t-p} - \delta) + U_t$$

که در آن δ میانگین Yمی‌باشد و به طور کلی، این یک فرآیند خودرگرسیون از مرتبه Pام می‌باشد.

۲-۴- پیشینه پژوهش

صلاحی و همکاران[۴] (۲۰۱۴) به بررسی و مقایسه دو الگوریتم حرکت تجمعی ذرات تعدیل شده و الگوریتم جستجوی هارمونیک تعدیل شده در بهینه-سازی پرتفوی با مدل میانگین-واریانس محدود می-پردازند. نتایج حاصل از این الگوریتم‌ها در بهینه‌سازی ۳۱ تا ۲۲۵ دارایی نشان داد که الگوریتم جستجوی هارمونیک تعدیل شده نسبت به الگوریتم حرکت تجمعی ذرات تعدیل شده از سرعت عملکرد بهتری برخوردار بوده است. توبا و بکانین[۵] (۲۰۱۴) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه الگوریتم ارتقا یافته کرم شب‌تاب و روش‌های فرا ابتکاری هوش جمعی می-پردازند. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که گرچه الگوریتم کرم شب‌تاب اصلی نتایج خوبی نشان نمی‌دهد، اما با تعدیل این روش و مقایسه روش جدید با ۵ روش هوش جمعی، روش تعدیل شده نتایج بهتری نسبت به بقیه روش‌ها نشان می‌دهد. چن[۶] (۲۰۱۵) در مطالعه-ای به بررسی الگوریتم کلونی زنبورهای در بهینه‌سازی پرتفوی می‌پردازد. بازده دارایی‌های ریسکی در این مطالعه، اعداد فازی می‌باشند و مدل این مطالعه، میانگین نیم‌واریانس با محدودیت‌های کاردینال، سقف و کف اوزان سهام و هزینه مبادلات می‌باشد. سپس، الگوریتم مطالعه، به دلیل بهتر شدن عملکرد تعدیل شد. در نهایت، اثربخشی الگوریتم با یک سری مثال عددی مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که این الگوریتم توانسته عملکرد بسیار مطلوبی را به دست بیاورد. کمیلی و رافی[۷] (۲۰۱۶) در مطالعه‌ای به بررسی الگوریتم خفاش در حل مسئله بهینه‌سازی پرتفوی با محدودیت کاردینال می‌پردازند. در آن مطالعه، آنها از شاخص بازار چهار کشور مختلف استفاده می‌نمایند و در نهایت به این نتیجه می‌رسند که الگوریتم خفاش در حل آن مسئله می‌تواند کارایی خوبی داشته باشد.

اسلامی بیدگلی و طیبی ثانی (۱۳۹۳) در مطالعه-ای به بررسی بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از الگوریتم ممتیک مورچگان می‌پردازند. نتایج حاصل از بکارگیری الگوریتم، حاکی از آن است که الگوریتم ترکیبی درتمامی حالت‌های مورد بررسی در این تحقیق نتایجی بهتر از نتایج بدست آمده توسط الگوریتم ژنتیک به تنهایی بدست می‌آورد. کریمی و همکاران (۱۳۹۳) در مطالعه‌ای به بررسی بهینه‌سازی پرتفویی متشکل از ۳۰ سهم با استفاده از الگوریتم ممتیک می-پردازد. نتایج حاصل از پژوهش نشان میدهد که الگوریتم ممتیک کارایی خود را در حل مساله انتخاب سبد بهینه مانند سایر مسائل بهینه‌سازی ترکیبی نشان میدهد. بیهقی و همکاران (۱۳۹۴) در مطالعه‌ای به بررسی الگوریتم کلونی زنبورها در بهینه‌سازی پرتفوی می‌پردازند. بازده مورد انتظار دارایی‌ها در آن مدل، بازده‌های فازی می‌باشند، همچنین از ریسک نیم-واریانس به عنوان اندازه‌گیر ریسک استفاده شده است. محدودیت مورد استفاده در آن مطالعه محدودیت اوزان و کاردینال می‌باشد و در نهایت به نتیجه می-رسند که الگوریتم کلونی زنبورها نسبت به بقیه الگوریتم‌ها عملکرد بهتری دارد.

۳- مدل مسئله

به دنبال نظریه مارکوویتز، ما می‌توانیم بازده پرتفوی را بر اساس بازده مورد انتظار و ریسک را بر اساس واریانس پرتفوی بدست آوریم. و پرتفوی بهینه

پرتفویی است که در یک سطح از بازده، دارای کمترین میزان ریسک باشد. مدل اصلی مارکوویتز به این صورت می‌باشد:

$$Min\ \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{i\cdot j} \qquad (۱)$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i = R^* \qquad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \qquad (۳)$$

$$x_i \geq 0.\ \forall i \in (1.2.\ldots.N) \qquad (۴)$$

که در سطر (۱)، x_i و x_j میزان وزن دو سهم i و j و همچنین σ نشان دهنده کوواریانس بین دو سهم i و j نیز می‌باشد. در سطر (۲)، R^* *به معنای مقدار بازده-ای مشخص می‌باشد، در سطر (۳)*، مدل بیانگر این است که مجموع وزن کل سهام در پرتفوی باید برابر با یک باشد و سطر (۴)، بیانگر آن است که مقدار وزن هر سهم می‌تواند عددی بین صفر تا یک شود (تا از فروش استقراضی جلوگیری شود).

در مدل مارکوویتز که سال ۱۹۵۲ شکل گرفت از واریانس برای اندازه‌گیری ریسک استفاده شده است. اما در سال ۱۹۵۹ خود مارکوویتز در مقاله‌ای به این موضوع می‌پردازد که استفاده از ریسک نیم‌واریانس برای اندازه‌گیری ریسک می‌تواند معیار بهتری باشد زیرا که بازدهی بالاتر از میانگین نه تنها برای سرمایه-گذاران به عنوان خطر تلقی نمی‌شود، بلکه خوشایند نیز می‌باشد. همچنین برای به دست آوردن مرزکارا می‌توان از مدل زیر استفاده نمود. در مدل زیر، به جای به دست آوردن یک پرتفوی، مرزکارا به دست می‌آید:

$$\text{Minimize}\ \lambda\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j S_{ij}\right) - (1-\lambda)\left(\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i\right) \qquad (۱)$$

$$Subject\ to:\ \sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \qquad (۲)$$

$$x_i \geq 0\ \ (i = 1.2.\ldots.N) \qquad (۳)$$

در سطر (۱) به دنبال کمینه نمودن تابع هدف می‌باشیم که در این مسئله از نیم‌واریانس(S) به عنوان اندازه‌گیر ریسک استفاده می‌شود. در الگوی فوق λ پارامتری می‌باشد که در فاصله [۰، ۱] تغییر می‌نماید. به طوریکه با قرار دادن λ =۰ کل مقدار ضریب وزنی به بازده اختصاص پیدا می‌کند و بدون توجه به ریسک‌گریزی، پرتفوی دارای بیشترین بازده انتخاب می‌شود و با در نظر گرفتن λ =۱ کل ضریب وزنی به ریسک‌گریزی اختصاص داده می‌شود و پرتفوی دارای کمترین مقدار ریسک انتخاب می‌شود. در فاصله میان این دو پرتفوی هر دو عامل در پرتفوهای ایجاد شده نقش می‌یابند. در سطر (۲) بیان می‌شود که مجموع اوزان سهام مساوی با یک می‌باشد. و در نهایت در قسمت (۳) شرط بزرگتر از صفر بودن وزن هر سهم نیز نشان داده می‌شود (با این شرط فروش استقراضی از بین می‌رود).

در مسئله فوق برای محاسبه نیم‌کوواریانس از رابطه استرادا استفاده می‌شود. استرادا نیم‌کوواریانس تحت مقدار هدف بین دو سهم را به صورت زیر تعریف نموده است:

$$\sum\nolimits_{ijB} = E\left\{Min\ (R_i - B.0).Min(R_j - B.0)\right\}$$
$$= \left(\frac{1}{T}\right).\sum_{t=1}^{T}[Min(R_{it} - B.0).Min(R_{jt} - B.0)]$$

که در آن B مقدار بازدهی بنچمارک مورد نظر سرمایه‌گذار می‌باشد. اگر به جای مقدار بازدهی مورد هدف (B)، میانگین بازده ($\bar{R}$) در فرمول فوق جایگزین شود، نیم‌کوواریانس تحت میانگین بدست می‌آید.

$$\sum\nolimits_{ijB} = E\left\{Min\ (R_i - \bar{R}.0).Min(R_j - \bar{R}.0)\right\}$$
$$= \left(\frac{1}{T}\right).\sum_{t=1}^{T}[Min(R_{it} - \bar{R}.0).Min(R_{jt} - \bar{R}.0)]$$

امروزه با پیچیده‌تر شدن بازارهای مالی ممکن است محدودیت‌های بیشتری به مسئله انتخاب پرتفوی اضافه شود. محدودیت‌هایی که به این مدل اضافه شده است محدودیت وزن هر سهم می‌باشد که بنا به نیاز

مقدار وزنی که هر سهم دارا می‌باشد می‌تواند میان مقادیر L و U باشد. مدل کامل این مقاله به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Minimize } \lambda\left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j S_{ij}\right) - (1-\lambda)\left(\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i\right) \quad (۱)$$

$$Subject\ to:$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \quad (۲)$$

$$L \le x_i \le U. i = 1.2. \ldots . N \quad (۳)$$

$$x_i \ge 0 \ \ (i = 1.2. \ldots . N) \quad (۴)$$

تمامی سطرهای مسئله همانند مدل قبلی می‌باشد، با این تفاوت که در این مدل از دو مولفه L و U برای تعیین دامنه وزن هر سهم استفاده شده است. کمترین وزنی که یک سهم می‌تواند داشته باشد مقدار L است که برابر با ۰,۰۲۵ می‌باشد و بیشترین وزنی که یک سهم می‌تواند داشته باشد برابر با L است که مقداری برابر با ۰,۳۵ را دارا می‌باشد.

برای حل دقیق چنین مسائلی الگوریتم‌های موثر و کارایی در برنامه‌ریزی ریاضی وجود ندارد. به همین دلیل، در این مطالعه، از دو الگوریتم جستجو محور فرا ابتکاری ژنتیک و علف‌های هرز استفاده شده است که در نهایت، هدف، بدست آوردن مرزکارا با استفاده از این دو الگوریتم و مقایسه آنها می‌باشد. سپس مدل AR و میانگین حسابی را در پیش‌بینی بازده مورد انتظار مورد مقایسه قرار می‌دهیم.

شاخص سورتینو

اگر در ارزیابی عملکرد به جای انحراف معیار از معیار ریسک نامطلوب استفاده کنیم، شاخص سورتینو حاصل می‌شود. در واقع اگر x را متغیر بازده پرتفوی، μ میانگین و r حداقل نرخ بازده قابل قبول باشد، آنگاه شاخص سورتینو را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

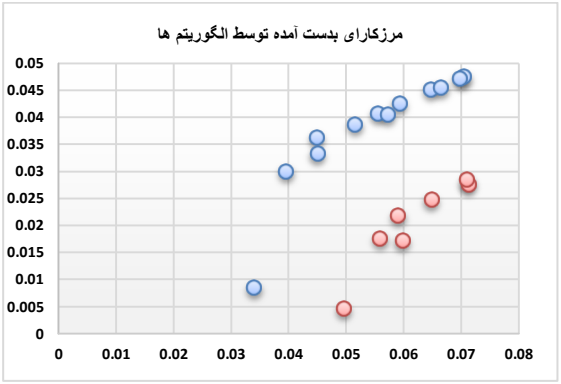
$$SOR = \frac{(\mu - r)}{\sigma}$$

که در این فرمول σ نیم‌انحراف معیار بازده‌ها زیر نرخ هدف می‌باشد (سورتینو و پرایس[۸]، ۱۹۹۴).

در این مطالعه، نمونه مورد استفاده ۲۳ شرکت‌های فعال‌تر بازار می‌باشند که از قیمت‌های پایانی آنها از تیرماه سال ۹۳ تا تیر ماه سال ۹۵ استفاده شده است. نرم‌افزار مورد استفاده در این مطالعه نرم‌افزار Matlab و Excel می‌باشد.

۴- داده‌ها و نتایج تجربی

در این مطالعه، با استفاده از الگوریتم ژنتیک و علف‌های هرز و با استفاده از مدل مورد نظر، تعداد ۲۱ پرتفوی را بدست آوردیم و در نهایت با استفاده از نسبت سورتینو پرتفوهای مورد نظر را بایکدیگر مقایسه کردیم. الگوریتم علف‌های هرز این تعداد پرتفوی را در حدود ۵۳۱,۱۵ ثانیه بدست آورده است و الگوریتم همین تعداد پرتفوی را در ۳۴۵,۷۴ بدست آورده است. هر دو این الگوریتم‌ها پرتفوی‌های مورد نظر را با دقتی یکسان بدست آورده‌اند. مرزکارای بدست آمده توسط الگوریتم علف‌های هرز به رنگ آبی و مرزکارای بدست آمده توسط الگوریتم ژنتیک به رنگ قرمز می‌باشد.



شکل ۱- مرزکارای بدست آمده توسط الگوریتم ژنتیک و علف‌های هرز

همانطور که ملاحظه می‌نمایید، مدل مسئله با استفاده از دو الگوریتم به دست آمده است. اما این انتظار را داریم که مرزهای بدست آمده نسبت به مدل مارکوویتز بدون محدودیت کوتاه‌تر باشد. یعنی، نتواند پرتفوهایی با ریسک بالا را نشان دهد زیرا محدودیت

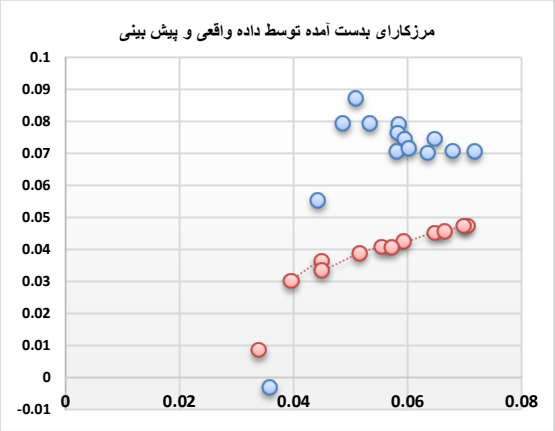
مدل در این است که وزن هیچ سهمی بیشتر از ۳۵ درصد نشود. حال این پرتفوها را با استفاده از نسبت سورتینو مقایسه می‌نماییم. که بهترین پرتفوی را از هر الگوریتم به صورت زیر نشان می‌دهیم:

جدول ۱- مقایسه بهترین نسبت سورتینو بدست آمده از مرزکارای الگوریتم‌ها

	الگوریتم ژنتیک	الگوریتم علف های هرز
بهترین نسبت سورتینو	۰,۲۳۲	۰,۵۴۳

همانطور که در این جدول نشان داده شده است، الگوریتم علف‌های هرز برخلاف مدت زمان بیشتر، توانسته عملکرد بهتری را نشان دهد. عملکرد دو الگوریتم فوق نمی‌تواند این اطمینان را به ما بدهد که حداقل یکی از آنها توانسته بهینه سراسری را به دست آورد، اما از آنجایی که هدف این مطالعه مقایسه دو الگوریتم می‌باشد، تا همین اندازه که توانستیم تفاوت عملکرد دو الگوریتم را نشان دهیم، کافی می‌باشد. حال، با استفاده از مدل AR مرتبه دوم و میانگین ساده به پیش‌بینی بازده مورد انتظار پرداخته می‌شود. نتایج حاصل از آن به این صورت می‌باشد که میانگین مجذور خطای (RMSE) بدست آمده از پیش‌بینی توسط مدل AR مرتبه دوم برابر با ۰,۰۰۳۳ مقدار و میانگین مجذور خطای بدست آمده از طریق میانگین حسابی ۰,۰۰۴۹ می‌باشد. در نهایت، می‌توان به این نتیجه دست یافت که با استفاده از مدل AR مرتبه دوم می‌توان به نتیجه بهتری دست یافت. حال با استفاده از مقادیر پیش‌بینی شده توسط دو روش فوق و مقدار بازده واقعی مرزکارا را تشکیل می‌دهیم که نتایج آن به صورت زیر می‌باشد.

مرزکارای قرمز رنگ که با خط به یکدیگر وصل شده‌اند، با استفاده از داده‌های واقعی و مرزکارای آبی رنگ با استفاده از داده‌های پیش‌بینی شده، بدست آمده است. همانطور که ملاحظه می‌نمایید این دو مرزکارایی در نقاط کم‌ریسک بسیار به یکدیگر نزدیک می‌باشند. پس می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده این مدل پیش‌بینی می‌توان بر روی پرتفوهای کم ریسک سرمایه‌گذاری نمود تا بتوان با اطمینان بیشتری دارایی‌ها را تخصیص داد.



شکل ۲- مرزکارای بدست آمده از داده‌های پیش‌بینی شده و داده‌های واقعی

۵- نتیجه‌گیری بحث

در این مطالعه، با استفاده از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم علف‌های هرز به بررسی مدل میانگین نیم واریانس مقید پرداخته شد و در نهایت مشخص شد که الگوریتم علف‌های هرز بر خلاف استفاده از زمان بیشتر، توانسته عملکرد بهتری را به نمایش گذارد. سپس با استفاده از مدل AR مرتبه دوم و روش میانگین ساده نسبت به پیش‌بینی بازده سهام مورد نظر اقدام شد که در نهایت، معلوم شد که مدل AR مرتبه دوم توانسته با خطای کمتری بازده سهام مورد نظر را پیش‌بینی نماید. سپس با استفاده از مدل AR و الگوریتم علف‌های هرز یک مرزکارا بدست آورده شد و با مرزکارای بدست آمده از داده‌های واقعی مورد مقایسه و بررسی قرار گرفت. نتایج حاکی از آن بود که در ریسک کم می‌توان با استفاده از مدل AR پیش-بینی خوبی را نسبت به آینده داشت و می‌توان با اطمینان بیشتری دارایی‌های موجود را تخصیص داد.

فهرست منابع

* اسلامی بیدگلی، غلامرضا؛ وافی ثانی، جلال. (۱۳۸۸). " بهینه‌سازی و بررسی اثر میزان تنوع بر عملکرد پرتفوی با استفاده از الگوریتم مورچگان" فصلنامه بورس اوراق بهادار تهران، ۵، ۵۷-۷۵.
* بیهقی، هدیه؛ عزیززاده؛ آقابابایی، محمدابراهیم. (۱۳۹۴). " بررسی تاثیر بازده های فازی در کارآیی پرتفوی بهینه مقید در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوریتم کلونی زنبور". پایان نامه کارشناسی ارشد.
* راعی، رضا؛ علی بیگی، هدایت. (۱۳۸۹). " بهینه-سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات" تحقیقات مالی، ۲۹، ۴۰-۲۱.
* راعی، رضا؛ محمدی، شاپور؛ علی بیگی، هدایت. (۱۳۸۹). " بهینه‌سازی سبدسهام با رویکرد میانگین- نیم‌واریانس» و با استفاده از روش جستجوی هارمونی" پژوهش‌های مدیریت در ایران، ۳، ۱۲۸-۱۰۵.
* صفوی، علی اکبر؛ پورجعفریان، نرگس؛ صفوی، علی. (۱۳۹۳). " بهینه‌سازی بر پایه الگوریتم‌های فرا ابتکاری". نشر: مهرگان
* Bacanin, Tuba, M., & Nebojsa. (2014). Upgraded Firefly Algorithm for Portfolio Optimization Problem. UKSim-AMSS 16th International Conference on Computer Modelling and Simulation.
* Chen, M.-Y., & Prayogo, D. (2014). Symbiotic Organisms Search: A new metaheuristic optimization. Computers and Structures.
* Markowitz, H.M. (1952). Portfolio Selection. Jornal of Finance: 77-91, 1952.
* Markowitz, H.M. (1959). Portfolio Selection: Efficient diversification of investments. John Wiley & Sons.
* Salahi, M., Daemi, M., Lotfi, S., & Jamalian, A. (2014). PSO and Harmony Search Algorithms for Cardinality Constrained Portfolio Optimization Problem. Advanced Modeling and Optimization, 559-573.
* Tsay, R. (2010). Analysis of Financial Time Series. wiley.
* Tuba, M., & Bacanin, N. (2014). Artificial bee colony algorithm hybridized with firefly metaheuristic for cardinality constrained mean-variance portfolio problem. Applied Mathematics & Information Sciences.
* Tuba, M., Brajevic, I., & Jovanovic, R. (2013). Hybrid seeker optimization algorithm for global optimization. Applied Mathematics & Information Sciences, 867-875

یادداشت‌ها

[1]. NP Hard
[2]. John Holland
[3]. Mehrabian and Lucas
[4]. Salahi & et al.
[5]. Tuba, M., & Bacanin, N
[6]. Chen
[7]. Kamili, H, Raffi
[8]. Sortino & Price