مجله مطالعات مالی
شماره اول
بهار ۱۳۸۸

تبیین و آزمون الگوریتم روش تسلط تصادفی برای ارزیابی کارایی پرتفوی بهینه

پرهام پدرام [۱]

تاریخ دریافت: ۸۸/۰۲/۲۳ تاریخ پذیرش: ۸۸/۰۵/۰۵

چکیده

مفاهیم شبیه به تسلط تصادفی در طول سالیان شناخته شده بودند ولی مقاله های چاپ شده بوسیله هادر و راسل و هانوچ و لوی در ۱۹۶۹ و مقاله روشیلد و استیگلیتز در ۱۹۷۰ راه پارادایم جدید تسلط تصادفی را هموار نمودند. این تحقیقات با مفاهیم نظری و کاربردی فراوانی در مباحث اقتصادی، مالی، حسابداری، آماری، کشاورزی و پزشکی مواجه شد. نیاز به توسعه قواعد تسلط تصادفی به خاطر وجود پارادوکس هایی است که در استفاده از قواعد روش میانگین واریانس آشکار می شود موارد متعددی وجود دارد که روش میانگین واریانس توانایی انتخاب گزینه بهینه میان دو دارائی مخاطره آمیز را ندارد به طور مثال وقتی ما دو آلترناتیو سرمایه گذاری داشته باشیم آلترناتیو x ۱ دلار یا ۲ دلار با احتمال مساوی و آلترناتیو y ۲ دلار و یا ۴ دلار با احتمال مساوی همانطور که مشخص است آلترناتیو y دارای میانگین و واریانس بزرگتری است ولی روش میانگین واریانس در برابر انتخاب بین آلترناتیوهای x و y سکوت می کند.

علاوه بر این موارد متعددی وجود دارد که روش میانگین واریانس توانایی انتخاب سرمایه گذاری بهینه را ندارد و در بسیاری از این موارد پیچیده ،انتخاب سرمایه گذاری مناسب تر به راحتی امکان پذیر نمی باشد.

واژگان کلیدی

کارائی پرتفوی بهینه، الگوریتم روش تسلط تصادفی

۱- دانشجوی دکتری رشته مدیریت مالی ، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بین‌الملل– **نویسنده اصلی و مسئول مکاتبه**

مقدمه

امروزه سرمایه گذارن و به خصوص موسسات بزرگ سرمایه گذاری از روش میانگین واریانس (Mean-Variance) ، تئوری مارکوویتز جهت طراحی و مدیریت پرتفوی خود استفاده می کنند. با این حال روش میانگین واریانس به خاطر بعضی مشکلات در بسیاری تحقیقات مورد انتقاد واقع شده است. بسیاری از مجریان و سرمایه گذارن معتقدند، واریانس یک معیار مناسب برای اندازه گیری ریسک نمی باشد، به خاطر اینکه ریسک یک احتمال از عدم دستیابی به حداقل بازده مورد انتظار می باشد (زلنی ۱۹۸۲).واریانس درباره رابطه بین بازده و ریسک اغراق می کند (فیشمار و پیترز ۱۹۸۸). یکی ازمشکلات روش میانگین واریانس تعیین تابع مطلوبیت سرمایه گذارن جهت تشخیص پرتفوی بهینه می باشد (هادرا و راسل ۱۹۶۵). از طرفی بسیاری از سرمایه گذاران عقیده مشخصی از شکل تابع مطلوبیت خود ندارند (التون و گرابر ۱۹۸۷). شایان ذکر است که بعضی پرتفوی ها در روش میانگین واریانس در مقایسه با پرتفوی های دیگر نامطلوبتر می باشد، به خاطر اینکه با تابع توزیع بازده همپوشانی ندارد (بامول ۱۹۶۳).

به همین دلیل روش تسلط تصادفی (Stochastic Dominance) به عنوان آلترناتیو توسط هانوچ و لوی(۱۹۶۵) و هاردار و راسل(۱۹۶۹) پیشنهاد گردید.

در این روش به جای استفاده از میانگین و واریانس از تابع توزیع بازده استفاده می گردد، به همین خاطر معیاری وسیع تر برای تعیین ریسک و بازده می باشد. به بیان دیگر وقتی بعضی پرتفوی ها بر دیگری تسلط داشته باشند، دیگر نیازی به داشتن بعضی مفروضات مانند تابع مطلوبیت نمی باشد.

از نظر سرمایه گذاران یکی از مهمترین مسائل در مورد ارزیابی اثر بخشی پرتفوی تحلیل نرخ بازده و ریسک آن می باشد. یکی از روش های متداول برای اندازه گیری بازده و ریسک روش میانگین واریانس می باشد، از طرفی با توجه به ایراداتی که به این روش وارد شده بر آن شدیم تا روشی اثر بخش تر جهت ارزیابی نرخ ریسک و بازده پرتفوی معرفی نماییم. به همین جهت تحقیق پیش رو به سعی در تشریح و توضیح هر بهتر و شفاف تر روش تسلط تصادفی دارد.

مبانی علمی و تاریخچه تحقیق

طبق بررسی های به عمل آمده، تحقیقات فراوان داخلی و خارجی در مورد روش میانگین واریانس صورت پذیرفته مانند لینتر (۱۹۸۳) باراتز و ارسیان (۱۹۸۶ ۱۹۹۰) اور (۱۹۸۷ ۱۹۸۵) برورسن و اروین (۱۹۸۵) اروین و لاندا (۱۹۸۷) فیشمار و پیترز (۱۹۹۰ ۱۹۸۸) مورفی (۱۹۸۷) التون گرابر و رنتزلر (۱۹۹۰ ۱۹۸۷)، و همچنین از این روش در بازار بورس ایران به دفعات استفاده شده است.

روش تسلط تصادفی توسط افرادی مانند هادار و راسل (۱۹۶۹) هانوچ و لوی (۱۹۶۵) ارائه گردید و توسط افرادی مانند مایر (۱۹۸۳) اروین و برانسن (۱۹۸۴) و پیترز (۱۹۸۹) ادامه پیدارکرد.

مفهوم روش تسلط تصادفی به مدل ترجیحات مخالف ریسک (Risk Averse Preference) که توسط فیشبرن در سال ۱۹۶۴ ارائه گردید برمیگردد که ریشه این تئوری (Risk Averse Preference) تئوری کثرت (Majorization) هاردلی و همکارانش(۱۹۳۴) می باشد.

۱- روش تسلط تصادفی(Stochastic Dominance)

روش تسلط تصادفی در دهه ۶۰ میلادی مطرح گردید و دارای ۳ نوع میباشد. در این روش از تابع توزیع احتمال برای انتخاب پرتفوی بهینه استفاده میگردد.در روش تسلط تصادفی نوع اول فرض بر این است که سرمایه گذاران پول بیشتر را به کمتر ترجیح می دهند، روش تسلط تصادفی نوع دوم علاوه بر فرض روش نوع اول بر این فرض استوار است که سرمایه گذاران ریسک گریزند، در روش تسلط تصادفی نوع سوم علاوه بر فروض پیشین دارای فرض ترجیح سرمایه گذاران به چولگی مثبت می باشد.

۲- آزمون کلاسیک روش های تسلط تصادفی

۱-۲ روش تسلط تصادفی نوع اول (First Degree Stochastic Dominant)

فرض کنید سرمایه گذاران خواهان بررسی دو سرمایه گذاری که تابع توزیع تجمعی آنها F وG می باشد، همچنین این دو سرمایه گذاری را F و G می نامیم.

قانون FD_1G به ما می گوید F بر G مسلط است برای تمام $U \subseteq U_1$ اگر و فقط اگر $F(x) \leq G(x)$ برای تمام x ها و همچنین حداقل یک x_0 وجود دارد که این عدم تساوی را حفظ می کند.

$$F(x) \leq G(x) \quad \Leftrightarrow \quad E_F U(x) \geq E_G U(x)$$

قانون کافی یک:(Sufficient rule one)

F بر G مسلط است اگر $Min_F(x) \geq Max_G(x)$

قانون کافی دوم:(Sufficient rule one)

F بر G مسلط است اگر $F(x) \leq G(x)$

قانون لازم یک:(necessary rule one)

$$FD_1G \quad \Rightarrow \quad E_F(x) > E_G(x)$$

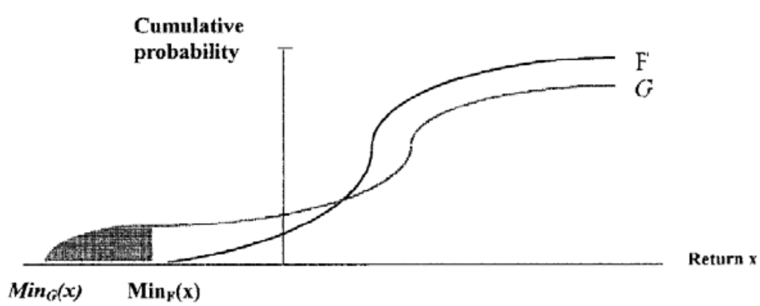
قانون لازم دوم:(necessary rule two)

$$FD_1G \quad \Rightarrow \quad \overline{X}_{geo}(F) > \overline{X}_{geo}(G)$$

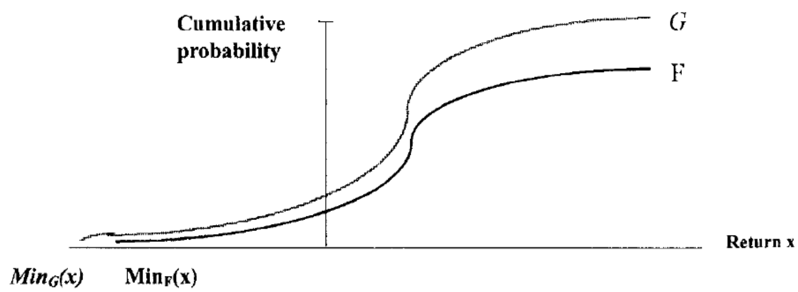
قانون لازم سوم:(necessary rule three)

$$Min_F(x) \geq Min_G(x)$$

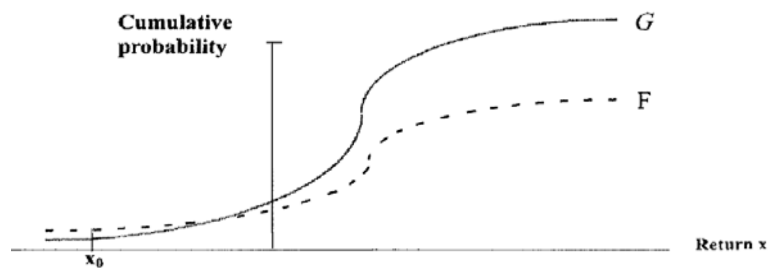
اشکال زیر حالتهای مختلف شرط های لازم و کافی و وجود یا عدم وجود تسلط تصادفی نوع اول را نشان می دهد.



در شکل بالا شرط لازم سوم برقرار است ولی تسلط تصادفی نوع اول نمی باشد.



در شکل بالا شرط های لازم رعایت شده وحالت تسلط تصادفی نوع اول برقرار است.



در شکل بالا شرایط لازم برقرار نبوده بنابراین حالت تسلط تصادفی نوع اول صدق نمی کند.

۲-۲- روش تسلط تصادفی نوع دوم (Second Degree Stochastic Dominant)

در مرحله قبل ما صرفاً فرض $U \subseteq U_1$ یا $U' \geq 0$ را لحاظ کردیم ولی بسیاری از مدارک اثبات می کند که افراد معمولاً ریسک گریزند به همین خاطر این فرض نیز لحاظ می گردد.

فرض کنید F و G دو سرمایه گذاری هستند که تابع چگالی احتمال آنها f(x) و g(x) باشد پس F بر G در روش تسلط تصادفی درجه دوم FD_2G برای تمامی ریسک گریزان مسلط است اگر و فقط اگر

$$I_2(x) \equiv \int_a^x [G(t)-F(t)]dt \geq 0$$

برای تمام $x \in [a,b]$ حداقل یک x_0 وجود دارد که این عدم تساوی را برقرار می نماید.

مفهوم بالا را می توان به صورت زیر بیان نمود.

$$\int_a^x [G(t)-F(t)]dt \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad E_F U(x)-E_G U(x) \geq 0$$

قانون کافی یک:(Sufficient rule one)

F بر G مسلط است اگر $\quad Min_F(x) \geq Max_G(x)$

قانون کافی دوم:(Sufficient rule one)

F بر G مسلط است اگر $\quad F(x) \leq G(x)$

قانون لازم یک:(necessary rule one)

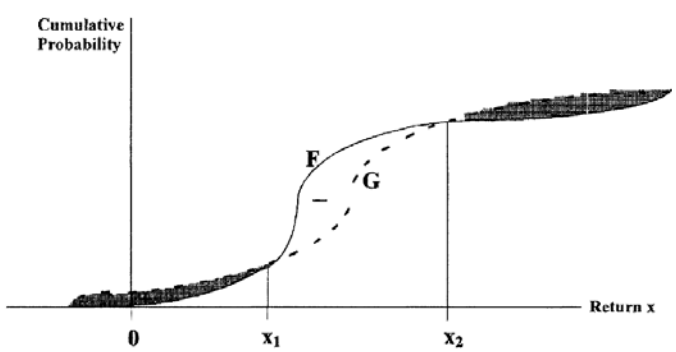
$$FD_1G \quad \Rightarrow \quad E_F(x) \geq E_G(x)$$

قانون لازم دوم:(necessary rule two)

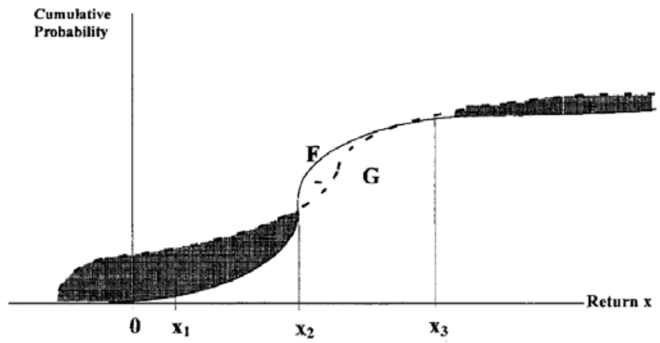
$$FD_1G \quad \Rightarrow \quad \overline{X}_{geo}(F) > \overline{X}_{geo}(G)$$

قانون لازم سوم:(necessary rule three)

$$Min_F(x) \geq Min_G(x)$$



در شکل بالا نه F و نه G بر یکدیگر مسلط نیستند



ولی در این شکل F بر G مسلط است.

۳-۲- روش تسلط تصادفی نوع سوم (**Third Degree Stochastic Dominant**)

همانطور که قبلاً ذکر کردیم مفروضات در تسلط تصادفی درجـه اول $(U' \geq 0)$ $U \in U_1$، در تسلط تصادفی درجه دوم $(U' \geq 0, U'' \leq 0)$ $U \in U_2$ و در تسلط تصادفی درجه سوم می باشد. قبل از بازگشت به قوانین در ابتدا علت منطقـی اقتـصادی جهـت اضـافه کـردن فرض $U''' \geq 0$ را تشریح میکنیم.مفروضات $U' \geq 0$ و $U'' \leq 0$ به راحتی قابل درک مـی باشند، $U' \geq 0$ یعنی سرمایه گذاران پول بیـشتر را بـه کمتـر تـرجیح مـی دهنـد و فـرض $U'' \leq 0$ یعنی در شرایط برابر سـرمایه گـذاران از ریـسک گریزاننـد در حـالی کـه فـرض $U''' \geq 0$ به چولگی توزیع بستگی دارد. پیروزی در بـازی لاتـاری دارای چـولگی مثبـت است یعنی احتمال دستیابی به پیروزی های بزرگ بسیار اندک است، از طـرف دیگـر یـک خانه بیمه شده دارای چولگی منفی است چون احتمال خرابی و آتـش سـوزی سـنگین آن بسیار کم است، در حقیقت شرکتهای بیمه چولگی منفی مـی فروشـند. در توزیـع متقـارن چولگی صفر می باشد.

فرض کنید $F(x)$ و $G(x)$ توزیع تجمعی دو سرمایه گذاری با توابع چگالی $f(x)$ و $g(x)$ می باشند سپس F بر G مسلط است در حالت درجه سوم اگر و فقط اگر دو شرط زیر برقرار باشد:

$$1)\quad I_3(x) = \int_a^x \int_a^z [G(t) - F(t)]\,dt\,dz \geq 0$$

$$2)\quad E_F(x) \geq E_G(x) \quad \text{or} \quad I_2(b) \geq 0$$

قانون کافی یک:(Sufficient rule one)

F بر G مسلط است اگر $Min_F(x) \geq Max_G(x)$

قانون کافی دوم:(Sufficient rule one)

F بر G مسلط است اگر $F(x) \leq G(x)$

قانون لازم یک:(necessary rule one)

$$FD_1G \quad \Rightarrow \quad E_F(x) \geq E_G(x)$$

قانون لازم دوم:(necessary rule two)

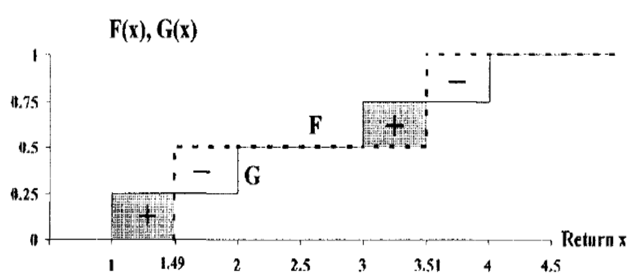
$$FD_1G \quad \Rightarrow \quad \overline{X}_{geo}(F) > \overline{X}_{geo}(G)$$

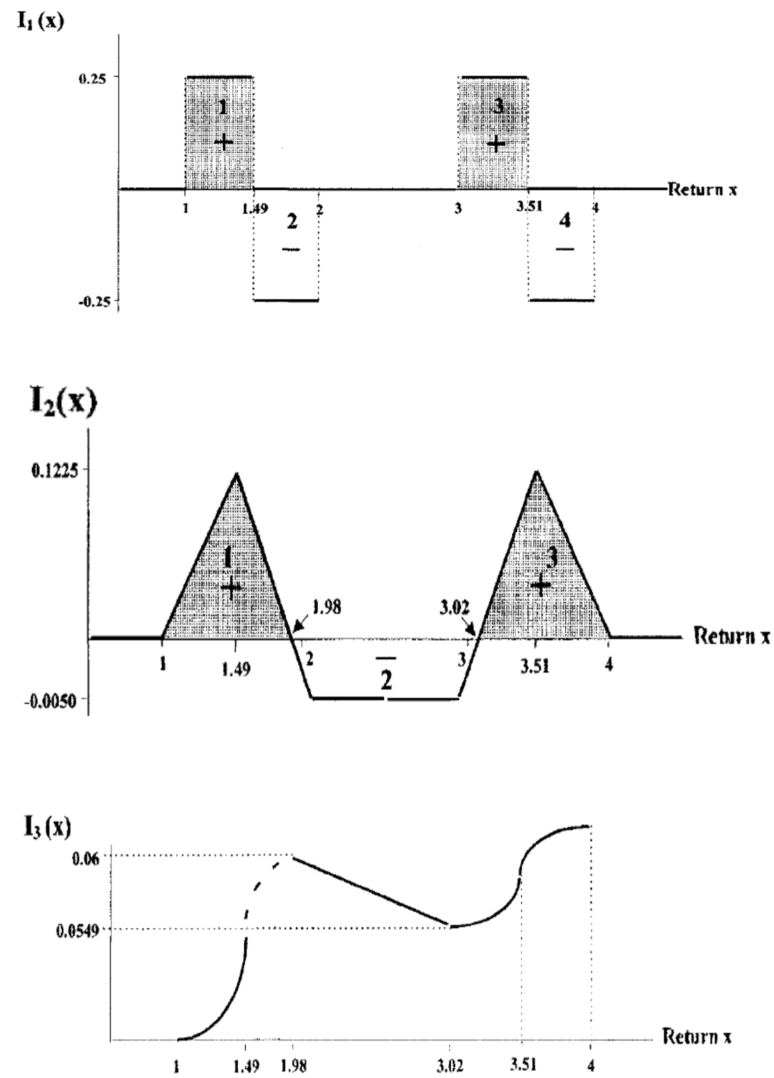
قانون لازم سوم:(necessary rule three)

$$Min_F(x) \geq Min_G(x)$$

در مثال زیر TSD را با میانگین برابر و چولگی صفر مشاهده خواهیم کرد.

	Investment F		Investment G	
	x	P(x)	x	P(x)
	1.49	1/2	1	1/4
	3.51	1/2	2	1/4
			3	1/4
			4	1/4
Expected value	2.5		2.5	
Variance	1.02		1.25	
Skewness	0		0	





همانطور که مشاهده می کنیم $I_3(x)\geq 0$ برای تمام x ها می باشد، در نتیجه FD_3G صدق می کند.

۳- الگوریتم های روش تسلط تصادفی

برای دستیابی به مجموعه های کارا که با قوانین تسلط تصادفی تطابق داشته باشد ما نیازمند شناسایی شکل دقیق توزیع های مختلف از طریق مقایسه هستیم. به طور مثال در روشSSD برای بررسی وجود تسلط تصادفی نیاز داریم که ناحیه ما بین توزیع ها را اندازه گیری کنیم، و برای این محاسبه نرخ بازده توزیع می بایست دقیقا شناسایی گردد. در عمل قواعد روش تسلط تصادفی در توزیع های تجربی به کار می رود. وقتیn مشاهده داشته باشیم یا همانn نرخ بازده سالانه یا ماهانه به هر یک احتمال 1/n را نسبت می دهیم و از این طریق در مورد سرمایه گذاری تصمیم گیری می کنیم که این روش می تواند به عنوان معیاری جهت سرمایه گذاری های آتی نیز استفاده گردد.

اولین الگوریتم FSD وSSD توسط هانوچ ولوی در ۱۹۶۹ ابداع گردید و الگوریتم TSD توسط لوی وکرول ارائه شد. همچنین پورتر، وارت و فرگوسن الگوریتم های را پیشنهاد نمودند که تعداد مقایسات را کاهش می دهد و کارائی این روش زمانی که تعداد زیادی پرتفوی با یکدیگر مقایسه می گردند کاملاً مشهود است.

۱-۳- الگوریتم تسلط تصادفی درجه اول

فرض کنید n مشاهده داریم (مانند n تا نرخ بازده سالانه) و نرخ بازده F و G بوسیله x و y نشان می دهیم در ابتدا مشاهدات x و y را ازکمترین به بیشترین ارزش مرتب می کنیم

$$x_1 \le x_2 \le \dots\dots\dots\dots \le x_n$$
$$y_1 \le y_2 \le \dots\dots\dots\dots \le y_n$$

به هر مشاهده احتمال وقوع 1/n رانسبت میدهیم (درصورتی که ۲ مشاهده شبیه به هم داشتیم یکی را پس از دیگری می نویسیم سپس احتمال 1/n را به آنها نسبت می دهیم) و الگوریتم FSD به صورت زیر بیان می شود:

F (یا x) تسلط دارد بر G (یا y) بوسیله FSD اگر و فقط اگر $x_i \ge y_i$ برای تمام $i=1,2,3,\dots\dots,n$ و حداقل یک عدم تساوی وجود داشته باشد. شایان ذکر است اگر

$x_i \geq y_i$ برای تمام $i \neq j$ ولی برای یک مشاهده j داشته باشیم $x_j < y_j$ سپس F و G یکدیگر را قطع می کنند و دراین صورت هیچگونه FSD وجود ندارد.

۲-۳- الگوریتم تسلط تصادفی درجه دوم

همانطور که در FSD داشتیم تمامی مشاهدات را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم و به هر مشاهده احتمال 1/n را نسبت می دهیم و سپس $X'_{i(i=1,2,\ldots,n)}$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$X'_1 = x_1$$
$$X'_2 = x_1 + x_2$$
$$\vdots$$
$$X'_n = \sum_{j=1}^{n} x_j$$

همچنین Y'_i نیز به همین صورت تعریف می شود.

الگوریتم SSD به این صورت تعریف می شود: F (یا x) مسلط است بر G (یا y) بوسیله SSD اگر و فقط اگر $X'_i \geq Y'_i$ و برای تمامی $i=1,2,\ldots\ldots n$ حداقل یک عدم تساوی وجود دارد.

در مثال زیر اگوریتم های FSD و SSD را به کار خواهیم برد و مشاهده خواهیم کرد که FSD وجود ندارد ولی SSD صدق می کند.

Year	x_i **(or F)**	y_i **(or G)**
1	5	9
2	10	10
3	2	-4

در قدم اول نرخ بازده را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم

Year	x_i (or F)	y_i (or G)
1	2	-4
2	5	9
3	10	10

در این مرحله X'_i و Y'_i را نیز محاسبه می کنیم

Year	X'_i	Y'_i
1	2	-4
2	7	5
3	17	15

همانطور که مشاهده می کنیم $x_i \geq y_i$ برای تمامی i ها صدق نمی‌کند $x_2 = 5 \leq y_2 = 9$ پس FSD وجود ندارد، درحالی که برای تمامی i ها $X'_i \geq Y'_i$ می باشد و حالت FD_2G را مشاهده می کنیم.

۳-۳- الگوریتم تسلط تصادفی درجه سوم

در وهله اول به نظر می رسد که می توان از تکنیکهای مشابه با FSD و SSD برای TSD نیز استفاده نمود ولی به خاطر دلایل زیر این کار امکان ندارد:

۱. برخلاف FSD و SSD در TSD ما نمی توانیم دو توزیع را صرفاً در نقاط پرش احتمال با یکدیگر مقایسه کنیم. به خاطر اینکه تفاوت در انتگرالFSD و SSD به صورت خطی است ولی تفاوت در انتگرال TSD خطی نیست به علاوه نقطه مورد نظر در TSD می تواند در میان بازه مد نظر باشد. اولین تحقیقات در این مورد توسط فیشبرن و ویکسون انجام پذیرفت.

۲. به کارگیری الگوریتم های FSD و SSD می تواند بر اساس توزیع تجمعی یا توزیع کوانتایل باشد درحالی که درTSD جایگزینی میان این دو اشتباه است و در این جا می توانیم صرفاً از تابع توزیع تجمعی استفاده کنیم.

برای پیاده سازی الگوریتم TSD ما نیازمند به کارگیری تعاریف زیر می باشیم:

$$F_2(x) = \int_{-\infty}^{x} F(t)dt$$

$$F_3(x) = \int_{-\infty}^{x} F_2(t)dt$$

برای دو دارائی با تابع توزیع F و G می‌گوییم F بر G مسلط است اگر برای تمامی $-\infty \le X \le +\infty$، $F_3(x) \le G_3(x)$ حداقل با یک عدم تساوی و $E_F(x) \ge E_G(x)$

فرض کنید نرخ بازده دو دارائی بوسیله F و G بیان شود که:

$$x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_{n-1} \le x_n \quad , \quad y_1 \le y_2 \le \ldots \le y_{n-1} \le y_n$$

و همچنین فرض کنید $z_1, z_2, \ldots, z_{2n}$ شبکه ای از x_i و y_j باشد. لذا خواهیم داشت:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < x_1 \\ \frac{1}{n} & x_1 \le x < x_2 \\ . & \\ . & \\ . & \\ . & \\ . & \\ \frac{n-1}{n} & x_{n-1} \le x < x_n \\ 1 & x_n \le x \end{cases}$$

$$F_2(x) = \int_{-\infty}^{x} F(t)dt = \begin{cases} 0 & x \le x_1 \\ \frac{1}{n}(x - x_1) & x_1 \le x \le x_2 \\ \frac{2}{n}x - \frac{1}{n}(x_1 + x_2) & x_2 \le x \le x_3 \\ . & \\ . & \\ . & \\ . & \\ \frac{k}{n}x - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{k} x_i\right) & x_k \le x \le x_{k+1} \\ . & \\ . & \\ x - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right) & x_n \le x \end{cases}$$

$$F_3(x)=\int F_2(t)dt=\begin{cases}0 & \text{for } x\le x_1\\ \frac{1}{2n}\left(x-x_1\right) & \text{for } x_1\le x\le x_2\\ F_3(x_k)+\int_{x_k}^{x}F_2(t)dt=F_3(x_k)+\frac{k}{2n}(x^2-x_k^2)-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{k}x_i\right)(x-x_k) & \text{for } x_k\le x\le x_{k+1}\quad k=2,...,n-1\\ F_3(x_n)+\int_{x_n}^{x}F_2(t)dt=F_3(x_n)+\frac{1}{2}(x^2-x_n^2)-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)(x-x_n) & \text{for } x_n\le x\end{cases}$$

به همین ترتیب G و G_2 و G_3 را برای توزیع دیگر تعریف می کنیم. از تعاریف بیان شده در الگوریتم TSD استفاده خواهیم کرد. برای هر K در بازه $\left[z_k,z_{k+1}\right]$ که $\left[z_k,z_{k+1}\right]\subseteq\left[x_i,x_{i+1}\right]$ و $\left[z_k,z_{k+1}\right]\subseteq\left[y_i,y_{i+1}\right]$ برای بعضی i ها و j ها. بنابراین می توان برای هر $z\in[z_k,z_{k+1}]$ را از $F_1(z)$ تعریف کرد به صورتی که $F_1(x)$ $\left[z_k,z_{k+1}\right]\subseteq\left[x_i,x_{i+1}\right]$ و به همین شکل $F_2(z)$ و $F_3(z)$ نیز تعریف میشوند.

$H(x)$ را به صورت $H(x)=G_3(x)-F_3(x)$ تعریف می کنیم.چون $F_3(x)$ و $G_3(x)$ هر دو سهمی هستند پس $H(x)$ هم سهمی درجه ۲ است. که می توان به صورت $H(x)=az^2+bz+c$ نوشته شود. ضرائب تابع سهمی را می توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$c=G_3(y_i)-\frac{j}{2n}y_j^2+\frac{1}{n}\left(\sum_{t=1}^{j}y_t\right)y_j-\left[F_3(x_i)-\frac{i}{2n}x_i^2+\frac{1}{n}\left(\sum_{t=1}^{i}x_t\right)x_i\right]$$

$$b=\frac{1}{n}\left(\sum_{t=1}^{i}x_t\right)-\frac{1}{n}\left(\sum_{t=1}^{j}y_t\right)$$

$$a=\frac{j=i}{2n}$$

بنابراین برای اطمینان از تسلط F بر G در شرایط TSD کافی است شرایط زیر احراز گردد:

۱. $E_F(x)\ge E_G(x)$

۲. $F_3(z)\le G_3(z)$ برای $z\in\left\{x_i,y_i:i=1,2,...,n\right\}$

۳. اگر برای بعضی k ها، $0 \geq H'(z_k) \equiv \left[G_2(z_k)\text{-}F_2(z_k)\right]$ و $0 \geq H'(z_{k+1}) \equiv \left[G_2(z_{k+1})\text{-}F_2(z_{k+1})\right]$ ما باید قبل از اظهار تسلط تصادفی نوع سوم، $H(\frac{-b}{2a}) \geq 0$ را نیز امتحان کنیم.

آزمون عملی الگوریتم های روش تسلط تصادفی

هدف از این بخش مقایسه ای عملی میان قوانین مختلف با تاکید بر اختلاف میان الگوریتم های درست و غلط TSD می باشد. داده هایی که دراین تحقیق استفاده شده نرخ بازده هفتگی، ماهانه و فصلی ۴۰ صندوق سرمایه گذاری مشترک در دوره ۲۰۰۱ تا ۲۰۰۶ می باشد. مجموعه های کارا بوسیله قواعد M-V ، SSD و TSD ایجاد می گردد. در ایجاد مجموعه های TSD هم از الگوریتم صحیح و هم از الگوریتم غلط که صرفاً انتگرال را در نقاط پرش احتمال محاسبه می کند، استفاده می شود.

داده های تطابق داده شده با ۴۰ صندوق سرمایه گذاری مشترک در این تحقیق موارد زیر را بررسی میکند:

۱. اندازه نسبی مجموعه کارای TSD صحیح و TSD غلط
۲. اثر بخشی نسبی قوانین SSD و TSD در کاهش سایز مجموعه های کارا
۳. قدرت نسبی روش های M-V و SSD
۴. مقایسه مجموعه های کارا بوسیله تغییر بازه زمانی

در جدول زیر درصد مجموعه های کارای ۴۰ صندوق سرمایه گذاری مشترک در الگوریتم های مختلف ارائه شده است.

	M-V	SSD	TSD	TSD(wrong algorithm)
Weekly	22%	33%	26%	4%
Monthly	25%	29%	24%	6%
Quarterly	32%	36%	23%	9%

بر اساس بررسی جدول بالا نتایج زیر حاصل می شود:

مجموعه های کارای کمتری ازنتایج الگوریتم غلط TSD نسبت به نتایج الگوریتم صحیح آن حاصل می گردد. به طور مثال بر اساس داده های هفتگی مجموعه کارا با الگوریتم صحیح TSD ۲۶٪ از جمعیت را در بر می گیرد در حالی که الگوریتم غلط تنها ۴٪ از جمعیت را تحت پوشش قرار می دهد. اختلاف این دو مجموعه در بازه های زمانی بزرگتر قابل توجه است: ماهانه ۶٪ در مقابل ۲۴٪ فصلی و ۹٪ در مقابل ۲۳٪. بنابراین تصحیح الگوریتم تاثیر شایان در اندازه مجموعه کارا خواهد داشت. همچنین اندازه مجموعه کارای TSD برابر یا کوچکتر ازSSD می باشدکه شاید علت آن فرض ریسک گریزی یا اضافه کردن فرض $U'''\geq 0$ است. در بررسی فصلی اضافه کردن فرض $U'''\geq 0$ درصد مذکور را از ۳۶٪ به ۲۳٪ کاهش می دهد. در صورت نرمال بودن توزیع نتایج M-V و SSD باید یکسان باشد ولی چون داده ها واقعی هستند نتایج اختلاف دارند. شایان ذکر است در صورت نرمال نبودن توزیع قوانین M-V با تابع مطلوبیت هماهنگ نبوده و روش SSD بر M-V ارجحیت دارد. آخرین نتیجه این که مجموعه کارا از طول زمان سرمایه گذاری متاثر است یعنی ممکن است پرتفوی یک سرمایه گذار در طول بازه زمانی یک هفته ای غیر کارا باشد ولی همان پرتفوی در بازه ای بزرگتر کارا محسوب گردد

نتیجه گیری

قواعد روش تسلط تصادفی جایگزینی برای روش میانگین-واریانس نمی باشد بلکه می تواند به عنوان آلترناتیو عمل کند یعنی به عنوان مکمل نه جایگزین. به هر حال در مواردی مانند پزشکی، کشاورزی، آمار و ... که ساختار پرتفوی و مفروضات مرتبط با با توزیع بازده اهمیت ندارد استفاده از پارادایم تسلط تصادفی ارجحیت دارد. . همچنین در سال ۲۰۰۲ لشنو و لوی پارادوکس هایی در روش تسلط تصادفی یافتند، در حقیقت آنها روش تسلط تصادفی تقریبی را برای حل این پارادوکس ها ارائه کردند.

هدف و انگیزه نگارنده از انتخاب موضوع پژوهش حاضر، کاوش و تحقیق در مورد ارائه شیوه جدید(SD) در ارزیابی اثر بخشی پرتفوی در مقایسه با روش میانگین واریانس می باشد تا این تحقیق چه از لحاظ تئوریک و چه از لحاظ کاربردی بتواند راه گشائی برای دانش پژوهان باشد. شایان ذکر است، تاکنون هیچ گونه مطالعات و تحقیقات کاربردی در

مورد بررسی اثربخشی پرتفوی از طریق روش تسلط تصادفی در بورس اوراق بهادار ایـران صورت نپذیرفته است. نتایج مطالعه نشان می دهد که روش تسلط تصادفی، برای ارزیـابی کارائی پرتفوی بهینه، از توان بالایی برخوردار بوده و می توان از این روش جهـت توسـعه مدل های سنجش کارائی پرتفوی نیز استفاده نمود .

تعریف واژه‌ها و اصطلاحات فنی و تخصصی:

روش میانگین-واریانس (Mean-Variance):

این روش توسط مارکویتز ابداع شد. او معتقد بود که سرمایه گذاران بین ریسک و بازده معامله می کنند. در این روش برای بررسی بازده و ریسک از میانگین و واریانس استفاده می شود. بعضی ها به اشتباه فکر میکنند که نرمال بودن بازده سهام یکی از مفروضات این روش می باشد، در حالی که این روش با دو رویکرد زیر همخوانی دارد:

۱. حداکثر کردن تابع مطلوبیت با توجه به بعضی مفروضات

۲..بازده سهام دارای توزیعی نرمال می باشد.

مارکویتز معتقد است، سرمایه گذارن در انتخاب پرتفوهایی با بازده یکسان ، پرتفویی که واریانس(ریسک) کمتری دارد را انتخاب میکنند.

مرز کارا (Efficient Frontier):

مجموعه پرتفوی های بهینه روش میانگین-واریانس با بازده های مورد انتظار متفاوت مرز کارا راتشکیل می دهند.

روش تسلط تصادفی (Stochastic Dominance):

همانطور که می دانیم شکل تابع مطلوبیت بر اساس خصوصیات ترجیحات سرمایه گذاران شکل میگیرد. فرض کنید پرتفوی های x و y وجود دارند، و تمام سرمایه گذاران از طبقه مشخص پرتفوی y را به x ترجیح نمی دهند، این به این معنی است که توزیع احتمال این دو پرتفوی با یکدیگر متفاوت است و بستگی به تابع مطلوبیت آنها ندارد. تنها رابطه تابع توزیع احتمال پرتفوی x و y تعیین میکند که پرتفوی x بر y مسلط است یا

خیر. این مسئله روشن می کند که خصوصیات روش تسلط تصادفی صرفا از تابع توزیع تجمعی x و y ناشی می شود. به همین خاطر ما قادریم با در نظر گرفتن تابع توزیع x و y تشخیص دهیم که کدامیک بردیگری ترجیح دارد.

ریسک گریزی (Risk Averse):

مفهومی است در اقتصاد، مالی و روانشناسی و به رفتار سرمایه گذار در شرایط عدم قطعیت بستگی دارد. در حقیقت اکراه شخص از قبول معامله با عدم قطعیت در مقابل معامله ای با قطعیت بیشتر.

موقعیت بدون ریسک (Risk less Position)

موقعیتی که در آن خروجی های مالی با قطعیت (با احتمال ۱) مشخص باشند.

دارائی بدون ریسک (Risk less Asset)

خروجی های مالی آتی تنها یک مقدار مشخص با احتمال ۱ دارند.

دارائی ریسکی

دارائی مالی که درآن بیشتر از یک مقدار مشخص مورد انتظار باشد

چولگی

گشتاور مرکزی سوم می باشد که به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mu_3=\sum_{i=1}^{n} P_i(x_i-E(x))^3 \qquad \text{or} \qquad \mu_3=\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)\big(x-E(x)\big)^3\,dx$$

References:

1. Hanoch, G. and H. Levy, "The Efficiency Analysis of Choices Involving Risk," *Review of Economic Studies*, 36, 1969, pp. 335-346.
2. Tesfatsion, L., "Stochastic Dominance and the Maximization of Expected Utility," *Review of Economic Studies*, 43, 1976, pp. 301-15.
3. J. Hadar and W. R. Russell, "Rules for Ordering Uncertain Prospects," Amer. Econ. Rev., Mar. 1969, 49, 25-34.
4. H. Levy and G. Hanoch, (1970a) "Relative Effectiveness of Efficiency Criteria for Portfolio Selection," J. Finance Quant. Anal., Mar. 1970, 5, 63-76
5. Levy, H., and Hanoch, G., "Relative Effectiveness of Efficiency Criteria for Portfolio
6. Selection," Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1970.
7. Levy, H., and Kroll, Y., "Efficiency Analysis with Borrowing and Lending: Criteria and their Effectiveness," Review of Economics and Statistics, 1979.
8. Porter, R.B., Wart, J.R., and Ferguson, D.L., "Efficient Algorithms for Conducting Stochastic Dominance Tests on a Large Number of Portfolios," Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1973.
9. Porter, R.B., J.R. Wart, and D.L. Ferguson, "Efficient algorithms for conducting stochastic dominance tests on a large number of portfolios," Journal of Financial and Quantitative Analysis,.
10. Levy, H., and Y. Kroll, "Efficiency analysis with borrowing and lending criteria and their effectiveness," *Review of Economics and Statistics*, 1979, 61:25-30.
11. Levy, H., *Stochastic Dominance*, Kluwer Academic Press, Boston, 1998.
12. Ng, M.C, "A remark on third stochastic dominance," *Management Science*, 46, 2000, pp. 870-873.
13. Haim Levy ,"STOCHASTIC DOMINANCE Investment Decision Making under Uncertainty" Second Edition