مجله
پژوهش های مدیریت
شماره ۸۲ - پاییز ۱۳۸۸

رویکردی نوین جهت چیدمان منابع در شرایط نا مشخص بودن توالی پدیده ها

دکتر محمّد تقی تقوی فرد *
حمید رضا دهنار صیدی **

چکیده

در این مقاله رویکردی نوین جهت مرتب کردن زمانی منابع و نیز کاربردهای آن ارائه می شود. اگر توالی پدیده ها معیّن و قابل کنترل نباشد، مبحث ترتیب گذاری و زمانبندی به تصمیم گیری در شرایط تناقض و حالت عدم اطمینان کامل گره می خورد، که در اینجا برای نخستین بار در مدل های زمانبندی و توالی عملیات طرح گردیده است. مدل هایی که در این شرایط ایجاد می شوند، مدل های محتاطانه نامیده شده و روش کلی حل آنها و نیز برای چیدمان ثابت منابع یک برنامهٔ زمانی کلی بنابر معیار بدبینانه برای انواع مسائل ارائه شده است. در این مقاله، الگوریتم پاد ایکرزx برای تعیین چیدمان یکسان پدیده ها در محیط $n \times m$ با هدف بیشینه سازی F_{max} ارائه می گردد. سپس پیچیدگی حل مدل های محتاطانه بررسی و مثالی کاربردی از مدل های محتاطانه مطرح و از طریق برنامهٔ زمانی ارائه شده و به کمک الگوریتم پاد ایکرزx، حل و سپس حل آن توسّط روش کلی نیز بررسی می شود. در انتها روایی و پایایی الگوریتم پاد ایکرزx مورد آزمون قرار گرفته و نتیجه گیری می گردد که: مسائل مربوطه از طریق نظریهٔ بازی باید حل شوند و شیوهٔ پیشنهادی قادر است، این مسائل « شدیداً سخت غیر خطی» را بطور صحیح و در مدت زمان مناسب حل نماید.

واژگان کلیدی :

چیدمان منابع، توالی پدیده ها، زمانبندی، ماکسیمین، نظریهٔ بازی، روش ترسیمی ایکرز.

* استادیار، عضو هیات علمی تمام وقت دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب (Dr_taghavifard@yahoo.com)
تهران- میدان امام حسین- خیابان مازندران- جنب پل چوبی- دانشکده صنایع دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب
** دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران (hamidrezaseydi@yahoo.com)
تهران- بزرگراه اشرفی اصفهانی- به سمت حصارک- دانشکده مدیریت و اقتصاد دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات تهران

نویسنده مسئول یا طرف مکاتبه: حمیدرضا دهنارصیدی

تاریخ دریافت مقاله : ۸۷/۴/۶ تاریخ اصلاحات مقاله : ۸۷/۸/۹ تاریخ پذیرش مقاله : ۸۷/۱۰/۱۰

مقدمه

در مبحث زمانبندی و توالی عملیات[1]، پدیده‌ها برای پردازش توسّط منابع به گونه‌ای مرتّب می‌شوند، که یک تابع هدف خاص ـ که به آن معیار عملکرد یا سنجش[2] نیز گفته می‌شود ـ بهینه شده و یا به مقدار بهینه نزدیک گردد. در این دانش هر چیزی (مانند قطعات، مواد، مشتری، ارباب رجوع و ...) که بر روی آن کاری باید انجام شود، پدیده[3] نامیده شده و منبع[4] (مثل: ماشین آلات، کارمند خدماتی، بخش، کامپیوتر و ...) نیز عاملی است، که پدیده را مورد پردازش قرار می‌دهد. در اغلب کتابها از واژهٔ ماشین به جای منبع استفاده می‌شود، که در واقع، آن نیز خود زیر مجموعهٔ منبع است و اهمیّت و کاربرد توالی عملیّات و زمانبندی را در برنامه ریزی تولید در سطح کارگاه مشخّص می سازد.

از زمان ارائه ی نمودار گانت[5] در سال ۱۹۱۸ میلادی تا به حال مدل‌های زمانبندی فراوانی ایجاد شده‌اند. نمودار گانت یک ابزار تصویری برای نشان دادن زمان‌های شروع و پایان هر فعّالیت است. در هر مدل زمانبندی، تعداد منابع و پدیده‌ها، الگوی حرکت پدیده‌ها در سیستم و معیار عملکرد، مهمترین ویژگی‌های آن مدل هستند. علاوه بر این، هر مدل ممکن است، مقیّد به چندین فرض یا محدودیّت باشد. در این حوزه از دانش، رشته‌های مختلف علوم دخیل بوده و در واقع، مبحث توالی و زمانبندی به نوعی این رشته‌ها را به هم مرتبط ساخته است، امّا با وجود ارائهٔ مدلهای زمانبندی متعدد، بکارگیری این مدلها در عمل نسبتاً محدود بوده است. (MacCarthy & Wilson, 2001, 67) که این امر ناشی از سه دلیل می‌تواند باشد:

۱ ـ عدم شناخت کافی برنامه‌ریزان از دانش توالی و زمانبندی

۲ ـ عدم نیاز سازمان‌ها به برنامه‌ریزی زمانی بهتر یا محسوس نبودن نتایج استفاده از مدل‌های زمانبندی

۳ ـ پیچیدگی شرایط و محدودیّت‌های عملی و عدم کارایی و انطباق اکثر مدل‌ها با آن شرایط و یا زمان‌بر بودن بیش از حد حل بسیاری از مسائل توالی و زمانبندی، که با افزایش ابعاد مسأله، زمان حل آنها به صورت فوق چند جمله‌ای رشد می‌کند.

اعضای انجمن ریاضی آمریکا[6] عنوان می‌کنند که: « مسائل زمانبندی در مقایسه با همهٔ علوم ریاضی، حوزه محدودتری دارد، با این وجود، حتّی حل مسائلی که برای یک مسالهٔ زمانبندی تک ماشینی ایجاد می‌گردند، بطور باور نکردنی دشوار می‌باشند. محقّقان نه تنها بخاطر هزاران کاربردی که از بکارگیری الگوریتم های زمانبندی کارا می‌تواند حاصل شود، بلکه همچنین، بخاطر ایده‌ها و ابزارهایی که از تعامل این موضوع و سایر حوزه‌های دیگر علوم در حال ظهورند، به کشف این حوزهٔ شگفت‌انگیز ادامه می‌دهند» (AMS, 2006, 4). این امر نشان می‌دهد که این حوزه به تحقیق و بررسی زیادی نیاز دارد. اما سؤالی که مطرح می‌گردد، این است که: اگر دلیل دوّمی که برای عدم بکارگیری مناسب مدل‌های زمانبندی در عمل ذکر شد، در تعداد زیادی از مسائل رخ دهد، چه باید کرد؟

جهت حل مسائل زمانبندی همواره چنین رایج بوده، که توالی پدیده‌ها بر روی منابع (الگوی حرکت پدیده‌ها در سیستم) از قبل به طور مستقل تعیین می‌گردد. در بسیاری از موارد توالی پدیده‌ها بر روی منابع از شرایط الزامی سیستم است. برای مثال، یک قطعه ابتدا باید سوراخ شده، سپس قلاویز کاری گردد و در نهایت به قطعه‌ای دیگر پیچ شود و عکس این ترتیب امکان پذیر نیست. امّا، توالی پدیده‌ها بر روی منابع همیشه اجباری نیست و طراح، یک ترتیب اختیاری به تصادف و یا بر اساس شرایطی خاص (هزینه، راحتی و ...) انتخاب می‌کند. در چنین حالاتی می‌توان ترتیب عملیّات یک پدیده را تغییر داد. به عنوان نمونه، فرض کنید، شخصی باید از چند نفر امضاء بگیرد، که امضای هیچکدام به دیگری وابسته نیست. در این صورت فرد مذکور می‌تواند به هر ترتیبی از آن چند نفر امضا بگیرد. در چنین حالاتی،

1 . Sequencing and Scheduling
2 . Measure of performance (performance metric)
3 . Job
4 . Resource
5 . Gantt Chart by Henry Laurence Gantt
6 . American Mathematical Society (AMS)

که ترتیب منابع برای پدیده‌ها مهم نیست ـ بخصوص وقتی که برنامه ریز در مورد ترتیب منابع می تواند تصمیم بگیرد و نیز ایجاد سیستم پردازشی تولید کارگاهی (از نظر هزینۀ جابجایی و برگشت به عقب، برنامه ریزی و نظارت یا کنترل و ...) مشکل زاست ـ رویکرد نوینی از دانش ترتیب گذاری حاصل می گردد، که اصطلاحاً از آن تحت عنوان « چیدمان یا ترتیب گذاری منابع» نام می بریم. چیدمان زمانی منابع، یک رویکرد و اصطلاح نوینی است، که برای اوّلین بار توسّط محققین این مقاله مطرح شده و لذا، در این زمینه تا بحال کار تحقیقاتی خاصی انجام نشده است (دهنار صیدی، ۱۳۸۵، ۱۲).

لازم به ذکر است، که مبحث چیدمان در طرح ریزی واحدهای صنعتی و طراحی و ایجاد صنایع، معطوف به جانمایی و جایابی تسهیلات بوده، که این عمل بر اساس معیارهای غیر زمانی انجام و هدف آن تعیین نحوه و محل چیدمان تسهیلات است و با موضوع مطروحه در این مقاله متفاوت می‌باشد. شایان ذکر است، که ترتیب گذاری منابع معمولاً امکان پذیر و در مواردی نیز ضروری است. حتّی مواردی وجود دارند، که در آنها ترتیب گذاری پدیده‌ها بی تأثیر بوده؛ ولی، ترتیب گذاری منابع منجر به بهبود معیار عملکرد می گردد.

نکتۀ بسیار مهم دیگر آن است، که در مدل‌های موجود ترتیب گذاری (چیدمان) پدیده‌ها چنین فرض می‌شده، که ترتیب چیدمان منابع [برای هر پدیده] کاملاً معیّن است. تنها استثنا مربوط به محیط پردازشی کارگاه آزاد[1] است، که در آن نیز « تمرکز» بر روی تعیین توالی « پدیده‌ها و عملیّات» است و نه منابع. در این تحقیق سعی می‌گردد، مدلی برای تعیین ترتیب منابع برای پدیده‌ها (چیدمان منابع) ارائه گردد، که یک معیار عملکرد را بهینه سازد، بطوریکه ترتیب پدیده در صف یا ترتیب حرکت آنها به سمت منابع معلوم نبوده و قابل تعیین نیز نیست؛ یعنی: ترتیب گذاری پدیده‌ها بر عهدۀ برنامه‌ریز منابع نمی‌باشد. این حالت، مربوط به « تصمیم گیری در شرایط عدم اطمینان کامل و تناقض[2]» بوده، که بنابر بررسی‌های صورت گرفته تا بحال در مباحث مدل‌های زمانبندی مطرح نبوده است (دهنار صیدی، ۱۳۸۵، ۱، ۷، ۱۲-۲۵ ، ۵۷-۵۸، ۹۱، ۹۳ و ۱۰۷).

ترتیب گذاری محتاطانه (دوراندیشانه)

فرض کنید، در یک سیستم یا سازمان، تعیین توالی منابع به عهدۀ برنامه ریز باشد، امّا، وی از ترتیب حضور پدیده ها بر سر منابع، اطّلاعاتی در دست ندارد. یعنی اینکه پدیده ها نیز به ترتیب خاصّی چیده و یا متوالی شده؛ امّا، این صف یا توالی نامعلوم است. یک مثال از این مورد، مراحل ثبت نام دانشگاهی و یا ثبت نام های مشابه است. پدیده ها که همانا دانشجویان یا متقاضیان هستند، با یک توالی نامعلوم در محل اوّلین عملیّات ثبت نام حاضر می گردند. قبل از شروع مراحل ثبت نام نمی توان گفت که: چه کسی در صف اوّلین نفر خواهد بود و یا به عبارت دیگر، معلوم نیست، که چه کسی زودتر از بقیه به محل ثبت نام برسد. البته، به دلیل آنکه تعداد دانشجویان یا متقاضیان معمولاً خیلی زیاد و حل مسائل زمانبندی نیز خیلی وقت گیر است، اطلاع از ترتیب دانشجویان و زمانبندی در حین کار[3] نیز مناسب نیست. بعلاوه، اگر ثبت نام چند مرحله ای باشد، حتی اگر ترتیب پدیده ها در محل اوّلین عملیّات معلوم گردد، آنگاه نمی توان مطمئن بود، که پدیده ها در صف دوّم (عملیّات دوّم) نیز به همان ترتیب صف اوّل خواهند بود، تا بتوان از زمانبندی در حین کار سود جست. در نتیجه، برنامه ریزی که با چنین شرایطی (نامعلومی و کنترل ناپذیری توالی پدیده ها) مواجه می شود، منابع را آنچنان بایست بچینند، که بنابر ترتیب های مختلف پدیده ها نتیجۀ مطلوبی حاصل گردد. این نتیجه، ممکن است، یک نتیجۀ آرمانی و ایده آل نباشد، امّا، در شرایط نامساعد پیش آمده و یا در نامساعدترین ترتیب احتمالی پدیده ها از نظر معیار سنجش عملکرد مسأله، بهترین نتیجه (یا توالی) باشد. در واقع، برای این نوع مدل ها یک چیدمان محتاطانه باید در نظر گرفته شود.

این نوع چیدمان ها نیاز به تصمیم گیری در شرایط تناقض دارند. در این نوع تصمیم گیری، با راهبردهای رقیب یا رقبا مواجه هستیم. مهمترین فنّی که تصمیم گیر در این

---

1 . Open shop

2 . Decision making under uncertainty and conflict

3 . Online scheduling

شرایط از آن می تواند استفاده کند، نظریهٔ بازی[1] می باشد (اسکونژاد، ۱۳۷۸، ۱۳). در نظریهٔ بازی یک سری روش یا معیار برای تصمیم گیری وجود دارند، که تصمیم گیر با توجّه به آنها می تواند جواب مطلوب خود را تعیین نماید. مشخّص کردن این روش ها یا معیارها، تصمیم گیری را وارد حالت عدم اطمینان کامل می سازد. در حالت عدم اطمینان کامل علاوه بر متغیّرهای قابل کنترل، تعدادی متغیّر غیر قابل کنترل هم در مسأله وجود دارند، که اطلاعات گذشته نیز به منظور پیش بینی متغیّرها در دسترس نیست و از این رو محاسبهٔ احتمال وقوع آنها مشکل و معمولاً نا ممکن است. لذا، نمی توان از روش های تصمیم گیری در حالت مخاطره[2] سود جست. یکی از روش های رایجِ حالت عدم اطمینان کامل، استفاده از ماتریس تصمیم گیری است (همان منبع، ۱۲)؛ امّا، تعیین ماتریس تصمیم در اینجا کارا نیست، زیرا راهبردها (کل توالی های ممکنهٔ پدیده ها) ممکن است، بسیار زیاد باشد و از طرفی ـ همانطور که قبلاً ذکر گردید ـ بدلیل تعداد زیاد پدیده ها در نهایت نیز فهمیدن چیدمان آنها بسیار مشکل است. بنابراین، معقول است که از معیارهای خوشبینانه (ماکسیماکس)[3] یا بدبینانه (ماکسیمین)[4] ـ که معادل معیار فرصت از دست رفته (مینیمکس) است ـ و یا احتمال برابر (اصل دلیل ناکافی)[5] سود جست. استفاده از معیار ماکسیماکس برای شرایطی است، که منافع پدیده ها در تعارض با منافع منابع نیست و به بیان دیگر، اطمینان داریم، که پدیده ها در وضعیّت مطلوبی از نظر معیار زمانی مورد نظر، چیده شده اند. از آنجا که از رخداد چنین شرایطی نمی توان مطمئن بود؛ لذا، بهتر است، این معیار را کنار بگذاریم. روش اصل دلیل ناکافی معیار خوبی است، امّا، به اندازهٔ سایر معیارها متداول نبوده و ضمناً برای بدترین شرایط کار ساز نیست (اگرچه احتمال رخ دادن بدترین توالی پدیده ها از نظر معیار مدل و منابع اندک است). اعداد یا درایه های جدول (ماتریس) دریافت[6] می توانند منفی، صفر و یا مثبت باشند. در نتیجه، با یک بازی دو نفرهٔ مجموع ـ صفر[7] مواجه هستیم، که دو طرف بازی، پدیده ها و منابع هستند و با معیار ماکسیمین می توان به یک جواب رضایت بخش رسید[8]. اگر معیار عملکرد بر مبنای زمان تکمیل یا فرایند باشد، در ماتریس دریافت، زمان تکمیل عملیّات پدیده ها به ازای چیدمان های مختلف منابع و پدیده ها (راهبردهای آنها)، درایه های ماتریس دریافت را تشکیل می دهند. بهتر است، سطرها تحت کنترل پدیده ها باشند و منابع (یا تصمیم گیران) نیز ستون ها را انتخاب کنند. بدیهی است، حل چنین برنامه ریزی زمانی بسیار سخت تر از مسائل تصمیم گیری در شرایط اطمینان و حالت مخاطره ـ که تا بحال مطرح بوده اند ـ است. چنین مدل هایی را به صورت $n?/\underline{m}/A/B$ نشان می دهیم، که نمایانگر مدل تعیین توالی m منبع با چیدمان نوع A بر روی n پدیده با توالی نا معیّن و هدف بهینه سازی معیار عملکرد B است. شایان ذکر است که، ۲ نوع چیدمان منابع (A) می توانند وجود داشته باشند: متغیّر (V) و ثابت (Fi). در چیدمان ثابتِ منابع، جای منابع ثابت و ترتیب پردازش پدیده ها برای تمام آنها یکسان است؛ امّا، در چیدمان متغیّر، ترتیب قرار گیری منابع برای پدیده های مختلف، تغییر می کند.

روش حل مدل های محتاطانه

اگر n پدیده و m منبع در سیستم موجود باشند، آنگاه، $n!$ راهبرد برای توالی پدیده ها و $m!$ راهبرد متفاوت برای توالی منابع وجود دارند. اگر چیدمان متغیّر منابع امکان پذیر باشد و جواب بهینهٔ مدل (با راهبرد خالص یا مختلط) را بخواهیم بیابیم، باید مقدار معیار عملکرد را به ازای تمام $m!n!$ ترکیب توالی های ممکنهٔ منابع و پدیده ها یافت و از $n!m!$ مقدار بدست آمده برای معیار سنجش مدل، ماتریس دریافت (پرداخت) را تشکیل داد (شکل ۱).

1 . Game Theory
2 . Decision making under risk
3 . Maximax
4 . Maximin
5 . Equal likelihood (Principle of insufficient reason)
6 . Pay-off table

7 . Player zero-sum game theory
۸. روش مینیمکس مربوط به یافتن جواب خالص ماتریس های دارای نقطهٔ زین اسبی است و معیاری به نام پشیمانی مینیمکس (Minimax regret) وجود دارد ـ که نتیجهٔ آن از نظر راهبرد با ماکسیمین یکی است ـ امّا، بجای دریافت (سود)، مقدار پشیمانی (از دست دادن سود) را به عنوان ارزش بازی می یابد

$$
\begin{array}{cc|c|c|c|c|}
 & & \multicolumn{4}{c}{R_j} \\
 & & \sigma_1' & \sigma_2' & \ldots & \sigma_{m!}' \\
\cline{3-6}
 & \sigma_۱ & B_{۱۱} & B_{۱۲} & \ldots & B_{۱m!} \\
\cline{3-6}
 & \sigma_۲ & B_{۲۱} & B_{۲۲} & \ldots & B_{۲m!} \\
\cline{3-6}
J_i & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\cline{3-6}
 & \sigma_{n!} & B_{n!۱} & B_{n!۲} & \ldots & B_{n!m!} \\
\cline{3-6}
\end{array}
$$

شکل ۱ ـ ماتریس پرداخت به J_i با معیار عملکرد فرضی B

در جدول شکل ۱، معیار مدل یا مسأله می تواند هر معیاری باشد. $\sigma_۱$ تا $\sigma_{n!}$، n! چیدمان مختلف ممکنۀ پدیده ها (J_i ها) هستند، که توالی های پدیده ها را تشکیل می دهند و σ_1' تا $\sigma_{m!}'$، m! چیدمان مختلف منابع (R_j ها) هستند، که راهبردهای منابع را تشکیل می دهند. در این ماتریس، B_{pq} مقدار معیار سنجش از توالی p اُم (σ_p) برای پدیده ها و ترتیب q اُم (σ_q') برای منابع است ($۱\leq p\leq n!$ و $۱\leq q\leq m!$). اگر ماتریس فوق نقطۀ زین اسبی داشته باشد، می توان از روش (معیار) مینیمکس آن را حل کرد و به راهبرد بهینه رسید.

معمولاً، ماتریس فوق نقطۀ زین اسبی ندارد و برای حل بازی دو نفرۀ مجموع ـ صفر فوق باید از روش های دیگری سود جست. یک روش رایج و همواره قابل استفاده، روش برنامه ریزی خطی و استفاده از شیوۀ سیمپلکس برای حل مدل برنامه ریزی خطی حاصل است. البته، امروزه نرم افزارهای متنوّعی برای حل سریع مسائل بازی های دو نفرۀ مجموع ـ صفر و جدول پرداخت با معیارهای مختلف حل آنها وجود دارند، که از جملـه بـه WinQSB[1] (فایل Decision Analysis) و Qsb می توان اشاره نمود. روشی که در اینجا ارائه شده، برای حل هر مدل با هر معیار عملکردی قابل اجراست.

وقتی که هیچ یک از درایه های ماتریس دریافت مثبت نشدند - که در مورد معیارهای عملکرد دیرکرد، L، و حداکثر دیرکرد، L_{max}، امکان پذیر است - توصیه می گردد، که منابع، سطرها و پدیده ها، ستون ها را انتخاب کنند. اگر راهبرد بهینۀ منابع خالص باشد، نتیجۀ کار، یک چیدمان ثابت منابع است، ولی، اگر راهبرد بهینه منابع، مختلط باشد، آنگاه، چیدمان منابع، متغیّر خواهد بود. چیدمان متغیّر در اینجا به معنای یک تغییر مشخّص نیست، بلکه، هر از گاهی باید چیدمان منابع به صورت تصادفی تغییر کند، بطوریکه مدّت زمان استقرار یک نوع ترتیب خاص متناسب با وزن آن راهبرد باشد. برای مثال، اگر ۳ منبع در سیستم وجود داشته باشند و راهبرد بهینۀ منابع به صورت R_j: (۰/۱, ۰/۶, ۰, ۰, ۰/۳, ۰) حاصل گردد، آنگاه ۱۰٪ مواقع توالی منابع باید به صورت σ_1'، ۶۰٪ مواقع به صورت σ_2' و ۳۰٪ مواقع به صورت σ_5' باشد.

در بسیاری از موارد، چیدمان متغیّر منابع شدنی نیست. آنگاه، باید چیدمان ثابتی (راهبرد خالصی) از منابع را یافت، که در برابر بدترین توالی پدیده ها از نظر منابع، بهترین مقدار معیار عملکرد برای منابع حاصل شود. یک زیر مجموعۀ این حالت نیز آن است، که مطمئن باشیم، پدیده ها نیز توالی ثابت (یکسانی) خواهند داشت. یافتن این توالی نیز از ماتریس دریافت فوق امکان پذیر است، امّا باید توجّه داشت، که یافتن مقدار معیار سنجش به ازای m!n! ترکیب مختلف چیدمان منابع و پدیده ها ـ خصوصاً وقتی که مقدار m و n بزرگ و یا تنوع داده های مدل زیاد باشد ـ کاری بس وقت گیر است. علاوه بر آن ممکن است، بدلیل لزوم یافتن توالی خالص از نرم افزار هم برای یافتن جواب بهینۀ ماتریس دریافت نتوان سود جست. در این حالت، از برنامۀ زمانی خاصی می توان استفاده نمود، که در بخش آتی ارائه گردیده است.

1 . Windows Quantitative Systems for Business

برنامۀ زمانی چیدمان ثابت منابع بـا معیـار بدبینانـه (در توالی ثابت پدیده ها)

در اینجا، یک برنامۀ زمانی کلّی ارائه می گردد که برای هر مدل و معیاری قابل استفاده است:

۱ ـ به ازای هر یک از $m!$ توالی مختلف منابع، توالی ای از پدیده ها را تعیین کنیـد، کـه معیـار مـورد نظـر را بدینـه (معمولاً بیشینه) مـی سـازد. مقـادیر معیـار مـورد نظـر را محاسبه و یادداشت نمایید.

۲ ـ از میان $m!$ مقدار بدست آمده برای معیار مـورد نظـر، بهترین (کوچکترین) مقدار را تعیـین کنیـد. تـوالی منـابع مربوط به این مقدار، توالی مطلوب منابع است.

توالی حاصل از برنامۀ زمانی فوق، مقدار معیار زمانی مـورد نظر را حداکثر برابر با کوچکترین مقدار حاصـل از مرحلـۀ دوّم این الگوریتم مـی سـازد. توجّـه نماییـد، کـه در گـام نخست الگوریتم فوق به دنبال بهینه سازی معیار عملکـرد نیستیم. این الگوریتم، محاسبۀ معیار مدّ نظر را از شمارش کامـلِ $n!m!$ چیـدمان مختلـف، بـه حـل $m!$ مـسألۀ ترتیب گذاری پدیـده هـا ـ کـه فقـط در چیـدمان منـابع متفاوتند ـ کاهش می دهد.

سؤالی که در اینجا ممکن است، مطرح شود، آن است که: توالی ای که یک معیار عملکرد زمانی را بیشینه می سازد، چگونه بدست آید؟ جواب ایـن اسـت کـه، گرچـه احتمـالاً تحقیقـی بـر روی مـدل هـای بیـشینه سـازی معیارهـای سنجش عملکرد مـنظّم (عـادّی)[1] نـشده و در واقـع، هـیچ کـاربردی بـرای آنهـا یافـت نگردیـده، امّـا، اگـر قاعـده یـا الگوریتمی، توانایی ارائه ی جواب بهینـه بـرای یـک معیـار مورد نظر از یک مـسأله را دارد، معمـولاً و شـاید همیـشه ترتیب معکوس توالی بهینۀ حاصل از آن، جواب بدینه (در مورد اکثر مدل هـا، مقـدار بیـشینه معیـار مـورد نظـر) را بدست می دهد. این موضوع با آزمودن چندین مـسأله و الگوریتم تجربه شده است. به هر حال، برای هدف بیـشینه سازی F_{max} (حداکثر زمان پردازش پدیده ها در سیـستم) نیز الگوریتم نوینی با نـام « الگـوریتم پـاد ایکـرزx» ارائـه می گردد، که در ادامه به آن خواهیم پرداخت.

الگوریتم پاد ایکرزx

این الگوریتم برای تعیین توالی n پدیده[2] با هـدف بیـشینه سازی F_{max}، که توسّط m منبع با تـوالی ثابـت معـیّن در محیط کارگاه جریانی جایگشتی (Pf)[3] پردازش می شوند، بکار می آید و بر اساس قاعده زیر عمل می کند:

قاعدۀ بسط مقایسات زوجی ـ اگر در توالی یابی ۲ تایی پدیده ها با هدف بیشینه سازی F_{max}، پدیدۀ a بر پدیـدۀ b و پدیدۀ b نیز بر پدیدۀ c مقدّم شود، آنگـاه تـوالی سـه تایی بیشینه ساز F_{max} این پدیده ها به صورت <a-b-c> خواهد بود.

بر اساس قاعدۀ فوق، الگوریتم پاد ایکـرزx بـه صـورت زیـر ارائه می گردد:

۱ ـ پدیده ها را بـر اسـاس طـولانی تـرین زمـان پـردازش (LTP)[4] بر روی اولی ترین (اوّلین) منبع مرتب کنید (اگر زمان پردازش چند پدیده، بر روی اولین منبع برابر بـود، از زمان پردازش آنها بر روی دوّمین منبع استفاده کنید و در صورت تساوی، ایـن رویـه را بـر روی منـابع بعـدی تکـرار نمایید).

۲ ـ فـرض کنیـد، تـوالی حاصـله از مرحلـۀ ۱ بـه صـورت $<J_1-J_2-J_3-\ldots-J_{n-1}-J_n>$ باشد. پدیده های مجاور در این توالی را به روش ترسیمی ایکرز[5] با هـدف بیـشینه سـازی F_{max} با هم مقایسه کنیـد (Akers & Friedman, 1955, 429-442). بهتر است، از یـک سـمتِ تـوالی اوّلیـۀ فـوق، مقایسات را شروع کنید. بر اساس قاعـدۀ بـسط مقایـسات زوجی، توالی های دو تایی را بـه تـوالی هـای سـه تـایی و بیشتر بسط دهید، تا آنجـا کـه تمـام n پدیـده بـر اسـاس مقایسات زوجی و این قاعده مرتب شوند. بعنوان مثال، اگر پدیدۀ J_1 را با پدیدۀ J_2 مقایسه کردید و توالی فوق پا برجا ماند، آنگاه پدیدۀ J_2 را با پدیـدۀ J_3 مقایـسه کنیـد و ایـن روند را تا به آخر ادامه دهید. اگر در مقایـسۀ پدیـدۀ J_1 بـا پدیدۀ J_2، پدیدۀ J_2 بر اساس بیشینه سـازی F_{max} مقـدّم گردید، آنگاه در توالی اوّلیّه ی فـوق جـای آنهـا را بـا هـم

[2] توجّه دارید، که طبق گام ۱ از *برنامۀ زمانی چیدمان ثابت منابع با معیار بدبینانه* بـه دنبال یافتن بدترین توالی پدیده ها هـستیم، تـا بـر اسـاس آن تـوالی مطلـوب منـابع را تعیین نماییم.

1 . Regular

3 . Permutation flow shop

4 . Longest Processing Time

5 . Akers' graphical method

عوض و لذا، در مقایسهٔ بعدی J_1 را با J_3 مقایسه نمایید. همچنین، اگر در مقایسهٔ J_1 با J_2، توالی اوّلیه محفوظ ماند، امّا، در مقایسهٔ J_2 با J_3 ، J_3 بر J_2 مقدّم شد، آنگاه باید J_1 را با J_3 نیز مقایسه کنید. در نتیجهٔ این مقایسه، اگر J_1 مقدّم ماند، توالی ترکیبی این سه پدیده به صورت $\langle J_1\text{-}J_3\text{-}J_2 \rangle$ می شود و اگر J_3 بر J_1 نیز مقدّم گردید، توالی ترکیبی این سه پدیده به صورت $\langle J_3\text{-}J_1\text{-}J_2 \rangle$ می گردد. در مقایسات دوتایی پدیده ها به روش ترسیمی اگر مقدار F_{max} هر دو مسیر (هر ۲ توالی) برابر گردید، پدیده ای مقدّم می گردد، که زمان پردازش طولانی تری بر روی منبع اولی تر دارد. اگر این زمان نیز برای دو پدیده برابر گردید، آن دو پدیده برای انتخاب علی السویه هستند.

۳ ـ اگر $n = ۲$ باشد، F_{max} محاسبه شده از روش ترسیمی ایکرز مقدار مورد نظر است و اگر $n > ۲$ باشد، بر اساس توالی نهایی پیدا شده بر اساس نمودار گانت (یا هر روش دیگر)، مقدار F_{max} را بیابید.

چند نکته: الف) علّت نامگذاری این الگوریتم به پاد ایکرزx آن است، که بر اساس مقایسات زوجی روش ترسیمی ایکرز طراحی شده است، لکن، چون با هدف بیشینه سازی F_{max} طراحی شده، از عبارت « پاد» در ابتدای نام الگوریتم استفاده شده است. از طرفی چون توسعه ای از الگوریتم مربوطه به هر میزان n است، از نماد x استفاده شده ـ که در ادبیات رایانه ای به معنای « از یک نسخه به بعد» است. همچنین، اگر $n \geq ۴$ باشد، آنگاه در نتیجهٔ حل ترسیمی مطرح شده، شکل یا أشکالی به صورت x ایجاد می شود و اگر $n < ۴$ باشد نیز در نتیجهٔ حل، شکلی شبیه بخشی از حرف x ایجاد می گردد. ب) اگر $n = ۱$ باشد، نیازی به هیچ مقایسه ای نیست و F_{max} برابر با مجموع زمان پردازش آن تک پدیده بر روی تمام منابع است. ج) مقدار بیشینهٔ F_{max} پیدا شده برای زمانبندی بدون توقّف است؛ یعنی: اگر نوبت پردازش پدیدهٔ a بر روی منبع R فرا رسیده است و R در حال پردازش کردن پدیده ای نیست، آنگاه نمی توان زمان انتظار تحمیلی ایجاد کرد، تا مقدار F_{max} افزایش یابد. بدیهی است، اگر توقّف جایز بود، مقدار F_{max} را با هر توالیی به طور نامحدود می توانستیم افزایش دهیم. د) توجّه داشته باشید، که در اینجا بیشینه سازی F_{max} مدّ نظر است و لذا، مقدار نهایی F_{max} و توالی پیدا شده، جواب مطلوب یا بهینهٔ الگوریتم است و نه جواب بدینه. اگر مقدار F_{max} بهینه (بیشینه) را به ازای تمام $m!$ ترتیب مختلف منابع از الگوریتم پاد ایکرزx بیابید، آنگاه از آنها به عنوان مقادیر بدینهٔ مورد نیاز مرحلهٔ ۱ از برنامهٔ زمانی چیدمان ثابت منابع با معیار بدبینانه می توانید استفاده کنید.

پیچیدگی حل مدل های محتاطانه

از آنجایی که اکثر مسائل زمانبندی (حتّی بسیاری از مسائل کوچک و ظاهراً ساده) غیر چند جمله ای کامل[1] هستند، با افزایش تعداد منابع (m) و پدیده ها (n) دستیابی به حل بهینه بسیار وقت گیر خواهد بود.

تعیین توالی منابع در شرایطی که توالی پدیده ها نا معیّن است، در حالت کلّی بسیار پیچیده است. مدلهایی چون: $n/m/G/F_{max}$ و $n/m/f/F_{max}$، که در آنها G مبین سیستم پردازشی تولید کارگاهی عمومی[2] و f نیز نماد سیستم پردازشی کارگاه سری کاری[3] است، به ازای $m \geq ۳$ غیر چند جمله ای کامل هستند. همچنین، اگر زمان های آماده سازی پدیده ها (r_i ها) صفر نباشند، آنگاه: مدل هایی به صورت $n/۱//B$، که در آن B یکی از معیارهای سنجش C (زمان تکمیل پدیده ها)، T_{max} (حداکثرنا بهنگامی یا تأخیر)، L_{max}، E_{max} (حداکثر تعجیل)، T، E (زمان تعجیل کل) و یا ET (مجموع زودکرد و دیرکرد پدیده ها) می باشد، غیر چند جمله ای کاملند(Laguna, 2004, 23). البته، معیارهای دیگری (از جمله: معیارهای معادل و متضاد شش معیار فوق) نیز می توانند جای B قرار گیرند و مدل اخیر را غیر چند جمله ای کامل سازند. در مورد مدل های زمانبندی در شرایط عدم اطمینان کامل، باید مقادیر بهینهٔ معیار عملکرد مدل های قطعی به ازای حداقل تمام توالیهای فرضی مختلف منابع (یا پدیده ها) حاصل گردند و سپس طبق روش های حل مسائل تئوری بازی های دو نفرهٔ مجموع ـ صفر از میان آنها توالی بهینه یا مناسب منابع را یافت. لذا، اگر یک مدل قطعی در تعیین توالی پدیده ها غیر چند جمله ای

1 . NP-Complete
2 . General job shop
3 . Flow shop

کامل باشد، مدل محتاطانهٔ معادل آن نیز غیر چند جمله ای کامل و پیچیده تر از مدل قطعی مربوطه است. مثلاً، مدل $۳?/\underline{m}/Fi/F_{max}$ یک مدل غیر چند جمله ای کامل است. واضح است، که بعضی از مدل های زمانبندی قطعی موجود پدیده ها ـ که غیر چند جمله ای (NP) یا غیر چند جمله ای کامل نبوده اند ـ در صورت تبدیل به مدل محتاطانه احتمال دارد، که غیر چند جمله ای گردند و لذا، فقط درصد بسیار کوچکی از مسائل محتاطانه چند جمله ای (P) هستند. توجّه دارید، که این مسائل مشابه ولی پیچیده تر از مسائل غالباً فوق العاده سخت محیط کارگاه آزاد هستند. برای تبیین مرتبهٔ پیچیدگی زمانی حل مدل مورد بررسی این تحقیق و روشهای مربوطه به بیان قضیهٔ ذیل می پردازیم:

قضیهٔ ۱ ـ حل مدلهایی به صورت $n?/\underline{m}/A/B$، به ازای هر معیار B و هر نوع چیدمان A و $n \geq ۲$ شدیداً غیر چند جمله ای سخت[1] است.

اثبات ـ اگر حل مسائلی به شکل $n/m/\tilde{A}/B$ که در آن $\tilde{A}$ محیط پردازشی مرتبط با چیدمان A است، با سریع ترین الگوریتم ممکن، از مرتبهٔ $O(r)$ باشد - که در آن r هر تابعی از m و n می تواند باشد - آنگاه، چون باید حداقل به ازای تمام $m!$ ترتیب مختلف منابع، مدل $n/m/\tilde{A}/B$ حل گردد، پیچیدگی زمانی حل مدل $n?/\underline{m}/A/B$ حداقل برابر $O(m!r)$ خواهد بود، که شدیداً غیر چند جمله ای سخت است. بدیهی است، برای $n = ۱$ نیازی به حل مدل $n/m/\tilde{A}/B$ نیست و در مورد مدل $n?/\underline{m}/A/B$ نیز بسته به معیار مدل، شاید نیاز به حل مدل نباشد، چون به ازای بعضی از معیارها و مدل ها، مقدار B در صورتی که $n = ۱$ باشد، ثابت خواهد بود. از طرف دیگر، به عنوان راه حل دوّم، می دانیم، که مدل مشابه مدلمان در زمانبندی و توالی عملیّات برای کمینه سازی معیار F_{max}، $n/۲/O/F_{max}$، که در آن O نمایانگر کارگاه آزاد است، شدیداً غیر چند جمله ای سخت می باشد و بدیهی است، که برای $m \geq ۳$، مسأله سخت تر خواهد بود. بعلاوه، به ازای بسیاری از معیارهای سنجش عملکرد دیگر مسأله سخت تر و حتّی از نوع آزاد[2] خواهد شد (Gonzalez & Sahni, 1976, 665-679).

بنابر قضیه فوق حل مدل های مورد نظر این تحقیق شدیداً غیر چند جمله ای سخت هستند.

آزمون

در این قسمت، روش حل مدل محتاطانه و بخصوص برنامهٔ زمانی چیدمان ثابت منابع با معیار بدبینانه (در توالی ثابت پدیده ها) و الگوریتم پاد ایکرزx، با یک مثال کاربردی تشریح می گردد:

مثال ۱ ـ شهرداری یک منطقه قرار است به سه تقاطع نزدیک به هم A، B و C از یک خیابان برای بهبود حمل و نقل عمومی و بر اساس بودجهٔ خود و هزینه های مربوطه، یک میدان (R_1)، یک پل هوایی (R_2) و یک چهار راه (R_3) اختصاص دهد ($\overline{AB} = \overline{BC}$). بدیهی است، از این خیابان، هم انسان (J_1) و هم خودرو (J_2) عبور می کند. زمان گذر هر پدیده از هر منبع در جدول زیر آمده است. ترتیب بهینهٔ ثابت منابع را برای کمینه سازی F_{max} بیابید (اولی ترین منبع در تقدّم در A و آخرین منبع در C قرار می گیرد).

جدول ۱ ـ ماتریس فرضی زمان های پردازش (p_{ij}) مثال ۱

J_i	p_{ij} (دقیقه)		
	R_1	R_2	R_3
1	۳	۴	۱
2	۲	۰	۵

حل: بدیهی است، که این مثال، یک مثال خلاصه و ساده شده با اعداد فرضی است. در هر تقاطع نیز معلوم نیست، در یک لحظهٔ خاص از یک منبع، ابتدا انسان عبور می کند یا خودرو و لذا، از روش نظریهٔ بازی بایست سود جست. طبق الگوریتم پاد ایکرزx، به ازای هر توالی منبعی، توالی بدینهٔ پدیده ها و مقدار F_{max} بدست آمده است، که با

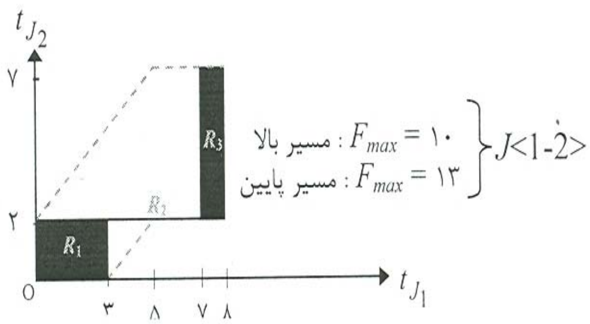
1 . Strongly NP-hard

2 . Open

توجّه به تعداد حالات نسبتاً زیاد و در نتیجـه، حجـم زیـاد صفحه برای نشان دادن روش ترسیمی و نیز به خاطر ساده سازی محاسبات، فقط در مورد توالی R<1-2-3> روش حل نشان داده می شود.

توالی اوّلیّه: $R<1\text{-}2\text{-}3> \Rightarrow J_1<1\text{-}2>; J_1:$

شکل ۲ ـ تصویر الگوریتم پاد ایکرزx برای حل یک ترتیب از مثال ۱



همانطور که ملاحظه می‌شود، توالی $J<1\text{-}2>$ برای $R<R_1\text{-}R_2\text{-}R_3>$ تثبیت می‌شود. نتایج محاسبات به ازای کل توالی‌ها در جدول ۲ آمده اند.

جدول ۲ ـ یافتن توالی بدینهٔ و بهینهٔ پدیده ها

توالی منبع	$R<1\text{-}2\text{-}3>$	$R<1\text{-}3\text{-}2>$	$R<2\text{-}1\text{-}3>$	$R<2\text{-}3\text{-}1>$	$R<3\text{-}1\text{-}2>$	$R<3\text{-}2\text{-}1>$
توالی بدینهٔ پدیده‌ها	$J<1\text{-}2>$	$J<2\text{-}1>$	$J<1\text{-}2>$	$J<1\text{-}2>$	$J<2\text{-}1>$	$J<2\text{-}1>$
F_{max}	۱۳	۱۲	۱۴	۱۲	۱۴	۱۳
$\min\{F_{max}\}$	۱۲					

لذا توالی بهینهٔ خالص منابع به صورت $R<1\text{-}3\text{-}2>$ و $R<2\text{-}3\text{-}1>$ خواهد بود. البته، اگر بوسیلهٔ شمارش کامل، مـاتریس دریافت پدیده‌ها را از نظر معیار F_{max} تشکیل دهیم، به صورت زیر خواهد بود، کـه نتیجـهٔ الگـوریتم پـاد ایکـرزx را تأییـد می‌کند.

		R_j					
		<1-2-3>	<1-3-2>	<2-1-3>	<2-3-1>	<3-1-2>	<3-2-1>
J_i:	<1-2>	۱۳	۱۰	۱۴	۱۲	۸	۱۰
	<2-1>	۱۰	۱۲	۸	۱۰	۱۴	۱۳

بسادگی می‌توان ستون‌های اوّل و آخـر مـاتریس فـوق را حـذف نمـود. ۴ سـتون باقیمانـده در واقـع، دو سـتون هستند، که معکوس شده‌اند و لذا، می‌توان فهمید، که در این بازی دو نفرهٔ مجموع ـ صفر، راهبرد بهینهٔ پدیـده‌هـا J_i: (۰/۵ ,۰/۵) است. البتـه در اصـل، ایـن بـازی جـواب بهینهٔ دگرین[1] نیز دارد؛ یعنی: بیشمار توالی مختلط بهینهٔ منابع وجود دارند، که [حداکثر] مقدار F_{max} را برابـر ۱۱ مـی‌سـازند و چـون ۱۱ از ۱۲ کمتـر اسـت، تـوالی‌هـای خالصی که قبلاً پیدا شده بودند، تـوالی‌هـای بهینـهٔ یـک سیستم چیدمان متغیّر نیستند. تمـام تـوالی‌هـای بهینـهٔ متغیّر منابع را به صورت راهبـرد R_j:۰/۵(۰, λ, ۱ - λ, λ, ۱ - λ, ۰); ۰ ≤ λ ≤ ۱ می‌توان نشان داد، که بـه ازای آنها F_{max} حداکثر برابـر ۱۱ خواهـد شـد. توجّـه داریـد، همـانطور کـه قـبلاً گفتـه شـد، سـتون‌هـای اوّل و آخـر ماتریس پرداخت (معـادل چیـدمانهای نـوع اوّل و شـشم منـابع)، هـیچ وقـت انتخـاب نمـی‌شـوند. راهبـرد R_j: (۰, ۰/۵, ۰, ۰/۵, ۰, ۰) بیانگر آن است، که ترتیب منابع باید بین دو چیدمان قرینـهٔ R<1-3-2> و R<2-3-1> بـه طور تصادفی و با فراوانی برابر تغییر کنـد. بـدیهی اسـت، پیاده سازی راهبرد مختلط (چیدمان متغیّر) بـرای مثـال مذکور، در عمل غیر ممکن است.

برنامهٔ زمانی چیدمان ثابت منابع با معیار بدبینانه همواره جواب درستی ارائه می‌دهد، زیرا بر اساس منطـق نظریـهٔ بازی و معیار مینیمکس است.

بدیهی است، الگوریتم ابتکاری خاص پاد ایکرز x نیز برای مسائل ۱ × m و ۱ × n همواره جـواب بهینـه مـی‌دهـد، چون مقدار F_{max} در این حالات ثابت و برابر مجموع زمان پردازش پدیده(ها) بر روی منابع (تک منبع) اسـت. ایـن الگـوریتم بـرای مـسائل ۲ × m نیـز جـواب بهینـه می‌دهد، زیرا آن مسائل، همـان مـسائل الگـوریتم ایکـرز هستند، که فقط هدف در اینجا بیشینه‌سازی ولی منطق یکی است. بـرای بررسـی صـحّت کـار ایـن الگـوریتم در محیط های $n \times m$ (بـرای ۲≤ m و ۳ ≤ n) آزمایـشات جامعی صـورت گرفتـه اسـت. بـدین منظـور ۶۵ مـسألهٔ بزرگ، متوسّط و کوچک (با انـدازه‌هـای $n \times m$ = ۲×۳، ۳×۳، ۵×۳، ۱۰×۳، ۲۵×۳، ۲×۴، ۳×۴، ۴×۴، ۵×۴، ۱۰×۴، ۲۵×۴، ۲×۵، ۳×۵، ۵×۵، ۱۰×۵، ۲×۶، ۳×۶، ۵×۶، ۱۰×۶، ۲×۱۰، ۳×۱۰، ۵×۱۰، ۱۰×۱۰، ۲×۱۵، ۳×۱۵، ۵×۱۵، ۱۰×۱۵، ۲×۲۴، ۳×۲۴، ۵×۲۴، ۲×۲۵، ۳×۲۵، ۳×۲۶، ۲×۲۶ و ۲×۴۰) مورد بررسی قرار گرفتنـد. فـرض اوّلیه آن بود، که الگوریتم پیشنهادی بـرای تمـام مـسائل جواب بهینه می‌دهد. امّا، فرض اینکه الگوریتم پیشنهادی در مورد تمـام مـسائل از تمـام تـوالی‌هـا جـواب بهتـری می‌دهد، بر اساس مسائلی که طراحی شده بـود، نیازمنـد محاسبهٔ مقدار F_{max} به ازای $۸/۱۶ \times ۱۰^{۴۷}$ تـوالی اسـت، که با صـرف میلیاردهـا قـرن، نـرم افـزار و سـخت افـزار و نیروی انسانی نیز امکان پذیر نیست و لذا، بررسی تمـام توالی‌ها امکان پذیر نمی‌باشـد و فـرض مـی‌شـود، مقـدار معیـار حاصـل از الگـوریتم پیـشنهادی از ۹۰٪ تـوالی‌هـا جواب بهتری می‌دهد. پس، آنقدر نمونه برمی‌داریم، کـه با احتمال بیش از P_a مطمئن باشیم، به اوّلین چیـدمانی که مقدار معیار زمانی مورد نظر را نسبت به مقدار حاصل از چیدمان الگوریتم پیشنهادی کمتر می‌کند، رسیده‌ایم. اگر از هر مسأله، مقدار F_{max} حداقل بـرای N' چیـدمان

1 . Alternative optimal solution

مورد بررسی قرار گیرد ـ که یکی از آن چیدمان‌ها، توالی حاصل از الگوریتم پاد ایکرزx است ـ آنگاه:

$$\sum_{i=۰}^{N'}\binom{D}{۱}\binom{n!-D-i}{۰}\Big/\binom{n!-i}{۱} > \mathrm{P_a} \Rightarrow \qquad (۱)$$

$$\sum_{i=0}^{N'}(n!-i)^{-1} > \mathrm{P_a/D} \quad ; \quad \mathrm{N'} < \mathrm{n!} - \mathrm{D}$$

در رابطهٔ (۱)، D تعداد چیدمان‌هایی است، که نتیجه‌ای بهتر از چیدمان پیشنهادی می‌دهد و طبق توضیحات فوق می‌توان آن را برابر با ۰/۱n! در نظر گرفت. مقدار $\mathrm{P_a}$ برای اطمینان کافی و کاهش حجم نمونه (با توجّه به غیر چند جمله‌ای سخت بودن این مسائل) ٪۶۵ فرض شده است. پس، رابطهٔ (۱) به صورت زیر در می‌آید:

$$\sum_{i=0}^{N'}(n!-i)^{-1} > ۱۳/(۲\mathrm{n!}) \qquad (۲)$$

کوچکترین مقدار ´N که رابطهٔ (۲) را برقرار سازد ـ که قطعاً کوچکتر از ۰/۹n! خواهد بود ـ تعداد چیدمان‌های نمونه‌ای مورد محاسبه را بدست می‌دهد. اگر ´N حاصل از رابطهٔ (۲) را برای تمام ۶۵ مسألهٔ تصادفی نام برده شده حساب کنیم، مجموعاً نیاز به محاسبهٔ ۳۱۵ مقدار F_{max} است. البته، برای اطمینان بیشتر برای بیش از ۳۱۵ توالی ـ که بیش از ۶۵ تای آنها توسّط الگوریتم پاد ایکرزx پیشنهاد شده بودند ـ مقدار F_{max} محاسبه گردید[1]. در هیچ یک از مسائل، توالی ای یافت نشد، که از توالی(های) حاصل از الگوریتم نتیجه‌ای بهتر بدهد. با توجّه به حجم زیاد فضای مورد نیاز برای ثبت مسائل و نتایج و عدم وجود استثناء از ذکر مسائل و مقادیر F_{max} پیدا شده خودداری می‌گردد[2]. بنابراین، می‌توان « بیش از» ٪۶۵ مطمئن بود، که توالی حاصل از الگوریتم ابتکاری پاد ایکرزx برای هر یک از مسائل مورد آزمون از « بیش از» ٪۹۰ توالی‌های مختلف ممکنهٔ پدیده‌ها نتیجهٔ بهتری می‌دهد (البته، بنابر نتایج توالی‌های محاسبه شده، تخمین نقطه‌ای برای درصدی از توالی‌ها که نتیجه‌ای بهتر از توالی حاصل از الگوریتم پیشنهادی می‌دهند، برای تمام مسائل صفر است و نتیجتاً، تخمین بازه‌ای این نسبت هم برای تمام مسائل صفر می‌شود و اگر مقدار این نسبت را به کل مسائل بسط دهیم، می توان بیش از ٪۶۵ مطمئن شد، که تقریباً به ازای هر مسئلهٔ مفروضی، ترتیبی از پدیده‌ها وجود ندارد، که از توالی(های) حاصل از این الگوریتم مقدار معیار سنجش بهتری بدست بدهد).

نتیجه گیری

« فقط پدیده ها نیستند، که می توان آنها را مرتّب کرد، بلکه، منابع را نیز بنا بر معیارهای عملکرد زمانی می توان چیدمان نمود».

در این مقاله، ترتیب گذاری در حالت عدم اطمینان کامل و شرایط تعارض، برای اوّلین بار در مدل های زمانبندی داخل گردیدند و نیز مدل های ترتیب گذاری منابع در شرایطی که ترتیب پدیده ها نا معلوم است، بررسی و کاربرد آنها نیز مختصراً مورد اشاره قرار گرفت. اگر در ترتیب گذاری منابع، توالی پدیده ها معلوم نباشد، باید ترتیب گذاری منابع طوری باشد، که تحت هر ترتیب ممکنهٔ حضور پدیده ها بر سر منابع، نتیجهٔ بدی گرفته نشود. به عبارت دیگر، باید منابع را با احتیاط (هوشیارانه) چید و این چیزی است، که در نظریهٔ بازی ها مورد بررسی قرار می گیرد و لذا، مدل های مربوط به این مسائل را مدل های محتاطانه نامیدیم. در این گونه ترتیب گذاری ها با یک بازی دو نفرهٔ مجموع ـ صفر بین منابع و پدیده ها مواجه ایم، که ماتریس دریافت آن، مقدار معیارهای عملکرد به ازای چیدمان های مختلف منابع و پدیده ها ست. در این تحقیق، روش کلّی حل تمام مسائل (مدل های) محتاطانه ارائه گردید. از آنجا که این روش کلّی، نیازمند شمارش کامل ترکیب تمام چیدمان های ممکن منابع و پدیده ها ست، حل آن بسیار وقت گیر است. از طرفی، ممکن است، نتیجهٔ آن یک راهبرد مختلط (توالی متغیّر منابع) باشد، که عملاً امکان پذیر نباشد. برای مواردی که چیدمان منابع باید از نوع ثابت باشد، برنامهٔ

[1]. در چند مسأله، الگوریتم، بیش از یک توالی مطلوب با مقدار F_{max} یکسان می دهد، از طرفی، در بعضی از مسائل کوچک مقدار F_{max} به ازای تمام توالیها محاسبه شده است.

[2]. توجّه دارید، که هدف اصلی این تحقیق بیان روش حل کلی مدل های محتاطانه و برنامهٔ زمانی چیدمان ثابت منابع با معیار بدبینانه بود و برای اینکه راه حلی برای استفاده از برنامهٔ زمانی چیدمان ثابت منابع با معیار بدبینانه ارائه گردد، الگوریتم پاد ایکرز**x** پیشنهاد شد و برای نشان دادن عملکرد خوب آن نتایج بررسی آن به صورت مثال و آزمون بیان شد. همچنین، به کمک روش ترسیمی سه بُعدی می توان نشان داد، که قاعدهٔ بسط مقایسات زوجی کاملاً درست و در نتیجه، الگوریتم پاد ایکرز**x** به ازای ۳ = n نیز همواره جواب دقیقی بدست می دهد.

زمانی چیدمان ثابت منابع با معیار بدبینانه ارائه گردید، که بجای یافتن $m!n!$ مقدار برای معیار مسأله، فقط نیاز به $m!$ مقدار برای حل آن دارد! این برنامهٔ زمانی نیز برای یافتن جواب بهینهٔ تمام مدل ها قابل استفاده است؛ امّا، نیاز به بدینه سازی معیار عملکرد مدل دارد، که تا بحال مورد بررسی محقّقان نبوده است. در نتیجه، پیشنهاد می گردد، که محقّقان بر روی مدل هایی که با هدف بدینه سازی (معمولاً بیشینه سازی) معیارهای سنجش طراحی می شوند، کار کرده تا الگوریتم های سریعی در این زمینه طراحی کنند. البته، الگوریتم پاد ایکرزx، نیز برای بیشینه سازی F_{max} پیشنهاد شد، تا در برنامهٔ زمانی فوق استفاده گردد. از جمله مزایای این برنامهٔ زمانی آن است، که نشان داد: « اگر بدنبال یافتن یک راهبرد خالص برای حل مسائل بازی های چند نفره هستیم، نیاز به داشتن اطلاعات تمام درایه های ماتریس دریافت نیست، که این نتیجه در نظریهٔ بازی قابل استفاده است». این یکی از همان ایده هایی است، که از تعامل زمانبندی و حوزه های دیگر ریاضیات ظهور کرد.

اکثر مدل های محتاطانه، مدل هایی پیچیده و از نظر زمان حل غیر چند جمله ای کاملند. نشان داده شد، که حل مدل های به شکل $n?/\underline{m}/A/B$ به ازای هر معیار عملکرد B و چیدمان A و نیز $n \geq ۲$ شدیداً غیر چند جمله ای سخت است و مرتبهٔ پیچیدگی زمانی برنامهٔ زمانی ارائه شده برای حل این مدل (حتّی برای چیدمان یا همان A ثابت)، بزرگ تر از $O(m!)$ است و این نشان می دهد، که برای m های نسبتاً بزرگ باید زمان زیادی برای حل مدل های محتاطانه صرف نمود.
نتایج آزمون های دقیق صورت گرفته نشان می دهد، که الگوریتم پاد ایکرزx برای یافتن یک یا چند توالی ثابت منابع که مقدار F_{max} را بیشینه می سازد، معتبر و قابل اطمینان است.

منابع و مآخذ :

۱. اسکونژاد، محمد مهدی « اقتصاد مهندسی یا ارزیابی اقتصادی پروژه های صنعتی »، مرکز نشر دانشگاه صنعتی امیر کبیر (پلی تکنیک تهران) و مرکز نشر دانشگاه تفرش، تهران، زمستان ۱۳۷۸، چاپ یازدهم، ۱۲_۱۳.
۲. دهنار صیدی، حمید رضا، راهنما: محمد تقی تقوی فرد « چیدمان منابع کاری بر اساس معیارهای زمانی»، پایان نامهٔ کارشناسی ارشد مهندسی صنایع (مهندسی سیستم های اقتصادی و اجتماعی)، دانشگاه آزاد اسلامی (واحد علوم و تحقیقات تهران، دانشکدهٔ فنی و مهندسی)، ۱۳۸۵، ۱، ۷، ۱۲-۲۵، ۵۷-۵۸، ۹۱، ۹۳ و ۱۰۷.
۳. دهنار صیدی، حمید رضا (۱۳۸۵) « Resource sequencing games » مهندسی سیستم های تولیدی ـ اقتصادی (مُستا)، پیش شماره، معاونت فرهنگی واحد علوم و تحقیقات تهران، (آذر)، ۱۱-۱۵ .

4. Akers, S. B. & J. Friedman (1955) “A non-numerical approach to production scheduling problems” Operations Research, 3, INFORMS, 429-442.
5. American Mathematical Society (AMS) “Machine Scheduling/ 4. Performance Measures”, <http://www.ams.org>, [2006/11/25].
6. Gonzalez, T. & S. Sahni (1976), “Open shop scheduling to minimize finish time” Journal of the ACM, 23:4, 665-679.
7. Laguna, Manuel; “Sequencing and Scheduling”, Fall 2004, SYST 7330, University of Colorado at Boulders, Leeds School of Business, Slide 23.
8. MacCarthy, Bart L. & John R. Wilson (2001) “HUMAN PERFORMANCE IN PLANNING AND SCHEDULING” Taylor & Francis, St Edmundsbury Press, 67.