



## ارایه یک مدل بهینه سیستم خدماتی رقابتی در حالت عدم قطعیت با استفاده از الگوریتم تکامل تفاضلی بهبود یافته

محمد فلاح<sup>۱\*</sup>، رضا توکلی مقدم<sup>۲</sup>، علی پهلوانی<sup>۳</sup>، علی رضا سلامت بخش ورجوی<sup>۴</sup>

- (<sup>۱</sup>) دانشیار، گروه مهندسی صنایع، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران  
(<sup>۲</sup>) استاد، دانشکده مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران  
(<sup>۳</sup>) دکتری، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران  
(<sup>۴</sup>) دکتری، گروه مهندسی صنایع، موسسه آموزش عالی آیندگان، تنکابن، مازندران، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۸/۰۵/۲۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۹/۱۷

### چکیده

در این مقاله، ارائه یک مدل بهینه‌سازی همزمان جایابی و تخصیص سرور برای شرکت تازه وارد در یک بازار رقابتی مورد توجه قرار گرفته است. هدف بیشینه‌سازی سود شرکت است. مشتریان به صورت احتمالی و بر اساس معیارهای قیمت، زمان سفر و زمان انتظار در صف، تسهیلات مورد نظر را انتخاب می‌کنند. همچنین فرض می‌شود میزان آگاهی مشتریان از سطوح زمان‌های انتظار در مراکز به صورت مرحله‌ای و طی استفاده‌های متوالی از شبکه افزایش می‌یابد. تقاضا به صورت کشش‌دار و تابعی از مطلوبیت مشتریان از طراحی کل شبکه و هزینه ارائه یک واحد خدمات در یک مرکز به صورت تابعی از تقاضای جذب شده آن تعریف می‌شود. برای حل مدل یک الگوریتم تکامل تفاضلی بهبود یافته توسعه داده شده و مسائل نمونه برای نمایش کارایی آن حل شده است. نتایج با روش‌های معرفی شده در تحقیقات پیشین مقایسه گردیدند. نتایج عددی حاکی از آن است که رویکرد پیشنهادی قادر است نسبت به روش‌های پیشین نتایج بهتری ارائه نماید و می‌تواند در حل مسائل کاربردی مورد استفاده قرار بگیرد.

**واژه‌های کلیدی:** مدل‌های جایابی رقابتی، تخصیص سرور، زمان انتظار، کشش تقاضا.

## ۱- مقدمه

در دنیای رقابتی امروز، تامین‌کنندگان به منظور ایجاد مزیت رقابتی جهت بیشینه‌سازی سود قابل کسب نسبت به بازبینی و بهبود زنجیره تامین خود اقدام نموده‌اند. بدین جهت مکان‌یابی تسهیلات در محیط رقابتی از موضوعات قابل توجه در بهبود مدیریت زنجیره تامین است. در بسیاری از مسایل مکان‌یابی تسهیلات<sup>۲</sup> فرض بر آن است که نوعی انحصار در بازار وجود دارد و هیچ‌گونه رقیبی جهت ارائه خدمات به مشتریان وجود ندارد. در حالی که در دنیای واقعی، بیش از یک تامین‌کننده به منظور تامین تقاضای مشتریان وجود دارد و شرکت‌ها به منظور بیشینه نمودن سود قابل کسب می‌بایست نسبت به مکان‌یابی استقرار تسهیلات با در نظر گرفتن رقبا اقدام نمایند [۱]. به عبارتی انحصار در عرصه اقتصاد رنگ باخته است و در بیشتر موقعیت‌های واقعی در بازار محصولات و خدمات مختلف چنین شرایطی حاکم نیست. به بیان دیگر، تسهیلات هر شرکت در محیطی رقابتی و با هدف بیشینه‌سازی سود یا سهم بازار فعالیت می‌کنند. مسئله اصلی در این حالت، جایابی بهینه یک یا چند تسهیلات جدید در بازاری است که رقبای دیگری نیز از قبل حضور دارند. این مسائل در ادبیات به مدل‌های جایابی رقابتی<sup>۳</sup> تعبیر می‌گردند. این مساله، شامل مکان‌یابی حداقل یک تسهیل است که پس از ورود به بازار می‌بایست با تسهیلاتی که از قبل وجود داشته‌اند یا در آینده ایجاد خواهند شد به رقابت پردازند [۲]. این مساله برای اولین بار توسط هوتلینگ<sup>۴</sup> ارائه شد بطوری که در آن با فرض توزیع یکنواخت مشتریان و جذابیت یکسان محل تسهیلات برای مشتریان، محل قرارگیری تسهیلات

بهینه‌سازی شد. کاربرد آن در جایابی فروشگاه مواد غذایی، ایستگاه‌های گاز، فروشگاه‌های لوازم خانگی، مراکز خرید، شعب بانک‌ها، دستگاه‌های خودپرداز و سایر مراکز خرده‌فروشی است [۳]. تابع هدف چنین مدل‌هایی معمولاً بیشینه‌سازی سهم بازار یا سود است. مدل‌های جایابی رقابتی تنها یک بعد از راهبردهای کسب مزیت رقابتی را مورد مطالعه قرار می‌دهند. بی‌گمان بدون توجه به کلیه راهبردهای ممکن در تصمیمات، نتیجه مطلوب حاصل نخواهد شد و ضروری است به راهبردها به صورت همزمان و هماهنگ نگریسته شود. لذا رویکرد غالب در مسائل برنامه‌ریزی رقابتی، توجه همزمان به راهبردهای کسب مزیت رقابتی در بازار است. به عبارت دیگر در مسائل، علاوه بر راهبرد کمیت به راهبردهای قیمت و کیفیت نیز پرداخته می‌شود. در این حالت جامعیت مدل افزایش می‌یابد، موضوعی که در سایه آن می‌توان از طراحی سیستم به جای جایابی بحث نمود. در چنین موقعیتی شرکت‌های رقیب همواره سعی می‌کنند با تدوین راهبردهای عملیاتی مناسب، رفتار مشتریان را تحت تاثیر قرار داده تا بتوانند قدرت خرید بیشتری از آنها را جذب کنند. بنابراین ضروری است رفتار انتخاب مشتریان به درستی شناسایی گردد. بطور کلی، می‌توان مفاهیم اصلی مکان‌یابی رقابتی را به سه طبق مفهوم رقابت، بازار و فضای تصمیم تقسیم‌بندی نمود که ویژگی‌های آن در جدول (۱) نشان داده شده است [۴-۸].

به طور کلی سه نوع دیدگاه در تحلیل مدل‌های جایابی رقابتی وجود دارد [۹]. اولین گروه مطالعات، درباره وجود نش در سناریویی است که به صورت بازی در نظر گرفته می‌شود و در آن بازیکنان به طور همزمان روی قیمت‌ها و یا مکان‌ها رقابت می‌کنند.

<sup>2</sup> Facility

<sup>3</sup> Competitive facility location

<sup>4</sup> Hotelling

جدول ۱: مروری بر مفاهیم اصلی مکان‌یابی رقابتی

ویژگی‌ها	مفاهیم
رقابت ایستا رقابت با دور اندیشی رقابت پویا	رقابت
نحوه نمایش تقاضا کشش‌دار بودن / بدون کشش دار بودن تقاضا رفتار انتخاب مشتریان و تابع جذب	بازار
گسسته پیوسته تعداد تسهیلات جدید	فضا

شبکه زیاد است و به همین دلیل اکثر مدل‌ها در این زمینه در سناریوی رقابت دوقطبی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند [۱۱].

دیدگاه سوم که امروز در مدل‌های جایابی مورد توجه قرار گرفته است، عبارت است از حل یک مسئله بهینه‌سازی در سناریویی که در آن یک شرکت می‌خواهد تسهیلات جدید ایجاد کند با این فرض که تسهیلات رقیب دیگری نیز از قبل وجود دارد. هر چند رویکرد بهینه‌سازی، حالت خاصی از مسئله پیرو در دسته‌بندی مدل‌های ترتیبی است، با این حال در رویکرد بهینه‌سازی، محدودیتی از نظر تعداد رقبای، تعداد تسهیلات و سایر پارامترها وجود ندارد چون در این رویکرد به مسئله تعادل پرداخته نمی‌شود.

بنا به مرور ادبیات صورت گرفته، در اکثر مدل‌های جایابی معیارهایی همانند فاصله، قیمت، سطح ازدحام یا تراکم<sup>۷</sup> موجود در مرکز، تاثیر قابل توجهی در تصمیم‌گیری مشتری خواهد داشت اما تعداد افرادی که در زمان رسیدن به مرکز ارایه خدمات می‌بینند و یا زمان انتظار مشتریان در صف، نیز در نحوه انتخاب مشتری موثر است و در تصمیمات آینده وی تاثیر خواهد داشت. به همین جهت مباحث

از آنجا که تصمیمات جایابی برای اکثر شرکت‌ها موضوعی هزینه‌بر است و جایابی دوباره شاید شدنی نباشد، بازی‌های جایابی تنها محدود به موقعیت‌هایی مانند جایابی غرفه‌های سیار عرضه محصولات یا خدمات می‌شود و عملاً مسئله تعادل نش در تحقیقات زیادی نادیده گرفته می‌شود [۱۰].

بر مبنای دیدگاه دوم، که به عنوان مدل‌های ترتیبی شناخته می‌شوند شرکت‌ها تسهیلات خود را با ترتیب مشخصی جایابی می‌کنند. فرض می‌شود هر شرکت تصمیمات خود را بر اساس نوع انتخاب‌های مشاهده شده از شرکت‌های جایابی شده قبلی و قواعد جایابی که شرکت بعدی استفاده خواهد کرد، تنظیم می‌کند. در این مدل‌ها، یک شرکت (پیشرو<sup>۵</sup>) تسهیلات خود را مستقر می‌کند و پس از آن شرکت دیگری (پیرو<sup>۶</sup>) مکان‌های بهینه تسهیلات خود را با فرض مکان‌های تسهیلات پیشرو تعیین می‌کند. شرکت پیشرو مایل است تسهیلات خود را به گونه‌ای جایابی کند که پس از استقرار تسهیلات پیرو، کل قدرت خرید جذب شده توسط خودش بیشینه شود. در سوی دیگر، شرکت پیرو اقدامات پیشرو را در نظر گرفته و مطابق آن برنامه‌ریزی می‌کند. پیچیدگی این مسائل به ویژه در سطح یا

<sup>۵</sup> Leader<sup>۶</sup> Follower<sup>۷</sup> Congestion

همچنین، در مدل توسعه یافته فرض می‌شود که هزینه تمام شده هر واحد خدمات برای شرکت، متغیر و تابعی از میزان جذب شده است [۱۷]. علاوه بر آن در این مدل فرض شده است که تقاضای محصول یا خدمت کاهش‌دار است. به عبارت دیگر، تقاضای هر گره تقاضا می‌تواند با توجه به مطلوبیت احساس شده توسط مشتریان افزایش یا کاهش یابد. کاهش تقاضا بر مبنای معیارهای که تقاضا نسبت به آن تغییر می‌کند، شامل سطح تراکم، فاصله، فاصله و قیمت به طور همزمان و یا تعداد مراکز است [۱۸-۲۰].

به منظور حل مدل ارائه شده از الگوریتم فراابتکاری تکامل تقاضای بهبود یافته<sup>۸</sup> (DE) استفاده شده است که یکی دیگر از نوآوری‌های استفاده شده در این مقاله است و سپس در یک نمونه مساله آزمایش شده است. در ادامه مقاله و بخش دوم مدل پیشنهادی ارائه شده است. قسمت سوم، الگوریتم پیشنهادی برای حل مساله را توضیح می‌دهد. در قسمت چهارم، نتایج محاسباتی مساله نمونه و در بخش پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهادات ارائه شده است.

## ۲- تعریف مساله و مدل‌سازی

در این بخش مدل ریاضی مکان‌یابی با در نظر گرفتن تعداد سرورها در مراکز خدمت به منظور پیشینه‌سازی سود ارائه می‌شود. تابع هدف مدل به صورت حاصل ضرب قیمت محصول در میزان تقاضای جذب شده پس از کسر هزینه‌های مرتبط می‌باشد. برای نمایش مدل رقابتی مکان-سرور نمادهای ذیل تعریف شده است.

$i, I$  اندیس و مجموعه تقاضا

$j, J$  اندیس و مجموعه نشانگر بالقوه ایجاد تسهیلات

$c'$  نقاط استقرار تسهیلات رقبا

$c_j$  هزینه ایجاد مرکز در سایت  $j$

مرتبط با تئوری صف در مدل‌های جایابی رقابتی مورد دارای کاربرد قابل توجهی است [۱۲ و ۱۳].

بررسی‌های صورت گرفته نشان می‌دهد، شرکت‌های ارائه دهنده خدمات به منظور پاسخگویی به مشتریان خود می‌بایست ضمن مکانیابی بهینه مراکز ارائه خدمات، نوع طراحی صف مرکز را تعیین نمایند که می‌تواند روی تعداد سرورها، نرخ سرویس یا ظرفیت سیستم باشد. به همین جهت بهینه‌سازی مکان و تعداد سرور بر مبنای کمینه‌سازی بیشترین مقدار سفر و انتظار مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۴]. همچنین بهینه‌سازی همزمان مکان و تعداد سرورها با در نظر گرفتن محدودیت زمان مورد انتظار و بودجه مشتریان به منظور پیشینه‌سازی مطلوبیت کل مشتریان از سایر موضوعات مورد تحقیق بوده است [۱۵]. تفاوت قابل توجه در مدل‌های مذکور، روش آنها در تراکم اتخاذ شده است، بطوری‌که برخی از آنها محدودیتی روی زمان انتظار و یا طول صف وضع می‌کنند و یا یک تابع هدف وابسته به یک پارامتر صفی تعریف می‌شود [۱۵-۱۶].

تابع هدف مدل ارائه شده در این مقاله به منظور توسعه مدل‌های مکان‌یابی رقابتی، پیشینه‌سازی سود قابل کسب است. رفتار مشتریان بر مبنای یک توزیع احتمالی با در نظر گرفتن فاصله، قیمت و زمان انتظار در نظر گرفته می‌شود. از نوآوری‌های این مدل آن است که در این مدل فرض می‌شود که مشتریان اطلاعی درباره مدت زمان انتظار در مراکز جدید ندارند. به عبارت دیگر، آنها نمی‌توانند سطح تراکم را پیش‌بینی نمایند، بنابراین، در اولین استفاده از شبکه، مشتریان مراکز مقصد را بر مبنای متغیرهایی غیر از زمان انتظار انتخاب می‌کنند و زمان انتظار تجربه شده در مرتبه اول، در انتخاب دوم آنها و مقاصدی که انتخاب می‌کنند تاثیر خواهد داشت و این فرایند تا زمان رسیدن به یک نقطه تعادل ادامه پیدا می‌کند.

<sup>8</sup> Differential Evaluation

$\sum_{j \in J} S_j \leq nS_{max}$	(۹)	تعداد مراکز جهت جایابی	$w$
$x_{ij} \in [0,1], \forall i \in I, \forall j \in J \cup J'$	(۱۰)	قیمت ارائه خدمات در مرکز $j$ به مشتری $i$	$p_{ij}$
$y_j \in \{0,1\}, \forall j \in J$	(۱۱)	تعداد سرورهای در دسترس جهت تخصیص	$nS_{max}$
$0 \leq S_j \leq S_{max}$	(۱۲)	نرخ تقاضای نقطه $i$	$\zeta_i$
		مطلوبیت نقطه $i$ از نحوه طراحی کل شبکه	$y_i$
		تابع کشش تقاضا	$g(U_i)$
		هزینه ثابت یک واحد ارایه خدمات برای شرکت	$c$
		ضریب هزینه‌ای	$f$
		هزینه متغیر ارائه یک واحد خدمات در مرکز $j$	$B_j$
		درصدی تقاضای جذب شده نقطه $i$ به مرکز $j$	$x_{ij}$
		هزینه متحمل شده مشتری $i$ برای دریافت یک واحد خدمات از $j$	$c_{ij}$
		پارامتر نشانگر پراکندگی انتخاب مشتریان	$\theta$
		زمان سفر مشتری از $i$ به $j$	$t_{ij}$
		وزن زمان سفر و زمان انتظار	$q$
		متوسط زمان انتظار در صف	$E_j$
		متوسط طول صف در $j$	$L_j$
		نرخ ورودی مرکز $j$	$\lambda_j$
		نرخ ورودی موثر مرکز $j$	$\bar{\lambda}_j$
		حداکثر طول صف	$K$
		احتمال حضور $n$ نفر در صف در مرکز $j$	$P_{nj}$
		ضریب کشش تقاضا	$v$
		هزینه عملیاتی هر سرور در واحد زمان	$R_s$
		متغیر تصمیم نشانگر ایجاد یک مرکز در سایت $j$	$y_j$
		متغیر تصمیم نشانگر تعداد سرورهای تخصیص یافته به $j$	$S_j$

مدل ریاضی پیشنهادی به شرح ذیل است:

$$\text{Max } Z = \sum_{j \in J} (\sum_i (p_{ij} - B_j) \zeta_i g(U_i) x_{ij} - c_j - S_j R_s) \quad (۱)$$

s.t.

$$B_j = c + \frac{f}{\sum_i \zeta_i g(U_i) x_{ij}} \quad (۲)$$

$$g(U_i) = 1 - e^{-v \sum_{j \in J \cup J'} e^{-\theta c_{ij}}} \quad \forall i \in I \quad (۳)$$

$$E_j = \frac{L_j}{\lambda_j} = \frac{\sum_{k=S_j}^{n-S_j} P_{kj}}{\lambda_j (1-P_{kj})} \quad \forall j \in J \cup J' \quad (۴)$$

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^n \zeta_i g(U_i) x_{ij} \quad \forall j \in J \cup J' \quad (۵)$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall j \in J \cup J', \quad \forall i \in I \quad (۶)$$

$$\sum_{j \in J \cup J'} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (۷)$$

$$\sum_{j \in J} y_j = q \quad (۸)$$

#### ۱-۲- رفتار انتخاب مشتریان

به منظور تعیین تقاضای کل جذب شده در یک مرکز، می‌بایست نحوه تصمیم‌گیری مشتریان در انتخاب مراکز موجود برای آن که از آنها خدمات بگیرند و میزان انتظاری هزینه کرد آنها در آنجا مشخص شود. به طور کلی، فرض می‌شود مشتریان نزدیک‌ترین مراکز را انتخاب می‌کنند. با توجه به مشاهدات صورت گرفته، در صورتی بررسی این فرض قابل قبول است که تفاوت عملکرد بین مراکز خدمت قابل توجه نبوده و یا اینکه به دلیل ترافیک

خدمات به صورت یک صف  $M/M/s_j/k$  است که در آن نرخ ورود به صف به صورت توزیع پواسون با نرخ میانگین  $\lambda_j$  و زمان سرویس هر یک از  $s_j$  سرور موجود به صورت توزیع نمایی یا میانگین  $\mu$  است. فضای فیزیکی هر مرکز محدود به  $K$  نفر است. با فرض تعداد نفرات حاضر در سیستم به عنوان حالت سیستم، احتمال حالت پایدار به صورت رابطه (۱۵) - (۱۷) قابل تعریف است [۲۴].

$$p_k(\lambda_j) = \begin{cases} \frac{p_j^k}{k!} p_0(\lambda_j) & k \leq s_j \\ \frac{p_j^k}{s_j! - s_j^{k-s_j}} & s_j \leq k \leq K \\ 0 & k \geq K \end{cases} \quad (۱۵)$$

$$p_0(\lambda_j) = \left[ 1 + \sum_{k=1}^{s_j} \frac{p_j^k}{k!} + \frac{p_j^k}{k!} \sum_{k=s_j+1}^K \left( \frac{p_j}{s_j} \right)^{k-s_j} \right]^{-1} \quad (۱۶)$$

$$p_j = \frac{\lambda_j}{\mu_j} \quad (۱۷)$$

### ۳-۲- نرخ ورود تعادلی

نرخ ورود هریک از مراکز بر مبنای رابطه (۵) تابعی از  $x_{ij}$  است که آن نیز تابعی از مدت متوسط زمان  $E_j$  است که آن نیز بر مبنای رابطه (۴) به نرخ ورود وابسته است. بنابراین رابطه (۵) به صورت (۱۸) قابل بازنویسی است.

$$\lambda_j = \varphi(\lambda_j, m_j, S_j), \forall j \in J \cup J' \quad (۱۸)$$

به منظور مدلسازی نزدیک به دنیای واقعی فرض می‌شود مشتریان در دور اول استفاده از شبکه مراکز خدماتی از زمان انتظار اطلاعی ندارند. بنابراین آنها فقط بر مبنای قیمت و فاصله تصمیم‌گیری می‌کنند. میزان زمان انتظاری که آنه در اولین مرتبه تجربه می‌کنند در انتخاب آن در مرتبه دوم تاثیرگذار است. این فرایند تا زمانی ادامه خواهد یافت که یک نقطه تعادل ورود حاصل شود. در چنین فرایندی مشتریان نحوه تاثیر دادن زمان انتظار را در تصمیمات خود یاد می‌گیرند. فرآیند توسعه داده

زیاد امکان استفاده از مراکز دیگر سخت باشد. اما به منظور واقعی‌تر نمودن مدل ارایه شده، فرض می‌شود که علاوه بر میزان فاصله مشتریان تا مراکز خدمت عوامل دیگری همچون قیمت، اندازه، کیفیت و غیره نیز به‌طور قابل توجهی در انتخاب مراکز خدمت توسط مشتریان موثر است.

بر مبنای نظر هاف<sup>۹</sup>، مشتریان زمانی گزینه‌های مختلفی را برای انتخاب دارند، شاید چندین گزینه را به طور همزمان به منظور انتخاب مرکز خدمات انتخاب نمایند. بر این مبنا نظریه احتمالی بودن رفتار مشتریان توسعه داده شد و با تعریف مطلوبیت، احتمال سفر یک مشتری از ناحیه خاصی به مرکز خرید مشخصی مدل سازی شد [۲۱]. در ادامه مک فیدن<sup>۱۰</sup> یک مدل انتخاب گسسته به عنوان لاجیت چند جمله‌ای را ارایه داد که بر مبنای آن احتمال این که مشتری  $i$  مرکز  $j$  را انتخاب نماید در رابطه (۱۳) نشان داده شده است [۲۲].

$$x_{ij} = \frac{y_j e^{-\theta c_{ij}}}{\sum_{k \in J \cup K} y_k e^{-\theta c_{ik}} + \sum_{k \in J'} y_k e^{-\theta c_{ik}}} \frac{\forall j \in J}{U_j}, \quad (۱۳)$$

در رابطه فوق به صورت  $\theta = \pi / \sigma \sqrt{6}$  تعریف می‌شود که در آن  $\sigma$  انحراف استاندارد ذائقه مشتریان است [۲۳].

تابع مطلوبیت در مدل مذکور از طریق ایجاد هزینه ایجاد شده برای مشتری تعریف می‌شود، به عبارتی مشتریان مرکز خدماتی را انتخاب می‌کنند که کمترین هزینه ایجاد شده را برای آنها داشته باشد که در رابطه (۱۴) نشان داده شده است.

$$c_{ij} = p_{ij} + q(t_{ij} + E_j) \quad \forall j \in J \cup J', \quad (۱۴)$$

### ۲-۲- زمان انتظار

در مدل ارایه شده فرض می‌شود هریک از مراکز

<sup>9</sup> Huff

<sup>10</sup> McFadden

### ۳-۱- عملگر جهش

در الگوریتم تکامل تفاضلی به ازای هر بردار  $x_i(t)$  به طوری که  $i = \{1, 2, \dots, n_s\}$  یک بردار آزمون  $u_i(t)$  تعریف می‌شود که از این بردار در عملگر تقاطع به منظور ایجاد بردار فرزند  $x'_i(t)$  استفاده خواهد شد. به منظور اجرای عملگر جهش گام‌های ذیل را اجرا نمایید:

گام اول: برای بردار  $x_i(t)$  از اعضای جمعیت فعلی، بردار هدف  $x_{i_1}(t)$  از اعضای جمعیت فعلی را طوری انتخاب کنید که  $i \neq i_1$

گام دوم: به طور تصادفی دو بردار  $x_{i_2}(t)$  و  $x_{i_3}(t)$  از اعضای جمعیت فعلی را انتخاب کنید به طوری که  $i_2, i_3 \sim U(1, n_s)$  و  $i \neq i_1 \neq i_2 \neq i_3$  گام سوم: بردار آزمون  $u_i(t)$  را به صورت ذیل تعریف می‌شود.

$$u_i(t) = x_i(t) + \beta(\hat{x}(t) - x_i(t)) + \beta(x_{i_2}(t) - x_{i_3}(t)) \quad (19)$$

به طوری که  $x_{i_2,k}(t) - x_{i_3,k}(t)$  نشان دهنده بردار تفاضل  $k$ -ام است و عددی مثبت که جهت کنترل اندازه‌ی تغییرات اعمال شونده به بردار هدف است.

شده جهت مدل‌سازی فرایند مذکور در شکل ذیل نشان داده شده است.

### ۳- رویکرد حل مساله

با توجه به آن که مدل ارایه شده به صورت غیر خطی است و از معادلات تعادلی می‌بایست برای هر جوا استفاده شود، از الگوریتم‌های فراتکاری به منظور حل مساله استفاده شده است. در این مقاله از الگوریتم تکاملی تفاضلی بهبود یافته به منظور حل مساله پیشنهادی استفاده شده است. (شکل ۱)

الگوریتم تکامل تفاضلی یک الگوریتم بهینه‌سازی تصادفی و مبتنی بر جمعیت است که به علت سرعت بالا و قدرت خوب آن در حل مسائل و سادگی دارای کاربردهای فراوانی در حل مسایل بهینه‌سازی دارد. در این الگوریتم بر خلاف سایر الگوریتم‌ها ابتدا عملگر جهش به منظور ایجاد جمعیت فرزندان ایجاد می‌شود و سپس عملگر تقاطع بر روی اعضای جمعیت اعمال می‌شود [۲۵]. شبه کد اجرای الگوریتم تکامل تفاضلی در شکل (۲) نشان داده شده است.

مجموعه مکان‌های مراکز  $Z$  را مشخص کنید.

$$t = 1, E_j^0 = 0 \quad \forall j \in J \cup J'$$

**تا هنگامی** که همگرایی ایجاد نشده است مراحل ذیل را **انجام دهید**:

هزینه پرداختی مشتریان را به صورت ذیل محاسبه کنید:

$$c_{ij}^{(t)} = p_{ij} + q(t_{ij} + c_{ij}^{(t-1)}) \quad \forall j \in J \cup J', \forall i \in I$$

احتمال سفر از  $i$  به  $j$  را برای متغیر  $x_{ij}^{(t)}$  را با استفاده از رابطه (۱۳) محاسبه کنید.

نرخ ورود  $\lambda_j^{(t)}$  را بر مبنای رابطه (۵) محاسبه کنید.

متوسط زمان انتظار  $E_j^0 = 0 \quad \forall j \in J \cup J'$  را بر مبنای رابطه (۴) و (۱۵-۱۷) محاسبه کنید.

**پایان (حلقه تکرار)**

**توضیح:** زمانی همگرایی ایجاد می‌شود که دو مقدار متوالی نرخ ورود  $\lambda_j^{(t)}$  به مقدار قابل قبولی به هم نزدیک شوند و یا به عبارتی  $|\lambda_j^{(t+1)} - \lambda_j^{(t)}| < \varepsilon$  که  $\varepsilon$  یک عدد حقیقی مثبت خیلی کوچک است.

شکل ۱: محاسبه تاثیر زمان انتظار در تصمیمات مشتریان

شمارشگر تعداد تکرارها را برابر صفر قرار دهید  $t = 0$ .  
 به تعداد  $n_x$  بردار (اعضای جمعیت) را به وجود آورید و آن را به عنوان اعضای جمعیت اولیه  $c(0)$  در نظر بگیرید.  
**تا هنگامی که شرایط خاتمه برآورده نشده‌اند مراحل زیر را انجام دهید:**  
 به ازای هر بردار  $x_i(t)$  که عضو مجموعه  $c(t)$  است مراحل زیر را انجام دهید:  
 تابع برازش بردار  $f(x_i(t))$  محاسبه نمایید.  
 بردار آزمون  $u_i(t)$  را با استفاده از عملگر جهش بوجود آورید.  
 با استفاده از بردار آزمون  $u_i(t)$  بردار فرزند  $x'_i(t)$  را با استفاده از عملگر تقاطعی بدست بیاورید.  
 اگر تابع برازش بردار آزمون  $f(x'_i(t))$  از تابع برازش والد  $f(x_i(t))$  بهتر بود **آنگاه:**  
 عضو فرزند  $x'_i(t)$  را به اعضای نسل بعدی  $c(t+1)$  اضافه کنید.  
**در غیر این صورت**  
 بردار والد  $x_i(t)$  را به اعضای نسل بعدی  $c(t+1)$  اضافه کنید.  
**پایان**

شکل ۲: شبه کد الگوریتم تکامل تفاضلی

### ۲-۳- عملگر تقاطع

به منظور ایجاد بردار فرزند  $x'_i(t)$  از ترکیب گسسته بردار آزمون  $u_i(t)$  و بردار والد  $x_i(t)$  استفاده بر طبق رابطه ذیل استفاده می‌شود.

$$x'_{ij}(t) = \begin{cases} u_{ij}(t) & \text{if } j \in \zeta \\ x_{ij}(t) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

به طوری که  $x_{ij}(t)$  نشان دهنده عنصر  $j$ -ام بردار  $x_i(t)$  است و  $\zeta$  نشان دهنده مجموعه‌ای از نقاط تقاطع است که عملگر تقاطع در آن اعمال می‌شود. در این مقاله، از عملگر تقاطع نمایی استفاده شده

است.

در این روش در این روش ابتدا عدد  $j$  به صورت تصادفی در بازه‌ی  $j \sim U(0, n_x - 1)$  انتخاب می‌شود، سپس با استفاده از الگوریتم عملگر تقاطع نمایی<sup>۱۱</sup>، عناصر متوالی مجاور آن عنصر از  $n_z$  تا  $n_x$  به عنوان نقاط تقاطع در مجموعه  $J$  در نظر گرفته می‌شود. یکی از ویژگی‌های این روش آن است که حداقل یک ژن به عنوان نقطه تقاطع در مجموعه  $J$  در نظر گرفته می‌شود. شبه کد الگوریتم عملگر تقاطع نمایی در شکل (۳) نشان داده شده است.

مجموعه‌ی  $J$  را به صورت مجموعه‌ای خالی (تهی) در نظر بگیرید.  
 عدد  $j$  را از مجموعه  $\{0, 1, 2, \dots, n_x - 1\}$  بطور تصادفی انتخاب کنید.  
 تا هنگامی که  $U(0, 1) < p_r$  یا  $|J| < n_x$  باشد، مراحل زیر را تکرار کنید:  
 ژن  $j + 1$  را به مجموعه  $J$  اضافه کنید.  
 $j$  را برابر با باقیمانده‌ی  $j + 1$  بر  $n_x$  قرار دهید.  
 پایان حلقه‌ی تکرار (تا هنگامی که).

شکل ۳: شبه کد الگوریتم عملگر تقاطع نمایی

<sup>11</sup> Exponential Crossover



می‌شود. احتمال  $p_{s,1}$  بر مبنای رابطه (۲۳) ذیل تعریف می‌شود.

$$p_{s,1} = \frac{n_{s,1}(n_{s,2} + n_{f,2})}{n_{s,2}(n_{s,1} + n_{f,1}) + n_{s,1}(n_{s,2} + n_{f,2})} \quad (23)$$

به طوری که  $n_{s,1}$  و  $n_{s,2}$  به ترتیب نشان دهنده تعداد اعضای فرزند  $x'_i(t)$  است که به ترتیب بر مبنای استراتژی مذکور در نسل بعدی  $c(t+1)$  انتخاب شده‌اند و  $n_{f,1}$  و  $n_{f,2}$  تعداد اعضای فرزندی هستند که در هر استراتژی به نسل بعدی انتقال نمی‌یابند. هر چه تعداد فرزندان انتخاب شده برای انتقال به نسل بعدی از یک استراتژی بیشتر باشد تنظیم پارامترهای الگوریتم با سعی و خطا و حل چند مسئله نمونه انجام گرفت و  $\beta = 0.4$  و  $n_x = 150$  و  $p_r = 0.55$  انتخاب شده است که دارای عملکرد مناسبی در حل مدل پیشنهادی هستند [۲۶-۲۷].

### ۳-۴- نمایش جواب‌ها

از آنجا که محیط بازار به صورت شبکه‌ای است، می‌توان برای نمایش جواب در مسئله جایابی، یک بردار دودویی تخصیص داد که هر سلول از آن متناظر با یک گره تقاضا است. سلولی با ورودی ۱ نشانگر گره تقاضایی است که یک مرکز خدمات را در بر دارد و سلولی با ورودی ۰ نشانگر یک گره تقاضای خالی از مرکز خدمات است. برای نمایش جواب در مسائل شامل تخصیص سرور، یک بردار عدد صحیح تعریف می‌شود که هر سلول از آن متناظر با یک گره تقاضا است. سلولی با ورودی  $a$  و بزرگتر از صفر نشانگر گره تقاضایی است که یک مرکز خدمات با  $a$  سرور را در بر دارد و سلولی با ورودی ۰ نشانگر یک گره تقاضای خالی از مرکز خدمات است. در شکل (۴) به طور نمونه نحوه نمایش جواب‌ها در ۹ گره نشان داده شده است.

### ۳-۳- الگوریتم تکامل تفاضلی بهبود یافته

مدل  $DE/Rand/1/exp$  که در آن بردار هدف به طور تصادفی انتخاب می‌شود می‌تواند تنوع خوبی در جوابها ایجاد کند در این روش بردار آزمون به صورت رابطه (۲۱) ایجاد می‌شود:

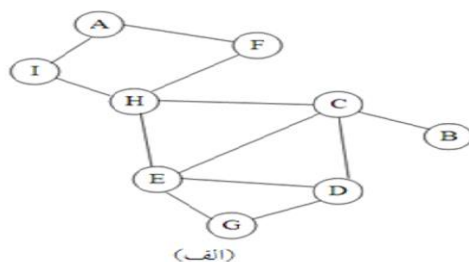
$$u_i(t) = x_i(t) + \beta(x_{i_2}(t) - x_{i_3}(t)) \quad (21)$$

که در آن عضو  $x_i(t)$  یک تابع تصادفی برآزش در جمعیت فعلی است و از آن به منظور ایجاد بردار هدف از آن استفاده می‌شود. همچنین در استراتژی  $DE/current\ to\ best/2/exp$  هر عضو والد حداقل با دو بردار تفاضل عمل جهش را انجام می‌دهد. اولین بردار تفاضل از بهترین بردار و بردار والد بدست می‌آید و سایر بردارها از تفاضل بردارهایی که به طور تصادفی انتخاب شده‌اند، محاسبه می‌شوند. در این استراتژی بردار آزمون بر مبنای رابطه (۲۲) محاسبه می‌شود.

$$u_i(t) = x_i(t) + \beta(\hat{x}(t) - x_i(t)) + \beta(x_{i_2}(t) - x_{i_3}(t)) \quad (22)$$

که در آن بردار تفاضل اول، از اختلاف  $\hat{x}(t)$  بهترین بردار موجود با بردار والد  $x_i(t)$  بدست می‌آید و بردار تفاضل دوم از اختلاف دو بردار  $x_{i_2}(t), x_{i_3}(t)$  که به طور تصادفی انتخاب شده‌اند محاسبه شده است. به منظور استفاده بهینه از استراتژی‌های مذکور از الگوریتم تفاضلی بهبود یافته استفاده شده است به طوری که در آن هر یک از استراتژی‌ها به صورت پویا با یکدیگر جابجا می‌شوند. هر یک از استراتژی‌ها به صورت احتمالی به کار برده می‌شوند. اگر  $p_{s,1}$  احتمال استفاده از استراتژی  $DE/rand/1/exp$  به منظور انتخاب اعضای نسل بعدی تعریف شود.

آنگاه  $p_{s,2} = 1 - p_{s,1}$  احتمال استفاده از  $DE/current - to\ best/2/exp$  تعریف



(الف)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	گره
۱	۰	۰	۰	۰	۱	۰	۱	۰	جواب جنابین
۲	۰	۰	۰	۰	۲	۰	۳	۰	جواب سرورها

(ب)

شکل ۴: نحوه نمایش جواب‌ها

- پارامتر هزینه زمان سفر و زمان انتظار  $q = 1$  است.
- تقاضای مشتریان واقع در گره  $i \in I$  برابر  $D_i = 1$  است.
- نرخ تقاضا  $\lambda_i, i \in I$  تعیین کنید طوری که  $\lambda_i = 1 + \theta$  که در آن  $\theta$  به طور تصادفی با استفاده از یک تابع توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 2]$  انتخاب می‌شود.
- تعداد رقبا در بازار به صورت یک تابع از تعداد مشتریان به صورت  $CMP = 1 + [\pi]$  که در آن  $\pi$  به صورت تصادفی با استفاده از تابع یکنواخت در بازه  $[0, \frac{n}{10} - 1]$  انتخاب می‌شود.
- تعداد مراکز تسهیلاتی برای هر یک از رقبا به صورت  $CMPf = 1 + [\Psi]$  به طوری که به صورت تصادفی با استفاده از تابع توزیع یکنواخت در بازه  $[0, \frac{n}{5}]$  ایجاد می‌شود.
- تعداد سرورها در هر یک از مراکز تسهیلاتی  $S = 3$  است.
- ظرفیت تعداد افراد در صف  $k = 10$  تعیین می‌شود.
- میانگین نرخ خدمات برابر  $\mu = 5$  است.
- هزینه عملیاتی برابر ۴ در نظر گرفته شده است.
- سیاست قیمت‌گذاری رقبا به صورت تصادفی در بازه  $[10, 15]$  تعیین می‌شود.

## ۴- مثال عددی

- در این بخش جهت تحلیل بهتر و تست کارایی الگوریتم پیشنهادی، مسایل به طور تصادفی با توجه به مفروضات ذیل ایجاد شده است:
- هر مساله نمونه با دو معیار تعداد تقاضا (گره) با نماد  $n$  و تعداد مراکز خدماتی با نماد  $q$  نشان داده می‌شود. تعداد تقاضا در بازه  $n \in [10, 100]$  به طور تصادفی انتخاب می‌شود و تعداد تسهیلات در بازه  $f \in [0, 10]$  به صورت تصادفی انتخاب می‌شود بطوری که نسبت تعداد گره به تعداد تسهیلات حداقل ۵ و حداکثر ۱۰ باشد، به عبارت دیگر نسبت  $5 \leq n/f \leq 10$  رعایت گردد. به همین صورت، ۵۰ نمونه تصادفی ایجاد شد.
  - شبکه ارتباطی با استفاده از گره‌ها  $n$  و یال‌ها  $e$  به صورت تصادفی طوری ایجاد که ابتدای و انتهای آن یک گره باشد. یال‌ها بر مبنای رابطه  $e = [d \times (n - 1) \times n / 2]$  مشخص می‌شود به طوری که  $d$  به عنوان ضریب تراکم شبکه به طور تصادفی در بازه  $[\frac{2}{n}, 1]$  تعریف شده است. همچنین مقدار  $e$  حداکثر برابر  $n - 1$  است.
  - زمان سفر بین دو گره به صورت تصادفی با استفاده از تابع توزیع یکنواخت با توزیع  $[1, \frac{n-1}{2} + 5]$  بدست می‌آید.

محاسباتی شامل میانگین تابع هدف و میانگین زمان حل برای هر نمونه نشان داده شده است. با توجه به جدول (۲) می‌توان مشاهده نمود با افزایش ابعاد مساله، زمان محاسباتی حل مساله توسط الگوریتم پیشنهادی افزایش می‌یابد. همچنین در زمانی که تعداد تقاضا ثابت است، میزان زمان حل مساله نوسان قابل توجهی ندارد. به منظور بررسی پایداری جواب‌های ارایه شده توسط الگوریتم پیشنهادی از شاخص درصد مشابهت جواب‌ها<sup>۱۲</sup> (RI) استفاده می‌شود.

• نشانگر پراکندگی انتخاب مشتریان  $\theta = 0.1$  انتخاب می‌شود.

• هزینه متغیر ارایه یک واحد خدمات به صورت تصادفی با استفاده از تابع توزیع یکنواخت در بازه [10,15] تعیین می‌شود.

کدنویسی استراتژی‌های الگوریتم تکامل تفاضلی توسط نرم افزار MATLAB 7 با پردازنده core i7 با توانایی ۲/۳ GHZ و حافظه‌ی داخلی ۲ GB استفاده انجام شده است. برای هر نمونه ۵ عدد تصادفی ایجاد شده است و در جدول (۲) نتایج

جدول ۲: نتایج محاسباتی الگوریتم پیشنهادی جهت حل مسایل نمونه

میانگین		تعداد		ردیف	میانگین		تعداد		ردیف
زمان هدف	تابع هدف	مراکز تسهیلاتی (q)	تقاضا (n)		زمان هدف	تابع هدف	مراکز تسهیلاتی (q)	تقاضا (n)	
۶.۷۹۶/۷	۳.۶۷۸	۱۱	۶۵	۲۱	۲/۱	۴۸	۱	۱۰	۱
۷.۳۶۵/۷	۳.۹۳۵	۱۲	۶۵	۲۲	۳/۶	۸۷	۲	۱۰	۲
۶.۵۳۹/۹	۳.۷۵۲	۸	۶۵	۲۳	۱۳/۷	۲۱۱	۲	۲۰	۳
۷.۵۴۷/۹	۴.۹۸۰	۱۳	۷۰	۲۴	۱۶/۴	۳۹۸	۳	۲۰	۴
۷.۹۳۵/۹	۵.۳۶۸	۱۴	۷۰	۲۵	۱۵/۲	۴۰۳	۴	۲۰	۵
۸.۳۲۹/۳	۷.۵۲۳	۱۵	۷۵	۲۶	۸۵/۳	۵۱۰	۳	۳۰	۶
۷.۷۸۳/۸	۷.۹۶۷	۱۶	۷۵	۲۷	۹۶/۷	۶۵۲	۴	۳۰	۷
۸.۸۳۹/۳	۸.۳۵۸	۹	۸۰	۲۸	۱۹۱/۱	۶۸۰	۵	۳۵	۸
۹.۱۲۷/۷	۸.۹۳۵	۱۰	۸۰	۲۹	۲۸۶/۶	۶۹۷	۶	۳۵	۹
۱۲.۲۷۶/۸	۸.۹۷۲	۱۱	۸۵	۳۰	۵۹۷/۸	۹۰۰	۴	۴۰	۱۰
۱۵.۷۶۲/۸	۹.۱۰۹	۱۲	۸۵	۳۱	۷۰۱/۳	۹۲۰	۵	۴۰	۱۱
۱۲.۲۳۵/۰	۱۰.۹۸۱	۱۳	۹۰	۳۲	۱.۱۲۱/۲	۱.۲۵۳	۶	۴۵	۱۲
۱۳.۷۶۸/۶	۱۱.۶۲۰	۱۶	۹۰	۳۳	۱۳۰.۵/۳	۱.۲۸۹	۷	۴۵	۱۳
۱۳.۶۹۸/۲	۱۲.۹۵۴	۱۷	۹۵	۳۴	۳.۶۹۸/۳	۱.۸۳۶	۸	۵۰	۱۴
۱۴.۰۲۵/۸	۱۳.۲۵۴	۱۸	۹۵	۳۵	۳.۲۵۹/۶	۱.۷۵۰	۵	۵۰	۱۵
۱۵.۳۶۹/۱	۱۲.۵۴۷	۱۰	۱۰۰	۳۶	۴.۵۹۸/۶	۱۹۲۴	۶	۵۵	۱۶
۱۴.۳۶۹/۵	۱۲.۶۹۸	۱۱	۱۰۰	۳۷	۴.۹۵۷/۷	۱۹۰۰	۷	۵۵	۱۷
۱۳.۹۸۵/۹	۱۳.۰۹۱	۱۵	۱۰۰	۳۸	۵.۷۸۳/۳	۳۰۰۱	۸	۵۵	۱۸
۱۲.۳۶۹/۴	۱۲.۹۲۸	۱۴	۱۰۰	۳۹	۶.۲۳۶/۵	۳۵۷۶	۸	۶۰	۱۹
۱۴.۳۶۹/۸	۱۲.۸۲۴	۱۱	۱۰۰	۴۰	۵.۹۲۷/۶	۳۴۲۳	۷	۶۰	۲۰

<sup>12</sup> Reliability Index

### ۵- تحلیل حساسیت

در این بخش، حساسیت نتایج مدل به مفروضات و پارامترهای مدل پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور مدل بهینه‌سازی جایابی و تخصیص سرور در حالتی که سیستم به صورت توزیع ورودی پواسون و زمان سرویس نمایی عمل می‌کند در نظر گرفته می‌شود. به همین منظور ۵ نمونه برای ۴ مساله با سایز (۲۰.۴)، (۴۰.۵)، (۶۰.۸) و (۸۰.۱۰) انتخاب شده است. شاخص‌های در هر نمونه ارزش پایه پارامتر از حاصلضرب در بازه [۱-۹] با گام‌های ۰/۳ بدست آمده و در سایر پارامترها هیچ‌گونه تغییری انجام نشده است. شاخص‌های (VI) و (SI) بر مبنای اختلاف مقادیر متغیرهای تصمیم جایابی و مقدار تابع هدف به شرح ذیل محاسبه می‌شود:

$$VI = \frac{V_{base} - V}{V_{base}} \times 100 \quad (25)$$

$$SI = \frac{|S_{base} - S|}{2 \cdot q} \times 100 \quad (26)$$

در شکل‌های (۵) الی (۸) میانگین شاخص‌های (VI) و (SI) در ۲۰ نمونه ایجاد شده نشان داده شده است.

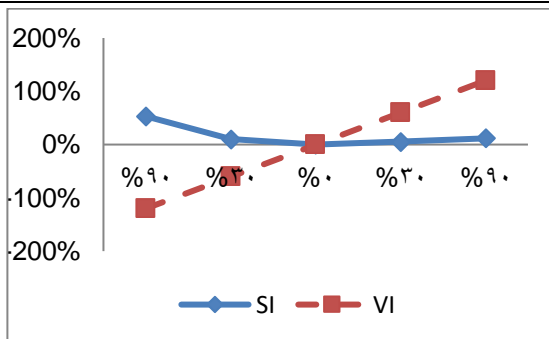
درصد مشابهت جواب‌ها شاخصی است که بر اساس آن پایداری الگوریتم در حل مدل و قابلیت اعتماد به جواب‌های تولید شده نشان داده می‌شود. این شاخص مقادیر متغیرهای تصمیم و مقادیر تابع هدف را در ۵ اجرای یک مدل مشابه مورد مقایسه قرار می‌دهد. هر چه این شاخص بزرگتر و نزدیک به ۱۰۰٪ باشد، الگوریتم پایداری بیشتری داشته و جواب‌های قابل اعتماد تولید می‌کند. شاخص اطمینان به صورت ذیل محاسبه می‌شود:

$$RI = \left[ 1 - \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \frac{(V_{max} - V_i)}{V_{max}} - \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 \frac{|S_{max} - S_i|}{2q} \right] \cdot 100\% \quad (24)$$

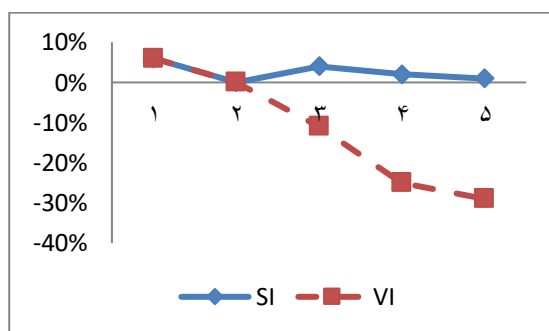
که در آن  $i$  نشانگر شماره اجرای الگوریتم و  $V_i$  و  $S_i$  بترتیب، بردار مقادیر متغیرهای تصمیم و مقدار تابع هدف و  $V_{max}$  و  $S_{max}$  بترتیب بردار مقادیر متغیرهای تصمیم جایابی و مقدار تابع هدف در بهترین اجرا از بین پنج اجرای الگوریتم است. هر چه مقدار شاخص (RI) به ۱۰۰٪ نزدیک‌تر باشد عملکرد الگوریتم دارای قابلیت اطمینان بیشتری خواهد بود. نتایج محاسباتی برای نمونه‌ای از مسایل در جدول (۳) نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود الگوریتم تکامل تفاضلی بهبودیافته قابلیت اطمینان مناسبی در حل الگوریتم پیشنهادی دارد.

جدول ۳: میزان قابلیت اطمینان الگوریتم در نمونه‌های منتخب

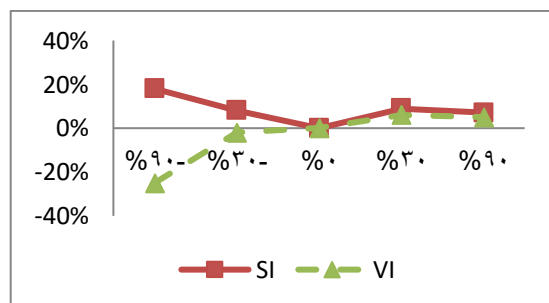
تقاضا ( $n$ )	مراکز تسهیلاتی ( $q$ )	شاخص اطمینان ( $RI$ ) (%)
۱۰	۲	۱۰۰
۲۰	۳	۱۰۰
۳۰	۴	۱۰۰
۴۰	۵	۱۰۰
۵۰	۵	۱۰۰
۶۰	۸	۱۰۰
۷۰	۱۵	۱۰۰
۸۰	۹	۹۷/۸
۹۰	۱۳	۹۹/۸
۱۰۰	۱۴	۱۰۰



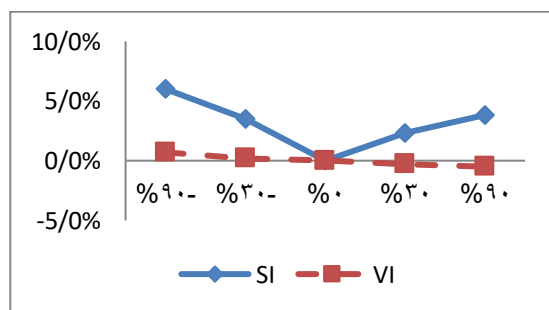
شکل ۵: حساسیت نتایج مدل به تغییر در نرخ تقاضا



شکل ۶: حساسیت نتایج مدل به تغییر در تعداد سرورها



شکل ۷: حساسیت نتایج مدل به میانگین نرخ خدمت دهی



شکل ۸: حساسیت نتایج مدل به ظرفیت سیستم

است که در آن حق انتخاب با مشتریان حساس به تراکم می‌باشد. ویژگی‌ها و تمایزهای تحقیق نیز در ادامه مورد اشاره قرار می‌گیرد.

مدل‌ها تحلیلگر را قادر می‌سازد در طراحی سیستم، سیاست‌های قیمت‌گذاری متنوعی را مورد بررسی قرار دهد. این باعث می‌گردد مدل در خصوص شرکت‌هایی که قیمت‌های تبعیض‌آمیز ارائه می‌دهند، نیز کاربردی باشد. تابع هدف مدل‌ها بیشینه‌سازی سود در واحد زمان می‌باشد که در عبارت هزینه‌ای آن، کلیه هزینه‌های مرتبط با ایجاد، توسعه و عملیات شبکه توزیع لحاظ می‌گردد. همچنین هزینه متغیر ارائه یک واحد خدمات وابسته به تقاضای جذب شده مراکز می‌باشد. هر چه میزان تقاضای جذب شده افزایش یابد، هزینه خدمات کاهش می‌یابد. این حالت، موضوع سرشکن شدن هزینه‌ها را منعکس می‌نماید.

یکی از تمایزهای اصلی تحقیق حاضر با کارهای مشابه، مدلسازی سناریوهای مختلف حساسیت به تراکم مراکز است. در این میان بر اساس یکی از سناریوها مشتریان، متوسط زمان انتظار در مراکز را در تصمیمات بعدی خود از لحظه شروع به سفر لحاظ می‌کنند. با این حال آنها در طی چندین مرحله استفاده از شبکه، برآوردی از سطوح زمان‌های انتظار بدست می‌آورند.

رفتار انتخاب مشتریان به صورت احتمالی و ابسته به تابع مطلوبیت مشتری از مراکز آرایه خدمات است. تابع مطلوبیت متاثر از معیارهای انتخاب مشتری است که شامل زمان سفر، زمان انتظار و قیمت است که به صورت کلی به نام هزینه مشتری در تابع مطلوبیت نشان داده شده است. ورود زمان انتظار در این تابع هزینه در یک فرآیند یادگیری اتفاق می‌افتد. مشتریان ابتدا درباره زمان‌های انتظار اطلاعی ندارند و پس از استفاده از مراکز خدمات و افزایش سطح اطلاع آنها زمان‌های انتظار افزایش می‌یابد.

نتایج حاصل از تحلیل حساسیت نشان دهنده آن است که میزان تقاضا در مقایسه با سایر پارامترها تاثیر قابل توجهی در میزان سودآوری تسهیلات دارد. در مقابل، میزان پیش فرض ظرفیت سیستم کمترین تاثیر را بر سودآوری دارد.

بطور کلی، نرخ بالای تقاضا و میانگین نرخ خدمت‌دهی باعث سودآوری می‌شود در صورتی که تعداد سرورها و ظرفیت پیش فرض سیستم‌ها باعث کاهش سودآوری می‌شود. تاثیر منفی افزایش تعداد سرورها در افزایش سودآوری، به دلیل میزان افزایش هزینه‌های شرکت ناشی از ایجاد سرورها است. همچنین تغییر پارامتر ظرفیت پیش‌فرض مراکز خدمات تأثیری در مقادیر متغیرهای تصمیم‌جایابی و تخصیص سرور ندارد.

#### ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

مدل ارائه شده در این مقاله پشتیبان تصمیمات مدیران شرکت‌های خدماتی و تولیدی در بازارهای رقابتی برای طراحی شبکه توزیع خدمات و محصولات آنها هستند. یکی از اساسی‌ترین موضوعات در چنین مسائلی که تصمیمات را تحت تاثیر قرار می‌دهد، حساسیت مشتریان به کیفیت خدمات است. زیرا در این حالت مشتریان حساس به تراکم و بی‌صبر مراکز با تراکم بالا را ترک کرده و بدون دریافت خدمت به مبدا خود باز می‌گردند. این حساسیت همواره از معیارهایی است که در کنار قیمت و فاصله مشتری تا مراکز، انتخاب‌های مشتری را متاثر می‌سازد. در این چارچوب ضروری است راهبردهای مناسبی برای پاسخگویی به این حساسیت تدبیر گردد. مدل‌های این مقاله شناسایی این راهبردها را ممکن می‌سازد. خروجی‌های این مدل‌ها مکان‌های بهینه مراکز در بازار و تعداد سرورهای هر یک از مراکز را تعیین می‌کند. به عبارتی رویکرد کلی این رساله توسعه مدل‌های طراحی رقابتی در سیستم‌های مشتری به خدمات

حل مثال‌های عددی به کار گرفته شد. نتایج با روش‌های معرفی شده در تحقیقات پیشین مقایسه گردیدند. نتایج عددی حاکی از آن است که رویکرد پیشنهادی قادر است نسبت به روش‌های پیشین نتایج بهتری ارائه نماید و می‌تواند در حل مسائل کاربردی مورد استفاده قرار بگیرد. همانطور که با شکل‌ها و جداول مختلف نشان داده شد، این روش قابلیت همگرایی سریع‌تری نسبت به روش‌های پیشین دارد و می‌تواند جواب‌های بهتر را در زمان کوتاه‌تری بیابد.

جهت حل مساله از الگوریتم تکامل تفاضلی بهبود یافته استفاده شد و از آن به منظور حل مسایل در ابعاد مختلف استفاده و نتایج ارایه و کارایی الگوریتم پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفت. تحلیل‌های حساسیت مدل به تغییر در پارامترهای مساله نیز نشان داد پارامترهایی مانند نرخ سرویس سرورها و هزینه عملیاتی سرورها که کنترل آنها به نوعی در اختیار شرکت است، تاثیر زیادی در سود دریافتی شرکت دارد که می‌توان به عنوان متغیرهای تصمیم جایگزین تعداد سرور به آنها نگاه کرد. همچنین تعداد مراکز جهت جابایی از وزن بالایی در این زمینه برخوردار است. به منظور تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود می‌توان برای ارتقای معیار کیفیت، از بهینه‌سازی نرخ سرویس به جای تعداد سرورها استفاده نمود. همچنین، در مدل‌های ارائه شده فرض بر این است که تعداد مراکز جهت جابایی ( $q$ ) و تعداد کل سرورها ( $ns_{max}$ ) از قبل مشخص است. به عبارتی این تصمیمات از طریق الگوی دیگری اتخاذ شده‌اند. می‌توان در توسعه‌ای بر مدل قابلیت تعیین مقدار بهینه این متغیرها را نیز به آن اضافه نمود. در بسیاری از مسایل چند هدفه دنیای واقعی، فرض جمع‌پذیری تابع مطلوبیت برقرار نمی‌باشد و تخمین توابع غیرخطی با شیوه‌های متداول کاری پیچیده و توأم با خطای بسیار می‌باشد، توانمندی شبکه‌های عصبی در تخمین توابع پیچیده و غیرخطی در تحقیقات بسیاری بررسی و تایید شده‌است. لذا در این تحقیق به منظور بهبود تخمین توابع مطلوبیت - به خصوص توابع غیرخطی پیچیده - رویکردی نوین برای آموزش شبکه‌های عصبی تصمیم ارایه گردید. نشان داده شد که این شبکه‌ها به صورت کارآمد می‌تواند به تخمین تابع مطلوبیت ضمنی تصمیم‌گیرنده نایل آمده و با استفاده از رویکردهای تعاملی جواب‌هایی نزدیک به جواب بهینه تابع مطلوبیت را با توجه به محدودیت‌های مدل بیابد. در این تحقیق رویکرد ارایه شده برای

## فهرست منابع

- [9] García Pérez, M. D. and Pelegrín, B. 'All Stackelberg location equilibria in the Hotelling's duopoly model on a tree with parametric prices', *Annals of Operations Research*, 2005, Vol. 122, pp. 177-192.
- [10] Eiselt, H.A. and Laporte, G. (1996) 'Equilibrium results in competitive location models', *Middle East Forum*, 1996, Vol. 1, pp. 63-92.
- [11] Eiselt, H.A. and Laporte, G. 'Sequential location problems', *European Journal of Operational Research*, 1996, Vol. 96, pp. 217-231.
- [12] Kohlberg, E., "Equilibrium Store locations when consumers minimize travel plus waiting time", *Economics Letters*, 1983, Vol. 11, pp. 211-216.
- [13] Silva, F. and Serra, D., "Incorporating waiting time in competitive location models", *Networks and Spatial Economics*, 2007. Vol. 7, pp. 63-76.
- [14] Zhang, L. and Rushton, G., "Optimizing the size and locations of facilities in competitive multi-site service systems", *Computers and Operations Research*, 2008, Vol. 35, pp. 327-338.
- [15] Aboolian, R., Sun, Y., and Koehler, G.J., "A location-allocation problem for a web services provider in a competitive market", *European Journal of Operational Research*, 2009, Vol. 194, pp. 64-77.
- [16] Drezner, Z. and Wesolowsky, G. O., "Allocation of demand when cost is demand-dependent", *Computers and Operations Research*, 1995, Vol. 26, pp. 1-15.
- [17] Farhan, B. and Murray, A. T., "Distance decay and coverage in facility location planning", *Annals of*
- [1] Ahn, H. K., Siu-wing, ch., Otfried, ch., Mordecai, G. and Renevan, O., "Competitive facility location: The Voronoi game", *Theoretical Computer Science*, 2004, Vol. 310, pp. 457-467.
- [2] C. F. Saidani N., Chen H, "Competitive facility location and design with reactions of competitors already in the market," *European Journal of Operational Research*, 2012, Vol. 219, No. 1, pp. 9-17.
- [3] Drezner, T. "Competitive location strategies for two facilities". *Regional Science and Urban Economics*, 1982, Vol. 12, pp. 485-493.
- [4] Drezner, T. "Locating a single new facility among existing unequally attractive facilities". *Journal of Regional Science*, 2006, Vol. 34. pp. 237-252
- [5] Plastria, F. and L. Vanhaverbeke," Discrete models for competitive location with foresight". *Computers and Operations Research*, 2008, Vol.35, pp. 683-700.
- [6] Drezner, T. and Z. Drezner. "Finding the optimal solution to the Huff based competitive location model". *Computational Management Science*, 2004, Vol. 1, pp. 193-208.
- [7] Eiselt, H., Laporte, G., and Thisse, J., "Competitive location models: A framework and bibliography", *Transportation Science*, 1993, Vol. 27, pp. 44-54.
- [8] Drezner T., "Competitive facility location in the plane", in: Z. Drezner (Ed.), *Facility Location. A Survey of Applications and Methods*, Springer, 1995, pp. 285-300.



- [26] L'opez Cruz, I.L., L.G., Willigenburg, van, and van Straten, G. "Efficient differential evolution algorithms for multimodal optimal control problems." *Applied Soft Computing*, 2005. Vol. 3, PP. 97-122.
- [27] Cordeau, J.F., Gendreau, M, and Laporte, G. "A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems." *Networks*, 1997, Vol 30. PP.105.
- [18] Dasci A. and Laporte G., "Location and pricing decisions of a multistore monopoly in a spatial market", *Journal of Regional Science*, 2004, Vol. 44, pp. 489-515.
- [19] Aboolian, R., Berman, O. and Krass, D., "Competitive facility location model with concave demand", *European Journal of Operational Research*, 2007, Vol. 181, No. 1, pp. 598–619.
- [20] Berman, O. and Krass, D., "Locating multiple competitive facilities: Spatial interaction models with variable expenditures", *Annals of Operations Research*, 2002, Vol. 111, pp. 197-225.
- [21] Huff, D., "Defining and estimating a trading area", *Journal of Marketing*, 1964, Vol. 28, pp. 34-38.
- [22] McFadden, D., "Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behaviour", Zarembka P. (ed.), *Frontiers in Econometrics*, Academic Press, New York, 1974.
- [23] Marianov, V., Rios, M. and Icaza, M. J., "Facility location for market capture when users rank facilities by shorter travel and waiting times", *European Journal of Operational Research*, 2008, Vol. 191, pp. 32-44.
- [24] Hillier, F., Lieberman, G., "Introduction to Operations Research", Holden-Day, Oakland, CA, 1986.
- [25] Price, K.V., Storn, R.M, and Lampinen, J.A. "Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization." *Natural Computing Series*, Springer, 2005.

