دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال دوم، شماره ششم، تابستان ۱۳۹۵
شماره شاپا: ۰۱۹۶-۱۶۸۲

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات
پژوهش‌های نوین در ریاضی

بهینه‌سازی سبد سهام بر مبنای کارایی‌های متقاطع با مدل خطی حداقل ارزش در معرض خطر شرطی

کیخسرو یاکیده[۱*]، محمدحسن قلی زاده[۲]، مینا کاظمی میانگسکری[۳]

[۱] استادیار، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه گیلان، رشت، ایران
[۲] دانشیار، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه گیلان، رشت، ایران
[۳] دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مدیریت و اقتصاد، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۳/۳۰ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۶/۲۵

چکیده

مدل مارکوویتز اولین مدل مدرن بهینه‌سازی سبد سهام است. دو نقص این مدل، یکی اتکا به بازده تاریخی سهم‌ها به عنوان اطلاعات پایه و دیگری استفاده از واریانس به عنوان اندازه ریسک است. از زمانی که مدل مارکوویتز ارائه شده است، تلاش‌های زیادی برای رفع این دو نقص صورت گرفته است. از یک‌سو چندین شاخص ریسک بهتر معرفی‌شده و مدل‌های مناسب به منظور تشخیص سبد بهینه سهام، برمبنای آن‌ها توسعه یافته است و از سوی دیگر ایده استفاده از داده‌های تولید شده به روش تحلیل پوششی داده‌ها به جای بازده تاریخی سهم‌ها ارائه شده است.

در این پژوهش، با بکارگیری مدل خطی حداقل سازی ارزش در معرض خطر شرطی بر روی کارایی‌های متقاطع، بکار رفته تا هر دو پیشرفت در کنار هم جمع شود. کارایی‌های متقاطع با مدل مناسبی به‌نام مدل دامنه تعدیل‌شده از میان مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، ساخته‌شده است.

عملکرد روش پیشنهادی، سبد بازار به‌عنوان محک و روش به‌کارگیری مدل مارکوویتز بر روی کارایی‌های متقاطع بر مبنای شاخص شارپ و با استفاده از بازده واقعی سال بعد هر سبد، در طول سال‌های مطالعه، مقایسه شده است. نتایج از عملکرد مناسب روش پیشنهادی حمایت می‌کند.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی سبد سهام، ارزش در معرض خطر شرطی (CVaR)، تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)، کارایی متقاطع

*. yakideh@guilan.ac.ir

۱- مقدمه

مسئله بهینه‌سازی سبد سهام، از اوایل سال ۱۹۵۲ موردتوجه محققان قرارگرفته است و انتشار نظریه انتخاب سبد سهام هری مارکوویتز اصلی‌ترین و مهم‌ترین موفقیت در این راستا بوده است. مارکوویتز فرض کرد که سرمایه‌گذاران انتخاب‌های خود را برمبنای دو معیار متضاد ریسک و بازده انجام می‌دهند. او بازده مورد انتظار هر سهم را میانگین بازده هر سهم و ریسک هر سهم را واریانس بازده هر سهم در دوره‌های گذشته در نظر گرفت ودرنهایت بازده سبد سهام و ریسک سبد سهام را به‌صورت ریاضی تعریف کرد [۱]. مارکوویتز توزیع بازده تاریخی را نرمال فرض کرده و بر همین اساس واریانس را شاخص مناسبی برای بیان نوسانات بازده که نشانگر ریسک این داده‌هاست قلمداد نمود. اما با انجام پژوهش‌های جدید، فرض نرمال بودن این توزیع و درنتیجه انتخاب واریانس به‌عنوان معیار مناسب ریسک زیر سؤال رفت. از سوی دیگر، معیار واریانس در مدل مارکوویتز سودهای که فاصله زیادی از میانگین دارند و برای سرمایه‌گذار مطلوب هستند را نیز، به‌عنوان ریسک شناخته و مدل در راستای کاهش آن‌ها حل می‌شود. از این رو معیار جدیدی برای ریسک که بدون توجه به توزیع خاصی از بازده فقط ریسک نامطلوب را بسنجد، برای پژوهش‌گران اهمیت پیدا کرد. معیارهای متفاوتی برای اندازه‌گیری ریسک نامطلوب ارائه شده که مهم‌ترین آن‌ها ارزش در معرض خطر است که نقص‌های واریانس را ندارد، یعنی متکی به توزیع خاصی نیست و فقط نوسانات نامطلوب را بشمار می‌آورد. ارزش در معرض خطر را با نماد VaR نشان می‌دهند. طبق تعریف، ارزش در معرض خطر، حداکثر مقداری است که زیان سبد سهام برای دوره معین در آینده، با ضریب اطمینان مشخصی، از آن تجاوز نمی‌کند [۲]، اما این معیار با تمام مقبولیت خود، باز نتوانست یک معیار تمام‌عیار برای ریسک باشد. یکی از مشکلات اصلی ارزش در معرض خطر، این است که ریسک یک سبد دارایی، براساس این معیار ممکن است از مجموع ریسک تک‌تک دارایی‌ها، بیش‌تر باشد [۳]. این در حالی است که تنوع در سبد سهام امکان جبران زیان یک سهم توسط سود سهم دیگر را فراهم می‌کند و ازاین‌جهت منطقی است که ریسک یک سبد دارایی از مجموع ریسک تک‌تک دارائی‌ها کم‌تر باشد. برخی از پژوهش‌ها نشان داده است که استفاده از معیار ارزش در معرض خطر ممکن است سبب جلوگیری از تنوع سبد سهام شود [۴]. از همین رو در سال‌های اخیر" ارزش در معرض خطر شرطی"در جهت تکامل ارزش در معرض خطر معرفی‌شده است، درعین‌حال که مزیت‌های معیار ارزش در معرض خطر را دارد، از معایب آن بر حذر است [۵]. این معیار را با نماد $CVaR$ نشان می‌دهند. با توجه به مزیت‌های ارزش در معرض خطر شرطی و کاربرد بیشتر آن در سال‌های اخیر، در این پژوهش بر این معیار به‌عنوان شاخص ریسک تمرکز شده است.

راکفلر و اوریوسو [۵] در سال۲۰۰۲ و در تکمیل کار آن‌ها کیسیال [۶] در سال ۲۰۱۵ مدل خطی را برای بهینه‌سازی سبد سهام با در نظر گرفتن معیار ارزش در معرض خطر شرطی بر روی‌داده‌های تاریخی پیشنهاد کردند که در بخش‌های بعدی به‌طور کامل توضیح داده می‌شود.

اما استفاده از داده‌های تاریخی به‌عنوان نشانگر آینده از جهات مختلفی قابل نقداست و این فرض که آینده به‌طور کامل مطابق نظم موجود درگذشته رفتار کند، فرض باطلی است. برای رفع این مشکل، اولین بار ادرسینگ و ژانگ [۷] در سال ۲۰۰۸ با تکیه‌بر این واقعیت که نسبت‌های مالی قادرند اطلاعات مفیدی از وضعیت حال و محتمل آتی یک شرکت ارائه دهند، تعدادی از شاخص‌های مالی را به‌عنوان ورودی و خروجی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها معرفی کردند و نشان دادند که بین کارایی محاسبه‌شده برمبنای این شاخص‌ها و بازده شرکت‌ها در ماه‌های آینده همبستگی معناداری وجود دارد.

آن‌ها کارایی را قدرت مالی شرکت‌ها تعبیر کردند. یک تعبیر از کارایی محاسبه شده در تحلیل پوششی داده‌ها ارزیابی خوش‌بینانه شرکت در بهترین شرایط ممکن برای آن شرکت است.

بر این اساس کارایی متقاطع که محاسبه کارایی هر شرکت با وزن‌های بهینه شرکت دیگر است را می‌توان

ارزیابی شرکت در شرایط مختلفی قلمداد کرد که هریک از آن شرایط، به نفع یکی از شرکت‌ها است. با توجه به این نکته، لیم و اوه و ژوه [۸] در سال ۲۰۱۴ در تکمیل و تصحیح کار ادرسینگ، کارایی متقاطع را به‌عنوان نشانه‌ای از بازده شرکت در شرایط محتمل و مختلف آینده تعبیر کردند و جدول کارایی متقاطع را به‌جای بازده شرکت در دوره‌های گذشته، مبنای محاسبات بهینه‌سازی سبد سهام قراردادند، آن‌ها مدل مارکوویتز را بر روی کارایی متقاطع اجرا کرده و به ساخت سبد بهینه سهام پرداختند. بر این اساس می‌توان گفت نقص استفاده از واریانس برای محاسبه ریسک، در کار آن‌ها نیز پا برجاست. در این پژوهش با توجه به تجارب محققان پیشین، روشی جدید برای بهینه‌سازی سبد سهام ارائه می‌شود، که درواقع کاربرد مدل خطی ارزش در معرض خطر شرطی بر روی ماتریس کارایی متقاطع است. عملکرد روش پیشنهادی با سبد بازار و با روش پیشنهادی لیم، اوه و ژوه یعنی مدل مارکوویتز بر روی کارایی متقاطع، مقایسه می‌شود.

۲- مبانی نظری پژوهش

یکی از محورهای مهم در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام اندازه‌گیری ریسک است. مسئله بهینه‌سازی سبد سهام اساساً تعیین میزان هر سهم در سبد سهام با دو هدف متعارض حداقل کردن ریسک و حداکثر کردن بازده است. مقداری کردن ریسک از چالش‌های بسیار قدیمی است که ذهن محققان زیادی را به خود مشغول کرده‌است. به این منظور انواع معیارهای ریسک تاکنون معرفی شده است. اما ریسک تقریباً همیشه در حوزه مالی بر مبنای ارقام حاصل از سوابق بازده تعریف‌شده است.

در قسمت ۲-۱ به بررسی انواع اندازه‌های ریسک پرداخته می‌شود. قسمت ۲-۲ به بررسی مدل‌سازی ریاضی برای بهینه‌سازی سبد سهام بر مبنای انواع معیارهای ریسک تخصیص می‌یابد و قسمت ۲-۳ به معرفی امکانی جدید برای جایگزینی با سوابق بازده به‌عنوان مبنای تعریف ریسک می‌پردازد.

۲-۱) اندازه‌گیری ریسک

اندازه‌گیری ریسک موضوع مهمی است که در طول سال‌ها پیشرفت‌های قابل توجهی کرده است. مرور مفهوم ریسک در نظریه مارکوویتز، نظریه ارزش در معرض خطر و نیز نظریه ارزش در معرض خطر شرطی فرازهایی از تحول این مفهوم را نشان می‌دهد. اما معرفی مفهوم اندازه منسجم ریسک توسط آرتزنر و همکاران [۸] در سال ۱۹۹۸ از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. آن‌ها معیارهای ریسک را تجزیه‌وتحلیل کرده و درنهایت ۴ ویژگی را برای یک معیار یا اندازه مناسب ریسک تعیین کردند. بر اساس نظر آرتزنر و همکاران [۸] اگر X و Y متغیر تصادفی زیان و ρ تابع ریسک باشد، معیاری منسجم است، که ۴ ویژگی زیر را داشته باشد:

۱- همگنی مثبت[1]: مقیاس اندازه‌گیری ریسک متناسب با اندازه آن است .

$$\lambda \geq 0 \text{ و } \rho(\lambda X) = \lambda\, \rho(X) \qquad (۱)$$

۲- جمع‌پذیری[2]: تنوع باعث کمتر شدن، ریسک می‌شود.

$$\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y) \qquad (۲)$$

۳- یکنواختی[3]: زیان بیشتر، ریسک بیشتری به همراه دارد و برعکس.

$$X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y) \qquad (۳)$$

۴- انتقال یکسان[4]: افزایش زیان به همان میزان ریسک را زیاد می‌کند برعکس.

$$\rho(X+C) = \rho(X) + C \qquad (۴)$$

در بخش‌های بعدی بر منسجم بودن معیار ارزش در معرض خطر شرطی در مقایسه با دو معیار واریانس و ارزش در معرض خطر که معیارهای منسجم نیستند تأکید می‌شود.

1- Positive Homogeneity
2- Subadditivity
3- Monotonicity
4- Translation Equivariance

۲-۱-۱) ریسک بر اساس مدل مارکوویتز

مارکوویتز اولین فردی است که استفاده از رابطه میان ریسک و بازده را در قالب تئوری سبد اوراق بهادار تبیین نمود و به‌واسطه مدل ارائه‌شده، ریسک برای اولین بار به معیار کمی تبدیل شد. در تئوری مدرن سبد اوراق بهادار، ریسک هر سهم واریانس بازده آن سهم در دوره‌های گذشته و ریسک سبد سهام واریانس بازده آن سبد در دوره‌های گذشته تعریف شد و نشان داده شد که ریسک سبد به کوواریانس سهم‌ها بستگی دارد. ریسک سبد سهام بر اساس نظریه مارکوویتز در رابطه (۵) نشان داده‌شده است [۱].

$$V_\Omega = Min \sum_{i=1}^{n} w_i^2\, \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq i}}^{n} w_i\, w_l \psi_{il} \qquad (۵)$$

در رابطه (۵)، w_i و w_l وزن هر سهم است در سبد سهام و σ_i^2 واریانس بازده سهم، ψ_{il} کوواریانس دوبه‌دوی بازده سهم‌ها، V_Ω واریانس سبد سهام است.

نظریه مارکوویتز با وجود انقلابی که در مدیریت ریسک و بهینه‌سازی سبد سهام در زمان خودش ایجاد کرد، با برخی نقص‌ها همراه است.

سه نقص مهم در مورد استفاده از معیار واریانس در اندازه‌گیری ریسک سبد سهام عبارت‌اند از:

۱- واریانس تنها برای اندازه‌گیری ریسک در حالتی که توزیع بازده‌ها نرمال (متقارن) باشد مفید است و این در حالی است که بسیاری از پژوهش‌ها نشان می‌دهد که، شکل توزیع داده‌ها دارای دو انتهای ضخیم‌تر نسبت به توزیع نرمال است یا به‌عبارت‌دیگر به وجود آمدن سودها و زیان‌های غیرعادی، بیش از آن است که تابع توزیع نرمال پیش‌بینی می‌کند [۱۰].

۲- سودهایی که فاصله زیادی از میانگین دارند و برای سرمایه‌گذار مطلوب هستند، به‌عنوان ریسک شناخته‌شده و نامطلوب قلمداد می‌شوند. این در حالی است که از دید سرمایه‌گذاران کسب بازده‌های بزرگ‌تر از بازده مورد انتظار نه‌تنها نامطلوب شمرده نمی‌شود، بلکه سرمایه گذاران از آن، استقبال نیز می‌کنند، خصوصاً در بازارهای پررونق سرمایه‌گذاران در جستجوی کسب بازده‌های بالا هستند.

۳- واریانس یک ریسک منسجم نیست. چون فاقد خواص همگنی مثبت، یکنواختی و انتقال یکسان است.

۲-۱-۲) ریسک بر اساس ارزش در معرض خطر

پژوهش‌های جدیدی برای معرفی معیاری کامل برای اندازه‌گیری ریسک انجام شده است، که در آن میان معیار ارزش در معرض خطر مورد استقبال زیادی قرار گرفته است. ارزش در معرض خطر یکی از شاخص‌های مهم ریسک نامطلوب است و نسبت به واریانس، هم‌خوانی بیشتری با ادراک سرمایه‌گذاران دارد و به‌کارگیری آن مستلزم رعایت فرض‌های خاص در مورد توزیع داده‌ها نیست. از زمانی که گروه مدیریت ریسک جی پی مورگان مدل "ریسک متریکس" را برای اندازه‌گیری ارزش در معرض خطر در سال ۱۹۹۳ توسعه داد، این مدل ابزار اصلی برای اندازه‌گیری ریسک و مدیریت آن محسوب می‌شود. ارزش در معرض خطر که آن را با نماد VaR نشان می‌دهند، بیشترین زیانی است که انتظار داریم پرتفوی موردنظر، در یک افق زمانی تعیین‌شده و در سطح اطمینان معین، داشته باشد [۲].

به‌عبارت دیگر حداقل مقداری است که اگر بر روی بازده سبد بگذاریم در سطح اطمینان مشخص، بازده سبد منفی نمی‌شود [۱۱].

اگر بازده احتمالی سبد را با نماد E_Ω و مقدار عددی ارزش در معرض خطر را با نماد ξ نشان دهیم، ارزش در معرض خطر سبد در سطح اطمینان $1-\alpha$ مطابق رابطه (۶) قابل ارائه است.

$$VaR_{1-\alpha} = Min\{\xi:\ \ P[(\xi + E_\Omega) \geq 0] \geq 1-\alpha\} \qquad (۶)$$

از مزایای مهم این معیار، بیان ریسک در یک عدد واحد و عینی و قابل درک برای سرمایه گذاران است.

با وجود استقبال از معیار ارزش در معرض خطر در محاسبه ریسک، کاستی‌هایی در آن وجود دارد. یک محدودیت مهم این معیاراین است که تنها در مورد تجاوز زیان از یک مقدار سخن می‌گوید. مثلاً به ما می‌گوید در نود درصد موارد زیان از A ریال تجاوز نمی‌کند، ولی

نمی‌گوید در ده درصد موارد که زیان از A ریال تجاوز کرد تا چه میزان ممکن است افزایش یابد. ناکامی معیار ارزش در معرض خطر، در احتساب چنین زیان‌های محتملی، مشکلات قابل ملاحظه‌ای را پدید می‌آورد. به‌عنوان‌مثال، دو موقعیت که دارای VaR یکسانی هستند، ممکن است به علت‌هایی که بیان گردید در معرض ریسک‌های بسیار متفاوتی باشند.

از طرف دیگر، ارزش در معرض خطر از خاصیت جمع‌پذیری، از جمله ویژگی‌های معیار ریسک منسجم برخوردار نیست. یعنی زمانی که ریسک سبد با ارزش در معرض خطر اندازه‌گیری می‌شود، ریسک مجموع سرمایه‌گذاری‌ها می‌تواند بزرگ‌تر از مجموع ریسک اجزای آن شود و به همین دلیل مدیریت ریسک توسط ارزش در معرض خطر قادر به تحریک تنوع در سبد سهام نیست.

۲-۱-۳) ریسک بر اساس ارزش در معرض خطر شرطی

در پاسخ به کاستی‌های ارزش در معرض خطر، مفهوم ارزش در معرض خطر شرطی شکل گرفت.

اکربی و تاسچه [۵] در مقاله خود به نام "ارزش در معرض خطر شرطی؛ جایگزینی منسجم برای ارزش در معرض خطر" این معیار را توسعه دادند تا ویژگی‌های معیار منسجم ریسک را داشته باشد. آن‌ها معیار جدیدی را معرفی کردند که تمام مزیت‌های ارزش در معرض خطر را دارا بوده و درعین‌حال منسجم نیز هست. ارزش در معرض خطر شرطی، ارزش در معرض خطر بعلاوه میانگین وقوع زیان‌هایی بزرگ‌تر و فراتر از ارزش در معرض خطر است[۲]. این معیار به ما می‌گوید که در حالت‌های بد چه انتظاری داشته باشیم و این‌که شرایط بد چقدر می‌تواند بد باشد. به‌عبارت‌دیگر، این زیان مورد انتظار برابر و یا بالاتر از ارزش در معرض خطر را، در سطح اطمینان مشخصی، برآورد می‌کند.

اگر X متغیر تصادفی زیان باشد و ξ مقدار ارزش در معرض خطرسبد سهام با بازده احتمالی E_Ω در سطح اطمینان $\alpha - 1$ باشد، ازنظر تئوریک ارزش در معرض خطر شرطی سبد با بازده احتمالی E_Ω در سطح اطمینان $\alpha - 1$ ، به‌صورت رابطه (۷) نوشته می‌شود:

$$CVaR_{1-\alpha}(E_\Omega) = E[X: X \geq \xi] \qquad (۷)$$

یک بیان تئوریک دیگر از ارزش در معرض خطر شرطی را می‌توان در رابطه (۸) دید:

$$CVaR_{1-\alpha}(E_\Omega) = \{\xi + E(Max\{0 - (E_\Omega + \xi), 0\})\} \qquad (۸)$$

در رابطه (۸)، عبارت $Max\{0 - (E_\Omega + \xi), 0\}$، در واقع زیان بیشتر از ارزش در معرض خطر را نشان می‌دهد، اگر بازده سبد بعلاوه ارزش در معرض خطر بتواند جلو زیان را بگیرد و بزرگ‌تر ازصفرشود، عبارت $0 - (E_\Omega + \xi)$ منفی شده در نتیجه ماکزیمم بین صفر و عدد منفی، صفرمی‌شود. این یعنی زیان‌های بیشتر از، ارزش در معرض خطر در آن دوره زمانی اتفاق نیفتاده است. در غیر این صورت، ماکزیمم عبارت، برابراست با $0 - (E_\Omega + \xi)$ که نشان‌دهنده ضرر بیشتر از ارزش در معرض خطر است. اگر بخواهیم برای سبد یک حداقل بازده مورد انتظار $\mathrm{E_P}$ در نظر بگیریم، آنگاه عبارت $\mathrm{E_P} - (E_\Omega + \xi)$ میزان بازده کمتر از حداقل بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد که با مقدار ارزش در معرض خطر جبران نمی‌شود و رابطه (۸) به شکل رابطه (۹)، بازتعریف می‌شود:

$$CVaR_{1-\alpha}(E_\Omega) = \{\xi + E(Max\{\mathrm{E_P} - (E_\Omega + \xi), 0\})\} \qquad (۹)$$

اما رابطه (۹) قابل‌محاسبه نیست مگر آن‌که توزیع بازده احتمالی سبد E_Ω با مقادیر واقعی مشخص شود. توضیحات بیش‌تر در قسمت ۲-۲-۳ ارائه می‌شود.

۲-۲) بهینه‌سازی سبد سهام با بازده تاریخی سهم‌ها

بهینه‌سازی سبد سهام همواره بر اساس سوابق بازده سهم‌ها و با تعریف دو معیار بازده مورد انتظار و ریسک سبد انجام شده است. مدل مارکوویتز، مدل خطی حداقل ارزش در معرض خطر گوه و ژانگ [۱۱] و مدل خطی حداقل ارزش در معرض خطر شرطی راکفلر و اوریوسو [۳] را می‌توان فرازهایی از پیشرفت در بهینه‌سازی سبد

سهام بر مبنای سوابق بازده سهم‌ها قلمداد کرد. در بخش‌های ۲-۲-۱ تا ۲-۲-۳ این موارد بررسی می‌شوند. در بخش ۲-۳ جایگزین مناسبی برای سوابق بازده در بهینه‌سازی سبد سهام مورد بحث قرار می‌گیرد.

۲-۲-۱) بهینه‌سازی بر مبنای مدل مارکوویتز

در نظریه مارکوویتز مدل (۱۰) به‌منظور تعیین وزن‌های بهینه سهم‌ها طراحی و معرفی‌شده که در آن وزن‌های بهینه با حداقل سازی واریانس سبد سهام ضمن رعایت حد قابل‌قبولی برای بازده سبد، مشخص می‌شوند.
در مدل (۱۰) که یکی از ویرایش‌های مدل مارکوویتز است این حد قابل‌قبول به‌صورت درصد $1-\gamma$ از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن تعریف شده است.

$$V_\Omega = Min \sum_{i=1}^{n} w_i^2\, \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq i}}^{n} w_i\, w_l \psi_{il}$$

$$st: \qquad (۱۰)$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i\, \bar{r}_i \geq (1-\gamma) E_\Omega^m$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

در این مدل $\bar{r}_i$ میانگین بازده هر سهم و E_Ω^m حداکثر بازده مورد انتظار ممکن سبد سهام است و عبارت $E_\Omega^m (1-\gamma)$ حداقل بازده مورد انتظار سبد را در قالب سهمی از حداکثر بازده مورد انتظار ممکن نشان می‌دهد.
با توجه به این‌که بازده سبد، جمع وزنی بازده سهم‌ها فرض شده است، E_Ω^m می‌تواند با استفاده از مدل (۱۱) محاسبه شود و با در نظر گرفتن γ مناسب در مدل (۱۰) جایگذاری گردد.

$$E_\Omega^m = \mathrm{Max} \sum_{i=1}^{n} w_i\, \bar{r}_i$$

$$st:$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad (۱۱)$$

$$w_i \geq 0$$

پژوهش‌های زیادی در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به پیروی از مدل مارکوویتز در داخل و خارج صورت گرفته است.
ازآنجاکه این مدل غیرخطی است و برای حل آن روش ثابتی وجود ندارد، بسیاری از پژوهش‌ها، که از آن میان می‌توان به منابع [۱۲]،[۱۳] اشاره کرد، فقط بر شیوه حل این مدل متمرکز شده‌اند.

۲-۲-۲) بهینه‌سازی بر مبنای مدل ارزش در معرض خطر

در منابع [۱۴]، [۱۵]، [۱۶]، [۱۷]، [۱۸] روش‌های مختلفی برای برآورد ارزش در معرض خطر ارائه شده است. ولی هیچ‌کدام مدلی برای بهینه‌سازی سبد سهام در چارچوب حداقل‌سازی این معیار ریسک برای بهینه‌سازی سبد سهام ارائه نکرده‌اند. مدلی برای بهینه‌سازی سبد سهام با حداقل سازی این معیار ریسک را می‌توان در مقاله گوه و ژانگ [۱۱] یافت که در سال ۲۰۱۲یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی عدد صحیح مبتنی بر مفهوم ارزش در معرض خطر را بر روی‌داده‌های تاریخی برای بهینه‌سازی سبد سهام بکار گرفتند.
در اینجا به‌منظور رعایت ایجاز از ارائه این مدل صرف‌نظر می‌شود.

۲-۲-۳) بهینه‌سازی بر مبنای مدل ارزش در معرض خطر شرطی

راکفلر و اوریوسو [۳] یک مدل خطی برای بهینه‌سازی سبد سهام، بر اساس تعریف ریاضی ارزش در معرض خطر شرطی ارائه دادند. آن‌ها فرض کردند بازده احتمالی سبد از توزیع یکنواخت گسسته برخوردار است و مجموعه T بازده سبد مربوط به T دوره گذشته را می‌توان مقادیری قلمداد کرد که این توزیع را مشخص می‌کند. بنابراین بازده احتمالی سبد که با نماد E_Ω نشان داده می‌شود، برای هر دوره به شکل رابطه (۱۲) قابل بیان است.

$$E_\Omega = \sum_{i=1}^{n} w_i r_{ij} \qquad j=1,\ldots,T \qquad (۱۲)$$

در رابطه (۱۲) w_i وزن هر سهم i و r_{ij} بازده سهم i

در دوره j است. با در نظر گرفتن مقادیر توزیع احتمالی بازده مطابق رابطه (۱۲) و مشخص کردن حداقل بازده مورد انتظار E_P ارزش در معرض خطر شرطی را می‌توان مطابق رابطه (۱۳) براساس تعریف از روی رابطه (۹) بازنویسی کرد.

$$CVaR_{1-\alpha}(E_\Omega) = \left\{\xi + E\left(Max\left\{\mathrm{E_P} - \left(\sum_{i=1}^{n} w_\mathrm{i}\, r_{ij} + \xi\right), 0\right\}\right)\right\} \qquad (۱۳)$$

عبارت $Max\{\mathrm{E_P} - (\sum_{i=1}^{n} w_\mathrm{i}\, r_{ij} + \xi), 0\}$ میزان بازده کمتر از حداقل بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد که با مقدار ارزش در معرض ریسک جبران نمی‌شود. این عبارت بنا بر تعریف ارزش در معرض خطر در α درصد اوقات مقدار می‌گیرد، برای محاسبه میانگین آن با در نظر گرفتن T دوره باید مجموع این مقادیر بر αT تقسیم شود بنابراین رابطه (۱۴) برقرار است.

$$CVaR_{1-\alpha}(E_\Omega) = Min\left\{\xi + \frac{1}{\alpha T}\sum_{j=1}^{T} Max\left\{\mathrm{E_P} - \left(\sum_{i=1}^{n} w_\mathrm{i}\, r_{ij} + \xi\right), 0\right\}\right\} \qquad (۱۴)$$

با انجام تغییر متغیر مطابق رابطه (۱۵)، رابطه (۱۴) به شکل مجموعه روابط (۱۶) تبدیل می‌شود.

$$Max\left\{\mathrm{E_P} - \left(\sum_{i=1}^{n} w_\mathrm{i}\, r_{ij} + \xi\right), 0\right\} = y_j \qquad (۱۵)$$

$$\begin{cases} CVaR_{1-\alpha}(E_\Omega) = \xi + \dfrac{1}{\alpha T}\displaystyle\sum_{J=1}^{T} y_j \\ \mathrm{E_P} - \left(\displaystyle\sum_{i=1}^{n} w_\mathrm{i}\, r_{ij} + \xi\right) \le y_j \\ j = 1, \dots, T \\ y_j \ge 0 \end{cases} \qquad (۱۶)$$

با در نظر گرفتن $\bar{r}_i$ به‌عنوان میانگین بازده سهم i در T دوره و اضافه کردن انتظار منطقی بیشتر بودن امید ریاضی بازده از حداقل بازده مورد انتظار و قید مربوط به مجموع وزن‌ها، مدل (۱۷) برای تعیین سبد بهینه سهام بر مبنای حداقل کردن ارزش در معرض خطر شرطی به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} &\mathrm{Min}\ \ \mathrm{C\,VaR}_{1-\alpha} = \xi + \frac{1}{\alpha \mathrm{T}}\sum_{\mathrm{j}=1}^{\mathrm{T}} \mathrm{y_j} \\ &\boldsymbol{st}: \\ &y_j + \left(\sum_{i=1}^{n} w_\mathrm{i}\, r_{ij} + \xi\right) \ge \mathrm{E_P} \\ &\mathrm{j} = 1, \dots, \mathrm{T} \\ &\sum_{i=1}^{n} w_\mathrm{i}\, \bar{r}_i \ge E_P \\ &\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \\ &w_i\,, y_j \ge 0 \end{aligned} \qquad (۱۷)$$

در این پژوهش با استفاده از این مدل خطی ارزش در معرض خطر شرطی ولی با انجام تعدیلاتی به بهینه‌سازی سبد سهام پرداخته می‌شود.

۲-۳) تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی‌های متقاطع، جایگزین بازده تاریخی

با برطرف کردن نقص معیار اندازه‌گیری ریسک در مدل مارکوویتز، مشکل دیگر و شاید مهم‌تر،که بر همه مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام وارد است، همچنان پابرجاست و آن مبنای محاسبات بازده و ریسک در آن‌ها، یعنی استفاده از بازده تاریخی سهم‌هاست. برای رفع این کاستی، اولین بار ادرسینگ و ژانگ [۷] در سال ۲۰۰۸ با توجه به خاصیت تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها، در لحاظ کردن و در نظر گرفتن ابعاد چندگانه، به رفع این مشکل اقدام کردند.

تحلیل پوششی داده‌ها که ازجمله روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره است، تکنیکی ناپارامتریک برای سنجش و ارزیابی کارایی نسبی مجموعه‌ای از پدیده‌ها (سازمان‌ها) با ورودی‌ها و خروجی‌های مشابه است [۱۹]. علت مقبولیت گسترده‌تر روش DEA نسبت به سایر روش‌ها، امکان بررسی روابط پیچیده و اغلب نامعلوم بین چندین ورودی و چندین خروجی است که در این فعالیت‌ها وجود دارد. مدل‌های مختلفی از تحلیل پوششی داده‌ها وجود دارد که با توجه به فرض‌های مسئله مورداستفاده قرار

می‌گیرد. با توجه به قابلیت روش تحلیل پوششی داده‌ها در به‌کارگیری شاخص‌های چندگانه، در پژوهش‌های متعددی از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها برای حل مسائل مالی و انتخاب سبد سهام استفاده شده‌است که از آن جمله می‌توان به پژوهش‌های پیکانی و همکاران [۲۰]، چانگ و لی [۲۱] اشاره کرد. ادریسنگ [۷] در پژوهشی به نام "انتخاب سبد سهام بر اساس قدرت شاخص‌های با به‌کارگیری تحلیل پوششی داده‌ها"، قوت مالی شرکت را با واردکردن شاخص‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی به مدل تحلیل پوششی داده‌ها معرفی کرد و نشان داد که بین کارایی محاسبه شده و بازده ماه‌های بعد شرکت‌ها همبستگی معناداری وجود دارد.

اوه و لیم و ژوه [۸] با استفاده از ایده ادرسینگ و به‌کارگیری مدل RAM که مجاز به استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های منفی است، کارایی متقاطع را به‌عنوان نشانگر بازده احتمالی شرکت در شرایط محتمل آینده معرفی و با نقد استفاده از داده‌های تاریخی، ماتریس کارایی متقاطع را مبنای محاسبه ریسک و بازده قراردادند. مدل RAM اولین بار توسط کوپر،پارک و پاستور درسال۱۹۹۹ ارائه شده است [۲۲]. این مدل بدلیل برخورداری از خاصیت پایداری در مقابل محورها، قابل کاربرد بر روی داده‌هایی است که ممکن است هم در ورودی‌ها و هم در خروجی‌ها مقادیر منفی مشاهده شود [۸]. منظور از خاصیت پایداری در مقابل محورها، این است که با اضافه شدن یک مقدار ثابت به یک ورودی یا خروجی، مقدار تابع هدف تغییر نمی‌کند [۱۹]. فرم پوششی مدل RAM به شکل مدل (۱۸) است.

$$
\begin{aligned}
&max \frac{1}{m+s}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{s_i^-}{R_i^-}+\sum_{r=1}^{s}\frac{s_r^+}{R_r^+}\right)\\
&st:\\
&\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\lambda_j + s_i^+ = x_{io}\\
&\sum_{j=1}^{n} y_{rj}\lambda_j + s_r^+ = y_{ro}\\
&i=1,\dots,m \qquad r=1,\dots,s \qquad (۱۸)\\
&\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1\\
&\lambda_j \geq 0, s_i^- \geq 0, s_r^+ \geq 0
\end{aligned}
$$

در مدل (۱۸)، اندیس j نشان‌دهنده هریک از واحدهاست. همچنین اندیس i نشانگر ورودی‌ها و اندیس r نشانگر خروجی‌هاست. x_{ij} مقدار ورودی i ام واحد j ام و y_{rj} خروجی r ام واحد j ام است. واحد تحت ارزیابی با اندیس o نشان داده می‌شود. بازه‌های R_i^- و R_r^+ به ترتیب برای ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌صورت رابطه (۱۹) و (۲۰) تعریف می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&R_i^- = max(x_{ij}, j=1,\dots,n) - min(x_{ij}, j=1,\dots,n) \qquad (۱۹)\\
&i=1,\dots,n\\
&R_r^+ = max(y_{rj}, j=1,\dots,n) - min(y_{rj}, j=1,\dots,n) \qquad (۲۰)\\
&r=1,\dots,s
\end{aligned}
$$

در این مدل s_i^- ، s_r^+ و λ_j متغیر هستند. دوگان مدل پوششی RAM که به فرم مضربی در تحلیل پوششی داده‌ها معروف است، به‌صورت مدل (۲۱) است:

$$
\begin{aligned}
&\min \quad e_0 = \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} - \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} - w\\
&st:\\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + w \leq 0 \qquad j=1,\dots,n \qquad (۲۱)\\
&u_r \geq \frac{1}{m+s} R_r^+ \qquad r=1,\dots,s\\
&v_i \geq \frac{1}{m+s} R_i^- \qquad i=1,\dots,m
\end{aligned}
$$

در مدل (۲۱)، w ، u_r و v_i متغیر هستند. این مدل برای ارزیابی هر واحد اجرا شده، مقدار ناکارایی واحد را محاسبه می‌کند. مقدار کارایی برابراست با یک منهای مقدار ناکارایی محاسبه شده توسط مدل (۲۱).

منظور از کارایی متقاطع محاسبه یک، منهای مقدار تابع هدف مدل (۲۱)، با استفاده از وزن‌های بهینه حاصل از حل مدل برای واحدهای دیگراست. حال اگر مدل تحلیل پوششی داده‌ها را بتوان ارزیابی شرکت در بهترین شرایطی ممکن قلمداد کرد، کارایی متقاطع را باید ارزیابی شرکت در بهترین شرایط شرکتی دیگر دانست. بر این اساس ماتریس کارایی متقاطع، جدولی از حالات مختلف برای هر شرکت را نشان می‌دهد که هرکدام از این

حالات به نفع یک شرکت است. چون شرایط در آینده به‌هرحال به‌طور نسبی به نفع یکی از شرکت‌هاست، می‌توان کارایی متقاطع را ارزیابی از وضع شرکت در شرایط محتمل آینده تعبیر کرد.

ارزیابی از وضع شرکت در شرایط محتمل آتی را می‌توان نشانگری از بازده شرکت در شرایط محتمل آتی قلمداد کرد و به‌جای داده‌های تاریخی بازده که نشانگر بازده آتی قلمداد می‌شدند، بکار برد. لیم، اوه و ژوه [۸]. با انجام مدل مارکوویتز بر روی این ماتریس، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را حل کردند اما همچنان مشکلات استفاده از واریانس به‌عنوان معیار ریسک در پژوهش آن‌ها باقی است.

۳- روش پیشنهادی

در این پژوهش مدل ارزش در معرض خطر شرطی بر روی ماتریس کارایی متقاطع بکار گرفته شده است تا روشی ارائه شود که هم شامل جایگزین بهتری برای داده‌های تاریخی و هم شامل معیار کاراتری برای ریسک باشد. به منظور اجرا و بررسی این روش، براساس گام‌های زیرعمل شده است:

۱- محاسبه شاخص‌های مالی معرفی‌شده توسط ادرسینگ وژانگ به‌عنوان ورودی و خروجی در مدل DEA

۲- محاسبه کارایی شرکت‌ها

۳- تشکیل ماتریس کارایی متقاطع شرکت‌ها

۴- اجرای مدل بهینه‌سازی سبد بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی

۵- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی

۶- تحلیل حساسیت و ارائه اطلاعات تکمیلی

در ذیل به تشریح هر یک از مراحل فوق پرداخته می‌شود:

۳-۱) محاسبه شاخص‌های مالی

ادرسینگ وژانگ [۷] در سال ۲۰۰۸ برخی شاخص‌های مالی، که از جنس سیاست‌گذاری هستند را به‌عنوان ورودی و برخی دیگر از شاخص‌های مالی را که از جنس نتیجه‌گیری هستند، به‌عنوان خروجی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها قرار داده، برای محاسبه کارایی یا به تعبیری قوت مالی شرکت‌ها استفاده کردند. این شاخص‌های مالی به تفکیک ورودی و خروجی در جدول ۱، بیان‌شده است. در این پژوهش، این شاخص‌ها در هر سال محاسبه و در مدل بکار برده می‌شوند.

جدول ۱: معرفی ورودی و خروجی

نام شاخص	خروجی/ ورودی	تعریف
گردش حساب‌های دریافتی	ورودی	دفعات موفقیت شرکت در دریافت مطالبات خود
گردش موجودی کالا	ورودی	دفعات موفقیت شرکت برای خرید / فروش
گردش دارایی	ورودی	فروش ایجاد شده از هر ریال دارایی تحت تملک شرکت
نسبت جاری	ورودی	نسبت دارایی جاری به بدهی جاری
نسبت آتی	ورودی	نسبت دارایی جاری منهای موجودی به بدهی جاری
ضریب مالکانه	ورودی	نسبت دارایی به حقوق صاحبان سهام
نسبت بدهی	ورودی	نسبت کل بدهی به‌کل دارایی شرکت
بدهی به حقوق صاحبان سهام	ورودی	تأمین مالی بلندمدت توسط بستانکاران در مقابل صاحبان سهام
بدهی بلند مدت به حقوق صاحبان سهام	ورودی	تقسیم بدهی به حقوق صاحبان سهام
ROA	خروجی	نسبت به‌کارگیری دارایی
ROE	خروجی	سود خالص ایجادشده در مقابل هریک ریال حقوق سهامداران
حاشیه سود خالص	خروجی	درآمدخالص حاصل از یک ریال فروش
سودهرسهم	خروجی	نسبت سود خالص منهای سود تقسیمی سهام ممتاز برتعدادسهام عادی
نرخ رشد سود خالص	خروجی	درجه تغییر در سود خالص شرکت در طی دوره زمانی مشخص
نرخ رشد رسم	خروجی	درجه تغییر در سود هر سهم در طی دوره زمانی مشخص
نرخ رشد درآمد	خروجی	درجه تغییر در عایدات شرکت در طی دوره زمانی مشخص

۳-۲) محاسبه کارایی شرکت‌ها

برای محاسبه کارایی هر شرکت، ازمدل RAM که به دلیل برخورداری از خاصیت پایداری در برابر انتقال محورها مجاز به استفاده از اعداد منفی است، استفاده می‌شود [۸]. بنابراین کارایی در این پژوهش از مدل (۱۷) با انجام تعدیلاتی که در قسمت ۳-۳ بیان می‌شود، محاسبه می‌شود.

۳-۳) تشکیل ماتریس کارایی متقاطع

همان‌طور که گفته شد،کارایی متقاطع یعنی کارایی شرکت در شرایط محتمل آینده، بر این اساس شرایط محتمل در آینده برابر با تعداد شرکت‌ها خواهد بود. کارایی متقاطع برای واحد j ام با استفاده از وزن‌های بهینه واحد kام بر اساس رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود:

$$E_j^K = 1 - \left(\sum_{i=1}^{m} v_i^k x_{ij} - \sum_{r=1}^{s} u_r^k y_{rj} - W \right) \qquad (۲۲)$$

به دلیل وجود اعداد منفی در مقادیر ورودی و خروجی مدل RAM، در ماتریس کارایی متقاطع نیز اعداد منفی دیده می‌شود، اما اوه و ژوه در پژوهش خود به منفی بودن اعداد کارایی متقاطع توجهی نکرده‌اند. می‌توان، با اضافه کردن دسته قیدهای بیان‌شده در رابطه (۲۳) به مدل (۲۱)، مانع از حضور مقادیر منفی در جدول کارایی متقاطع شد [۲۳].

$$\sum_{\mathrm{r}=1}^{\mathrm{s}} u_r y_{\mathrm{rj}} - \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{m}} \mathrm{v_i x_{ij}} + \mathrm{w} \geq -1 \quad \mathrm{j} = 1, \ldots, \mathrm{n} \qquad (۲۳)$$

ماتریس کارایی متقاطع به‌دست‌آمده، به‌وسیله مدل RAM اصلاح‌شده، به‌جای داده‌های تاریخی، مبنایی محاسبه سبد بهینه سهام قرار می‌گیرد.

۳-۴) اجرای مدل بهینه‌سازی سبد بر مبنای ارزش در معرض خطر شرطی

حال می‌توان، مدل (۱۷) را به‌جای اجرا بر روی بازده‌های تاریخی بر روی جدول کارایی متقاطع اجرا کرد، اما باید توجه داشت حداقل بازده مورد انتظار یعنی E_P در مدل (۱۷) باید متناسب با مفهوم کارایی متقاطع، مقداری نزدیک به یک تعیین شود.

حداقل بازده مورد انتظار که در رابطه (۱۷) با نماد E_P مشخص شده، در اینجا بهتر است حداقل کارایی مورد انتظار نامیده شود. مقدار E_P را می‌توان با حل مدل (۱۱) و بدست آورن مقدار حداکثر بازده ممکن E_Ω^m که در اینجا بهتر است حداکثر کارایی ممکن گفته شود بدست آورد. با جایگذاری E_Ω^m در رابطه (۲۴) به ازای مقادیر مناسب γ ، مثلاً ۰/۰۲، مقدار E_P بدست آمده و در مدل (۱۷) جایگزین می‌شود.

$$E_{\mathrm{p}} = (1 - \gamma)\, E_\Omega^m \qquad (۲۴)$$

در کاربرد مدل (۱۱) بر روی مدل کارایی متقاطع لازم است. $\bar{r}_{\mathrm{i}}$ معادل میانگین کارایی متقاطع واحد i ام در نظر گرفته شود. با اجرای مدل (۱۷) بر روی کارایی‌های متقاطع سبد بهینه سهام، بر مبنای حداقل سازی معیار ارزش در معرض خطر شرطی مشخص می‌شود. درکاربرد مدل (۱۷) بر روی جدول کارایی متقاطع، r_{ij} کارایی شرکت i ام با وزن‌های بهینه شرکتj ام، w_i وزن بهینه هر شرکت در سبد سهام و n تعداد شرکت‌هاست که دراینجا برابر با T (تعداد دوره) خواهد بود. $1 - \alpha$ هم سطح اطمینان مورد قبول مدل است. در این پژوهش با در نظر گرفتن α برابر ۰/۱ و γ برابر ۰/۰۲ مدل اجرا شده و تحلیل حساسیت مقادیر α در سطوح ثابتγ تحلیل حساسیت مقادیر γ در سطوح ثابت α انجام و به طور خلاصه گزارش و تحلیل می‌شود.

۳-۵) ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی

برای ارزیابی عملکرد سبد سهام، ویلیام شارپ در سال ۱۹۶۴، معیاری ترکیبی ارائه کرد [۲۴]. این معیار، نشان می‌دهد به ازای هر انحراف معیار تغییر در بازده چه میزان بازده اضافی حاصل شده است. منظور از بازده اضافی بازده بیش‌تر از بازده دارایی بدون ریسک است.

هراندازه میزان این معیار بالاتر باشد، نشان می‌دهد که بازدهی به‌دست‌آمده، با تقبل ریسک کمتری بوده است، یعنی هر پورتفویی که مقدار بیشتری را به خود اختصاص

دهد، نسبت به بقیه عملکرد بهتری داشته است. این معیار مطابق رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود:

$$\mathrm{RVAR} = (\overline{TR}_P - \overline{RF}_P)/SD_P \qquad (۲۵)$$

در رابطه(۲۵)، $\overline{TR}_P$ یعنی میانگین بازده سبد در دوره زمانی معین، $\overline{RF}_P$، میانگین بازده بدون ریسک و SD_P، انحراف معیار بازده سبد درهمان دوره زمانی معین است.

در این پژوهش برای مقایسه روش پیشنهادی با روش پژوهش لیم، اوه و ژوه، مدل مارکوویتز هم بر روی ماتریس کارایی متقاطع اجرا و سبدهای بهینه در دوره زمانی موردنظر مشخص شده‌اند.

معیار شارپ برای هر روش با استفاده از بازده واقعی سال بعد سبد حاصل از روش، با تکرار روش در سال‌های ۹۰ تا ۹۳ محاسبه‌شده و نشان می‌دهد روش چقدر قادر است به ازای یک انحراف معیار نوسان در بازده، بازده اضافی تولید کند. روشن است که روشی خوب است که بتواند بازده اضافی زیاد با نوسانات کم ایجاد کند. این معیار برای سبد بازار نیز محاسبه‌شده به‌عنوان محک بکار می‌رود.

۳-۶) تحلیل حساسیت و ارائه اطلاعات تکمیلی

در این پژوهش اثر تغییرات α بر روی معیار شارپ سبد سهام بهینه در سطوح ثابت مقدارγ و اثر تغییرات γ بر روی معیار شارپ سبد سهام در سطوح ثابت α بررسی شده است. بخشی از نتایج تحلیل حساسیت و تحلیل آن در بخش ۴-۳ آمده است.

۴- اجرای مدل و بررسی عملکرد روش

از بین همه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران، ۱۸۵ شرکت که سال مالی آن‌ها اسفند هرسال است و اطلاعات موردنیاز پژوهش برای آن‌ها به‌طور کامل وجود داشت، در بازه زمانی ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۳ انتخاب می‌شوند. برای جمع‌آوری داده‌ها از اطلاعات موجود در نرم‌افزار ره‌آورد نوین و آرشیو معاملات موجود درسایت بورس اوراق بهادار تهران و برای مدل‌سازی و اجرای مدل از نرم‌افزار GAMS استفاده‌شده است.

۴-۱) نتایج اجرای مدل

بعد از اجرای مدل ارزش در معرض خطر پیشنهادی در سال‌های ۹۰ تا ۹۳، میزان خرید هر سهم و سبد بهینه هرسال به شرح زیر، تشکیل گردید:

جدول ۲- سبد بهینه سال ۹۰

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
آلومینیم ایران	۰/۱۳۴	-۰/۴۶۱
سیمان قائن	۰/۳۴۲	۰/۱۱۸
سیمان کارون	۰/۱۵۵	۰/۳۲۷
فولاد خراسان	۰/۱۱۶	۰/۹۵۸
ملی سرب و روی	۰/۲۵۳	-۰/۳۲۵

جدول ۳- سبد بهینه سال ۹۱

نام شرکت	وزن هر سهم	بازده هر سهم
تجارت الکترونیک	۰/۴۱۶	۰/۱۷۳
سیمان فارس نو	۰/۵۸۴	۲/۲۵۱

جدول ۴- سبد بهینه سال ۹۲

نام شرکت	وزن هرسهم	بازده هرسهم
دشت مرغاب	۰/۵۲۲	۰/۶۸۶
فرآورده های نسوز ایران	۰/۴۲۴	−۰/۳۹
معدنی وصنعتی گلگهر	۰/۰۵۴	−۰/۵۱۵

جدول ۵- سبد بهینه سال ۹۳

نام شرکت	وزن هرسهم	بازده هرسهم
ارتباطات سیار	۰/۷۲۸	۰/۴۱۳
سیمان بهبهان	۰/۲۷۲	−۰/۲۶۳

۴-۲) ارزیابی عملکرد و مقایسه روش‌ها

در این پژوهش برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی بهینه‌سازی سبد سهام و مقایسه آن با روش پیشنهادی لیم ، اوه و ژوه از معیار شارپ استفاده‌شده است. این معیار امکان مقایسه عملکرد روش با سبد بازار را نیز فراهم می‌کند. بعد از محاسبه سبد بهینه هرسال با به دست آوردن بازده هر سهم در آن سال، بازده سبد بهینه هرسال که برابر با میانگین وزنی بازده هر سهم در سبد است، به دست می‌آید(جدول ۶). نرخ بازده بدون ریسک برای محاسبه شارپ، برابراست با متوسط نرخ سود بانکی یک‌ساله بانک ملی، در سال‌های موردنظر.

لازم به ذکر است که بازده هر سهم از فرمول زیر به دست می‌آید:

بازده هر سهم= قیمت اول دوره/ (سودنقدی+ قیمت اول دوره − قیمت آخر دوره) (۲۵)

جدول ۶- بازده سبدهای بهینه در سال‌های مطالعه

سال مورد نظر	بازده سبد مدل پیشنهادی	بازده سبد مدل اوه و ژو	بازده سبد بازار
۱۳۹۰	۰/۰۵۸	۰/۱۲۹	۰/۴۳۵
۱۳۹۱	۱/۳۶۸	۱/۳۶۱	۱/۰۴۶
۱۳۹۲	۰/۱۶۵	۰/۱۱۱	−۰/۲۲۱
۱۳۹۳	۰/۲۲۹	۰/۰۵	۰/۲۷

جدول ۷- مقدار شارپ

روش	عدد شارپ
مدل پیشنهادی$(CVaR)$	۰/۵۰۵
مدل لیم و اوه و ژو	۰/۴۱۱
سبد بازار	۰/۴۳۱

نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام برای سرمایه‌گذاران، در این پژوهش با رویکردی جدید به حل این، مسئله پرداخته‌شده است. امروزه پژوهش‌های زیادی به دلیل عدم کارایی موجود در بازارهای مالی، میزان اتکا به روش‌های سنتی و مبتنی بر داده‌های تاریخی را کاهش داده و لزوم به‌کارگیری رویکردهای نوین را برای سرمایه‌گذاری توصیه می‌کنند. یکی از تکنیک‌های که قابلیت به‌کارگیری شاخص‌های چندگانه برای ارزیابی را به‌طور همزمان دارد، روش ناپارامتریک تحلیل پوششی داده‌هاست که با توجه به این قابلیت در پژوهش‌های زیادی درزمینه بهینه‌سازی سبد سهام استفاده‌شده است.

اما در این میان، لیم و اوه و ژوه [۸] در سال۲۰۱۴ با توجه به پژوهش ادرسینگ وژانگ [۷] در سال ۲۰۰۸ و با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و به دست آوردن کارایی متقاطع، مبنای جدیدی را برای محاسبه بازده و ریسک مطرح کردند. آن‌ها جدول کارایی متقاطع را، نشانگر قوت مالی شرکت در شرایط مختلف تفسیر کرده و این جدول را به‌جای داده‌های تاریخی مبنای تشکیل سبد سهام قراردادند و با مدل مارکوویتز وزن شرکت‌ها را در سبد بهینه تعیین نمودند. اما استفاده از معیار واریانس در محاسبه ریسک سبد اشکالاتی دارد، ازجمله عدم انسجام و کاهش ریسک‌های مطلوب و نامطلوب به‌طور همزمان، ازاین‌رو در این پژوهش، با استفاده از مدل خطی ارزش در معرض خطر شرطی که یکی از معیارهای منسجم و مهم ریسک نامطلوب است، بر روی جدول کارای متقاطع به تشکیل سبد سهام بهینه پرداخته شد. لازم به ذکراست که کاربرد مدل خطی ارزش در معرض خطر شرطی بر روی ماتریس کارایی متقاطع تجربه انحصاری این پژوهش است و تا آنجا که مشخص است در هیچ پژوهش داخلی و خارجی گزارش نشده است.

با توجه به مقدار شارپ گزارش‌شده در جدول ۷، عملکرد روش پیشنهادی از عملکرد سبد بازار و مدل لیم واوه وژوه (مدل مارکوویتز بر روی کارایی متقاطع) بهتر بوده و این امر نشان‌دهنده برتری ارزش در معرض خطر شرطی در کنترل و مدیریت ریسک سبد نسبت به معیار واریانس (انحراف معیار) در مدل مارکوویتز است.

Referenc:

[1] Markowitz, H. (1952). «Portfolio selection». The journal of finance, 7(1), 77-91.

[2] Rockfeller T, Uryasev S, (2000), Optimization of conditional value-at-risk. Journal of Risk,2(3):21–4.

[3]Rockafellar T., Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. Journal of Banking and Finance 26 (7), 1443–1471.

[4] Yamai, Y.& Yoshiba, T.(2002)."On the Validity of Value-at-Risk: Comparative Analyses with Expected shortfall". Montary and Economic Studies, 20,57-85.

[5] Acerbi, Carlo. & tasche, dirk. (2002). "Expected shortfoll: a natural coherent alternative value of risk ". Journal of Economic Notes. volume 3. issue2, 379-388.

[6] Kisiala,Jakob. (2015). «Conditional Value-at-Risk: Theory and Applications». Dissertation Presented for the Degree of MSc in Operational Research .The university of Edinburgh.

[7] Edirisinghe, N. C. P., Zhang, X. (2008). «Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries». Journal of the Operational Research Society, 842-856.

[8]GOh,J., Zhang,W, .Lim,K., Sim, M. (2012). «Portfolio value- at- risk optimization for asymmetrically distributed asset returns». European Journal of Operational Research, Vol 221, pp397–406 .

[9] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., Heath, D. (1999). Coherent measures of risk.
Mathematical Finance 9, 203–228.

[10] Giorgi,G., Post, Thierry. (2008). «Second Order Stochastic Dominanc, Reward- Risk Portfolio Selection and the CAPM». Journal of Financial and Quantitative Analysis,Vol 43, Np2, pp 525-46.

[11] GOh,J., Zhang, W,. Lim, K., Sim, M. (2012). «Portfolio value-at-risk optimization for asymmetrically distributed asset returns». European Journal of Operational Research,Vol 221, pp397–406 .

[12] Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). «Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm». Expert Systems with Applications, 36(7), 10529-10537.

[۱۳] الهی، مرتضی، یوسفی، محسن. (۱۳۹۳). «بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد میانگین- واریانس و با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی شکار»، پژوهشات مالی، شماره ۱، ۳۷- ۵۶.

[۱۴] کیانی، طاهره، داریوش، فرید، صادقی، حجت الله. «اندازه‌گیری ریسک با معیار ارزش درمرض ریسک ازطریق مدل GARCH». راهبرد مدیریت مالی، سال سوم، شماره دهم، پاییز ۱۳۹۴، صفحه ۱۴۹-۱۶۸.

[۱۵] عباسی، ابراهیم. (۱۳۹۲). «برآورد وارزیابی ارزش در معرض خطر در بازار فارکس». مجله مهندسی مالی ومدیریت اوراق بهادار،شماره هفدهم،زمستان ۱۳۹۲.

[16] Johri, S. (2004). «Portfolio Optimization with Hedge Funds» .Swiss Federal Institute of Technology.

[۱۷] فلاح شمس، میرفیض، عبداللهی، احمد، مقدسی، مطهره. «بررسی عملکرد معیارهای متفاوت ریسک در انتخاب وبهینه‌سازی سبد سهام با استفاده الگوریتم مورچگان درشرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران» فصلنامه راهبرد مدیریت مالی، سال اول، شماره ۲، پاییز ۱۳۹۲.

[۱۸] نویدی، سارا.بنی هاشم، شکوفه. صانعی، مسعود،"روشی سه مرحله‌ای برای بهینه سازی سبد سهام با استفاده از سنجه‌های ریسک ارزش در معرض خطر". فصلنامه پژوهش‌های نوین در ریاضی، سال دوم، شماره پنجم، بهاره ۱۳۹۵

[۱۹] جهانشاهلو، غلامرضا، حسین‌زاده، فرهاد. (۱۳۸۵). مقدمه‌ای بر تحلیل پوششی داده‌ها، جلد اول، جزوۀ درسی چاپ نشده، دانشکده ریاضی دانشگاه تربیت معلم.

[۲۰] پیکانی، پژمان، محمدی، عمران، جبارزاده، آرمین، جندقیان، علیرضا. "بهره‌گیری از مدل استوار تحلیل پوششی داده‌ها به منظور اندازه‌گیری کارایی سهام مطالعه موردی بورس اوراق بهادار تهران" .
فصلنامه پژوهش‌های نوین در ریاضی. دوره۱، شماره۴، زمستان۱۳۹۴.

[21] Chang, P. T., Lee, J. H. (2012). «A fuzzy DEA and knapsack formulation integrated model for portfolio selection». Computers & Operations Research, 39(1), 112-125.

[22] Cooper, W. W., Park, K. S., & Pastor, J. T. (1999). « RAM: A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models, and relations to other models and measures in DEA». Journal of Productivity Analysis, 11(1), 5–42.

[۲۳] گودرزی، مهشید (۱۳۹۴) «رویکردی به بهینه سازی سبد سهام» پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه گیلان، به راهنمایی کیخسرو یاکیده.

[24] Sharpe, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. The journal of finance, 19 (3), (1964). 425-442.