دسترسی در سایتِ http://jnrm.srbiau.ac.ir
دوره ششم، شماره بیست و سوم، فروردین و اردیبهشت ۱۳۹۹
شماره شاپا: ۵۸۸-۲۵۸۸X

دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات
پژوهش‌های نوین در ریاضی

بیشترین مقیاس بهره وری شاخص بازده سرمایه در گردش در مقایسه با تحقق تقاضا

مهناز احدزاده نمین*[۱]، الهه خمسه[۱]

(۱) گروه ریاضی، واحد شهر قدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۹/۱۴ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۴/۲۳

چکیده

شاخص هایی که در علم اقتصاد برای محاسبه مقیاس بهره وری بکار می روند همواره مثبت نیستند، لذا نیاز است مدل های موجود جهت محاسبه مقیاس بهره وری برای شاخص خروجی نیمه منفی و نیمه مثبت توسعه یابند. با این حال، شرکت هایی که کمبود ظرفیت دارند، نیاز به دستیابی به اندازه مقیاس اقتصادی و تقاضای تحقق آن به طور همزمان را در حضور شاخص خروجی منفی دارند، به خصوص زمانی که تقاضای شرکت ها متغیر است اما همیشه میزان تقاضای مشتری برابر با میزان خروجی نیست، میزان تقاضا ممکن است کمتر ازماکزیمم سطح خروجی بیشترین مقیاس بهره وری (MPSS[†])، بین بیشترین سطح خروجی MPSS و ماکزیمم سطح خروجی ها ویا بزرگتر از ماکزیمم سطح خروجی ها باشد. وقتی شاخص خروجی مورد ارزیابی شاخص بازده سرمایه در گردش است از آنجایی که این شاخص میتواند مقادیر منفی را داشته باشند. یکی از سوال های مطرح این است که با استفاده از چه مدل هایی می توان بیشترین مقیاس بهره وری شاخص بازده سرمایه در گردش را در مقایسه با تحقق تقاضایافت؟ در این مقاله قصد داریم متناسب با هر سه سناریو عنوان شده سطح تقاضا، بیشترین مقیاس بهره وری شاخص بازده سرمایه در گردش را در مقایسه با تقاضای محقق شده برای ۲۴ شرکت فعال بیمه در سال ۱۳۹۶ بیابیم. در واقع، توسعه ای از مقاله لی (۲۰۱۶) را برای شاخص خروجی نیمه مثبت و منفی ارائه خواهیم نمود و در انتها روی ۲۴ شرکت بیمه فعال در سال ۱۳۹۶ اجرا خواهیم نمود و در سه سناریو متفاوت تقاضای پیش بینی شده برای شرکت بیمه آسیا مورد بررسی قرار خواهد گرفت و کاندیدا الگوی ارائه خواهد شد که نشان دهنده بیشترین مقیاس بهره وری شرکت بیمه آسیا در مقایسه با تحقق تقاضا است.

واژه‌های کلیدی: بازده سرمایه در گردش، بیشترین مقیاس بهره وری، تحقق تقاضا، اندازه مقیاس اقتصادی.

---

*. عهده‌دار مکاتبات: Email: Ahadzadehnamin@yahoo.com

۱ Most Productive Scale Size

۱- مقدمه

در تمام مدل های DEA[3] فرض بر این است که مقادیر همه شاخص های ورودی و خروجی مثبت می‌باشد. اما در بسیاری از مسائل علمی با مواردی روبه رو هستیم که شرط مثبت بودن ورودی و خروجی ها را نقض می‌کند و ورودی ها و خروجی ها نیمه مثبت و منفی هستند. امروز نژاد و همکاران (2010) برای چنین مواردی مدل های پایه ای را توسعه داده اند.

در اقتصاد تعیین مقیاس بهینه، به ویژه، بیشترین مقیاس بهره وری(MPSS)، بیان کننده نقطه به حداکثر رساندن نسبت کل خروجی به کل ورودی است، این نقطه مزیت بالقوه هزینه را نشان می دهد، زیرا هزینه های ثابت بر روی واحد های با بیشترین خروجی گسترش می یابد. هنگامی که افزایش اندازه مقیاس و محصول متوسط تولیدی پس از نقطه MPSS کاهش می‌یابد(بنکر، (1984))، MPSS، روی رویه کارای مجموعه امکان تولید(PPS)[4] شناسایی می شود، که توسط تابع تولید تعریف می شود. تابع تولید عملکرد مجموعه ای از ورودی هایی که مقدار آن خروجی ، حداکثر ممکن برای یک مجموعه داده ورودی ها است را نشان می دهد. این تابع نامنفی و غیر افزایشی است که مقدار خروجی صفر را وقتی که همه ورودی ها صفر است می دهد(سولی و همکاران، (2005)). بنکر (1984)MPSS را برای ورودی ها و خروجی های مرکب داده شده در اندازه مقیاس تعریف کرد، بطوریکه در آن خروجی های تولید شده در هر واحد از ورودی، حداکثر شود. او نشان داد که MPSS معادل با الگوی کارا روی مرز بازده به مقیاس ثابت(CRS)[5]می باشد، یعنی وقتی که تمام ورودی ها افزایش می‌یابند، به همان نسبت خروجی ها نیز افزایش‌یابند. فرض کنید $x \in \Re^+$ نشان دهنده بردار ورودی و $y \in \Re^+$ بردار خروجی سیستم تولید را نشان دهد. مجموعه ی تولید را با $T = \left\{(x,y) \middle| x \text{ بتواند } y \text{ را تولید کند}\right\}$ تعریف می‌کنیم. بر اساس تعریف بنکر، نقطه $(x,y)\epsilon T$ یک $MPSS$ است اگر و تنها اگر برای هر $(ax,by) \in T$ داشته باشیم $a \geq b$ ، که در آن $a,b \in \Re^+$ (بنکر و همکاران(2004) و خدابخشی (2009)). به عبارت دیگر، وقتی ورودی با نسبتی افزایش می یابد محصول حاشیه ای ممکن است با نسبت بیشتری افزایش یابد اما وقتی نقطه MPSS است افزایش ورودی به یک نسبت باعث افزایش خروجی با نسبتی کمتر می‌شود(لی و جانسون،2013). روش دیگری توسط زوو (2000) ارائه شده است که به شناسایی بزرگترین MPSSیا کوچکترینMPSS می پردازد. فوکویاما (2003) مفهوم بازده به مقیاس را در چهارچوب تابع تکنولوژی فاصله جهتی که توسط چارنز و همکاران (1996) ارائه شده بود، به وسیله مفهوم MPSS بنکر توسعه داد و یک فرمول جهت اندازه گیری کشش مقیاس بدست آورد.

هدف برنامه ریزی ظرفیت، ارائه عرضه دقیقا مطابق با سطح تقاضای بازار است. ظرفیت یک سیستم به عنوان حداکثر تعداد واحد هایی که سیستم می تواند در یک زمان معین تولیدکند (ناهمایس،2009)، تعریف می شود. از آنجا که سرمایه گذاری غیرقابل برگشت یا پر هزینه است با توجه به نوسانی بودن ماهیت تقاضا، برنامه ریزی ظرفیت یک مسئله پیچیده است (آبل و همکاران، 1996).

یکی از مسائل مهم مربوط به تصمیم گیری در مورد برنامه ریزی ظرفیت آن است که، آیا باید برنامه ریزی ظرفیت در مقیاس اقتصادی شرکت یا در تحقق تقاضا پایه گذاری شود؟ لی (2016) در مقاله خود در مورد ظرفیت معضل بین MPSS و تقاضا با ترکیب تحلیل پوششی داده ها(DEA) و تحلیل تصمیم گیری چند هدفه (MODA)[6] برای توسعه یک راه حل مصالحه آمیز می پردازد. آنها یک هدف را روی تابع تولید در نظر می گیرند و به سمت تصمیم گیری های برنامه ریزی ظرفیت، هدایت می کنند. بده بستان بین استراتژی MPSS (هزینه گرایی) و استراتژی تقاضا (درآمد گرا) اولویت ریسک تصمیم گیرنده را نشان می‌دهد.

در این پژوهش توسعه ای ازمقاله لی (2016) را جهت محاسبه بیشترین مقیاس بهره وری شاخص بازده سرمایه در گردش در مقایسه با تحقق تقاضا در شرکت های بیمه در کشور ایران مورد بررسی قرار داده ایم. در بخش 2، مبانی تحلیل پوششی داده ها با خروجی های نیمه منفی و مثبت و در ادامه بیشترین مقیاس بهره وری و در انتهای این بخش خلاصه ای از مقاله لی (2016) که به صورت یک الگوریتم بیان خواهد شد، را خواهیم داشت. در بخش3، بیشترین مقیاس بهره وری شاخص بازده سرمایه در گردش در مقایسه با تحقق تقاضا را که توسعه ای از مقاله لی (2016) ارائه خواهیم داد و در بخش چهارم،

---

۲ Data Envelopment Analysis

۳ Production Possibility Set

٤ Constant Returns to Sale

٥ Multi Objective Decision Analysis

مثالی کاربردی از شــرکت های فعال بیمه را بررســ ی خواهیم کرد. در انتها بخش نتیجه گیری بیان خواهد شد.

۲- مبانی نظری تحقیق

در این بخش ابتدا بصورت مختصر مدل های مورد استفاده در تحلیل پوشــ ی داده ها با خروجی نیمه مثبت و منفی را بیان خواهیم کرد و سپس بیشترین مقیاس بهره وری را بیان خواهیم نمود و انتها مختصری از بیشترین مقیاس بهره وری در مقایسه با تحقق تقاضا که در مقاله لی(2016) به آن پرداخته شده است را شرح خواهیم داد.

۲-۱ تحلیل پوشــ ی داده ها با خروجی های نیمه منفی و مثبت

فرض کنید n واحد تحت ارزیابی $DMU_j (j = 1, \dots, n)$ موجود باشند[۷] که با مصرف ورودی $X_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj})$ خروجی $Y_j = (y_{1j}, \dots, y_{sj})$ را تولید کند. بدون اینکه به کلیت مساله خللی وارد شود فرض کنید

$$I = \{i | x_{ij} \geq 0; j = 1, \dots, n\} \qquad (1)$$

$$R = \{r | y_{rj} \geq 0; j = 1, \dots, n\} \qquad (2)$$

$T = \{r |$ y_{rj} ، برای برخی DMU ها مثبت و برای برخی منفی است; $j = 1, \dots, n\}$ (۳)

به ازای هر $t \in T$ ، قرار دهید $y_{tj} = y_{tj}^{(1)} - y_{tj}^{(2)}$ که در آن

$$y_{tj}^{(1)} = \begin{cases} y_{tj} & \text{اگر } y_{tj} \geq 0 \\ 0 & \text{اگر } y_{tj} < 0 \end{cases}, \quad y_{tj}^{(2)} = \begin{cases} 0 & \text{اگر } y_{tj} \geq 0 \\ -y_{tj} & \text{اگر } y_{tj} < 0 \end{cases} \qquad (4)$$

امروز نژاد و همکاران (2010)، مدل CCR جهت ارزیابی DMU_o را در حضــور خروجی های نیمه مثبت و منفی به صورت زیر طراحی نموده اند.

(۵)

$$\begin{aligned} \theta^* = & \operatorname{Min} \ \theta \\ s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \leq \theta x_{io}; \quad \forall i \in I \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geq y_{ro}; \quad \forall r \in R \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{tj}^{1} \geq y_{to}^{1}; \quad \forall t \in T \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{tj}^{2} \leq y_{to}^{2}; \quad \forall t \in T \\ & \lambda_j \geq 0; \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

اگر در مدل فوق θ^* برابر یک باشــد گوییم DMU_o کاراست در غیر اینصورت DMU_o ناکاراست.

۲-۲ بیشترین مقیاس بهره وری

بهره وری تابعی از کارایی و اثربخشــی است و از مفاهیم اصلی در اقتصــاد اســت. مدیریت بهره وری و بهبود آن از ضــروریات رشــد اقتصــادی در واحد تصــمیم گیرنده اســت. واحدی که در بیشــترین مقیاس بهره وری اســت، بهترین و اقتصــادی ترین مقیاس اندازه ورودی و خروجی را دارد. فعالیت بهبودیافته هر DMU روی مرز کاراست، جهانشاهلو و همکاران(1387) ، اما هر نقطه مرزی ممکن است مد نظر تصمیم گیرنده نباشد. این مشکل بیشتر در T_v ، که در آن T_v نشان دهنده مرز بازده به مقیاس متغیر (VRS[8]) می باشد، مشاهده می شود، جایی که مقیاس و اندازه در تعیین کارایی سهم دارند. به منظور رفع این مشــکل، اولین بار MPSS در T_v توســط بنکر در ســال 1984مطرح شــد. ســپس مدل هایی برای چگونگی تعیین MPSS ارائه شد.

تعریف 1(بنکر 1984). امکان تولید $(X, Y) \in T_v$ ، $MPSS$ اســت، اگر و فقط اگر برای هر $(\alpha X, \beta Y) \epsilon T_v$ نامساوی، $\alpha \geq \beta$ برقرار باشد.

برای واحد هایی که $MPSS$ نیستند، با افزایش مقادیر ورودی ها، محصول حاشیه ای ممکن است افزایش یابد، در رابطه با $MPSS$، تغییرات ورودی به هر نسبت موجب کاهش محصول

---

٦ Decision Making Unit

٨ Variable Returns to Scale

حاشیه ای می شود (لی و جانسون(2013)).

قضیه 1. امکان تولید $\left(\theta^* X_0 - S^{-*}, Y_0 + S^{+*}\right)\frac{1}{1\lambda^*}$، $MPSS$ است که در آن $\{S^{-*}, S^{+*}, \lambda^*\}$ جواب متناظر با θ^* در CCR است.

برهان. رجوع شود به مرجع بنکر (1984).

۳-۲ بیشترین مقیاس بهره وری در مقایسه با تحقق تقاضا

در این بخش قصد داریم خلاصه ای از مقاله لی (2016) را بیان کنیم. فرض کنید D_K نشان دهنده تقاضای پیش بینی شده باشد و واحدهای مورد ارزیابی دارای تک خروجی (s=۱) و ورودی های چند گانه باشند. جهت یافتن بیشترین مقیاس بهره وری (MPSS) در مقایسه با تحقق تقاضا (DFMPSS[9]) از الگوریتم (1) که روش لی (2016) می‌باشد، استفاده خواهیم کرد.

الگوریتم1:

گام (1). نقاط MPSS را بیابید (MPSS نشان دهنده الگوی کارا در مرز بازده به مقیاس ثابت می باشد) . فرض کنید $j = 1, \dots, n_1$ تعداد نقاط MPSS باشد.

گام (2). مجموعه نقاط $MPSS^{Max}$ و y^{Max} را بیابید.

جهت محاسبه $MPSS^{Max}$ و y^{Max} از مدل های مقاله لی (2016) استفاده کنید.

گام (3) : $MPSS^{Max}$ و y^{Max} وقتی پیش بینی سطح تقاضای D_k مفروض است محاسبه کنید.

در واقع به دنبال یافتن بیشترین بهره وری سطح تقاضای محقق شده (MPSSDF) می بلشیم. قرار دهید D_k تقاضای پیش بینی شده شرکت k-ام و D_f تقاضای محقق شده. یکی از سه سناریو زیر ممکن است رخ دهد.

حالت اول: $D_k \le y^M$ (سطح خروجی $MPSS^{Max}$ بزرگتر ازسطح تقاضای پیش بینی شده).

حالت دوم: $y^M \le D_k \le y^p$ (سطح تقاضای پیش بینی شده بزرگتر با مساوی سطح خزوجی y^{Max} و کوچکتر مساوی سطح خروجی $MPSS^{Max}$ می باشد).در واقع هدف بده بستان بین $MPSS^{Max}$ و نزدیکترین سطح تقاضای پیش بینی شده تا $MPSS^{Max}$ ($DFMPSS^{Max}$) می‌باشد.

سپس کاندیدای هدف روی مرز را با استفاده از تابع فاصله جهت دار تخمین بزنید(چنبرز و همکاران (1996)).

حالت سوم: $D_k > y^p$ (سطح تقاضای پیش بینی شده بزرگتر از خروجی y^{Max} می باشد)

این حالت مشابه با حالت دوم می باشد با این تفاوت که شرکت k-ام دارای مجموعه ای از اهداف است که بده بستان بین $MPSS^{Max}$وy^{Max} است.

بیشترین مقیاس بهره وری شاخص بازده سرمایه در گردش در مقایسه با تحقق تقاضا

در این بخش بیشترین مقیاس بهره وری($\overline{MPSS}$) شاخص بازده سرمایه در گردش در مقایسه با تحقق تقاضا ($\overline{DFMPSS}$) مورد مطالعه قرار خواهیم داد، توجه داشته بلشید که علامت "بار" نشان دهنده آن است که خروجی منفی می باشد. از آنجایی که شاخص بازده سرمایه در گردش می‌تواند مقادیر منفی را نیز اخذ کند لازم است که الگوریتم بیان شده در بخش قبل برای شاخص نیمه منفی و مثبت مورد مطالعه توسعه یابد. جهت رسیدن به این منظور از الگوریتم زیر استفاده خواهیم کرد. فرض بر این است که $s = 1$ باشد، یعنی DMU_j (j=۱,…,n)دارای تک خروجی(y_j) نیمه مثبت و منفی و $X_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj})$ بردار ورودی واحد j-ام و D_K نشان دهنده تقاضای پیش بینی شده باشد. قرار دهید:

$y_j = y_j^{(1)} - y_j^{(2)}$ که در آن

$$y_j^{(1)} = \begin{cases} y_j & \text{اگر} \; y_j \ge 0 \\ 0 & \text{اگر} \; y_j < 0 \end{cases} \qquad (6)$$

$$y_j^{(2)} = \begin{cases} 0 & \text{اگر} \; y_j \ge 0 \\ -y_j & \text{اگر} \; y_j < 0 \end{cases}$$

الگوریتم2:

گام (1). نقاط $\overline{\text{MPS}}$ را بیابید. جهت این منظور از مدل CCR در حضور داده های نیمه مثبت و منفی زیرا استفاده کنید. فرض کنید $j = 1, \dots, n_1$ تعداد نقاط $\overline{\text{MPSS}}$باشد. مدل زیر را حل کنید.

۹ Demand Fulfillment Most Productive Scale Size

(7)

$$\theta^* = Min \quad \theta$$
$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le \theta x_{io}; \quad i=1,...,m$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(1)} \ge y_o^{(1)};$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(2)} \le y_o^{(2)};$$
$$\lambda_j \ge 0; \quad j=1,...,n$$

DMU هایی که روی مرز

$$\overline{PPS} = \{(X, y^{(1)}, y^{(2)}) \mid \sum_{j=1}^{n} \lambda_j X_j \le X, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(1)} \le y^{(1)}, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(2)} \ge y^{(2)}, \lambda_j \ge 0\} \quad (8)$$

واقع شده اند نقاط $\overline{MPSS}$می باشند.

گام (2).قرار دهید:

$$1\overline{MPSS}^{Max} =. \{(X^M, \boldsymbol{y}^{(1)M}, \boldsymbol{y}^{(2)M}) | y^{(1)M} = Max\ \{y^{(1)} \ |(X, \boldsymbol{y}^{(1)}, \boldsymbol{y}^{(2)}) \in \overline{MPSS}\} \quad (9)$$

$$2\bar{y}^{Max} = \{(X^P, \boldsymbol{y}^{(1)P}, \boldsymbol{y}^{(2)P}) | y^{(1)p} =. \quad (10) Max\ \{y^{(1)} |(X, \boldsymbol{y}^{(1)}, \boldsymbol{y}^{(2)}) \in \bar{T}^{VRS}\}$$

که در آن

$$\bar{T}^{VRS} = \{(X, y^{(1)}, y^{(2)}) | \sum_{j=1}^{n} \lambda_j X_j \le X, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(1)} \le y^{(1)}, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(2)} \ge y^{(2)}, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \lambda_j \ge 0\} \quad (11)$$

جهت محاسبه $\overline{MPSS}^{Max}$ و $\bar{y}^{Max}$ مدل های زیر راپیشنهاد می دهیم. فرض کنید

$$\overline{MPSS} = \{(X_1^{MPSS}, y_1^{(1)MPSS}, y_1^{(2)MPSS}), \dots, (x_{n_1}^{MPSS}, y_{n_1}^{(1)MPSS}, y_{n_1}^{(2)MPSS})\}$$

مجموعه نقاط $\overline{MPSS}$ باشد.

$(X_k^{MPSS}, y_k^{(1)MPSS}, y_k^{(2)MPSS})$ نشان دهنده آنست که شرکت k-ام بیشترین مقیاس بهره وری را دارد. آشکارا $\overline{MPSS}^{Max}$ شامل نقاطی مانند

$$\sum_{j=1}^{n1} \lambda_{\boldsymbol{j}} (x_{ij}^{MPSS}, \ y_j^{(1)MPSS}, \ y_j^{(2)MPSS})$$

است که در آن $\lambda_1, \dots, \lambda_{n_1}$ مقادیری می باشند که در مدل (12) صدق می کنند.

(۱۲)

$$y^{(1)M} = Max \quad y^{(1)}$$
$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(1)MPSS} \ge y^{(1)}$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$$
$$\lambda_j \ge 0, \qquad j=1,...,n$$

جهت یافتن جواب منحصربفرد $\overline{MPSS}^{Max}$ کافی است قید

$$\sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j y_j^{(2)MPSS} = y^{(2)}, \sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j x_{ij}^{MPSS} = x_i, \ i=1,...,m$$

را به مدل (12) اضافه کنیم و تابع هدف را با $Max\ My^{(1)} - \sum_{i=1}^{m} c_i x_i - p.y^{(2)}$ جایگزین کنیم که در آن c_i نشان دهنده هزینه ورودی i-ام باشد و P هزینه خروجی $y^{(2)}$ می باشد و M نشان دهنده یک عدد مثبت بسیار بزرگ است. برای تخمین y^{Max} از مدل زیر استفاده می کنیم.

(13)

$$y^{(1)p} = Max \quad y^{(1)}$$
$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(1)} \ge y^{(1)}$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \ , \lambda_j \ge 0, \ j=1,...,n$$

به طور مشابه جهت یافتن جواب منحصربفرد $\bar{y}^{Max}$ کافی است قید

$$\sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j y_j^{(2)MPSS} = y^{(2)}, \sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j x_{ij}^{MPSS} = x_i, \ i=1,...,m$$

را به قیود مدل (13) اضـــافه کنیم و تابع هدف را به صـــورت $Max\ My^{(1)} - \sum_{i=1}^{m} c_i x_i - p.y^{(2)}$ در نظر بگیریم.

گام (3) : $\overline{MPSS}^{Max}$ و $\bar{y}^{Max}$ وقتی پیش بینی ســـطح تقاضای D_k مفروض است تعیین کنید.

یکی از سه سناریو زیر ممکن است رخ دهد. در واقع به دنبال ـیافتن بیشـــترین بهره وری ســـطح تقاضـــای محقق شـــده $(\overline{MPSSDF})$ می باشـــ یم وقتی خروجی نیمه مثبت و منفی داریم.

قرار دهید، D_k تقاضای پیش بینی شده شرکت k-ام و D_f تقاضای محقق شده.

حالت اول: $D_k \le y^{(1)M}$. مدل (14) را حل کنید.

(14)

$$\begin{aligned} Min \quad & \sum_{i=1}^{m} x_i \\ s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j x_{ij}^{MPSS} \le x_i, \qquad i=1,\dots,m \\ & \sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j y_j^{(1)MPSS} = D_k \\ & \sum_{j=1}^{n_1} \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \ge 0, \qquad j=1,\dots,n1 \\ & x_i \ge 0, \qquad i=1,\dots,m \end{aligned}$$

بطور مشابه اگر قیمت ورودیc_iمشخص باشد می توان تابع هدف را با $\sum_{i=1}^{m} c_i x_i$ تعویض کرد. فرض کنید $X^{\overline{MPSSDF}} = (x_1^{MPSS-DF}, \dots, x_m^{MPSS-DF})$ جواب بهینه مدل (14) باشد در این صورت $\overline{MPSSDF} =$ $(X^{MPSSDF}, y^{(1)MPSSDF}, 0)$ که در آن $y^{(1)\mathrm{MPSSDF}} = \mathrm{D_k}$.

حالت دوم: $\mathrm{y^{(1)M}} \le \mathrm{D_k} \le \mathrm{y^{(1)p}}$.

در واقع هدف به بستان بین $\overline{MPSS}^{Max}$ و نزدیکترین سطح تقاضای پیش بینی شده تا $\overline{MPSS}^{Max}$) $\overline{DFMPSS}^{Max}$) می باشد. قرار دهید $\overline{DFMPSS}^{Max} = \{(x_i^D, y^{(1)D}, y^{(2)D})\}$ که یک جواب بهینه مدل (15) می باشد.

(15)

$$\begin{aligned} Min \quad & \sum_{i=1}^{m} (x_i^M - x_i)^2 + (y^{(1)M} - D_k)^2 \\ s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_i, \qquad i=1,\dots,m \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(1)} = D_k \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \ge 0, \qquad j=1,\dots,n \\ & x_i \ge 0, \qquad i=1,\dots,m \end{aligned}$$

که در آن $y^D = D_k$ و نقطه $(x_1, \dots, x_m, y^{(1)D}, 0)$ باید در تمام محدودیت ها صدق کند بطوریکه هر x_i به اندازه کافی نزدیک $\overline{MPSS}^{Max}$به نقاط باشد. می توان از جمله $(y^{(1)M} - D_k)^2$ چشم پوشی کرد و با توجه به اینکه

$|x_i^m - x_i| = x_i^+ + x_i^-$,

$x_i = x_i^m - x_i^+ + x_i^-$

مدل (15) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

(16)

$$\begin{aligned} Min \quad & \sum_{i=1}^{m} (x_i^+ - x_i^-) \\ s.t. \quad & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_i^M - x_i^+ + x_i^-, \qquad i=1,\dots,m \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j^{(1)} = D_k \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \ge 0, \qquad j=1,\dots,n \\ & x_i \ge 0, \qquad i=1,\dots,m \end{aligned}$$

توجه کنید که اگر قیمت ورودی ها معلوم و برابر b_i باشد می‌توان تابع هدف را با $\sum_{i=1}^{m} b_i (x_i^+ + x_i^-)$ تعویض کرد. فرض کنید w پارامتر به بستان باشد ترکیب محدب بین $\overline{\mathrm{MPSS}}^{\mathrm{Max}}$ و $\overline{DFcMPSS}^{\mathrm{Mxz}}$[10]که در آن $w \in [0,1]$ را بصورت زیر تعریف می کنیم.

(17)

$$\begin{aligned} \overline{Con\ MD} &= (x_i^{MD}, y^{(1)MD}, y^{(2)MD}) \\ &= (w x_i^m + (1-w) x_i^D, w y^{(1)M} + (1-w) y^{(1)D}, w y^{(2)M} + (1-w) y^{(2)D}) \end{aligned}$$

آشکارا

اگر $w = 0$ آنگاه $\overline{Con\ MD} = \overline{DFcMPSS}^{Max}$

اگر $w = 1$ آنگاه $\overline{Con\ MD} = \overline{MPSS}^{Max}$.

می توان کاندیدای هدف روی مرز را با استفاده از تابع فاصله جهت دار تخمین زد(چنبرز و همکاران (1996)).

[10] Demand Fulfillment –closest to $\overline{MPSS}^{Max}$

فرض کنید $\theta^{\wedge}$ اندازه کارایی باشد وقتی جهت به صورت $\left(x_i^{MD}-x_{ik}, y^{(1)MD}-y_k^{(1)}, y^{(2)MD}-y_k^{(2)}\right)$ در نظر گرفته شده باشد. جهت این منظور مدل (18) را حل کنید.

(18)

$$\begin{aligned}
&Min \quad \theta^{\wedge} \\
&s.t. \quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij} \le x_{ik} + \theta^{\wedge}(x_i^{MD}-x_{ik}), \quad i=1,\dots,m \\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j^{(1)} \ge \; y_k + \theta^{\wedge}(y^{(1)MD}-y_k^{(1)}) \\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_j^{(2)} \le \; y_k + \theta^{\wedge}(y^{(2)MD}-y_k^{(2)}) \\
&\qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1 \\
&\qquad \lambda_j \ge 0, \qquad\qquad j=1,\dots,n \\
&\qquad \theta^{\wedge} \ge 0,
\end{aligned}$$

کاندیدای هدف بصورت

(19)

$$\left(x_{ik}+\hat{\theta}^{*}(x_i^{MD}-x_{ik}), y_k^{(1)}+\hat{\theta}^{*}\left(y^{(1)MD}-\; y_k^{(1)}\right), y_k^{(2)}+\hat{\theta}^{*}\left(y^{(2)MD}-y_k^{(2)}\right)\right)$$

تعریف می شود که در آن $\hat{\theta}^{*}$ جواب بهینه مدل (18) می باشد.

حالت سوم: $D_k > y^{(1)p}$

این حالت مشابه با حالت دوم می باشد با این تفاوت که شرکت k–ام دارای مجموعه ای از اهداف است که بده بستان بین $\overline{MPSS}^{Max}$و$\overline{y}^{Max}$است. قرار دهید:

(20)

$$\begin{aligned}
\overline{Con\ My} = \left(x_i^{My}, y^{(1)My}, y^{(2)My}\right) = \\
(wx_i^{m}+(1-w)x_i^{p}, wy^{(1)M} \\
+(1-w)y^{(1)p}, wy^{(2)M} \\
+(1-w)y^{(2)p})
\end{aligned}$$

که ترکیب محدب بین $\overline{MPSS}^{Max}$و$\overline{y}^{Max}$ می باشد.

کاندیدای هدف به صورت

$$\left(x_{ik}+\hat{\theta}^{**}(x_i^{MD}-x_{ik}), y_k^{(1)}+\hat{\theta}^{**}\left(y^{(1)MD}-y_k^{(1)}\right), y_k^{(2)}+\hat{\theta}^{**}\left(y^{(2)MD}-y_k^{(2)}\right)\right) \qquad (21)$$

محاسبه می شود که در آن $\hat{\theta}^{**}$ جواب بهینه مدل (18) با جابجایی $\overline{Con\ MD} = (x_i^{MD}, y^{(1)MD},, y^{(2)MD})$ با $\overline{Con\ My} = (x_i^{My}, y^{(1)My}, y^{(2)My})$ می باشد.

۳- مثال عددی

صنعت بیمه وظایف مهمی را در اقتصاد دارد. در این بخش به بررسی 24 شرکت بیمه فعال در بورس اوراق بهادار ایران در سال 1396 خواهیم پرداخت که اسامی آنها در جدول (1) آورده شده است. قصد داریم بیشترین مقیاس بهره وری شاخص بازده سرمایه در گردش را برای شرکت بیمه آسیا بیابیم بطوری که پیش بینی شاخص بازده سرمایه در گردش مفروض باشد. نیاز به دستیابی به اندازه مقیاس اقتصادی و تقاضای تحقق آن به طور همزمان می باشد، به خصوص زمانی که تقاضای شرکت ها متغیر است.

جهت ارزیابی این شرکت ها 4 شاخص ورودی و یک شاخص خروجی نیمه مثبت و منفی به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

شاخص های ورودی:

۱- نسبت جاری2- نسبت آنی3- نسبت نقدینگی4- نسبت دارایی‌های جاری

شاخص خروجی:بازده سرمایه در گردش

جدول (2) مقادیر شاخص های ورودی و خروجی 24 شرکت فعال بیمه را نشان می دهد.

فرض کنید تقاضای پیش بینی شده شرکت اول (بیمه آسیا) برابر D_1 باشد، این مقدار میزان تقاضای پیش بینی شده شاخص خالص درآمد است. تغییرات D_1 به صورت

الف) $D_1 = 200$ ب) $D_1 = 300$

پیش بینی شده باشد.جهت یافتن مقیاس بهره وری $(\overline{MPSS})$ در مقایسه با تحقق تقاضا $(\overline{DFMPSS})$ از الگوریتم (2) ارائه شده در بخش قبل استفاده خواهیم کرد.

جدول(1): شرکت های بیمه مورد مطالعه

ردیف	نام شرکت	ردیف	نام شرکت	ردیف	نام شرکت
1	بیمه آسیا	9	بیمه رازي	17	بیمه تعاون
2	بیمه اتکائی امین	10	بیمه سینا	18	بیمه حکمت صبا
3	بیمه اتکائي ایرانیان	11	بیمه ما	19	بیمه زندگي خاورمیانه
4	بیمه البرز	12	بیمه ملت	20	بیمه سامان
5	بیمه پارسیان	13	بیمه کارآفرین	21	بیمه سرمد
6	بیمه حافظ	14	بیمه آرمان	22	بیمه میهن
7	بیمه دانا	15	بیمه پاسارگاد	٢٣	بیمه نوین
8	بیمه دي	16	بیمه تجارت نو	٢٤	بیمه کوثر

جدول(2): مقادیر شاخص ها شرکت های بیمه مورد مطالعه

DMU_j	I_1	I_2	I_3	I_4	O_1
١	٠,٧٥	٠,٧٥	٠,١٧	٠,٦٧	-٤,٦٨
٢	٣,٠٢	٣,٠٢	٢,٦٩	٠,٨٩	٢٠,٩٤
٣	٣,٤٧	٣,٤٧	٢,٩٧	٠,٦٦	٢٧,١١
٤	٠,٩٠	٠,٩٠	٠,٢٤	٠,٦٧	-٢٩,٧٠
٥	١,٠٣	١,٠٣	٠,٢٠	٠,٨٤	٩١,٥٩
٦	٠,٧٣	٠,٧٣	٠,٠٧	٠,٧٤	١١٨,١٧
٧	٠,٩٢	٠,٩٢	٠,١١	٠,٨٥	-١٧,٤٨
٨	١,٠٣	١,٠٣	٠,١٦	٠,٨٥	٢٦٣,١٣
٩	١,٠٥	١,٠٥	٠,٠٨	٠,٨٠	٤٥,٩٧
١٠	٠,٩٩	٠,٩٩	٠,١٥	٠,٧٧	-١٩٦,٠٩
١١	١,٠٣	١,٠٣	٠,٦١	٠,٨٢	١٦٧,١٩
١٢	١,٢١	١,٢١	٠,٤٥	٠,٧٩	٢١,٠٠
١٣	٠,٩٤	٠,٩٤	٠,٣٨	٠,٨٤	-١,١٧
١٤	١,٢٩	١,٢٩	٠,٢٧	٠,٨٦	١١,٨٩
١٥	٠,٨٦	٠,٨٦	٠,٤١	٠,٧٢	-٢٦,٥٨
١٦	٣,١٤	٣,١٤	٢,٥٢	٠,٨٧	٣١,٦٦
١٧	١,١١	١,١١	٠,٢٢	٠,٨٣	١١,٠٧
١٨	١,٨٤	١,٨٤	١,٨١	٠,٣٦	٠,٦٧
١٩	٢٩,٣٦	٢٩,٣٦	٢٩,٢٠	٠,٩٠	٢,٣٦
٢٠	٠,٦٧	٠,٦٧	٠,١٦	٠,٥٧	-٢١,٨٦
٢١	١,٣٦	١,٣٦	٠,٥٦	٠,٧٦	٣١,١٣
٢٢	٠,٨٥	٠,٨٥	٠,١٧	٠,٦٥	٩٩,٣٩
٢٣	٠,٩٧	٠,٩٧	٠,٤١	٠,٨١	-٤١,٧١
٢٤	٠,٨٧	٠,٨٧	٠,١١	٠,٦٩	-٩,٠٨

جدول (3): کارایی شرکت های بیمه

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8
کارایی CRS	0	0.076	0.13269	0	0.35222	1	0	**1**
کارایی VRS	1	0.50657	0.62025	0.84272	0.79845	1	0.82458	**1**
DMU	9	10	11	12	13	14	15	**16**
کارایی CRS	0.34135	0	0.65864	0.08587	0	0.04466	0	**0.11755**
کارایی VRS	0.92087	0.82806	0.89515	0.78553	0.82443	0.74918	0.78944	**0.5174**
DMU	17	18	19	20	21	22	23	**24**
کارایی CRS	0.04308	0.00601	0.00847	0	0.13232	0.49394	0	**0**
کارایی VRS	0.78267	1	0.40351	1	0.79167	1	0.70141	**0.97153**

جدول(۴): جواب بهینه مدل (18)

DMU	1	2	3	4	5	6	7	8
$\theta^{\wedge *}$	0	-1.34E+01	-1.4313	-0.58169	-6.56342	0	-0.8	**0**
DMU	9	10	11	12	13	14	15	**16**
$\theta^{\wedge *}$	-0.125	-1.52851	-3.90874	-5.40201	-1.90387	-5.21E+01	-0.97336	**-7.50E+01**
DMU	17	18	19	20	21	22	23	**24**
$\theta^{\wedge *}$	-6.51397	0	0	0	-3.64964	0	-3.52113	**-0.09325**

مرحله (1): مدل (7) و مدل (7) با حذف محدودیت $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$ را اجرا می کنیم، که مقدار کارایی VRSو CRSهمه واحدها در حضور شاخص نیمه مثبت و نیمه منفی را خواهد داد که نتایج آن در جدول (3) آورده شده است.

مرحله (2): با توجه به جدول (3)، واحد های $\overline{MPSS}$ در بین 24 شرکت بیمه مورد مطالعه بصورت زیر می باشند.

$$\overline{MPSS} = \{DMU_6, DMU_8\}$$

مرحله (3): با بکار بردن گام (3) الگوریتم2، $\overline{MPSS}^{\text{Max}}$و $\bar{y}^{\text{Max}}$ به صورت زیر می باشند.

$$\overline{MPSS}^{MAX} = (X^M, y^M)$$
$$= \left(x_1^M, x_2^M, x_3^M, x_4^M,\ \ y^{(1)M}, y^{(2)M}\right)$$

$$= (1.03, 1.03, 0.16, 0.85, 263.13, 0)$$
$$\bar{y}^{MAX} = (X^P, y^P)$$
$$= \left(x_1^P, x_2^P, x_3^P, x_4^P,\ \ y^{(1)P}, y^{(2)P}\right)$$
$$= (1.03, 1.03, 0.16, 0.85, 263.13, 0)$$

توجه کنید که $\overline{MPSS}^{MAX}$ و $\bar{y}^{MAX}$ روی هم منطبق هستند.

مرحله 4: با توجه به مقدار D_1 (تقاضای پیش بینی شده شاخص بازده سرمایه در گردش برای شرکت بیمه آسیا) دو حالت زیر را مورد ارزیابی قرار می دهیم.

الف) $D_1 \le y^{(1)M}$

(که در آن $D_1 = 200$, $y^{(1)M} = 263.13$ می باشد)

با اجرای مدل (14) واحد MPSSDF به صورت زیر می باشد.

$$\overline{MPSSDF} = (X^{DF}, y^{DF})$$
$$= \left(x_1^{DF}, x_2^{DF}, x_3^{DF}, x_4^{DF},\ \ y^{(1)DF}, y^{(2)DF}\right)$$
$$= (0.8994, 0.8994, 01208, 0.8021, 200, 0)$$

ب) $y^{(1)M} \le D_1 \le y^{(1)P}$

این حالت رخ نمی دهد، زیرا مقدار $y^{(1)M}$و $y^{(1)P}$ با هم برابر است.

ج) $D_1 > y^{P}$

(که در آن $D_1 = 300$, $y^{(1)P} = 263.13$ می باشد.)

این حالت مشابه با حالت قبل است با این تفاوت که$Con\ My$ جایگزین $Con\ MD$ می شود. به$Con\ My$ ازای هر $W \in [0,1]$ به صورت زیر می باشد.

$$\overline{Con\ MY} = (X^{MP}, y^{MP})$$
$$= \left(x_1^{MP}, x_2^{MP}, x_3^{MP}, x_4^{MP},\ \ y^{(1)MP}, y^{(2)MP}\right)$$
$$= \left(Wx_1^M + (1-W)x_1^P, \dots, Wx_4^M + (1-W)x_4^P, Wy_1^{(1)M} + (1-W)y_1^{(1)P}, Wy_1^{(2)M} + (1-W)y_1^{(2)P}\right)$$
$$= (1.03, 1.03, 0.16, 0.85, 263.13, 0)$$

با توجه به مقایر $\overline{\text{Con}\ My}$ تولید شده فوق که برابر با $\overline{MPSS}^{\text{Max}}$ می باشد از آنجایی که در مطالعه موردی مورد بحث $\overline{MPSS}^{\text{Max}}$ و $\bar{y}^{\text{M}}$ بر هم منطبق می باشند لذا برای هر $W \in [0,1]$ بده بشتانی بین آنها وجود ندارد و رابطه فوق مستقل از W می باشد. لذا برایDMU_1 تنها یک تصویر را خواهیم داشت. برای این منظور با اجرای مدل (18) مقادیر $\theta^{\wedge *}$ محاسبه شده است، که نتایج آن در جدول (4) آورده شده است.کاندیدای هدف DMU_1 به صورت زیر می باشد.

$$\overline{DMU_1} = (0.752122, 0.752122, 0.16521, 0.666292, -4.677027)$$

که نشان دهنده بیشترین مقیاس بهره وری شرکت بیمه آسیا در مقایسه با تحقق تقاضا برای این شرکت می باشد.

۴- نتیجه گیری

از آنجایی که شرکت های فعال بیمه بورس اوراق بهادار نسبت به شاخص بازده سرمایه در گردش کمبود ظرفیت دارند، نیاز به دستیابی به مقیاس اقتصادی و تقاضای محقق شاخص بازده سرمایه در گردش به طور همزمان را دارند. اما همیشه میزان تقاضای این شرکت ها برابر با میزان خروجی نیست. در این مقاله به بررسی 24 شرکت بیمه فعال در بورس اوراق بهادار پرداخته ایم، برای یافتن بیشترین مقیاس بهره وری شاخص سرمایه در گردش زمانی که پیش بینی سطح شاخص بازده سرمایه در گردش مفروض می باشد که شامل دو سناریو می باشد که هر یک مورد بررسی قرار گرفته است و بیشترین مقیاس بهره وری در مقایسه با تحقق تقاضا محاسبه شده است و کاندیدای هدف برای شرکت ها ارائه شده است.

مراجع

[۱] جها نشاهلو ، حسین زاده لطفی و نیکومرام (1387). تحلیل پوششی داده ها و کاربردهای آن، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران.

[۲] Abel, A. B., &Eberly, J. C. (۱۹۹٦). Optimal investment with costly reversibility. Review of Economic Studies, ٦۳, ٥۸۱–٥۹۳.

[۳] Banker, R. D. (۱۹۸٤) Estimating most productive scale size using data envelopment analysis. European Journal of Operational Research, ۱۷(۱), ۳٥–٤٤.

[٤] Banker, R. D., Cooper, W. W., Seiford, L. M., Thrall, R. M., & Zhu, J. (۲۰۰٤). Returns to scale in different DEA models. *European Journal of Operational Research*, ۱٥٤,۳٤٥–۳٦۲.

[٥] Chambers, R. G., Chung, Y., &Färe, R. (۱۹۹٦). Benefit and distance functions. *Journal of Economic Theory*, ۷۰ (۲), ٤۰۷–٤۱۹.

[٦] Coelli, T. J., PrasadaRao, D. S., O'Donnell, C. J., &Battese, G. E. (۲۰۰٥). *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis.* ۲nd ed., New York: Springer.

[۷] Emrouznejad, A., Anouze, A.L. & Thanassoulis.E.(۲۰۱۰). A semi-oriented radial measure for measuring the efficiency of decision-making units with negative data, using DEA. European Journal of Operational Research ۲۰٦ ,۲٦٥–۲٦۸.

[۸] Fukuyama, H. (۲۰۰۳). Scale characterizations in a DEA directional technology distance function framework. *European Journal of Operational Research*, ۱٤٤ (۱), ۱۰۸–۱۲۷.

[۹] Khodabakhshi, M. (۲۰۰۹). Estimating most productive scale size with stochastic data in data envelopment analysis. *Economic Modelling*, ۲٦ (٥), ۹٦۸–۹۷۳.

[۱۰] Lee, C.-Y., & Johnson, A. L. (۲۰۱۳). Operational Efficiency.Edited in: Badiru, A. B., Handbook of Industrial and Systems Engineering, ۲nd edition, ۱۷–٤٤, CRC Press.

[۱۱] Lee, C-Y. (۲۰۱٦). Most Productive Scale Size versus Demand FulÞllment: A Solution to the Capacity Dilemma, *European Journal of Operational Research*, Vol. ۲٤۸, No. ۳, pp. ۹٥٤-۹٦۲.

[۱۲] Nahmias, S. ۲۰۰۹. Production and Operations Analysis.٦th edition, McGraw-Hill/Irwin.

[۱۳] Zhu, J. (۲۰۰۰). Setting scale efficient targets in DEA via returns to scale estimation method. Journal *of the Operational Research Society*, ٥۱, ۳۷٦–۳۷۸.