دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال چهارم، شماره شانزدهم، زمستان ۱۳۹۷
شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸X

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

پژوهش‌های نوین در ریاضی

مشخصه‌های پارامتری تأثیر متقابل فناوری‌ها و نقش معیاری تراوش فناوری

همایون روحیان *

استادیار گروه ریاضی، دانشگاه جامع علمی کاربردی، تهران، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۹۶/۱۰/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۷/۰۶/۱۰

چکیده

چگونگی تأثیر متقابل فناوری‌ها به استناد الگوی ریاضی و نمایش پارامتری آن‌ها سؤالی اساسی است که در این مقاله به آن پرداخته می‌شود. فناوری‌ها در کنار یکدیگر قرار گرفته تأثیرگذار و تأثیرپذیر خواهند بود. این تأثیرات در زمینه‌های مختلف به ویژه مهندسی و مدیریت و کاربردهای آن در صنعت، خدمات و اقتصاد کاملاً مشهود است. بنابراین چنان که همچون دیگر زمینه‌های مطالعاتی کنش و واکنش مطرح شده به زبان ریاضی و منطق ارائه گردد در جهت توسعه ابزارهای کمی‌سازی فناوری‌ها از اهمیت ویژه برخوردار خواهد بود [۲].

واژه‌های کلیدی: نمایش پارامتری فناوری، معیار تراوش فناوری، ماتریس تغییرات فناوری، عمل تأثیر فناوری " * " .

*. عهده‌دار مکاتبات: Email: Roohian_homa@yahoo.com

مقدمه

پیش از این نمایش پارامتری فناوری و شکل تابعی آن به طور عام مورد بررسی قرار گرفت [۵]. این مهم با $T = f(x_1, x_2 \dots, x_n)$ و روابطی به فرم جزئی بیش‌تر و یا شکل اختصاری $T = f(x)$ که در آن x می‌تواند پارامتری متشکل از پارامترهای دیگر مفروض و شناخته شده باشد، ادامه یافت. همچنین ویژگی مهم و استثناناپذیر فناوری‌ها یعنی دائماً در تغییر بودن آن‌ها ما را به نمایش جدیدی از بررسی تغییرات فناوری متفاوت از منحنی رشد در قالب ماتریس تغییرات فناوری سوق داده و به عنوان نتیجه‌ای کاربردی از آن تراوش فناوری پاسخ و معیار قابل تأملی از میزان تغییرات فناوری است که ظهور شکل جدیدی از فناوری را در گرو معیار عددی حاصل از ماتریس تغییرات فناوری مشتمل بر نسبت تغییرات فناوری ارائه می‌نماید [۱] و [۵].

نتایج اصلی

فناوری‌های $T_1 = f_1(x)$ و $T_2 = f_2(x)$ را در نظر گرفته، در نتیجه مجاورت اثرگذاری آن‌ها بر هم غیر قابل انکار بوده و تعابیر مختلفی می‌تواند داشته باشد. مصادیق عینی این موضوع در حوزه‌های مختلف بیش از هر استدلالی بیان این تأثیر را با الگوی منطقی توجیه می‌نماید [۴]. به سادگی می‌توان نشان داد که مجاورت فناوری‌ها در کنار یکدیگر را نمی‌توان هم‌افزایی و جمع معمولی آن‌ها در نظر گرفت و دیگر اعمال جبری مقدماتی نیز برای فناوری‌ها قابل پیاده‌سازی و بازتعریف نمی‌باشد، ولی این تأثیر و تأثیرپذیری، عمل و عکس‌العمل بین فناوری‌ها وجود دارد و واضح است که هدف اصلی بایستی ارائه الگوی این تأثیر و یا برآوردی عام از آن باشد، به نحوی که بتواند همچون سایر نمایش‌های پارامتری ضمن ارائه یک ساختار منطقی مطالعه تأثیر فناوری‌ها را قابل کمی‌سازی و محاسبه نماید.

توجه می‌کنیم اگر اعمال و روابط روی مجموعه‌ها را به عنوان ابزاری برای نمایش قرار گرفتن فناوری‌ها و مجموعه مقادیر آن‌ها در کنار یکدیگر در نظر بگیریم، در این صورت تنوع و قابلیت‌های ساختاری این اعمال نظیر اجتماع و اشتراک در سطح مقادیر عددی و قرار گرفتن در مجاورت یکدیگر راهکار و پاسخ ارائه شده منطقی و در حد مفهومی قابل قبول از تشکیل مجموعه مقادیر فناوری‌ها است ولی دستاورد جدیدی از عمل آن‌ها بر یکدیگر ارائه نمی‌نماید. به عبارت دیگر هم چنان عمل بین فناوری‌ها و تأثیرات فناوری‌ها بر هم مورد سؤال می‌باشد.

جمع‌پذیری

فرض کنید f_1 و f_2 نمایش تابعی از فناوری‌های T_1 و T_2 باشند، در این صورت جمع آن‌ها را با نماد $T_1 + T_2$ نمایش داده و داریم:

$$T_1 + T_2 = f_1(x) + f_2(x)$$

و در قالب تعریف کلی جمع توابع بایستی داشته باشیم:

$$f_1(x) + f_2(x) = (f_1 + f_2)(x)$$

حال آن که اگر متغیرهای این توابع و به عبارت دیگر دامنه آن‌ها مشترک نباشد، این تعبیر صحیح نخواهد بود. همچنین اگر هر یک از این فناوری‌ها تهدیدی از یکی روی زیر دامنه دیگری باشد، مجدداً جمع‌پذیری با خواص کلی جمع متناقض است. در شرایط بدیهی اگر $T = T_1 = T_2$ باشد، داریم:

$$T_1 + T_2 = T + T = f(x) + f(x) = 2f(x)$$

که با اصل وجودی فناوری‌ها در تناقض است، یعنی این که ضریب ثابت در فناوری تغییری در ماهیت وجودی فناوری به وجود نمی‌آورد و بایستی با خود f برابر باشد، هر چند دو فناوری یکسان نیز بر هم مؤثر می‌باشند. بنابراین عمل فناوری‌ها بر یکدیگر بایستی متفاوت از جمع آن‌ها باشد.

توضیح: برای فناوری‌ها تفاضل و یا نسبت آن‌ها نیز هر یک به نحوی قابل تعبیر است ولی با فرم متعارف و کلی اعمال جبری توابع در تناقض خواهد بود. بنابراین سؤال تأثیر فناوری‌ها بر یکدیگر وجود داشته و ظرفیت تعبیرهای آن همچنان باقی است.

مثال: اگر برای تعریف عمل بین فناوری‌ها، تفاضل را پیرامون فناوری‌های مفروض را یکسان در نظر بگیریم، حاصل تأثیر آن‌ها به معنای خروج فناوری از سیستم تعبیر می‌شود یعنی مجموعه فاقد فناوری است که با شکل شهودی آن نیز همخوانی دارد، اما به طور کلی تفاضل بایستی به نوعی با تعبیر کلی جمع همخوانی داشته باشد که برای جمع نیز نتیجه‌ای حاصل نگردید.

ترکیب‌پذیری

ترکیب فناوری‌ها که ذاتاً امری نوآورانه، سودآور و به وجودآورنده پتانسیل جدید در سیستم می‌باشد، نمی‌تواند با تعبیر کلی و متعارف ترکیب توابع در نظر گرفته شود. زیرا برای T_1 و T_2 مفروض بایستی داشته باشیم:

$$T_1 o T_2 = f_1 o f_2(x) = f_1(f_2(x_1)) \\ = \dots ?!$$

حال آن که f_i ها صرفاً توابعی چند متغیره با مقادیر حقیقی هستند و مجموعه مقادیر f_2 می‌تواند به صورت عام در مجموعه دامنه (چند متغیره) تابع f_1 نباشد و حتی در عادی‌ترین شرایط این امر تحقق نمی‌یابد. اما سوال چگونگی تأثیرپذیری فناوری‌ها همچنان باقی است.

عمل تأثیر فناوری" * "

تعریف: فرض کنید T_1 و T_2 دو فناوری دلخواه با نمایش پارامتری به ترتیب f_1 و f_2 و ماتریس تغییرات فناوری A_{T_1} و A_{T_2} باشند، در این صورت بین فناوری‌ها عمل " * " را در نظر گرفته و $T_1 * T_2$ را نماد عمل تأثیر فناوری T_1 روی T_2 مفروض داشته و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$T_1 * T_2 = A_{T_1} . A_{T_2} \qquad (۱)$$

توجه می‌کنیم که تأثیر T_1 بر T_2 با $T_2 * T_1$ الزاماً یکسان نیست. همچنین ماتریس‌های تغییرات فناوری A_{T_1} و A_{T_2} ممکن است هم‌اندازه و یا مربعی نباشند که در این صورت ماتریس‌های متناظر امکان بررسی و انجام محاسبه مربوط به عمل تأثیر تعریف شده را فراهم می‌سازند [۵]. به علاوه چنان که اشاره شد فناوری‌ها همواره به صورت ساختاری و مفهومی در حال تغییر هستند به طوری که به استناد منحنی رشد فناوری، بقای هر یک منوط و مشروط به تغییر است و لذا تغییر فناوری‌ها پیوست و ضمیمه عمل تعریف شده " * " در نظر گرفته شده است، به نحوی که تغییرات پارامتری همزمان یک فناوری را با فناوری دیگر لحاظ نموده، حالت‌های مختلف از نسبت تغییرات پارامتری توأم آن‌ها را در قالب حاصل‌جمع‌هایی به شکل زیر به عنوان درایه ij ام از ماتریس حاصل‌ضرب (۱) معرفی می‌نماید:

$$\sum_k \frac{\Delta x_i}{\Delta y_k} . \frac{\Delta z_k}{\Delta w_j} \qquad (۲)$$

نمونه ۱: فرض کنید T فناوری دلخواهی با نمایش پارامتری f به فرم $T = f(x_1, x_2, \dots\dots, x_n)$ و ماتریس تغییرات فناوری $A_T = (\frac{\partial x_i}{\partial y_j})$ باشد، در این صورت تأثیر T بر روی خودش به صورت $T * T$ قابل نمایش بوده و به فرم کلی زیر مشخص می‌گردد:

$$T * T = \left(\frac{\partial x_i}{\partial y_j}\right)\left(\frac{\partial x_i}{\partial y_j}\right)$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_k \frac{\partial x_1}{\partial y_k} . \frac{\partial x_k}{\partial y_1} & \cdots & \sum_k \frac{\partial x_1}{\partial y_k} . \frac{\partial x_k}{\partial y_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_k \frac{\partial x_n}{\partial y_k} . \frac{\partial x_k}{\partial y_1} & \cdots & \sum_k \frac{\partial x_n}{\partial y_k} . \frac{\partial x_k}{\partial y_n} \end{pmatrix}$$

توجه می‌کنیم که تأثیر فناوری T بر خودش با احتساب همه حالت‌های مختلف از نسبت‌های تغییر پارامتری لحاظ گردیده، به طوری که همزمان بررسی و میزان نسبت تغییرات x_i نسبت به y_k را در A_T در مقایسه با نسبت تغییرات پارامتری x_k نسبت به y_j در کلیه حالات به همراه دارد.

به منظور شرح دست‌آورد حاصل از این معرفی کافی است یکی از جمعوندهای حاصل‌جمع کلی (۲) را در نظر بگیریم. برای نمونه فرم عمومی ارائه شده را در نمونه خاص $T * T$ به شکل $\frac{\partial x_i}{\partial y_k} . \frac{\partial x_k}{\partial y_j}$ در نظر بگیرید. این فاکتور به طور همزمان میزان تغییرات ممکن هر پارامتر x_i از فناوری را نسبت به پارامتر y_k برای هر k را در

کنار میزان تغییرات هر پارامتر x_k از همان فناوری را نسبت به هر پارامتر y_j لحاظ نموده و به طور کمی این حاصل‌ضرب را به عنوان امکان متفاوتی از میزان تغییرات برای پارامترهای فناوری T بر روی خودش برآورد می‌نماید. i و j تغییر می‌کنند و اندیس k مجموع تغییرات ممکن را در هر یک از درایه‌های ماتریس حاصل‌ضرب به شکل کلی (۱) قابل ارائه می‌نماید.

نمونه ۲: فناوری‌های T_1 و T_2 با پارامترهای مختصر، محدود و مشابه به شرح ماتریس‌های تغییرات فناوری A_{T_1} و A_{T_2} به فرم زیر را در نظر بگیرید:

$$A_{T_1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1} & \frac{\partial x_1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial y_1} & \frac{\partial x_2}{\partial y_2} \end{pmatrix}$$

$$A_{T_2} = \begin{pmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial y_1} & \frac{\partial z_1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial z_2}{\partial y_1} & \frac{\partial z_2}{\partial y_2} \end{pmatrix}$$

در این صورت اثر T_1 بر T_2 به فرم زیر به دست می‌آید:

$$T_1 * T_2 = A_{T_1}.A_{T_2}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1} & \frac{\partial x_1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial y_1} & \frac{\partial x_2}{\partial y_2} \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} \frac{\partial z_1}{\partial y_1} & \frac{\partial z_1}{\partial y_2} \\ \frac{\partial z_2}{\partial y_1} & \frac{\partial z_2}{\partial y_2} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial y_1}.\frac{\partial z_1}{\partial y_1} + \frac{\partial x_1}{\partial y_2}.\frac{\partial z_2}{\partial y_1} & \frac{\partial x_1}{\partial y_1}.\frac{\partial z_1}{\partial y_2} + \frac{\partial x_1}{\partial y_2}.\frac{\partial z_2}{\partial y_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial y_2}.\frac{\partial z_1}{\partial y_1} + \frac{\partial x_2}{\partial y_2}.\frac{\partial z_2}{\partial y_1} & \frac{\partial x_2}{\partial y_1}.\frac{\partial z_2}{\partial 2} + \frac{\partial x_2}{\partial y_2}.\frac{\partial z_2}{\partial y_2} \end{pmatrix}$$

توجه می‌کنیم که در این‌جا متفاوت از نمونه قبل به اختصار نشان داده می‌شود که از تأثیر دو فناوری مختلف با پارامترهای محدود بر یکدیگر چگونه نسبت تغییرات هر یک از فناوری‌ها (برای نمونه T_1) با لحاظ پارامترهای مفروض "y_1 و y_2" یعنی $\frac{\partial \mathrm{T}_1}{\partial \mathrm{y}_1}$ و $\frac{\partial \mathrm{T}_1}{\partial \mathrm{y}_2}$ و به تفصیل $\frac{\partial x_1}{\partial \mathrm{y}_1}$ و $\frac{\partial x_1}{\partial \mathrm{y}_2}$ و $\frac{\partial x_2}{\partial \mathrm{y}_1}$ و $\frac{\partial x_2}{\partial \mathrm{y}_2}$ با نسبت تغییرات پارامتری فناوری T_2 به مقایسه گذاشته و مقادیر آن‌ها قابل محاسبه می‌باشد. این نمایش به طور همزمان تغییرات فناوری T_1 را در کنار تغییرات متناظر از فناوری T_2 به نمایش می‌گذارد.

به وضوح مصادیق و موارد مشابه و متنوع دیگری از نمایش تأثیر متقابل فناوری‌ها بر یکدیگر می‌توان مطرح نمود که هر یک ضمن ارائه خروجی‌های متفاوت از عمل تعریف شده بین فناوری‌ها به قابلیت پیاده‌سازی و به کارگیری تأثیر ترسیم شده اشاره دارد.

ساختاردهی فناورانه " * " و تراوش فناوری T

مجاورت فناوری‌ها سبب تلفیق آن‌ها و تأثیرپذیری از یکدیگر می‌گردد و الگوی ریاضی این تأثیر سوال اصلی و عمل تعریف شده " * " جواب منطقی قابل ارائه به آن را تشکیل می‌دهد. در این‌جا می‌خواهیم بررسی موضوع را به ترتیبی دیگر مورد توجه قرار دهیم.

تا بدین‌جا محصول عمل " * " روی مجموعه فناوری‌های T_1 و T_2 عبارت بود از شکلی از ماتریس تغییرات فناوری که به لحاظ ساختاری با ماتریس تغییرات فناوری T_1 و T_2 متفاوت است. توجه می‌کنیم که ترکیب فعلی یعنی حاصل ضرب ماتریس‌های تغییرات فناوری تعریف شده به عنوان عمل فناوری‌ها بر یکدیگر هر چند غیرعادی، نیز قالب نسبت تغییرات پارامتری داشته به طوری که آن را ماتریس تغییرات فناورانه حاصل از تأثیر T_1 روی T_2 در نظر گرفته و با $A_{T_1 * T_2}$ نمایش می‌دهیم. بدین‌ترتیب با دو جهت‌دهی کلی که در ادامه آورده می‌شود عمل " * " در ایجاد ساختار پارامتری و تکمیلی فناوری‌ها و تبیین وضعیت تأثیر متقابل آن‌ها ایفای نقش معیاری خواهد داشت.

اول این که مستثنی از جنبه مفهومی عمل " * " و جایگاه منطقی آن کاربرد و ره‌آورد مورد انتظار، مرور موقعیت به وجود آمده را از نگاه دیگر (زمینه‌های جدید و روزآمد) ضروری می‌نماید. یادآوری می‌کنیم تراوش فناوری به عنوان شکل جدیدی از فناوری که با میزبانی و دهندگی شرکت‌های فناورانه (به ویژه در تجارت مستقیم خارجی) با لحاظ فاکتورهایی نظیر فاصله جغرافیایی، جابجایی نیروی انسانی، آموزش، میزان تناسب فناوری‌ها (و یا عدم تناسب آن‌ها) شکل می‌گیرند همگی آمیختگی

و تلفیق فناوری‌ها را به همراه دارند [۳]. پیش از این ظهور فناوری جدید (تراوش) را به استناد میزان تغییرات فناوری بومی (داخلی-غیرتلفیقی) به بحث گذاشته و دستیابی به معیار و شاخص‌های مربوط به آن در چنین شرایطی محقق گردید که به عنوان یک اصل پذیرفته شده است [۵]. اما چنان که می‌دانیم شکل جدید فناوری خاستگاه و ضروریاتی خواهد داشت که ریشه در دهندگی و میزبانی شرکت‌ها و مجاورت فناوری‌ها دارد و عمل " * " بررسی پارامتری آن را فراهم می‌آورد. بنابراین تشخیص و بررسی درست تأثیر فناوری‌ها بر روی یکدیگر بررسی و تشخیص درست تراوش‌های فناوری را به دنبال خواهد داشت.

دوم این که قابلیت برقراری ارتباط منطقی و پارامتری بین فناوری‌ها و تأثیر متقابل آن‌ها، همچنین معیار تراوش فناوری حاصل از این تأثیر اعتبار، اصالت و کاربردی بودن الگوهای ریاضی (پارامتری) مطرح شده را مشخص می‌نماید. توجه می‌کنیم که رابطه کیفی و توصیفی این دو مقوله و تراوش برای فناوری‌ها که در قسمت اول مطرح شد می‌توانست الزاماً به رابطه کمی و محاسباتی آن‌ها به وسیله عمل " * " منجر نشود. در ادامه بیش‌تر چگونگی این رابطه کمی را به بحث می‌گذاریم:

رابطه $(\boldsymbol{T},*)$ و $\boldsymbol{C(S)}$

در این بخش به بیان پاره‌ای از روابط منطقی بین فناوری‌ها تحت عمل تأثیر " * " خواهیم پرداخت. توجه می‌کنیم که برای $(\boldsymbol{T},*)$ نمایش عمل " * " روی خانواده فناوری‌ها طبق تعریف داریم:

$$*(T_1,T_2)=T_1*T_2=A_{T_1}.A_{T_2}=A_{T_1*T_2}$$

و چنان که می‌دانیم ماتریس حاصل شکلی از تغییرات پارامتری فناوری ارائه می‌نماید که نتیجه تلفیق فناوری‌های پایه T_1 و T_2 بوده و نمایش تغییرات فناورانه حاصل از این مجاورت تلقی می‌گردد. به عبارت دیگر رویکردی از فناوری است که ماتریس تغییرات آن $A_{T_1*T_2}$ می‌باشد.

در این شرایط حداقل برآوردی که از این تلفیق و مجاورت فناورانه به عنوان دستاورد جدید به عمل می‌آید شکل جدید فناوری و یا ظهور تراوش فناوری است. به عبارت دیگر برآوردی از $S(T)$ خواهیم داشت وقتی که T شکل جدید فناوری حاصل از عمل T_1 بر T_2 می‌باشد. بدین ترتیب $C(S)$ معیار تراوش فناوری در قالب زیر ارائه می‌گردد [۵]:

$$\begin{aligned}C(S)=C\big(S(T)\big)&=|detA_T|\\&=\left|detA_{T_1*T_2}\right|\\&=\left|detA_{T_1}.A_{T_2}\right|\\&=\left|detA_{T_1}\right|\left|detA_{T_2}\right|\\&=C\big(S(T_1)\big).C\big(S(T_2)\big)\end{aligned}$$

بنابراین معیار تراوش فناوری حاصل از عمل T_1 روی T_2 برابر است با حاصل ضرب معیارهای تراوش فناوری T_1 در T_2.

قضیه: برای فناوری‌های مفروض T_1 و T_2 معیار تراوش فناوری عمل T_1 روی T_2 عبارت است از حاصل ضرب معیار تراوش فناوری T_1 در معیار تراوش فناوری T_2.

اثبات: در بالا آورده شده است.

توضیح: توجه می‌کنیم که عمل T_1 روی T_2 با عمل T_2 بر T_1 متفاوت است ولی به عنوان نتیجه‌ای از قضیه بالا می‌توان نشان داد معیار تراوش فناوری برای هر دو یکسان است.

نتیجه: معیار تراوش فناوری تأثیر T_1 روی T_2 با معیار تراوش فناوری تأثیر T_2 روی T_1 برابر است.

اثبات:

$$C\big(S(T_1*T_2)\big)=\left|detA_{T_1*T_2}\right|=\left|detA_{T_1}.A_{T_2}\right|=C\big(S(T_1)\big)C\big(S(T_2)\big) \quad (۱)$$

$$C\big(S(T_2*T_1)\big)=\left|detA_{T_2*T_1}\right|=\left|detA_{T_2}.A_{T_1}\right|=C\big(S(T_2)\big)C\big(S(T_1)\big) \quad (۲)$$

و (۱) و (۲) به لحاظ مقادیر عددی یکسان و برابر هستند.

قضیه: تأثیر فناوری T_1 روی فناوری T_2 تعریف شده با عمل " * " و ماتریس‌های تغییرات فناوری به ترتیب:

$$A_{T_1}=\left(\frac{\partial x_i}{\partial y_j}\right)_{1\leqslant i,j\leqslant n} \quad \text{و} \quad A_{T_2}=\left(\frac{\partial z_l}{\partial t_k}\right)_{1\leqslant l,k\leqslant n}$$

عبارت است از ماتریس تغییرات پارامتری $\left(\frac{\partial x_i}{\partial t_k}\right)_{1\leqslant i,k\leqslant n}$ با ضریب اسکالر $\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial z_i}{\partial y_i}$.

اثبات: بنابر تعریف عمل " $*$ " داریم:

$$T_1 * T_2 = A_{T_1}.A_{T_2} = \left(\frac{\partial x_i}{\partial y_j}\right)_{1\leqslant i,j\leqslant n}.\left(\frac{\partial z_l}{\partial t_k}\right)_{1\leqslant l,k\leqslant n} = \begin{pmatrix} \sum_j \frac{\partial x_1}{\partial y_j}.\frac{\partial z_j}{\partial t_1} & \cdots & \sum_j \frac{\partial x_1}{\partial y_j}.\frac{\partial z_j}{\partial t_n} \\ \cdots & \sum_j \frac{\partial x_i}{\partial y_j}.\frac{\partial z_j}{\partial t_k} & \cdots \\ \sum_j \frac{\partial x_n}{\partial y_j}.\frac{\partial z_j}{\partial t_1} & \cdots & \sum_j \frac{\partial x_n}{\partial y_j}.\frac{\partial z_j}{\partial t_n} \end{pmatrix}_{n\times n} \quad (۳)$$

برای نمونه در تشریح درایه‌های ماتریس تغییرات پارامتری فوق برای درایه سطر و ستون اول داریم:

$$\sum_j \frac{\partial x_1}{\partial y_j}.\frac{\partial z_j}{\partial t_1} = \frac{\partial x_1}{\partial y_1}.\frac{\partial z_1}{\partial t_1} + \frac{\partial x_1}{\partial y_2}.\frac{\partial z_2}{\partial t_1} + \cdots + \frac{\partial x_1}{\partial y_n}.\frac{\partial z_n}{\partial t_1}$$

به همین ترتیب برای درایه سطر iام و ستون kام داریم:

$$\sum_j \frac{\partial x_i}{\partial y_j}.\frac{\partial z_j}{\partial t_k} = \frac{\partial x_i}{\partial y_1}.\frac{\partial z_1}{\partial t_k} + \frac{\partial x_i}{\partial y_2}.\frac{\partial z_2}{\partial t_k} + \cdots + \frac{\partial x_i}{\partial y_n}.\frac{\partial z_n}{\partial t_k} \quad (۴)$$

از سوی دیگر با توجه به قالب عددی ماتریس تغییرات پارامتری در حوزه فناوری که به وسیله نسبت عددی تغییر در پارامترها مشخص می‌گردند، نمایش هر یک از جمعوندهای مجموع کلی سطر i و ستون k ارائه شده در (۴) به فرم زیر قابل بازنویسی است:

$$\frac{\partial x_i}{\partial y_l}.\frac{\partial z_l}{\partial t_k} = \frac{\Delta x_i}{\Delta t_k}.\frac{\Delta z_l}{\Delta y_l}$$

و بر این اساس می‌توان نوشت:

$$\sum_j \frac{\partial x_i}{\partial y_j}.\frac{\partial z_j}{\partial t_k} = \frac{\partial x_i}{\partial t_k}.\frac{\partial z_1}{\partial y_1} + \frac{\partial x_i}{\partial t_k}.\frac{\partial z_2}{\partial y_2} + \cdots + \frac{\partial x_i}{\partial t_k}.\frac{\partial z_n}{\partial y_k} = \frac{\partial x_i}{\partial t_k}\sum_j \frac{\partial z_j}{\partial y_j}$$

بنابراین ماتریس تغییرات فناورانه (۳) حاصل از $T_1 * T_2$ به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\sum_j \frac{\partial z_j}{\partial y_j}.\left(\frac{\partial x_i}{\partial t_k}\right)_{1\leqslant i,k\leqslant n}$$

که عبارت است از ماتریس تغییرات پارامتری حاصل از تغییرات x_i ها به t_k ها در ضریب اسکالری به اندازه $\sum_j \frac{\partial z_j}{\partial y_j}$ و حکم ثابت می‌شود.

توضیح: ملاحظه می‌شود که نتیجه تأثیر T_1 بر T_2 عبارت است از ماتریس تغییرات پارامتری حاصل از تغییرات پارامترهای x_i از فناوری T_1 به پارامترهای t_k از فناوری T_2 با ضریب اسکالری که محاسبه گردید و این خود به نوعی تغییرات پارامتری فناوری اول نسبت به تغییرات پارامتری فناوری دوم که تعبیری از تغییرات پارامترهای وابسته فناوری اول نسبت به پارامترهای مستقل فناوری دوم است، ارائه می‌نماید و نمایشی از تأثیر پارامترهای T_1 بر پارامترهای T_2 محسوب می‌گردد. چنان که از عمل " $*$ " انتظار می‌رود.

نتیجه: تأثیر فناوری T_2 بر فناوری T_1 نیز در قالب تساوی زیر قابل ارائه می‌باشد:

$$T_2 * T_1 = \sum_j \frac{\partial x_i}{\partial t_i}.\left(\frac{\partial z_l}{\partial y_j}\right)_{1\leqslant l,j\leqslant n}$$

اثبات: بدیهی است.

قضیه و نتیجه مستقیم آن در بالا ضمن تأیید عمل " $*$ " به عنوان شکلی از تأثیر فناوری‌ها بر یکدیگر، تقارن و تمایز قابل استخراج و مشاهده حاصل از این اثر را در قالب نمایش پارامتری (نمایش تغییرات پارامتری) و در کل مدل ارائه شده بیان می‌نماید.

پس از این بررسی تأثیرات فناوری‌های تودرتو (زنجیره‌ای از فناوری‌ها) [۵] و به صورت مصداقی همسان (فناوری‌های همسان–درون صنعتی) [۳] و یا غیرهمسان (فناوری‌های غیرهمسان–برون صنعتی) [۳] نمونه‌های کاربردی با نتایج تکمیلی بر اساس دسته‌بندی فناوری‌ها و تراوش‌های آن‌ها می‌تواند پدید آورد.

فهرست منابع

۱. همایون روحیان، نجمه‌السادات ضمیری، "تراوش های فناوری و نقش صنعت- دانشگاه در ظهور خلاقیت‌های نوین"، اولین کنفرانس ملی صنعت، دانشجو و توسعه پایدار، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۶.

۲. پایان نامه کارشناسی ارشد، بهروز ذوالقدری، "روش شناسایی ایجاد شایستگی‌های سازمانی بر اساس ارزش‌گذاری تراوش فناوری"، دانشکده صنایع و سیستم‌های بهره‌وری دانشگاه صنعتی امیرکبیر، ۱۳۹۳.

۳. همایون روحیان، نجمه‌السادات ضمیری، "مقدمه‌ای بر روش‌ها و مفاهیم تراوش فناوری"، انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۹۳.

۴. همایون روحیان، "اجتناب ناپذیری تأثیر الگوریتم‌های محاسباتی بر نمایش پارامتری تراوش فناوری"، دومین همایش ملی علوم محاسباتی، دانشگاه دامغان، ۱۳۹۵.

۵. همایون روحیان، "نمایش پارامتری فناوری با الگوی ریاضی تراوش فناوری"، پژوهش‌های نوین در ریاضی، شماره ۱۰، تابستان ۱۳۹۶.