دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
سال هفتم، شماره سی و سوم، آذر و دی 1400
شماره شاپا: 588-2588X

پژوهش‌های نوین در ریاضی

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

ارزیابی قدرت پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از مدل‌های خاکستری، شبکه‌های عصبی ایستا و پویا (مطالعه موردی: شرکتهای فعال در صنعت بیمه عضو بورس اوراق بهادار تهران)

حنیف حیدری[1*]، سید روح اله احمدی حاجی آبادی[2]، محبوبه فقیه محمدی جلالی[1]

(1) دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، گروه ریاضی کاربردی، دانشگاه دامغان، ایران
(2) دانشکده علوم انسانی، گروه اقتصاد، دانشگاه دامغان، ایران

تاریخ ارسال مقاله: 1398/03/07 تاریخ پذیرش مقاله: 1398/07/08

چکیده

پیش‌بینی قیمت سهام موضوعی مهم در هر دو دیدگاه نظری و کاربردی است. هدف محققان، توسعه روش‌های پیش‌بینی به منظور پیش‌بینی دقیق‌تر است. سرمایه‌گذاران سعی در یافتن بهترین برنامه سرمایه‌گذاری دارند که این امر نیازمند پیش‌بینی آینده بازار می‌باشد. هدف این مقاله مقایسه روش‌های شبکه عصبی مصنوعی (ANN)، شبکه عصبی پویا (NARX) و مدل خاکستری (GM) برای پیش‌بینی قیمت سهام می‌باشد. داده‌های سری‌زمانی به صورت روزانه مربوط به شرکت‌های بیمه‌ای عضو بازار بورس تهران می‌باشد که در بازه زمانی 1388/7/15 لغایت 1396/7/17 که در بازار بورس فعالیت داشته‌اند. متغیرهای میانگین متحرک ساده پنج روزه (MA-5)، میانگین متحرک ساده بیست روزه (MA-20)، میانگین متحرک همگرا واگرا (MACD)، قیمت طلا، قیمت نفت و نرخ ارز به عنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به متغیرهای مساله، از سه مدل خاکستری GM(1,1), GM(1,4) و GM(1,7) جهت پیش‌بینی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و شبکه عصبی پویا دارای کارایی یکسان می‌باشند در حالیکه مدل‌های خاکستری کارایی پایین‌تری دارند. شبیه‌سازی‌های عددی نشان می‌دهد که روش‌های شبکه عصبی مصنوعی و شبکه عصبی پویا با میانگین خطا RSME=0.2 پیش-بینی قابل قبولی ارایه می‌کنند.

واژه‌های کلیدی: مقایسه، قیمت سهام شرکت های بیمه، نرخ ارز، قیمت نفت، قیمت طلا، میانگین ساده متحرک.

*. عهده‌دار مکاتبات: Email: heidari@du.ac.ir

1- مقدمه

امروزه پیش‌بینی سری‌های زمانی مالی به عنوان یکی از موضوعات مهم برای بسیاری از تحلیلگران مالی و محققین شناخته شده است. علت اهمیت این موضوع از آنجا ناشی می‌شود که پیش‌بینی دقیق متغیرهای مالی، نقش کلیدی در تصمیمات سرمایه‌گذاری ایفا می‌کنند. در این میان، پیش‌بینی بازار سرمایه یکی از دشوارترین تحلیل‌های سری زمانی محسوب می‌شود زیرا تحت تاثیر مولفه‌های اقتصادی، روانشناسی و اجتماعی قرار دارد. علیرغم دشواری این موضوع، محققین سعی کردند با بهره گیری از روش‌های مختلف اقدام به پیش‌بینی متغیرهای مربوط به بازار سرمایه از جمله قیمت سهام شرکت‌های فعال در این بازار کنند.

پیش‌بینی فرآیندی است که با استفاده از یک مدل عینی یا ذهنی بتوان یک متغیر را برای گذشته یا آینده برآورد نمود. پیش‌بینی یک متغیر را می‌توان به دو روش انجام داد:

۱. پیش‌بینی توسط مدل‌های عینی مانند مدل‌های ریاضی، آماری و اقتصاد سنجی

۲. پیش‌بینی توسط مدل‌های ذهنی مانند روش‌های دلفی، کارشناسی، استفاده از تجربیات و اطلاعات خبرگان و...

از آنجاکه در روش ذهنی نیاز به ارائه مدل ریاضی نیست و به صورت کیفی متغیر موردنظر برآورد می‌شود، معمولا برای پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی از مدل‌های ریاضی و آماری استفاده می‌گردد. روش عینی از سه طریق قابل انجام است.

۳. اقتصادسنجی یا ساختاری

۴. سری‌زمانی یا غیرساختاری

۵. شبکه‌های عصبی

با توجه به اهمیت این موضوع، در این مطالعه درصدد آن هستیم تا قدرت پیش‌بینی قیمت سهام برای شرکت‌های بیمه‌ای عضو بازار بورس تهران را با استفاده از سه نوع مدل پیش‌بینی غیرخطی یعنی مدل خاکستری (GM[2])، مدل شبکه عصبی مصنوعی (ANN[3]) و شبکه عصبی مصنوعی پویا (NARX[4]) مورد ارزیابی قرار دهیم. درحالیکه نسبت به مدل‌های شبکه عصبی برای ارزیابی قیمت سهام طی سالیان اخیر توجه قابل توجهی صورت گرفته است اما تاکنون مطالعه‌ای به منظور سنجش توانایی مدل خاکستری در پیش‌بینی قیمت سهام انجام نگرفته است. لذا نوآوری این مطالعه را می‌توان اولاً در بکارگیری مدل خاکستری در ارزیابی قیمت سهام و ثانیا در مقایسه نتایج این مدل با مدل شبکه عصبی دانست که به طرز قابل توجهی مورد استفاده محققین قرار گرفته است.

در ادامه ابتدا به مروری بر جدیدترین پژوهش‌های پیرامون پیش‌بینی قیمت سهام پرداخته شده است. در بخش سوم مدل‌های خاکستری و شبکه عصبی مصنوعی ایستا و پویا معرفی و در پایان متغیرهای مورد استفاده، روش گردآوری اطلاعات و نرمال‌سازی آنها شرح داده شده و مقایسه نتایج پیش‌بینی مدل‌های فوق ارایه شده است.

2- پیشینه تحقیق

اهمیت ارزیابی و پیش‌بینی قیمت‌ها در بورس موجب شده است تا نظریه‌های متعددی در این زمینه مطرح شود. در اوایل قرن بیستم نظریه تحلیل تکنیکال[5] سعی در پیش‌بینی بازار به وسیله دنبال کردن الگوهای موجود و استفاده از اطلاعات گذشته مربوط به بازار را داشته است. بر اساس نظریه تحلیل بنیادی[6] که از دهه 1930 مطرح گردید، محاسبه ارزش ذاتی سهام بر اساس نمودار، جداول، الگوی تاریخی

[2] Grey Model (GM)
[3] Artificial Neural Network (ANN)
[4] Nonlinear Autoregressive Network with Exogenous Input (NARX)

[5] Technical Analysis
[6] Fundamental Analysis

رفتـار قیمـت سـهام و اطلاعات مالی انجام می‌گیرد. نظریه تحلیلگران بنیادی، رفتار قیمت سهام را دارای حرکت تصادفی دانسـته و بـا توجه به ارزش ذاتی یک سهم اقدام به پیش‌بینی می‌نماینـد. بعد از جنگ جهانی دوم، نظریه‌های جدیدی به جامعه مالی اضافه شد که سعی داشت به بررسی فرضیه‌هایی بپردازد که در آن قیمت سهام به طریق تصادفی حرکت می‌کرد. سه حوزه فرضیه بازار کارا، نظریه پرتفوی و مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای (CAPM) از حوزه‌های این رویکرد جدید هستند. اگرچه تا مدتها از این نظریه‌ها به طور قابل توجهی توسط محققین و سرمایه‌گذاران استفاده می‌شد اما وجود تناقض های آشکار میان نظریه‌ها و دنیای واقعی سبب شد تا در اعتبار نظریه‌ها تردید ایجاد شود. در عین حال تلاش گردید با ارائه نظریه‌های پویای غیرخطی[7] روش‌های علمی جدیدتری برای نزدیک شدن به دنیای واقعی معرفی شود [1]. در میان نظریه‌های پویای غیر خطی، اگرچه استفاده از ابزار شبکه عصبی به منظور پیش‌بینی متغیرهای مالی کاربرد زیادی داشته است اما مدلسازی خاکستری کمتر در این حوزه مورد توجه بوده است. در این راستا برخی از مطالعاتی که به منظور پیش‌بینی قیمت‌ها به طورکلی و قیمت سهام شرکتهای بورس اوراق بهادار تهران به طورخاص انجام گرفته است، به شرح ذیل می‌باشد.

فیلی زاده و همکاران (1398) با استفاده از سه متغیر کلان اقتصادی شامل نرخ تورم، نرخ ارز و قیمت نفت خام اقدام به پیش‌بینی عدد شاخص کل بورس برای یک هفته بعد با سیستم استنتاج فازی عصبی تطبیقی (ANFIS) و رگرسیون فازی کردند. ابتدا داده‌های روزانه سالهای 1387 الی 1394 متغیرهای پژوهش جمع‌آوری و با استفاده از نرمال‌سازی فازی، نرمال گردید. سپس مدل‌سازی با استفاده از سه متغیر فوق‌الذکر صورت پذیرفت و با مقایسه نتایج، عملکرد بهتر ANFIS نسبت به رگرسیون فازی مشاهده گردید. معیار سنجش عملکرد، ریشه دوم میانگین مربعات خطا بود که برای خروجی ANFIS، مقدار 0/021248 حاصل شد. حاصل پیش‌بینی یک هفته بعد، برای هر دو ابزار کاهش خطا را نشان داد و مجددا ANFIS با مقدار 0/007933 برای خطا، عملکرد برتر این پژوهش را به خود اختصاص داد و مدل با چهار ورودی نسبت به مدل با سه ورودی دقت بیشتری از خود نشان داد [2].

محمدی و زین الدین زاده (1390)، با مطالعه و بررسی بازده ماهانه سهام 50 شرکت فعال بورس طی دوره زمانی 1386 تا 1389، به پیش‌بینی بازده سهام با استفاده از مدل خاکستری، و 4 مدل سری‌زمانی شامل مدل نایو، مدل میانگین ساده، مدل میانگین متحرک و مدل نمو هموار ساده پرداختند. نتایج پژوهش انجام شده نشان داد که مدل خاکستری، نسبت به مدل‌های سری‌زمانی از دقت بیشتری برخوردار است [3].

هانگ و جین (2009)، با ترکیب مدل پیش‌بینی میانگین متحرک درونی کاهشی، تئوری سیستم خاکستری و تئوری داده‌های خام، سعی در ارائه مدلی جدید جهت پیش‌بینی در بازار بورس نمودند. آنها بر اساس مدل جدید به پیش‌بینی تغییرات قیمت سهام الکترونیک در تایوان پرداختند. نتایج نشان دهنده دقت بالای مدل پیش‌بینی بود [4].

خسروی نژاد و صدرپیشه (1393) قدرت پیش‌بینی مدل‌های خطی و غیرخطی در بازار سهام تهران را در بازه 83 تا 87 مورد ارزیابی قرار دادند. این مطالعه از مدل‌های سری‌زمانی و شبکه عصبی مصنوعی استفاده کرده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که اختلاف معناداری بین مدل‌های مورد استفاده وجود نداشته است [5].

سجادی و همکاران (1392) با جمع آوری آمار مربوط به 100 شرکت عضو بازار بورس برای یک دوره 6 ساله، قیمت سهام آنها را با استفاده از شبکه عصبی

[7] Non-linear Dynamical Theory

مصنوعی ارزیابی کردند. محققان از عدم تقارن اطلاعاتی به عنوان متغیر استفاده کردند و در پایان ارتباط معناداری بین این متغیر و بازده سهام شرکتها مشاهده کردند [6].

مکیان و موسوی (1391) در مطالعه خود به منظور پیش‌بینی قیمت سهام شرکت فرآورده های نفتی پارس، داده‌های روزانه این شرکت در دوره زمانی 1388/8/13 تا 1389/11/11 را مورد استفاده قرار دادند. متغیرهای مورد استفاده در این پژوهش شامل قیمت نفت برنت، بیشترین قیمت، کمترین قیمت و قیمت آغازین بوده است. نتایج تحقیق بیانگر آن بود که مدل شبکه عصبی از خطای کمتر، قدرت توضیح دهندگی بالاتر و در نتیجه پیش‌بینی بهتری نسبت به روش رگرسیونی ARIMA برخوردار بوده است [7].

اعتمادی و همکاران (1391) سودآوری 90 شرکت عضو بازار بورس تهران را بین سال‌های 1380 لغایت 1386، با استفاده از روش شبکه عصبی مصنوعی پیش‌بینی کردند. نویسندگان از حدود 42 نسبت مالی به عنوان عوامل اثرگذار بر سودآوری شرکت‌ها استفاده کرده‌اند [8].

نیکواقبال و همکاران (1393) در پژوهش خود از مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی ایستا و پویا به منظور پیش‌بینی بازده شاخص قیمت و بازده نقدی بورس تهران استفاده کرده‌اند. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش به صورت روزانه و شامل بازه‌ی زمانی پنجم فروردین 1388 تا سی ام آبان 1390 می‌باشد [9].

راعی و چاوشی (1382) به‌منظور پیش‌بینی قیمت روزانه سهام شرکت توسعه صنایع بهشهر از مدل شبکه‌های عصبی مصنوعی و چند عاملی استفاده کردند. در برآورد مدل از متغیرهای کلان اقتصادی شامل شاخص قیمت کل بورس تهران، نرخ ارز (دلار) در بازار آزاد، قیمت نفت و قیمت طلا استفاده شده است [10].

صالحی و همکاران (1394) از الگوهای اقتصاد سنجی داده‌های تابلویی و شبکه عصبی پایه شعاعی به منظور پیش‌بینی قیمت سهام 30 شرکت از صنایع مواد و محصولات دارویی، محصولات شیمیایی و محصولات اپتیکی و پزشکی عضو بازار بورس تهران در بازه زمانی 1390-1384 استفاده کرده‌اند. نتایج پژوهش نشان داده است که الگوی انتخابی شامل PC1 (جمع دارایی‌های جاری و جمع بدهی‌ها)، PC2 (نسبت جاری، نسبت آنی، نسبت گردش دارایی‌های ثابت مشهود، حاشیه سود ناخالص، حاشیه سود عملیاتی و حاشیه سود خالص)، بازده سهام و سود هر سهم قدرت توضیح دهندگی بالایی برای پیش بینی قیمت سهام دارد [11].

منجمی و همکاران (1388) درپژوهشی، قیمت سهام دربازاربورس اوراق بهادار تهران را بااستفاده ازشبکه عصبی- فازی والگوریتم‌های ژنتیک و شبکه‌ی عصبی مصنوعی پیش‌بینی کردند. متغیرهای مورد استفاده در این مطالعه شامل متغیرهای فنی؛ متغیرهای روانشناسی سرمایه‌گذاران و متغیرهای اقتصادی (نرخ ارز، قیمت هر اونس طلا در بورس لندن، قیمت نفت در سبد اوپک) بوده است. معیارهای عملکرد بعد از برآورد مدل‌ها حاکی از آن است که پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده ازشبکه عصبی فازی والگوریتم های ژنتیکی، خطای برآورد قیمت سهام را نسبت به تکنیک شبکه عصبی مصنوعی کاهش داده است [12].

فرنوش و حاجبی (1395) در پژوهشی، همراه با ارائه یک روش جدید نیمه پارامتری برای برآورد تابع اتورگرسیو غیرخطی در یک مدل اتورگرسیو خطی جزئی، قیمت نفت اوپک را پیش‌بینی کردند. آنها به منظور بررسی دقت مدل پیشنهادی از معیار میانگین مربعات خطاها (MSE) و جذر آن (RMSE) استفاده نمودند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که برآورد نیمه پارامتری در مدل اتورگرسیو خطی جزئی با خطاهای مستقل بهتر عمل می‌کند و دارای دقت و کارایی نسبتا بالایی می‌باشد [13].

3- مدل تحقیق و روش برآورد

3-1- مدل خاکستری (GM)

تئوری خاکستری برای نخستین بار توسط پروفسور دنگ (1982) به عنوان نظریه‌ای مطرح شد که سیستم اطلاعاتی را به سه دسته تقسیم‌بندی می‌کند. این نظریه شامل سیستم سفید، سیستم خاکستری و سیستم سیاه است. اگر سیستم کاملاً ناشناخته باشد، سیاه و یک سیستم کاملاً شناخته شده، سفید نامیده می‌شود. سیستم خاکستری یک سیستم با اطلاعات سیاه و سفید است. به عنوان یک مزیت از مدل تجربی آماری، سیستم خاکستری نیاز به اطلاعات محدودی برای تخمین رفتار یک سیستم ناشناخته دارد [14]. بسیاری از سیستم‌های عملی که توسط کارشناسان مورد بررسی قرار می‌گیرند شامل اطلاعات ناقص در ویژگی‌های اصلی هستند. این نوع سیستم‌ها که داده‌های کوچک و ضعیفی دارند، منبع غنی برای نظریه خاکستری هستند [15]. اطلاعات ناقص در فعالیت‌های اجتماعی، اقتصادی و علمی ما وجود دارد؛ برای مثال، در محصولات کشاورزی، اگر چه تمام اطلاعات دقیق مربوط به کشاورزی، دانه‌ها، کود، هرس و غیره شناخته شده است، به دلیل عدم اطمینان از کیفیت نیروی کار، محیط کار، شرایط آب و هوایی، بازارها و غیره، پیش‌بینی محصول نهایی و ارزش اقتصادی آن مشکل است [16].

به طور کلی، هدف اصلی نظریه سیستم خاکستری، یافتن رابطه بین ساختار مدل تحلیلی و شرایطی مانند عدم قطعیت، ورودی چند داده‌ای، داده‌های گسسته و عدم وجود اطلاعات برای پیش‌بینی و تصمیم‌گیری است. مدل‌های خاکستری، مقدار آینده یک سری‌زمانی را براساس مجموعه داده‌های اخیر پیش‌بینی می‌کنند و به اندازه پیش‌بینی کننده بستگی دارند. ما فرض می‌کنیم که مقدار تمام اطلاعات مورد استفاده در مدل خاکستری مثبت است و فراوانی نمونه سری‌زمانی ثابت باشد. وظیفه اصلی نظریه سیستم خاکستری استخراج قوانین واقعی در سیستم با استفاده از داده‌های موجود است. این فرایند به‌عنوان تولید دنباله خاکستری شناخته می‌شود [17]. این مدل می‌تواند برای توصیف رفتار سیستم با داده‌های کم (حداقل چهار داده) ایجاد شود [18]. مدل خاکستری مرتبه اول تک متغیره GM(1,1) رایج ترین مدل‌های خاکستری در ادبیات است. این مدل یک الگو پیش‌بینی سری‌زمانی است. معادلات دیفرانسیل GM (1, 1) شامل یک ضریب متغیر زمان می‌باشد. این یعنی الگو با ورود داده‌ی جدید به الگوی پیش‌بینی به روزرسانی می‌شود [19]. با استفاده از روش‌های تولیدی خاکستری در GM (1, 1)، نوسانات سری‌های داده اصلی توسط تبدیل سری داده‌ها به صورت خطی کاهش می‌یابد که امری بسیار مهم است. به‌عبارت دیگر، با اجرای عملیات تولید تجمعی، اثرآشوب در داده‌های آشوبی کمتر شده به طوری که رفتار سیستم را می‌توان با معادله دیفرانسیل درجه اول توصیف کرد. راه حل تحلیلی معادله دیفرانسیل، معادله پاسخ زمانی برای پیش‌بینی خواهد بود. با استفاده از عملیات معکوس تولید تجمعی، پیش‌بینی می‌تواند به دنباله‌ای از سری اصلی تبدیل شود.

الگوریتم پیش‌بینی خاکستری GM(1,1) فرآیندی به شرح زیر می‌باشد. دنباله داده‌های اولیه را با X^0 نشان می‌دهیم.

$$X^0 = \{x^0(k) | k = 1,2, \dots, n, n \geq 4\} \quad (1)$$

دنباله X^0 غیر منفی است و n اندازه نمونه است. مدل GM(1,1) می‌تواند با استفاده از چهار داده شکل گرفته و عمل کند [20]. هنگامی که عملگر تولید تجمعی (AGO) به این دنباله اثر کند، دنباله X^1 ظاهر می‌شود

$$X^1 = \{x^1(k), \quad k = 1,2, \dots, n\}, \quad (2)$$

که در آن

$$x^1(k) = \sum_{i=1}^{k} x^0(i), \quad k = 1,2, \dots, n \quad (3)$$

روشن است که X^1 به طور پیوسته افزایش می‌یابد. دنباله متوسط مقدار تولید شده همسایه پی در پی و متوالی از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$Z^1 = \{z^1(k),\quad k = 1,2,\dots,n\} \qquad (4)$$

که در آن $z^1(k)$ مقدار متوسط داده‌های متوالی است. به عبارت دیگر:

$$z^1(k) = \frac{1}{2}x^1(k-1) + \frac{1}{2}x^1(k)\,,\quad k = 1,2,\dots,n \qquad (5)$$

معادله دیفرانسیلی خاکستری GM(1,1) به شرح زیر است.

$$x^0(k) + az^1(k) = b \qquad (6)$$

بنابراین معادله سفید شده به شرح زیر است:

$$\frac{\mathrm{d}x^1(t)}{\mathrm{d}t} + ax^1(t) = b, \qquad (7)$$

که در آن $[a,b]$ یک دنباله از پارامترهایی است که با استفاده از روش تخمین حداقل مربع به شرح ذیل محاسبه می‌شود

$$[a,b]^T = (B^TB)^{-1}B^TY_N \qquad (8)$$

که در آن T ترانهاده ماتریس است و

$$B = \begin{bmatrix} -z^1(2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^1(n) & 1 \end{bmatrix},\quad Y_N = \begin{bmatrix} x^0(2) \\ \vdots \\ x^0(n) \end{bmatrix} \qquad (9)$$

محاسبه پاسخ زمانی معادله GM(1,1) بر اساس مقادیر a و b به صورت زیر می‌باشد.

$$\hat{x}^1(k+1) = \left[x^0(1) - \frac{b}{a}\right]e^{-ak} + \frac{b}{a} \qquad (10)$$

مقادیر بازسازی شده از داده خام توسط معادله زیر به دست می‌آید.

$$\hat{x}^0(k+1) = \hat{x}^1(k+1) - \hat{x}^1(k) \qquad (11)$$

بنابراین الگو GM(h,N) با استفاده از عملگر AGO و یک معادله دیفرانسیل مرتبه N به پیش‌بینی سری-زمانی می‌پردازد[16]. پارامترهای h و N در GM(h,N) به ترتیب نشان‌دهنده مرتبه و تعداد متغیرها در معادله دیفرانسیل است. فرمول GM(h,N) را می‌توان به شرح زیر توصیف کرد.

$$\sum_{i=0}^{h} a_i \frac{d^{(i)}x_1^{(1)}}{dt^{(i)}} = \sum_{j=2}^{N} b_j x_j^{(1)}(k), \qquad (12)$$

که در آن پارامتر a ضریب در حال توسعه و بردار b ورودی خاکستری نامیده می‌شود. در میان مدل‌های خاکستری، مدل GM(1,N) برای کاربردهای عمومی مورد استفاده بسیاری از متخصصین قرار گرفته است. مدل‌سازی این روش به شرح زیر است:

فرض کنید

$$X_1^{(0)} = \left(x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), \cdots, x_1^{(0)}(k)\right);\quad k = 1,2,\dots,m \qquad (13)$$

دنباله داده‌ای از یک ویژگی متغیر سیستم است و

$$X_i^{(0)} = \left(x_i^{(0)}(1), x_i^{(0)}(2), \cdots, x_i^{(0)}(k)\right);\quad i = 2,\dots,N\ ;\ k = 1,2,\dots,m \qquad (14)$$

دنباله داده‌ای از عوامل مربوطه است.

با توجه به سری ابتدایی، اپراتور تولید تجمعی AGO به صورت زیر تعریف می‌شود

$$X_i^{(1)} = \left(x_i^{(1)}(1), x_i^{(1)}(2), \cdots, x_i^{(1)}(k)\right);\quad i = 1,2,\dots,N\ ;\ k = 1,2,\dots,m \qquad (15)$$

که در آن

$$x_i^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^{k} x_i^{(0)}(j) \qquad (16)$$

معادله دیفرانسیل GM(1, N) می‌تواند به صورت زیر باشد.

$$x_1^{(0)}(k) + a\,z_1^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{N} b_i x_i^{(1)}(k), \qquad (17)$$

که در آن

$$z_1^{(1)}(k) = \frac{1}{2}x_1^{(1)}(k) + \frac{1}{2}x_1^{(1)}(k+1) \qquad (18)$$

و $\hat{a} = [a, b_1, b_2, \dots, b_N]^T$ دنباله‌ای از پارامترهاست. این پارامترها از ماتریس‌های زیر برآورد می‌شود:

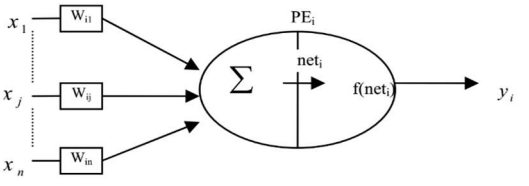
$$B = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)}(2) & x_2^{(1)}(2) & \cdots & x_N^{(1)}(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -z_1^{(1)}(n) & x_2^{(1)}(n) & \cdots & x_N^{(1)}(n) \end{bmatrix},$$

$$Y_N = \begin{bmatrix} x_1^{(0)}(2) \\ \vdots \\ x_1^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad (19)$$

بنابراین، با استفاده از تخمین حداقل مربعات، پارامترها به صورت ذیل محاسبه می‌شود

$$\hat{a} = [a, b_1, b_2, \dots, b_N]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_N \quad (20)$$

به‌طور کلی، فرآیند پیش‌بینی از طریق مدل خاکستری را می‌توان به صورت نمودار زیر نشان داد.

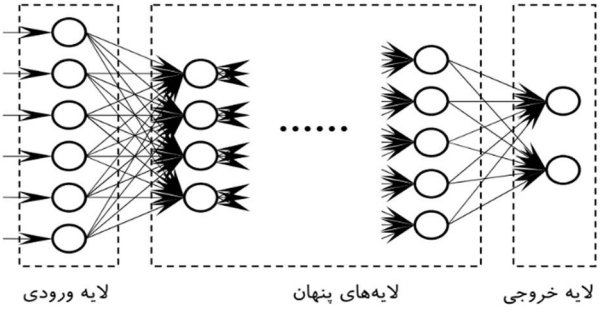


2-3- شبکه عصبی مصنوعی (ANN)

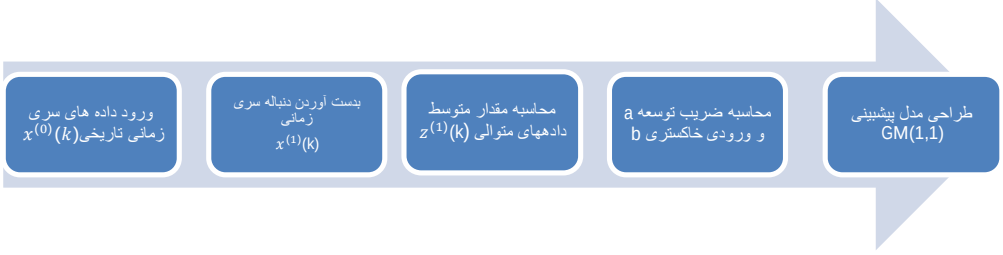
یک شبکه عصبی مصنوعی، مجموعه‌ای از نرون‌های به هم متصل در لایه‌های مختلف (چند لایه[8]، MLP) است که اطلاعاتی را برای یکدیگر ارسال می‌کنند. ساده‌ترین شکل شبکه فقط دو لایه دارد، لایه ورودی و لایه خروجی. ارتباط میان یک ورودی و خروجی به وسیله یک وزن که بیانگر اهمیت نسبی ورودی در محاسبه ارزش خروجی است، مشخص می‌شود. سپس نرون خروجی، ارزش به دست آمده را با استفاده از یک تابع تبدیل پردازش می‌کند [21، 22]. تقریباً، تمام شبکه‌های عصبی در بخش‌هایی از شبکه از توابع فعال‌سازی غیرخطی استفاده می‌کنند. این مسئله اجازه می‌دهد که شبکه، الگوهای غیرخطی مناسبی از مجموعه داده‌های پیچیده تولید کند. رایج‌ترین تابع فعالسازی مورد استفاده در ادبیات شبکه‌های عصبی تابع سیگموئیدی است. این فرآیند در شکل شماره 1 نشان داده شده است.

Wها وزن‌های اختصاص یافته به هر ورودی، net تابع مجموع، f تابع تبدیل، xها ورودی‌های نرون و yها خروجی‌های نرون می‌باشند. تابع مجموع، مجموع موزون ورودی‌ها را محاسبه می‌کند و فرمول آن $net = \sum W_{ij} x_j$ می‌باشد. شبکه‌های پیشخور شبکه‌هایی هستند که ارتباط تنها یک‌طرفه می‌باشد و از هر نرون، داده‌ها تنها به نرون بعدی منتقل می‌شود. اما در شبکه‌های پسخور ارتباط دوطرفه می‌باشد. مدل پرسپترون چندلایه که در این مطالعه از آن استفاده می‌شود، نوعی از شبکه‌های عصبی مصنوعی می‌باشد که پیشخور بوده و پردازنده‌های شبکه به چند لایه مختلف تقسیم شوند؛ در این شبکه‌ها لایه اول، ورودی، لایه آخر، خروجی و لایه‌های میانی، لایه‌های پنهان نامیده می‌شوند. این معماری را پرکاربردترین معماری شبکه‌های عصبی می‌توان نامید، شکل 2 نمای عمومی پرسپترون چندلایه را نشان می‌دهد:

[8] Multi-Layer Perceptron (MLP)



شکل 1. فرآیند وزن‌دهی به متغیرهای ورودی و تبدیل به متغیر خروجی



شکل 2. ساختار کلی شبکه عصبی مصنوعی ایستا چند لایه

3-3- شبکه عصبی مصنوعی پویا (NARX)

یکی از انواع شبکه‌های عصبی مصنوعی که توسط محققین مورد استفاده قرار می‌گیرد شبکه خودرگرسیونی غیرخطی همراه با ورودی برونزا می‌باشد که تحت عناوین شبکه عصبی مصنوعی خودبازگشتی و شبکه عصبی مصنوعی پویا[9] نیز شناخته می‌شود. این مدل، از اضافه کردن یک فرآیند خودرگرسیونی به یک مدل شبکه عصبی حاصل خواهد شد. شبکه عصبی پویا دارای یک بخش خطی و یک بخش غیرخطی می‌باشد که بخش غیرخطی آن بوسیله شبکه عصبی مصنوعی پیشخور[10] با یک لایه میانی تخمین زده می‌شود و بخش خطی آن، شامل یک مدل خودرگرسیونی می‌باشد. فرم کلی مدل‌های شبکه عصبی پویا به صورت زیر است [23]:

$$y(t) = f\left(y(t-1), y(t-2), \dots, y(t-n_y), x(t), x(t-1), x(t-2), \dots, x(t-n_u)\right) \quad (22)$$

به طوریکه y متغیر هدف و x متغیر مستقل می‌باشد. براساس تابع فوق، مقادیر گذشته متغیرهای هدف و مستقل می‌توانند مقادیر آینده متغیر هدف را پیش بینی کنند. مدل پیش‌بینی می‌تواند به صورت زیر تصریح شود:

$$\hat{Y}_{(t+p)} = f_{ANN}\left(Y_t^{(d)}, X_t^{(d)}\right), \quad (22)$$

$$Y_t^{(d)} = \{Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_{t-d}\}, \quad (23)$$

$$X_t^{(d)} = \{X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-d}\}. \quad (24)$$

در توابع فوق، Y_t قیمت سهام در زمان t، $\hat{Y}_{(t+p)}$ قیمت پیش‌بینی شده سهام برای دوره پیش‌بینی p و وقفه‌های ورودی برونزا و هدف با d نشان داده شده است که بوسیله سیستم شبکه عصبی تعیین می‌گردند. نحوه آموزش در این نوع شبکه مبتنی بر قانون یادگیری اصلاح خطا می‌باشد. در این روش با استفاده از مجموعه وزن‌های تصادفی اولیه، آموزش آغاز می‌شود. پس از تعیین خروجی مدل برای هر یک از الگوهای ارائه شده در مجموعه آموزش،

[9] Dynamic Neural Network

[10] Feed Forward

خطـای حاصـل از تفـاوت بین خروجی مدل و مقادیر مورد انتظار محاسبه شده و با برگـشت بـه داخل شبکه در جهت عکس (خروجی به ورودی)، تـصحیح مـی‌شـود. تابع آموزش این شبکه لونبرگ-مارکوات[11] می‌باشـد. نمای کلی از معماری این مدل شبکه عصبی خودرگرسیونی به شکل شماره 3 می‌باشد.

4-3- ارزیابی عملکرد مدل

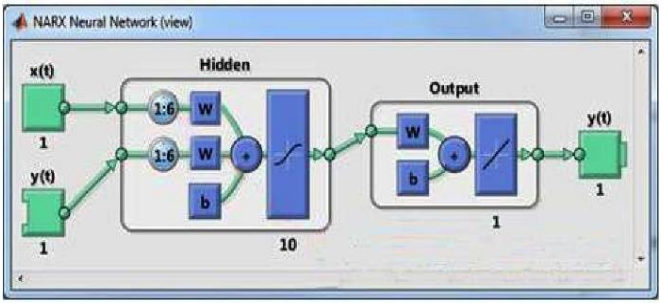
به طور کلی معیارهای MSE و RMSE از پرکاربردترین معیارهای مقایسه دقت مدل‌ها در زمینه پیش‌بینی، در میان سایر معیارهای برازش دقت پیش‌بینی، می‌باشند. در بسیاری از مطالعات از معیار RMSE به عنوان بهترین معیار برازش دقت پیش-بینی مدل‌ها استفاده نموده‌اند، چراکه این معیار در واقع میانگینی از معیار MSE بوده و تمامی ویژگی معیار MSE از جمله در نظر گرفتن داده‌های دورافتاده در مقایسه دقت مدل‌ها را دربردارد. همچنین، این معیار به این علت که جذر MSE می‌باشد، اختلاف خطاها را کمتر نشان می‌دهد [24].

$$RMSE = \sqrt{\frac{\Sigma(\hat{y}_t - y_t)^2}{n}} \qquad (25)$$

4- داده‌ها و نتایج تجربی

4-1- گردآوری داده و اطلاعات

براساس مطالعات صورت گرفته می‌توان متغیرهای مستقل مورد استفاده به منظور پیش‌بینی قیمت سهام (متغیر هدف) را به شرح جدول 1 نشان داد:
داده‌های مورد بررسی در سطح روزانه در بازه زمانی 1388/7/15 تا 1396/7/17 از سایت بورس اوراق بهادار برای 6 شرکت بیمه‌ای عضو بازار بورس تهران استخراج گردیده است [26،25] .



شکل 3. فرم کلی شبکه عصبی مصنوعی پویا

جدول 1. متغیرهای مستقل

متغیرهای فنی	
میانگین متحرک ساده (MA-5)	شاخص‌های پسرو یا پیرو روند هستند که نوسان‌های نـامنظم بـازار را در دورهٔ پنج روزه تعدیل می‌کنند
میانگین متحرک ساده (MA-20)	شاخص‌های پسرو یا پیرو روند هستند که نوسان‌های نـامنظم بـازار را در دورهٔ 20 روزه تعدیل می‌کنند
میانگین متحرک همگرا واگرا (MACD)	یک شاخص پیرو روند است؛ به این معنی که در تشخیص روند فعلـی سـهم (صعودی یا نزولی) کمک می‌کند
متغیرهای اقتصاد کلان	

[11] Levenberg-Marquardt

قیمت نفت	قیمت هر بشکه نفت خام
قیمت طلا	قیمت هر اونس طلا در بازار لندن
قیمت ارز	نرخ دلار در بازار آزاد

پس از انتخاب متغیرها و جمع آوری داده‌ها، به منظور آماده‌سازی آنها برای آموزش و آزمایش ابتدا هر کدام از متغیرها با استفاده از رابطه زیر نرمال گردید تا تاثیر اعداد بزرگ کاهش یافته و مدل در دام کمینه محلی قرار نگیرد:

$$V = \frac{v - v_{min}}{v_{max} - v_{min}} \quad (26)$$

که در آن V داده نرمال شده، v داده اصلی، v_{max} و v_{min} به ترتیب مقادیر حداکثر و حداقل در سری-زمانی مربوط به متغیر می‌باشند.

2-4- طراحی شبکه عصبی مصنوعی ایستا و پویا

برای انجام پیش‌بینی و یافتن الگوی مناسب در شبکه‌های عصبی، در مطالعه حاضر از نرم افزار متلب 2016 استفاده شده است. ابتدا داده‌های آموزشی را با متغیرهای مستقل آن به عنوان ورودی و متغیر وابسته به عنوان هدف به شبکه عصبی معرفی نمودیم. با توجه به ساختار شبکه‌های عصبی، فرآیند آموزش داده‌ها با تغییر دادن عامل تعداد نرون‌ها در شبکه عصبی مصنوعی ایستا و تغییر دو عامل تعداد نرون‌ها و مقدار وقفه‌های ورودی برونزا در شبکه عصبی مصنوعی پویا به دفعات متعدد انجام گرفته است. در این شبکه چند لایه که از یک لایه پنهان و یک لایه خروجی تشکیل شده است، تابع انتقال لایه پنهان، تابع سیگموئید و تابع انتقال لایه خروجی، پیورلین می‌باشد. همچنین الگوریتم بکار رفته در این شبکه، الگوریتم پس انتشار خطا می‌باشد که برای آموزش آن از الگوریتم لونبرگ-مارکوات استفاده گردیده است. در این مقاله 70 درصد از داده‌ها به عنوان مجموعه آموزش و 30 درصد داده‌ها برای مجموعه اعتبار سنجی و آزمایش در نظر گرفته شده‌اند.

5- یافته‌های تحقیق

به منظور پیش‌بینی قیمت پایانی سهام شرکت‌های بیمه مورد مطالعه با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی ایستا از شبکه MLP با تابع سیگموئید به عنوان تابع تبدیل استفاده شده است. برای گزینش بهترین شکل شبکه عصبی به تعداد نرون لایه میانی و نوع تابع آموزش نیازمندیم. براین اساس، برای تابع آموزش، شبکه‌ای با تعداد نرون‌های مختلف در لایه میانی اجرا گردید و سپس معیار عملکرد RMSE برای تمامی آزمایش‌های انجام شده مورد بررسی قرار گرفت که نتایج آن در جدول شماره 2 نمایش داده شده است. همچنین معیار عملکرد RMSE برای تمامی مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی پویا با انواع تعداد نرون و وقفه ورودی در جدول شماره 3 گزارش شده است. برای پیش‌بینی قیمت سهام با استفاده از روش خاکستری، سه مدل GM(1,1)، GM(1,4) و GM(1,7) استفاده شده است. در مدل GM(1,1) تنها قیمت سهام را در نظر گرفته و روند آنرا با توجه به الگوریتم، پیش‌بینی می‌کند. در مدل GM(1,4)، قیمت سهام به عنوان متغیر وابسته و سه متغیر دیگر به عنوان متغیر مستقل در نظر گرفته می‌شود. مدل GM(1,7) نیز به طور مشابه تعریف می‌شود. جدول شماره 4 نتایج بدست آمده از اجرای مدل خاکستری را نشان داده است. لازم به ذکر است در مدل GM(1,4) متغیرهای قیمت دلار، طلا و نفت به عنوان متغیر مستقل در نظر گرفته شده‌اند. در حالی که در مدل GM*(1,4) متغیرهای میانگین‌های متحرک ساده MA-5 و MA-20، میانگین متحرک همگرا واگرا به عنوان متغیر مستقل در نظر گرفته شده‌اند.

جدول 2. نتایج عملکرد انواع مدل ANN (تعداد نرون (10-100)، یافته‌های تحقیق)

	بیمه ملت	بیمه ما	بیمه آسیا	بیمه دانا	بیمه پارسیان	بیمه البرز
متوسط RMSE	0.26	0.31	0.69	0.25	0.31	0.22

جدول 3. نتایج عملکرد انواع مدل NARX (تعداد نرون (10-100)، تعداد وقفه (2-4)- یافته‌های تحقیق)

	بیمه ملت	بیمه ما	بیمه آسیا	بیمه دانا	بیمه پارسیان	بیمه البرز
متوسط RMSE	0.25	0.42	0.17	0.37	0.25	0.57

جدول 4. نتایج عملکرد مدل خاکستری GM (یافته‌های تحقیق)

	GM(1,1)	GM(1,4)	GM(1,4)	GM(1,7)
بیمه البرز	12.94	24.91	22.70	18.31
بیمه آسیا	15.59	7.53	13.40	5.72
بیمه دانا	5.51	5.96	12.90	5.93
بیمه ما	16.85	24.27	18.30	12.39
بیمه پارسیان	18.24	19.89	22.57	16.82
بیمه ملت	0.1948	0.0486	0.1675	0.0359

بررسی و مقایسه متوسط معیار کمترین خطا در جداول 2، 3 و 4 بیانگر آن است که مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی ایستا و پویا نسبت به مدل خاکستری از خطای کمتری در پیش‌بینی قیمت سهام تمامی شرکتهای بیمه‌ای فعال در بازار بورس برخوردار هستند. از طرف دیگر مقایسه شاخص متوسط کمترین خطا بین دو شبکه عصبی ایستا و پویا نشان دهنده آن است که درحالیکه مدل شبکه عصبی ایستا در پیش‌بینی قیمت سهام سه شرکت دانا، ما و البرز نسبت به مدل شبکه عصبی پویا ترجیح دارد، در مورد سه شرکت دیگر یعنی ملت، پارسیان و آسیا مدل شبکه عصبی پویا از خطای کمتری برخوردار است.

6- خلاصه و نتیجه‌گیری

اهمیت بازارهای سرمایه و به ویژه بازار بورس در فرایند توسعه کشورها و نقش این بازارها در جمع آوری سرمایه‌های خرد و گسترش مالکیت‌های خصوصی و فراهم کردن بستری مناسب برای توسعه سرمایه‌گذاری‌ها، باعث شده تا این بازارها همواره مورد توجه محققین اقتصاد مالی و مدیریت مالی باشند. رشد و گسترش روش‌های هوش مصنوعی به ویژه شبکه‌های عصبی مصنوعی باعث استقبال پژوهشگران حوزه مالی به استفاده از این ابزار جهت پیش‌بینی قیمت‌ها گردیده است. عدم بکارگیری این روش در پیش‌بینی قیمت سهام شرکتهای بیمه‌ای موجب شد تا هدف اولیه این تحقیق به منظور ارزیابی توانایی این روش در پیش‌بینی قیمت سهام این شرکت‌ها باشد. از طرف دیگر بررسی مطالعات گوناگون نشان می‌دهد که از مدل خاکستری برای پیش‌بینی قیمت سهام شرکت‌های بورسی استفاده اندکی شده است. لذا هدف دوم این مطالعه، استفاده از این روش برای نخستین بار در جهت ارزیابی عملکرد مدل خاکستری در پیش‌بینی قیمت سهام شرکت‌های بیمه می‌باشد. داده‌های انتخاب شده، قیمت روزانه سهام 6 شرکت بیمه‌ای فعال در بازار بورس تهران در دوره زمانی 1388/7/15 تا 1396/7/17 می‌باشد. جهت برآورد دقت پیش‌بینی‌ها از معیار سنجش خطا بهره گرفته شده است. با مقایسه معیارهای خطا، عملکرد کاراتر

دو روش شبکه عصبی ایستا و پویا نسبت به مدل خاکستری در پیش‌بینی قیمت سهام مشاهده می‌شود. با این حال مقایسه نتایج بین دو شبکه عصبی ایستا و پویا نشان می‌دهد که هرکدام از مدل‌های شبکه عصبی ایستا و پویا در پیش‌بینی قیمت سهام برخی از شرکتها نسبت به روش دیگر برتری داشته است. با این حال خطای کمتری که این دو روش نسبت به مدل خاکستری ارائه داده اند، بهره‌گیری از روش شبکه عصبی به مدل خاکستری را توصیه می‌کند.

فهرست منابع

[1] گنابادی محمود و عبده تبریزی حسین، "تردید در اعتبار مدل‌های مالی"، مجله حسابدار، شماره 115، 1375، صفحه 13-20.

[2] فیلی زاده محمدرضا، کشاورز محمدحسین و هندالیانپور ایاد، "ارایه مدلی جهت پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از ANFIS و رگرسیون فازی"، پژوهش‌های نوین در ریاضی، در حال انتشار، 1398.

[3] محمدی علی و زین الدین‌زاده سارا، "پیش‌بینی بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل پیش-بینی خاکستری"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شیراز، 1393

[4] Huang, K.& Ch. Jane, "A hybrid model for stock market forecasting and portfolio selection based on ARX, grey system and RS theories", Expert systems with application, Vol.36, 2009, 5387-5392.

[5] خسروی نژاد علی اکبر و شعبانی صدرپیشه مرجان، "ارزیابی مدل‌های خطی و غیرخطی در پیش‌بینی شاخص قیمت سهام در بورس اوراق بهادار تهران"، فصلنامه علوم اقتصادی، شماره 27، 1393، صفحه 51-64.

[6] سجادی حسین، رشیدی محسن و شیرعلی زاده محسن، "پیش‌بینی ارتباط بین بازده سهام و عدم تقارن اطلاعاتی با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی"، تحقیقات حسابداری و حسابرسی، شماره 24، 1393، صفحه 35-47.

[7] مکیان نظام الدین و موسوی فاطمه سادات، "پیش-بینی قیمت سهام شرکت فرآوردههای نفتی پارس با استفاده از شبکه عصبی و روش رگرسیونی: مطالعه موردی: قیمت سهام شرکت فرآورده های نفتی پارس"، فصلنامه مدلسازی اقتصادی، شماره 2، 1391، صفحه 105-121.

[8] اعتمادی حسین، آذر عادل و بقائی وحید، "به کارگیری شبکه‌های عصبی در پیش‌بینی سودآوری شرکت‌ها (شرکتهای عضو بورس اوراق بهادار تهران)"، دانش حسابداری، شماره 10، 1391، صفحه 51-70

[9] نیکواقبال علی اکبر، علیخانی نادیا و نادری اسماعیل، "ارزیابی مدل‌های شبکه عصبی مصنوعی ایستا و پویا در پیشبینی قیمت سهام"، دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، شماره 22، 1393، صفحه 77-91

[10] راعی رضا و چاوشی کاظم، "پیش‌بینی بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران"، تحقیقات مالی، شماره 15، 1382، صفحه 97-120

[11] صالحی مهدی، امانداد امید و فلاحی محمدعلی، "الگوسازی و پیش‌بینی قیمت سهام شرکتهای صنایع دارویی و شیمیایی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوها و روش‌های نوین"، فصلنامه حسابداری سلامت، شماره 3، 1394، صفحه 1-19

[12] منجمی امیرحسین، ابزری مهدی و رعیتی علیرضا، "پیش‌بینی قیمت سهام در بازار بورس اوراق بهادار با استفاده از شبکه عصبی فازی و الگوریتم‌های ژنتیک و مقایسه آن با شبکه عصبی مصنوعی"، فصلنامه اقتصاد مقداری، شماره 3، 1388، صفحه 1-26

[13] فرنوش رحمان و حاجبی مهتاب، "برآورد نیمه‌پارامتری کالاهای استراتژیک (قیمت نفت اوپک)"، پژوهش‌های نوین در ریاضی, شماره 8، 1395، صفحه 67-78

[14] Deng, J. "Introduction to Grey System Theory" The Journal of Grey System, Vol.1, 1989, 1-24.

[15] Liu, S., Yang, Y., Forrest, J. "Grey Data Analysis", Springer, Singapore, 2017.

[16] Liu, S., Yang, Y., Forrest, J. "A brief introduction to grey systems theory, Grey

Systems: Theory and Application", Vol.2, 2012, 89-104.

[17] Lin, Y., Liu, S. "A historical introduction to grey systems theory", Paper presented at the IEEE International Conference on System, Man and Cybernetics, Vol.3, 2004, 2403-2408.

[18] Deng, J. "Forecasting and Decision Grey System", Huazhong University of Science and Technology Press, Wuhan, 2002.

[19] Faghih Mohammadi Jalali, M. Heidari, H "Forecasting palladium price using GM (1,1)", Global Analysis and Discrete Mathematics, Vol. 3, 2018, 1-9.

[19] Tien, T.L. "A research on the grey prediction model GM (1, n)", Mathematics and computation; Vol 218, 2012, 4903-4916.

[21] منهاج محمدباقر، "هوش محاسباتی: مبانی شبکه‌های عصبی"، جلد اول، تهران: انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر، 1379.

[22] نادرشاهی محدثه، صفی صمغ‌آبادی اعظم دخت و توکلی مقدم رضا، "آرایه روش مبتنی بر گرادیان مزدوج برای آموزش شبکه عصبی تصمیم"، پژوهش‌های نوین در ریاضی, شماره 16، 1397، صفحه 79-92.

[23] کیانی ندا، توحیدی قاسم، رضویان شبنم، شادنوش نصرت اله و صانعی مسعود، "پیش‌بینی هوشمند نقدینگی دستگاه‌های خودپرداز برمبنای تقاضای مشتریان"، پژوهش‌های نوین در ریاضی. در حال انتشار، 1398.

[24] مدحج دلال، صانعی مسعود، شجاع نقی، "استفاده از شبکه عصبی جهت تعیین انقباض ورودی، انبساط خروجی و کارائی واحدهای تصمیم‌گیرنده در مدل راسل"، پژوهش‌های نوین در ریاضی, شماره 4، 1394، صفحه 71-80.

[25] وب سایت رسمی سازمان بورس اوراق بهادار تهران http://tse.ir/archive.html#/cash

[26] بانک داده‌های اقتصادی و مالی، دفتر مدلسازی و مدیریت اطلاعات اقتصادی، وزارت امور اقتصادی و دارایی https://databank.mefa.ir/data