

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال نهم، شماره چهل و چهارم، مهر و آبان ۱۴۰۲

شماره شاپا: ۲۵۸۸-۵۸۸X



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

نقش نظریه ون هیلی برای ارتقاء مهارت‌های هندسی دانش آموزان و بدفهمی‌های هندسه

رضا صفرپور کلشتری^۱، محسن رستمی مال خلیفه^{۲*}، محمدحسن بهزادی^۳، احمد شاهورانی سمنانی^۴

(۱و۲و۳و۴) گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران، تهران، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۰۱/۱۴ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۱۴

چکیده

مدل ون هیلی یک مدل یادگیری است که انواع متفاوت تفکر را که دانش آموزان هنگام روبرو شدن با شکل‌های هندسی تجربه می‌کنند، عرضه می‌دارد و از مرحله برخورد بصری با شکل هندسی تا درک صوری اثبات هندسی را شامل می‌شود. بدفهمی‌ها ممکن است باعث سردرگمی و شکست دانش آموزان در حل مسائل شوند. گاهی نیز به دلیل ماهیت به هم پیوسته مفاهیم ریاضی، بدفهمی‌ها باعث ایجاد مشکل در یادگیری‌های آتی دانش آموزان می‌شوند. هدف این پژوهش شناسایی بدفهمی‌های دانش آموزان در مهارت‌های هندسی درس هندسه و استفاده از نظریه ون هیلی برای ارتقا و بهبود سطح مهارت‌های هندسی دانش آموزان بوده است. جامعه آماری آن دانش آموزان دوره متوسطه در استان گیلان بودند که در سال تحصیلی ۱۳۹۹-۱۳۹۸ تحصیل می‌کردند. نمونه مورد نظر به صورت تصادفی خوشه‌ای به تعداد ۳۸۴ نفر در نظر گرفته شد. این مطالعه از نظر هدف کاربردی، از نظر اجرا توصیفی، و از نوع زمینه‌یابی است. ابزار اندازه‌گیری این پژوهش آزمون کتبی بوده است. ضریب آلفا کرونباخ ۰/۸۹۶ به دست آمد. نتایج به دست آمده از این پژوهش نشان داد که اغلب دانش آموزان خطاهای متعددی در مباحث هندسه و مهارت‌های هندسی داشتند. میانگین نمرات دانش آموزان گروه آزمایش در بدفهمی‌ها پایین‌تر از میانگین نمرات دانش آموزان گروه گواه بود. بین عملکرد دانش آموزان گروه کنترل و آزمایش در سطوح تفکر ون هیلی تفاوت معناداری در سطح ۰/۰۵ وجود داشت. این تفاوت به سود دانش آموزان گروه آزمایش بود. همچنین، بین عملکرد دانش آموزان دو گروه در مهارت‌های هندسی تفاوت معناداری در سطح ۰/۰۵ به سود دانش آموزان گروه آزمایش وجود داشت. بنابراین اگر معلمان اگر از مدل ون هیلی در جهت آموزش مفاهیم و مهارت‌های هندسی استفاده کنند تا حدی بدفهمی‌های دانش آموزان کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: نظریه ون هیلی، مهارت‌های هندسی، بدفهمی‌های هندسه.

مقدمه

هندسه به عنوان بخشی از ریاضیات، یکی از درس‌های مهم، مشکل و در عین حال، پر جاذبه و شیرین دوران تحصیل است. هر معلمی که در مقطع دبیرستان درس ریاضی یا هندسه را تدریس کرده باشد متوجه سردرگمی دانش‌آموزان در بخش هندسه می‌شود مسائل را ناملوس تلقی می‌کند. علت این امر می‌تواند دلایل خاص خود را داشته باشد. باید از دید دانش‌آموزان به مسئله نگاه کرد و عملکردهای آن‌ها را در حل نمونه‌های متنوع مربوط به هندسه بررسی نمود تا منشاء این مشکل پیدا شود و راه حل مناسبی پیشنهاد گردد ما در این رساله سعی خواهیم کرد که برخی از مشکلات مهم و تاثیر گذار را احصاء و راه حل‌های اجرایی برای آموزش بهتر این بخش از درس هندسه ارائه دهیم.

خیلی از افراد این درس را مشکل و مبهم می‌دانند و نتیجه این باور، عدم اعتماد به نفس در یادگیری است می‌توان آموزش ریاضی را به صورت ملموس تر در آورد و دانش‌آموزان را به صورت ملموس با مسائل مربوط به هندسه روبرو کرد. آموزش‌هایی که دانش‌آموزان در مدرسه می‌بینند باید تا حدودی منعکس کننده زندگی واقعی آن‌ها باشد. آنچه که یاد می‌گیرد کاربردش را در زندگی بداند یک دوستی می‌گفت یک روز به دانش‌آموزان گفتم تمام کلاس را با متر اندازه بگیرید و اندازه هر کسی واقعی بود به او جایزه می‌دهم شورو شوقی در کلاس ایجاد شد و همه شروع کردند به اندازه گرفتن سپس معلم شروع کرد به مفهوم واحد اندازه گیری یعنی متر و واحد کوچکتر آن یعنی سانتی متر و حتی جلوتر واحد‌های کوچکتر. فراگیر ضمن علاقه مند شدن به آن عملاً مسئولیت بیشتری را در امر یادگیری به عهده خواهد داشت. وقتی مفاهیم هندسه با شیوه‌های استدلالی و خشک تدریس می‌شود کمتر مورد توجه قرار می‌گیرد هرگاه به شیوه‌ی عملی و کاربردی تدریس شود، ضمن این که برخی از مسائل تدریس و یادگیری، از پیش پا برداشته خواهد شد، در فراگیران شوق و علاقه به مطالعه و یادگیری این درس، ایجاد شده و رشد خواهد یافت هندسه مثل علم ریاضی، دارای مفاهیم مجرد و ذهنی است و مفاهیمی که تعاریف هایشان نشأت گرفته از خودشان است، مثل نقطه، خط، سطح و... در تدریس این مفاهیم، بایستی سعی کرد که دور از ابهام ارائه شوند. هدف از تدریس ریاضی، پرورش قوای فکری، توانایی درست اندیشیدن، به کار بستن صحیح دانش و معلومات در حل مسائل روزمره و پرورش ذهن‌های خلاق و مبتکر است نه محدود نمودن آن‌ها به حفظ تعریف‌ها و قضیه‌های خشک ریاضی و هندسه.

ریاضیات، یکی از مهم‌ترین مؤلفه‌های فرهنگی جوامع مدرن امروزی است. هدف کلی ریاضیات این است که فرد را قادر سازد که دانش ریاضیاتی لازم در زندگی روزمره را فراگیرد، نحوه حل مسائل را آموزش دهد، باعث شود که یادگیرنده روشی برای حل مسائل داشته باشد و روش‌های استدلال را فراگیرد. هندسه شاخه مهمی از ریاضیات است و مهارت‌های هندسی به عنوان مهارت‌های اصلی ریاضیات شناسایی شده‌اند. هندسه برای دانش‌آموزان از آن رو اهمیت دارد که در سایر شاخه‌های ریاضی هم تأثیر دارد. اساساً یادگیری هندسه دو هدف دارد: یکی توسعه مهارت تفکر و دیگری شکل‌گیری شهود فضایی. منظور از شهود فضایی آن است که فرد چگونه فضا و ناحیه (مساحت‌ها) را در دنیای واقعی می‌نگرد. هر جا آموزش و یادگیری در میان باشد، فراگیری ناقص و نارسای برخی مطالب و مفاهیم بسیار امکان پذیر است. بنابراین، بدفهمی‌ها و ناتوانی‌های ناشی از آنها هم اتفاق می‌افتند. پنداشت‌های غلط و بدفهمی در ریاضیات، بنا بر دلایل مختلف و با شیوه‌های متفاوت، توسط معلمان و شاگردان بروز می‌کند و عرصه آن از اشکالات و ابهامات جزئی تا ناتوانی‌های گسترده و مهم تغییر می‌کند. بدفهمی را این-گونه تعریف می‌کند: مشکلات مفهومی یا استدلالی که مانع از تسلط دانش‌آموزان در هر رشته‌ای می‌شود. بدفهمی را به عنوان مرحله طبیعی رشد و توسعه مسائل مفهومی می‌نگرد. برای اینکه دانش‌آموزان بتوانند با مشکلات و

دشواری‌های مفهومی زیربنایی مواجه شوند، فائق آمدن بر این بدفهمی‌ها ضروری است. بدفهمی‌ها بخشی از فرایند یادگیری هستند که روی یادگیری‌های بعدی دانش‌آموزان تأثیر منفی می‌گذارد. بدفهمی‌ها ساختار شناختی محکمی دارند که به راحتی اصلاح نمی‌شوند و ناشی از بی‌دقتی و تصادفی نیستند. اشتباهات و خطاهای مفهومی سهوی نیستند، بلکه ناشی از فهم نادرست یا ناقص دانشجوین هستند. در واقع به عبارت دقیق‌تر، بدفهمی را می‌توان برداشت ناقص یا نادرست از یک مفهوم که سبب اشتباهات نظام‌مندی در عملکرد فرد می‌شود، تعریف کرد. گرابر و جانسون بدفهمی‌ها را در چهار گروه قرار می‌دهند:

۱. بیش‌تعمیمی: دانش‌آموز مفهوم یا رویه‌ای که در یک وضعیت درست است را به وضعیتی دیگر تعمیم می‌دهد.
 ۲. بیش‌تخصیصی: دانش‌آموز محدودیتی را که ویژگی یک مفهوم یا رویه نیست به آن نسبت می‌دهد.
 ۳. ترجمه نادرست: دانش‌آموز در ترجمه واژگان، نمادها، جدول‌ها یا نمودارها اشتباه می‌کند.
 ۴. مفهوم سازی محدود: ریشه بدفهمی دانش‌آموز به درک نکردن مفهوم یا رویه بر می‌گردد.
- یکی از راه‌های شناسایی ابعاد یادگیری دانش‌آموزان، توجه به اشتباهات مفهومی و خطاهایی است که آنها مرتکب می‌شوند تحقیقات نشان داده‌اند، که با وجود تلاش‌های بسیار زیادی که برای پایین آوردن میزان اشتباهات دانش‌آموزان در درس ریاضی انجام شده، آموزش و یادگیری ریاضیات همچنان با اشتباه مفهومی همراه بوده است (کانسیز " و همکاران، ۲۰۱۱، به نقل از امیری، ۱۳۹۲).

شناسایی و کشف بدفهمی‌های دانش‌آموزان، برای معلمان ریاضی اهمیت زیادی دارد، زیرا آنها می‌توانند تا حدودی روش تدریس خود را بر مبنای بدفهمی‌های دانش‌آموزان تعدیل کنند. تشخیص بدفهمی‌ها کمک خواهد کرد بفهمیم چه روشی، کی و کجا در یادگیری دانش‌آموزان مؤثر است. آگاهی از فرایندهای ذهنی آنها به معلمان ریاضی کمک خواهد کرد در صدد ایجاد تغییرات مناسب در روش یادگیری و کشف روش‌های بهتر باشند و دانش‌آموزان را با هدف‌های عادی تر درس‌های ریاضی و ارتباط تنگاتنگ آنها با دنیای واقعی آشنا سازند (آذرنگ، ۱۳۹۱). مهارت‌های دیداری، شفاهی، ترسیمی، منطقی و کاربردی، پنج مهارت پایه در آموزش هندسه هستند که به توجه خاص نیاز دارند. توسعه بعضی از این مهارت‌ها از دوره‌های ابتدایی و راهنمایی شروع می‌شود و بعضی نیز در سطح آموزش متوسطه مطرح می‌شوند (غلام آزاد، ۱۳۷۹).

۵. مهارت دیداری: بدون شک هندسه موضوعی دیداری است و این جنبه به عنوان ابزاری مقدماتی در اثبات‌ها بکار می‌رود. و مهارت شفاهی: درس هندسه از جمله درس‌هایی است که روی زبان تأکید دارد و دانش‌آموزان باید واژه‌های زیادی را یاد بگیرند و تعریف‌های دقیق و ویژگی‌های ش کل‌ها و روابط بین آنها را توصیف کنند.

۶. مهارت ترسیمی: درس هندسه باید برای دانش‌آموزان فرصتی فراهم آورد که ایده‌های خود را در قالب تصویر و نمودار بیان کنند. آنها در آینده زندگی خود بیش از اثبات قضیه، نیازمند داشتن مهارت کافی در رسم تصویر از یک موقعیت هندسی هستند.

۷. مهارت منطقی: هندسه یکی از موضوع‌هایی است که چگونگی تجزیه و تحلیل و تشخیص درستی آن را آموزش می‌دهد. متأسفانه بعضی از برنامه‌های درسی و بعضی از روش‌های تدریس دانش‌آموزان را به حفظ مفاهیم، و نه درک آن، سوق می‌دهد.

۸. مهارت کاربردی: امروزه توصیف ریاضی پدیده‌ها «مدل سازی ریاضی» خوانده می‌شود. با تجزیه و تحلیل یک مدل، غالباً به اطلاعاتی در مورد پدیده اصلی می‌رسیم. یکی از بهترین مثال‌های اولیه مدل سازی در کتاب اصول اقلیدس یافت شده است که ممکن است نتیجه تلاش برای توصیف منطقی مدل سازی جهان بوده باشد. در حال

حاضر، مدلسازی ریاضی در زمینه‌هایی مثل کشاورزی، زیست‌شناسی، جغرافیا، روان‌شناسی و کسب و کار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

تحقیقات متعددی که در طول سالیان گذشته در کشورهای متفاوت انجام گرفته، بیانگر آن است که بسیاری از دانش‌آموزان در یادگیری هندسه مشکل دارند. نظریه ونهیلی شامل سطوح تفکری است که دانش‌آموزان در ضمن یادگیری هندسه از آن عبور می‌کنند. علاوه بر این توضیح می‌دهد چرا دانش‌آموزان در یادگیری هندسه با مشکل مواجه می‌شوند. این مدل نظری شامل سطوح تفکر و مراحل آموزشی است (ریحانی، ۱۳۸۴).

سطوح تفکر» توصیفی از روش‌های تفکر است که در یادگیری هندسه یافت می‌شوند. این سطوح نشانگر میزان تفکر افراد نسبت به ایده‌های هندسی هستند، نه میزان دانش هندسی فرد. بنابراین، چگونگی تفکر هندسی و آموزش هندسه در برنامه ریاضی مدرسه‌ای از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است و یکی از شناخته‌شده‌ترین نظریه‌ها بین نظریه‌هایی که در مورد آموزش هندسه و تفکر هندسی وجود دارند، نظریه ون هیلی است (مهیدیان، ۱۳۹۵). پیر ون هیلی و همسرش دینا گلدوف ون هیلی "از جمله معلمانی بودند که در کلاس‌های درس هندسه متوجه مشکلات یادگیری دانش‌آموزان خود شدند و در نهایت تلاش آنها برای رفع مشکلات یادگیری دانش‌آموزان خود، به تدوین نظریه‌ای در زمینه آموزش هندسه منجر شد که تحقیقات بعدی صورت گرفته توسط باتیستا، کلمنتس، گاز (۱۹۶۰) نشان دادند که این نظریه نقاط قوت زیادی در زمینه آموزش هندسه دارد (به نقل از ویسی، ۱۳۸۸). مدل ون هیلی یک مدل یادگیری است، این مدل انواع متفاوت تفکر را که دانش‌آموزان هنگام روبرو شدن با شکل‌های هندسی تجربه می‌کنند، عرضه می‌کند و از مرحله برخورد بصری با شکل هندسی تا درک صوری اثبات هندسی را شامل می‌شود. ون هیلی ابتدا در پنج سطح از تفکر مدل خود را عرضه کرد، اما اینک مدل او با سه سطح از تفکر معرفی می‌شود که او آنها را به ترتیب دیداری، توصیفی و نظری می‌نامد (فویز ۱۹، وهمکاران، ۱۹۸۸ و ونهیلی، ۱۹۸۶). تقسیم کردن هندسه به سطوح متفاوت بر اساس تئوری ون هیل، بسیار مناسب و منطقی است. دبیرستان‌های دوره دوم متوسطه با توجه به تخصصی بودن درس‌ها و موضوع‌های تدریس شده، باید تعیین کنند که دانش‌آموزان در چه سطحی هستند و می‌خواهند به چه سطح برسند، و تدریس هندسه را با آن منطبق سازند. سطوح ون هیلی که به طور یکسان برای هر دو جنس (مرد و زن) مناسب اند (هسیو، ۲۰۱۵) به نقل از العبوس ۲، ۲۰۱۶) عبارت اند از:

سطح ۱. تشخیص یا دیداری: در سطح ۱، دانش‌آموزان هندسه را از طریق تجسم یاد می‌گیرند (ون هیلی، ۱۹۸۴، به نقل از مرادی ویس، ۱۳۸۸). شکل‌ها بر اساس ظاهرشان قضاوت می‌شوند. کودک مستطیل را با شکل آن یاد می‌گیرد و برای او مستطیل متفاوت از مربع به نظر می‌رسد.

سطح ۲. تجزیه و تحلیل: در دومین سطح، شاید دانش‌آموزان درک کنند که ضلع‌های روبه‌رو و احتمالاً حتی قطرهای یک مستطیل متساوی هستند، اما متوجه نیستند که چگونه مستطیل‌ها با مربع‌ها یا مثلث‌های قائم‌الزاویه مرتبط اند. دانش‌آموزان ویژگی‌های شکل‌ها را تحلیل می‌کنند (هافر ۲۳۳، ۱۹۸۱). و سطح ۳. استنتاج غیر رسمی یا مرتب‌سازی: دانش‌آموزان قادرند خواص مفاهیم، شکل‌ها و انواع تعریف‌های مجرد را به صورت منطقی مرتب کنند. همچنین قادر به تشخیص شرط لازم و کافی مجموعه‌ای از خواص در مفاهیم و شکل‌ها هستند (بورگر و شانسی، ۱۹۸۶) به نقل از مرادی ویس، ۱۳۸۸).

سطح ۴. استنتاج رسمی: دانش‌آموزان می‌توانند اثبات کند، نقش تعریف‌ها، قضیه‌ها و معنی لازم و کافی را می‌دانند (میسون ۲۴، ۱۹۹۸). در این سطح استنتاج معنی دار می‌شود. دانش‌آموزان اهمیت استنتاج و نقش فرض‌ها، اصول موضوعه، قضایا و اثبات‌ها را درک می‌کند (هافر، ۱۹۸۱).

سطح ۵. دقت: دانش آموزان جنبه های رسمی اثبات، مثل مقایسه و ایجاد سیستم های ریاضی، را درک می کنند. در این سطح، دانش آموز اهمیت اثبات غیر مستقیم و اثبات مستقیم را می فهمد و می تواند هندسه ناقلیدسی را درک کند (میسون، ۱۹۹۸). ون هیلی ها در تحقیقات خود متوجه شدند، استدلال های رسمی در هندسه به صورت طبیعی در کودکان اتفاق نمی افتد و برای این کار نظامی تربیتی مورد نیاز است. آنها بر نقش آموزش و اهمیت کسب تجربه توسط یادگیرنده برای سهولت عبور از سطحی به سطح دیگر تأکید بسیار داشتند. این امر با نقش آفرینی معلم و از طریق طراحی فعالیت‌های مناسب برای یادگیرندگان سطوح متفاوت امکان پذیر است (ریحانی، ۱۳۸۴).

بخشی از کار ون هیلی درباره تئوری ون هیلی است که شامل پنج مرحله آموزشی است. این مراحل برای معلمان طراحی شده تا به دانش آموزان کمک کنند، از یک مرحله به مرحله بعدی بروند (فویزه و همکاران، ۱۹۸۴ به نقل از شریف پور، ۱۳۹۳). این مراحل عبارت اند:

۱. کسب اطلاعات: معلم و دانش آموزان مشغول گفتگو و فعالیت در مورد موضوع‌های مورد مطالعه می شوند و دانش آموزان با زمینه کار آشنایی پیدا می کنند.
۲. جهت دهی: دانش آموزان هر مبحث مورد مطالعه را از طریق فعالیت هایی که معلم طراحی کرده است، توسعه می دهند و یاد می گیرند.
۳. شفاف سازی: دانش آموزان از روابط بین اجزا آگاه می شوند و می کوشند آنها را به زبان خود بیان کنند. معلم جمله هایی را که دانش آموزان به کار می برند، پالایش می کند و جمله های جدیدی به کار می برد.
۴. جهت گیری آزاد: دانش آموزان به فعالیت‌ها و تکلیف‌هایی گماشته می شوند که می توانند آنها را با روش‌های متفاوت و با استفاده از دانش، مهارت‌ها و رابطه‌هایی که قبلاً آموخته اند، انجام دهند.
۵. تلفیق: دانش آموزان قادرند دانش و اطلاعات و روابط جدید را در قالب یک کل جدید و یکپارچه ببینند. به عبارت دیگر، آنها همه آنچه را که در مورد یک موضوع یاد گرفته اند، باهم تلفیق می کنند.

ویژگی‌های مدل ون هیلی

۱. دنباله ای بودن سطح: تفکر هندسی سلسله مراتبی هستند یعنی یک دانش آموز نمی تواند در سطح n ون - هیلی باشد بدون اینکه $n-1$ سطح قبلی را طی کرده باشد (تامپسون، ۲۰۰۶ به نقل از شریف پور، ۱۳۹۳).
۲. زبان شناختی بودن: هر سطح دارای نمادهای زبانی خاصی است و افرادی که در سطوح متفاوت هستند، نمی توانند یکدیگر را درک کنند (میسون، ۲۰۰۲، به نقل از صباغی، ۱۳۸۳).
۳. عدم وابستگی به سن: سطوح تفکر هندسی ون هیلی به سن وابسته نیستند و در عوض، به تجربیاتی بستگی دارند که دانش آموزان کسب کرده اند.
۴. متمایز بودن ماهیت درونی و ماهیت بیرونی: ون هیلی‌ها تأکید می کنند، سطوح به وسیله تفاوت در موضوع تفکر از یکدیگر تمیز داده می شوند. برای مثال، در سطح یک، فقط شکل ظاهری درک می شود، در حالی که شکل به وسیله خواص خود تعیین می شود. این مطلب تا سطح دو که شکل به وسیله اجزا و مؤلفه هایش تجزیه و تحلیل و خواص آن کشف می شود، به دست نمی آید (ریحانی، ۱۳۸۴).
۵. نبود مطابقت: دو شخص که در سطوح متفاوت استدلال قرار دارند، نمی توانند یکدیگر را درک کنند. اگر در یک کلاس درس، معلم و سایر دانش آموزان درس طوح متفاوتی از تفکر باشند، با نمادهای متفاوت زبانی و شبکه

های ارتباطی متفاوت با هم ارتباط برقرار می‌کنند و در نتیجه، نه معلم و نه دانش آموز، همدیگر را درک نمی‌کنند (میسون، ۱۹۹۸).

۶- نقش معلم: پژوهشگران نقش معلم را به گونه‌های متفاوت توصیف کرده‌اند. فرودنتال نقش معلم را نوعی راهنما می‌داند که مسیر یادگیری را به دانش آموزان نشان می‌دهد. در این نقش معلم این امکان را فراهم می‌کند که دانش آموزان در مسیر مشخص تری حرکت کنند و مفاهیم ریاضی را در ذهن خود بپرورانند. طبیعی است که انسان در جریان ساخت و ساز دانش خود، به فهم‌ها و بدفهمی‌های مختلفی می‌رسد. باید در نظر داشت که بدفهمی‌های دانش آموزان در ریاضی، اشتباهات سهوی نیستند که با تکرار و تمرین قابل اصلاح باشند. در ساختارها یا طرح‌واره‌های ذهنی دانش آموزان ریشه دارند. برای اصلاح آنها نیز نیازمند تحقیقاتی هستیم که هم بدفهمی‌ها را شناسایی کنند و هم دلایل شکل‌گیری آنها را روشن سازند تا بتوان با استناد به یافته‌های پژوهشی، برای رویارویی مناسب به برنامه‌ریزان درسی و مؤلفان کتاب‌های درسی ریاضی، رهنمودهای اجرایی ارائه داد. از آنجا که هدف این پژوهش شناسایی بدفهمی‌های دانش آموزان و استفاده از نظریه ون‌هیلی برای درک هندسی آنهاست، لذا امید می‌رود نتایج پژوهش رویکرد نوینی را برای آموزش هندسه ارائه دهد که با بهره‌گیری از آن بتوان پاره‌ای از مشکلات معلمان را در فرایند آموزش هندسه رفع کرد. در ادامه مدلی برای شناسایی سطوح تفکر هندسی دانش آموزان، طراحی مراحل آموزشی و یادگیری درس هندسه به معلمان ارائه می‌شود که به کمک آن می‌توانند زمینه‌های ایجاد علاقه و انگیزه در دانش آموزان نسبت به هندسه، تقویت مهارت‌های هندسی دانش آموزان و بالا بردن سطوح تفکر هندسی آنان را فراهم آورند.

تحقیقات داخلی و خارجی انجام گرفته در رابطه با بدفهمی

پژوهش ویسی در سال ۱۳۸۸ بررسی میزان تأثیر آموزش به کمک هندسه پویا مبتنی بر نظریه ون‌هیلی بر رشد تفکر هندسی دانش آموزان سال سوم راهنمایی کلاترزان» را مورد بررسی قرار داد. نتایج پژوهش نشان داد که بین عملکرد دانش آموزان دو گروه در مهارت‌های دیداری، شفاهی، ترسیم و منطقی تفاوت معناداری در سطح ۰/۰۵ به سود دانش آموزان گروه آزمایش وجود دارد. اما در مهارت کاربرد تفاوت معناداری وجود ندارد.

پژوهش العبوس (۲۰۱۶) که به بررسی تأثیر مدل ون‌هیلی بر یادگیری مفاهیم هندسی و بررسی نگرش‌ها در مورد هندسه و اثر انتقال یادگیری دانش آموزان سه پایه اول در اردن است نشان داد تفاوت‌های معناداری بین عملکرد هر کدام از دو گروه پژوهش در مقیاس یادگیری مفاهیم هندسی، به نفع گروه آزمایش وجود دارد، این گروه با استفاده از مدل ون‌هیلی آموزش داده شده بودند. همچنین تفاوت‌های معناداری بین عملکرد دو گروه پژوهش در مقیاس نگرش در مورد هندسه به نفع گروه آزمایش که با مدل ون‌هیلی آموزش داده شده بودند وجود داشت. همچنین تفاوت‌های معناداری بین عملکرد هر کدام از دو گروه پژوهش در آزمون انتقال یادگیری به نفع گروه آموزش داده شده با مدل ون‌هیلی مشاهده شد.

ولو، کریشناسامی و عبدالله (۲۰۱۵) تحقیقی تحت عنوان «حل مسئله» انجام دادند. هدف این پژوهش تشخیص میزان دشواری و میزان خطاها بر اساس نمادها، نمودارها و حل مسئله در ریاضیات بود. تحلیل محتوا نشان داد که ۵۲ نفر (۵۷٪) دچار خطاهای مفهومی شده بودند، ۲۲ نفر (۲۴٪) خطاهای سهوی داشتند، ۱۲ نفر (۱۳٪) خطاهای حل مسئله داشتند، و ۵ نفر (۶) خطاهای مقداری داشتند. مهم‌ترین علل ارائه شده برای این خطاها عبارت‌اند از: عدم فهم، فراموش کردن رویه حل مسائل، ناتوانی در فهم کامل اطلاعات سؤال، بی‌دقتی، و جواب دادن بر اساس حدس و گمان. این پژوهش در فرآیند یادگیری دانش آموزان و فهم نمودارها کاربرد دارد، زیرا در

زندگی روزانه از نمودارها برای مدیریت، انتقال و تحلیل اطلاعات استفاده‌های گسترده‌ای می‌شود. پژوهش آزر (۲۰۱۲)، «تصورات نادرست در مورد هندسه و راه حل‌های پیشنهادی برای دانش آموزان دوره هفتم» بود. نتایج به دست آمده از این پژوهش نشان داد که دانش آموزان متوسطه دوره هفتم شماری تصورات نادرست دارند، فاقد دانش زمینه‌ای کافی و فاقد استدلال هستند و دچار اشتباهاتی در عملیات پایه‌ای در موارد مذکور می‌شوند.

روش پژوهش

ابتدا آزمونی محقق ساخته برای شناسایی بدفهمی‌های دانش آموزان به عمل آمد و روایی و پایایی آن بررسی شد. با این آزمون، بدفهمی‌های دانش آموزان شناسایی شدند. سپس دو گروه آزمایش و کنترل از دانش آموزانی که بیشترین بدفهمی را در مهارت‌های هندسی داشتند، انتخاب شدند. روی گروه آزمایش به مدت هفت جلسه آموزش به کمک طرح درس مبتنی بر مدل ون هیلی و برای گروه گواه هفت جلسه تدریس به روش سنتی اجرا شد. در آخر، پس از آزمون بین دو گروه و سنجش عملکرد آنها نسبت به هم انجام شد. جامعه آماری در این پژوهش دانش آموزان پسر پایه هشتم ناحیه یک شهرستان سنندج که در سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵ تحصیل می‌کردند و تعدادشان ۱۸۶۵ نفر بود. نمونه مورد نظر نیز شامل تمام دانش آموزان چند دبیرستان می‌باشد که به صورت تصادفی خوشه‌ای انتخاب شدند

نمونه: برای تعیین نمونه، بر اساس جدول مورگان و فرمول شارل کوکران، ۳۱۸ نفر به صورت تصادفی خوشه‌ای انتخاب شدند. در آغاز از این تعداد یک پیش آزمون به عمل آمد و دو گروه ۲۵ نفره (آزمایش و گواه) جمعاً ۵۰ نفر که بیشترین بدفهمی را داشتند، در نظر گرفته شدند. این تعداد نمونه برای پژوهش حاضر، بر مبنای حداقل تعداد پیشنهادی برای گروه‌های مورد مقایسه در مطالعات آزمایشی، از جمله مطالعات شبه تجربی، انتخاب شدند. بر اساس نظر (گال، بورگ و گال، ۲۷، ۱۹۹۷/۱۳۹۵) این تعداد نمونه برای تحقیقات تجربی کافی است.

روایی: برای تعیین روایی ابزار مورد استفاده در این پژوهش، از روایی محتوایی (CVI) استفاده شد. روایی محتوایی بدین معناست که معین کنیم سؤالات انتخاب شده در آزمون یا پرسشنامه تا چه حد نماینده و معرف مجموعه سؤالات ممکن از موضوع مورد نظر است. در این پژوهش، روایی محتوایی آزمون توسط هشت نفر که استادان و دبیران ریاضی بودند، بررسی شد. در کل تعداد سؤالات پیش آزمون در مرحله اول ۲۹ سؤال بود که چون روایی محتوایی ۹ سؤال آن کمتر از ۰/۷۹ بود، آن ۹ سؤال حذف شدند.

پایایی: برای بررسی پایایی پیش آزمون و پس آزمون، پس از اجراء در نمونه‌های اولیه شامل ۲۰ و ۱۵ نفر از دانش آموزان پایه هشتم از «روش بر آورد ضریب آلفای کرونباخ» استفاده شد. ضریب آلفای کرونباخ آزمون به ترتیب ۰/۸۶۲ و ۰/۷۵۴ به بدست آمد که این مقدار وضعیت مناسبی را در مورد پایایی آزمون‌ها نشان می‌دهد.

روش اجرا: در مرحله اول، نوع بدفهمی‌های دانش آموزان پایه هشتم در زمینه هندسه، با استفاده از یک آزمون محقق ساخته که یک نمونه ۳۱۸ نفری از دانش آموزان پایه هشتم این شهرستان در آن شرکت کردند، شناسایی شدند. پس از مشخص شدن نوع بدفهمی‌های دانش آموزان در مهارت‌های هندسی، به منظور اصلاح و جلوگیری از بروز بدفهمی‌ها، روش تدریس مبتنی بر مدل ون هیلی مورد استفاده قرار گرفت.

مرحله دوم این پژوهش روش تدریس پیشنهادی محقق را بررسی کرد. به این صورت که یک نمونه ۵۰ نفری از دانش آموزان پایه هشتم که بیشترین بدفهمی را داشتند، انتخاب و به دو گروه هم سنگ به نام‌های آزمایش و کنترل تقسیم شدند، به دانش آموزان گروه کنترل مبحث‌های هندسه، بدون گوشزد کردن بدفهمی‌ها، به روش

سنتی تدریس شد. در گروه آزمایش مباحث هندسه با گوشزد کردن بدفهمی‌ها و بر اساس مدل ون‌هیلی تدریس شد. سپس با انجام آزمون‌های هماهنگ بین این دو گروه، عملکرد دانش‌آموزان سنجیده شد.

فرضیه‌های پژوهش

۱. شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مهارت‌های هندسی آنها تأثیر دارد.
۲. آموزش به کمک مدل ون‌هیلی در کاهش بدفهمی‌ها تأثیر دارد.
۳. آموزش به کمک مدل ون‌هیلی در مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان تأثیر دارد.

یافته‌های تحقیق

- نتیجه اجرای آزمون محقق ساخته شناسایی ۱۳ نوع بدفهمی در مهارت‌های هندسی بود که عبارتند از:
۱. درک نادرستی از تعریف چندضلعی‌ها دارند.
 ۲. خط‌های تقارن و داشتن یا نداشتن مرکز تقارن در شکل‌ها را به درستی تشخیص نمی‌دهند.
 ۳. تصور می‌کنند هر نقطه که در فضای داخلی شکل قرار گیرد، مرکز تقارن است.
 ۴. درک درستی از زاویه ندارند.
 ۵. از نقاله به درستی استفاده نمی‌کنند (با توجه به اینکه روی نقاله دو ردیف عدد نوشته شده است).
 ۶. درک نادرستی از تعریف برخی از چهارضلعی‌های خاص دارند. مثلاً فکر می‌کنند لوزی نوعی چهارضلعی با ضلع‌های روبروی موازی است که چهار ضلع برابر دارد و زاویه قائمه ندارد.
 ۷. مربع را از دسته مستطیل‌ها جدا می‌دانند.
 ۸. پس از نوشتن رابطه فیثاغورس، در جاگذاری اندازه‌های اضلاع دچار اشتباه می‌شوند.
 ۹. در شکل‌های شلوغ خط‌های موازی و مورب را به درستی تشخیص نمی‌دهند.
 ۱۰. درک درستی از اثبات ندارند.
 ۱۱. مشکل دیگر بیشتر دانش‌آموزان در مورد هم‌نهستی دو مثلث است. در تشخیص دو مثلث، اگر مثلث‌ها کاملاً جدا از هم باشند، به راحتی آنها را می‌بینند، اما اگر دو مثلث در یک ضلع یا یک زاویه مشترک باشند، تشخیص آنها برایشان بسیار مشکل می‌شود. و چون دقیقاً نمی‌دانند چه کاری می‌خواهند انجام دهند، دو مثلث دیگر را که آشکار هستند، به اشتباه در نظر می‌گیرند.
 ۱۲. تفاوت اندازه و طول کمان را تشخیص نمی‌دهند.
 ۱۳. عبارت‌هایی مانند «کمان نظیر به یک وتر» و «وتر نظیر به یک کمان» برایشان ناملموس است.
- این ۱۳ نوع بدفهمی را به هفت دسته طبقه‌بندی کردیم که شامل: چند ضلعی‌ها - زاویه‌ها - روابط فیثاغورث - چهارضلعی‌ها - توازی و تعامد - هم‌نهستی و دایره بودند. پس از بررسی‌ها مشخص شد که بیشترین میزان بدفهمی به میزان ۰/۵۸٪ مربوط به گروه روابط فیثاغورث است و کمترین میزان بدفهمی‌ها نیز مربوط به توازی و تعامد به میزان ۱۵/۸٪ می‌باشد.
- در ادامه میانگین نمرات بدفهمی‌های دانش‌آموزان در دو گروه پیش‌آزمون و پس‌آزمون ارائه شده است:

جدول ۱. میانگین نمرات بدفهمی دانش آموزان در هفت دسته در گروه پیش‌آزمون و پس‌آزمون

میزان کاهش بدفهمی‌ها	انحراف معیار	میانگین نمرات بدفهمی‌ها	تعداد	آزمون	بدفهمی‌ها
۳/۷۲	۲/۰۴	۱۴/۹۲	۲۵	پیش‌آزمون	چندضلعی
	۲/۷۴	۱۱/۰۲	۲۵	پس‌آزمون	
۲	۱/۳	۱۴/۶۵	۲۵	پیش‌آزمون	زاویه‌ها
	۲/۹۶	۱۲/۶۵	۲۵	پس‌آزمون	
۴/۵۵	۱/۵	۱۳/۶۱	۲۵	پیش‌آزمون	چهارضلعی‌ها
	۱/۹۵	۹/۰۶	۲۵	پس‌آزمون	
۲/۷۷	۲/۳	۱۶/۲۲	۲۵	پیش‌آزمون	فیتاغورث
	۲/۷۸	۱۳/۴۵	۲۵	پس‌آزمون	
۱/۹۲	۱/۵۸	۱۱/۳۲	۲۵	پیش‌آزمون	توازی و تعامد
	۲/۴۸	۹/۴	۲۵	پس‌آزمون	
۲/۱۱	۱/۳۲	۱۵/۵۱	۲۵	پیش‌آزمون	هم‌نهشتی
	۲/۲۳	۱۳/۰۴	۲۵	پس‌آزمون	
۲/۰۷	۱/۰۵	۱۳/۱۱	۲۵	پیش‌آزمون	دایره
	۲/۷۵	۱۱/۰۴	۲۵	پس‌آزمون	

میانگین نمرات بدفهمی‌های دانش آموزان در این هفت دسته بدفهمی کاهش پیدا کرده و به ترتیب از دسته اول ۳/۷۲ به دسته هفتم ۲/۰۷ کاسته شده است. بیشترین کاهش در بدفهمی‌های نوع سوم یعنی بدفهمی‌های مربوط به چهارضلعی‌ها و کمترین کاهش در بدفهمی نوع پنجم، یعنی بدفهمی‌های مربوط به توازی و تعامد بوده است. اما در کل، میانگین نمرات مهارت‌های هندسی دانش آموزان گروه آزمایش در پیش‌آزمون ۵/۴۸ نمره بوده است که این مقدار در پس‌آزمون به ۹/۱۲ رسید.

بیشترین کاهش در بدفهمی‌های نوع سوم یعنی بدفهمی‌های مربوط به چهارضلعی‌ها و کمترین کاهش در بدفهمی نوع پنجم، یعنی بدفهمی‌های مربوط به توازی و تعامد بوده است. اما در گروه کنترل، نمرات مهارت‌های هندسی پیش‌آزمون و پس‌آزمون به ترتیب ۵/۴۸ و ۶/۲۸ بوده است. همان‌طور که از داده‌ها معلوم است میانگین نمرات مهارت‌های هندسی دانش آموزان در مرحله پس‌آزمون نسبت به مرحله پیش‌آزمون بیشتر و نمرات بدفهمی دانش آموزان، در مرحله پس‌آزمون نسبت به مرحله پیش‌آزمون کمتر بوده است. این نشان می‌دهد که آموزش به کمک مدل ون هیلی در کاهش بدفهمی‌ها و همچنین افزایش مهارت‌های هندسی دانش آموزان تأثیر داشته است.

بررسی استنباطی داده‌ها

به منظور استفاده از آزمون‌های پارامتریک، برای بررسی تساوی واریانس نمرات مهارت‌های هندسی و بدفهمی‌ها، از «آزمون لوین» استفاده شد. نتایج آزمون لوین به این صورت بود: فرضیه آماری، یکسانی پراکندگی واریانس‌ها را

در تمام سطوح متغیر مستقل مورد سنجش قرار می‌دهد. در بررسی واریانس‌های دو گروه در سطح ۰/۰۵ فرض مساوی بودن واریانس‌های نمرات مهارت‌های هندسی و بدفهمی‌های دو گروه پذیرفته می‌شود. به منظور بررسی نرمال بودن نمرات مهارت‌های هندسی و بدفهمی‌ها از «آزمون کلوموگروف اسمیرنف» استفاده شد. طبق نتایج این آزمون مهارت‌های هندسی در گروه آزمایش ۰/۱۳۰ و در گروه کنترل ۰/۱۷۶ بود و بدفهمی‌ها در گروه آزمایش ۰/۱۳۰ و در گروه کنترل ۰/۰۵۱ به دست آمد. مقدار P مربوط به بدفهمی‌ها و مهارت‌های هندسی در هر دو گروه کنترل و آزمایش در سطح معناداری ۰/۰۵ بیشتر بوده است که نتیجه می‌گیریم نمرات مهارت‌های هندسی و بدفهمی‌ها نرمال هستند.

بررسی فرضیه‌های پژوهش

فرضیه اول: شناسایی بدفهمی‌های دانش‌آموزان، در مهارت‌های هندسی آنها تأثیر دارد.

جدول ۲. جدول ضریب همبستگی چندگانه و ضریب بتای بدفهمی‌ها و بدفهمی‌ها با مهارت‌های هندسی

شاخص آماری متغیر ملاک	متغیر پیش‌بین	ضرایب بتا		ضریب همبستگی چندگانه	مجذور ضریب همبستگی چندگانه		ضریب F	سطح معناداری
		بتای استاندارد	بتای استاندارد		چندگانه	چندگانه تعدیل شده		
مهارت‌های هندسی	عدد ثابت	۰/۰۲۰	۱۹/۹۵۴	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۲۱۸۸۱۴/۷۶۲	۰/۰۰۳
	بدفهمی‌ها	-۰/۹۹۶	-۰/۹۹۶	۰/۰۰۲	۰/۰۰۲	۰/۰۰۲		

از بین متغیرهای مورد مطالعه، رگرسیون بهترین پیش‌بینی‌کننده مهارت‌های هندسی در بدفهمی‌ها بوده است. بر اساس نتایج تحلیل رگرسیون، ارتباط بین بدفهمی‌ها با مهارت‌های هندسی معنادار بوده است. بر این اساس، ضریب بدفهمی‌ها ۹۹/۹ درصد واریانس مهارت‌های هندسی را تبیین می‌کند. چون $p < ۰/۰۱$ می‌باشد، بنابراین رگرسیون قابل تعمیم به جامعه آماری می‌باشد. ضریب بتا به ازای یک واحد افزایش در بدفهمی‌ها، مهارت‌های هندسی را ۰/۹۹۹ واحد کاهش می‌دهد.

فرضیه دوم: آموزش به کمک مدل ون‌هیلی در مهارت‌های هندسی تأثیر دارد.

جدول ۳. نتایج آزمون t نمونه‌های مستقل در مورد فرضیه‌های اول و دوم برای دو گروه کنترل و آزمایش

گروه	تعداد	متغیرها	میانگین	شاخص‌های آماری آزمون T		مقدار P برای بررسی واریانس‌های دوگروه
کنترل	۲۵	۱۴/۵۲	۵/۴۸	مقدار T	درجه آزادی	۰
آزمایش	۲۵	۱۰/۸۸	۹/۱۲	-۳/۳۳۶	۴۴	۰

در مهارت‌های هندسی، با توجه به مقدار $p=0/002$ که برای واریانس‌های دو گروه در سطح معناداری $0/05$ به دست آمده، پس فرض مساوی بودن واریانس‌های دو گروه رد می‌شود. حال برای بررسی وجود اختلاف میانگین، از مقدار p دو گروه با t مربوط به آزمون واریانس‌های نابرابر استفاده می‌شود. پس فرض مساوی بودن میانگین‌ها رد می‌شود و در نتیجه فرض وجود اختلاف بین میانگین‌ها پذیرفته می‌شود. یعنی میانگین نمره کل مهارت‌های هندسی در گروه آزمایش بیشتر شده است. پس آموزش به کمک مدل ون هیلی توانسته است نمرات مهارت‌های هندسی دانش‌آموزان پایه هشتم را در مرحله پس‌آزمون را افزایش دهد.

فرضیه سوم: آموزش به کمک مدل ون هیلی در کاهش بدفهمی دانش‌آموزان تأثیر دارد.

همانطور که در جدول ۳ مشخص گردیده، در بدفهمی‌ها، با توجه به مقدار $P = 0/002$ در سطح معناداری $0/05$ فرض مساوی بودن میانگین‌های دو گروه رد می‌شود و در نتیجه فرض وجود اختلاف بین میانگین‌های دو گروه پذیرفته می‌شود. یعنی میانگین نمره کل بدفهمی‌ها در گروه آزمایش کمتر شده است. پس، آموزش به کمک مدل ون هیلی بر نمره بدفهمی‌های دانش‌آموزان تأثیرگذار است و می‌توان نتیجه گرفت که آموزش به کمک مدل ون هیلی توانسته است نمرات بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم در مرحله پس‌آزمون کاهش دهد.

بحث و نتیجه گیری

دانش‌آموزان پایه هشتم بدفهمی‌های زیادی در مهارت‌های هندسی دارند و دانش متناسب با موضوعات هندسی را ندارند. بیشترین بدفهمی‌ها به ترتیب در مهارت‌های کاربردی، منطقی و ترسیمی مشاهده می‌شوند. نتایج حاصل از این قسمت با یافته‌های پژوهش‌های ویسی (۱۳۷۸)، لونتا، (۲۰۱۴)، آزر، (۲۰۱۲) مطابقت ندارد. اگر چه ممکن است نتوان همواره از بروز بدفهمی‌ها جلوگیری کرد، ولی می‌توان در جهت اصلاح آنها قدم برداشت. برای مثال، انجام فعالیتی که در آن از دانش‌آموز خواسته می‌شود درستی یا نادرستی قانونی را در وضعیت‌های متفاوت بررسی کند، این امکان را فراهم می‌سازد که اعتبار تعمیم‌ها بررسی و از قوت بدفهمی‌ها در ذهن کاسته شود. انجام فعالیت‌هایی که در آنها از دانش‌آموز خواسته می‌شود بر فرایندها و اعمال خود نظارت داشته باشند و آنها را تحلیل کنند، می‌تواند به رفع اشتباهات، قبل از آنکه به بدفهمی تبدیل شوند، کمک کند.

لازم است دانش‌آموزان را در موقعیت‌هایی قرار دهیم که با تشخیص خطاها و بدفهمی‌ها احساس کنند فضای فراخ تری پیش روی آنها باز شده است تا بتوانند درباره بدفهمی‌های خود کاوش و بحث کنند. ایجاد فرصت‌آشنایی با بدفهمی‌ها و مثال‌هایی از این گونه، به دانش‌آموزان کمک می‌کند درک بهتری از مفهوم به دست آورند، بدفهمی خود را اصلاح کنند و دانش خود را از فرایندها افزایش دهند. از طریق درگیر کردن دانش‌آموزان با مفاهیم درست و نادرست، دانش‌آموز تصویری ذهنی از صورت نادرست مفهوم در ذهن خود ایجاد می‌کند و آن را با برچسب نادرست مشخص می‌کند. مواجهه با مثال‌های نادرست انگیزه تفکر و بررسی عمیق‌تر مفهوم را در دانش‌آموز ایجاد می‌کند.

برخی از بدفهمی‌ها برای مدت‌های مدید در فرد باقی می‌مانند. بدفهمی ایده‌ای شهودی است که دانش‌آموز در تجربه و تعامل با دنیای بیرونی در ذهن خود ساخته است. بدفهمی ناشی از آن است که دانش‌آموز مطلب را درک نکرده یا به غلط درک کرده است. میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه آزمایش در بدفهمی‌ها پایین‌تر از میانگین نمرات دانش‌آموزان گروه گواه بود. یعنی بین دو گروه از لحاظ بدفهمی تفاوت معناداری وجود دارد. روش یادگیری هندسه که از طریق حفظ کردن و به خاطر آوری انجام می‌شود و معلم محور است، نمی‌تواند به دانش‌آموزان

کمک کند سطح تفکر هندسی خودشان را تقویت کنند. روش سنتی یادگیری دانش آموزان را به استفاده از استدلال‌شان تشویق نمی‌کند و در نتیجه، دستیابی به سطوح بالاتر از تفکر هندسی را برای آنها دشوار می‌سازد. بین میزان مهارت‌های هندسی دانش‌آموزانی که به کمک مدل ونهیلی و دانش‌آموزانی که به شیوه سنتی آموزش دیدند، تفاوت معناداری در سطح ۰/۰۵ وجود داشت.

دانش‌آموزان با ذهنی خالی در کلاس حاضر نمی‌شوند، بلکه با نظریه‌های ریاضی، و فرضیه‌های غیررسمی ساخته شده بر مبنای تجربیاتشان در کلاس حضور دارند. آنها دانش پیشین خود را از مفاهیم ریاضی با خود به کلاس درس می‌آورند. تحقیقات نشان می‌دهند کار با دانش پیشین می‌تواند به درک عمیقی از مفاهیم منجر شود. دانش ریاضی موجود دانش‌آموزان غالباً ناقص یا نادقیق است، یا احتمالاً دانشی که ما انتظار داریم، وجود ندارد. در چنین وضعیتی، ممکن است که دانش جدید نیز به صورت غیر دقیق ساخته شود. بدفهمی‌های رایج در ریاضی و اشتباهات مفهومی، به میزان قابل توجهی در میان دانش‌آموزان کم و بیش فراگیر است. از دلایل مهم این بدفهمی‌ها می‌توان به ضعف اطلاعاتی یا پایه‌ای دانش‌آموزان، روش‌های سنتی تدریس، تغییر همه‌ساله کتاب‌های درسی، کتاب‌های کم آموزشی و ضعف تدریس بعضی از دبیران ریاضی اشاره کرد. توجه به عواملی مانند تجدیدنظر در روش‌های تدریس ریاضی، توجه به یادگیری هوشمندانه و فهم رابطه‌ای به جای فهم ابزاری، فراهم کردن فضای کارگروهی در کلاس و ایجاد بحث و تبادل نظر، می‌تواند در کاهش دادن بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان مؤثر باشد. نتایج تحقیق حاضر به دانش‌آموزان پایه هشتم چند مدرسه ناحیه یک شهرستان سنندج مربوط است. لذا تعمیم نتایج آن به سایر دانش‌آموزان کشور و پایه‌های دیگر با محدودیت مواجه است. همه دانش‌آموزانی که در این پژوهش شرکت داشتند پسر بودند و نمی‌توان گفت آیا دانش‌آموزان دختر هم همین‌طور عمل می‌کنند یا خیر.

معلمان در کلاس‌های درس بررسی کنند که بدفهمی‌ها به چه دلایلی رخ می‌دهند، چگونه می‌توان از بروز آنها پیشگیری کرد و چگونه می‌توان آنها را برطرف ساخت. بنابراین لازم است معلمان با آگاهی از بدفهمی‌های دانش‌آموزان، در طراحی هر واحد درسی به آنها توجه داشته باشند و به‌گون‌های برنامه‌ریزی شده دانش‌آموزان را درگیر تحلیل این بدفهمی‌ها کنند. به منظور کاهش بدفهمی‌های دانش‌آموزان می‌توان از راهبردهای زیر در تدریس استفاده کرد:

- اشتباهات دانش‌آموزان را بررسی کنیم تا درباره فرآیندهای فکری آنها بینش لازم به دست آوریم.
- آموزش ریاضیات باید بر فرآیند و ساختار و نه پاسخ متمرکز باشد، دانش‌آموزان را باید تشویق کرد که تفکر و کار خود را بررسی کنند، تنها دنبال پاسخ درست نباشند، بلکه در جستجوی این باشند که چرا یک روش در یک موقعیت خاص مفید یا نامفید است.
- بر تفاوتها و شباهت‌ها تأکید کنیم هنگام تدریس، به‌ویژه هنگامی که احتمال اشتباه مفهومی زیاد است. تا تصورات مفهومی نادرست از ذهن دانش‌آموزان دور شود.
- دانش‌قبلی شاگردان را فعال و مطالب جدید و قدیم ریاضی را یکپارچه کنیم و بیشتر از مطالب یادآور بهره بگیریم.
- در کلاس از شیوه‌های پرسشگری و خود پرسشی استفاده کنیم.

فهرست منابع

- امیری، محسن. (۱۳۹۲). مدل دو بعدی اشتباه مفهومی و خطا در ریاضی بر اساس نظریه تفکر هندسی ون هیلی و دانش مفهومی و رویه ای (پایان نامه کارشناسی ارشد). دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.
- آذرنگ، یوسف. (۱۳۹۱). پیوستگی از شهود تا دقت. رشد آموزش ریاضی، ۲۶ (۳)، ۱۰-۱۵. - آقاپور باینوجی، امین. (۱۳۸۸). بررسی بدفهمی های دانش آموزان سال اول نظری در درس ریاضی (پایان نامه کارشناسی ارشد). دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرمان.
- اریحانی ابراهیم. (۱۳۸۴). معرفی نظریه پیازه و نظریه ون هیلی - ون هیلی در مورد یادگیری هندسه. رشد آموزش ریاضی، ۲۲ (۸۰)، ۱۲-۲۲.
- اعلم الهدایی، سیدحسن. (۱۳۸۸). اصول آموزش ریاضی. تهران: نما. اغلام آزاد، سهیلا. (۱۳۷۹). رویکردهای نوین آموزشی در هندسه. رشد آموزش ریاضی، (۵۹)، ۱۸-۲۵.
- اویسی، شورش. (۱۳۸۸). بررسی میزان آموزش به کمک هندسه پویا مبتنی بر نظریه ون هیلی بر رشد تفکر هندسی دانش آموزان سال سوم راهنمایی (پایان نامه کارشناسی ارشد). دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.
- شریف پور، شقایق. (۱۳۹۳). مدلی برای سنجش سطوح تفکر هندسی بر اساس سه سطح اول تئوری ون هیلی، نخستین همایش ملی علوم تربیتی و روان شناسی، مرودشت، شرکت اندیشه سازان مبتکر جوان.
- صباغی، زهرا. (۱۳۹۳). خطاهای دانش آموزان در همنهشتی مثلث ها (پایان نامه کارشناسی ارشد). دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی
- مرادی ویس، اصغر. (۱۳۸۸). مطالعه جایگاه هندسه مدرسه ای در برنامه درسی کارشناسی دبیری ریاضی مبتنی بر نظریه ون هیلی (پایان نامه کارشناسی ارشد). دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.
- مهدیان، مصطفی؛ و محمد جواد، لیاقدار؛ و عریضی، حمیدرضا. (۱۳۹۵). ارائه مدلی جهت رشد تفکر هندسی: تأثیر حافظه تصویری بر رشد تفکر هندسی از طریق معرفت شناسی علمی هندسه. مجله علوم تربیتی دانشگاه شهید چمران اهواز، ۲۴ (۱): ۴۵-۶۹.
- Alex, J. K., & Mammen, K. J. (2016). Lessons Learnt from Employing van Hiele Theory Based Instruction in Senior Secondary School Geometry Classrooms. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(8), 2223-2236
- Hoffer, A. (1981). *Geometry Is More Than Proof Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.

-
- Luneta, K. (2015). Understanding students' misconceptions: an analysis of final Grade 12 examination questions in geometry. *Pythagoras*, 36(1), 1-11.

 - Mason, M. (1998). The Van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted*, 21(1), 38-53

 - Özerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 55, 720-729.

 - I Al-ebous, T. (2016). Effect of the Van Hiele Model in Geometric Concepts Acquisition: The Attitudes towards Geometry and Learning Transfer Effect of the First Three Grades Students in Jordan. *International Education Studies*, 9(4), 87-98.

 - Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic.