مجله
پژوهش های مدیریت
شماره ۸۶ - پاییز ۱۳۸۹

توسعه الگوریتم فوردیس و وبستر برای حل مسائل سفارشات دوره‌ای با هزینه‌های فازی

دکتر ناصر حمیدی *
پروانه سموئی **
مهدی اقبالی ***

چکیده

یکی از الگوریتم‌هایی بسیار مفیدی که در کنترل کارآمد موجودی و تعیین سیاست سفارش‌دهی مناسب برای حل مسائل سفارشات دوره‌ای استفاده می‌شود، الگوریتم فوردیس و وبستر است. اما با وجود تمام کارایی‌هایی که این الگوریتم داراست، تنها می‌تواند زمانی مورد استفاده قرار گیرد که هزینه‌های موجودی مقادیری قطعی هستند. این در حالی است که در دنیای واقعی عوامل زیادی نظیر تغییرات نرخ ارز و تورم باعث ایجاد نوسان در هزینه‌های موجودی می‌گردند. لذا در این مقاله سعی می‌شود به دلیل مزایایی این الگوریتم، توسعه‌ای از آن‌را برای شرایطی که هزینه‌های خرید، سفارش‌دهی و نگهداری از نوع اعداد فازی مثلثی هستند، صورت گیرد. برای نشان دادن الگوریتم پیشنهادی جدید یک مثال عددی نیز بیان گردیده‌است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی جدید، از قابلیت انعطاف زیادی برخوردار می‌باشد.

واژگان کلیدی :

کنترل موجودی، برنامه‌ریزی تولید، سفارشات دوره‌ای، الگوریتم فوردیس وبستر، تئوری مجموعه‌ی فازی

* استادیار، عضو هیات علمی تمام وقت دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین
قزوین- خیابان دانشگاه – بلوار نخبگان – دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین
** دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین
قزوین- خیابان دانشگاه – بلوار نخبگان – دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین
*** دانش آموخته کارشناسی مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین
قزوین- خیابان دانشگاه – بلوار نخبگان – دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین

نویسنده مسئول یا طرف مکاتبه : دکتر ناصر حمیدی

تاریخ دریافت مقاله : ۸۷/۸/۹ — تاریخ اصلاحات مقاله : ۸۷/۹/۲۴ — تاریخ پذیرش مقاله : ۸۷/۱۰/۱۲

مقدمه

یکی از مسائلی که ذهن بسیاری از مهندسین و مدیران واحدهای تولیدی و بازرگانی را به خود اختصاص می‌دهد، کنترل و مدیریت موجودی‌های سیستم می‌باشد. در واقع آنها همواره به دنبال این پاسخ بوده‌اند که کی و چه مقدار ماده، محصول و یا قطعه‌ی مورد نظر خود را با توجه به شرایط بازار و محدودیت‌های داخلی سفارش دهند (تولید کنند) تا هزینه‌های موجودی سازمان در حداقل مقدار خود قرار گیرد. در این راستا بسیاری از محققین مدل‌های مختلفی را برای کنترل موجودی در شرایط گوناگون ارائه داده‌اند. یکی ازاین مدل‌ها، مدل‌هایی هستند که در آنها برای چند دوره میزان مصرف معین بوده ولی لزوماً با هم برابر نیستند. کاربرد این مدل‌ها را می‌توان در شرایط روزمره‌ی صنعتی و تجاری مشاهده نمود (حاج شیر محمدی(۱۳۸۲)).

هزینه‌های موجودی از مهمترین پارامترهای مدل‌های کنترل موجودی هستند که می‌توان در تمام مدل‌ها با آن مواجه شد. عمده‌ی هزینه‌های موجودی را می‌توان به هزینه‌های خرید، هزینه‌های سفارش‌دهی و هزینه‌های نگهداری طبقه‌بندی نمود. در بسیاری از مدل‌های پایه‌ی کنترل موجودی، مقادیر هزینه قطعی در نظر گرفته شده‌اند. اما با این حال در دنیای واقعی عوامل زیادی نظیر تغییرات نرخ تورم و یا نوسانات نرخ ارز می‌تواند در عدم قطعیت این هزینه‌ها صحّه‌گذاری نماید. البته گاهی اوقات این عدم قطعیت را می‌توان به کمک تئوری احتمال رفع و رجوع نمود. اما با این اوصاف بعضی از مواقع حتی این تئوری نیز نمی‌تواند مناسب واقع شود. در چنین مواقعی تئوری مجموعه‌های فازی می‌تواند مانند یک ابزار مناسب برای مدیریت تولید و کنترل موجودی در زمانی که پویایی محیط مانع تعیین دقیق پارامترهایی نظیر هزینه می‌شود، کاربرد داشته باشد.

از سوی دیگر یکی از روش‌های بسیار مفیدی که برای حل مدل‌های سفارشات دوره‌ای در برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی استفاده می‌شود، الگوریتم فوردیس و وبستر است. البته در این الگوریتم تمام پارامترها قطعی بوده و خاصیت عدم قطعیت هزینه‌ها در نظر گرفته نشده‌اند (خوانندگان محترم می‌توانند برای کسب آگاهی از روش فوردیس و وبستر با داده‌های قطعی به مرجع (حاج شیر محمدی۱۳۸۲) مراجعه نمایند). لذا در این مقاله سعی می‌گردد برای زمانی که ماهیت عدم قطعیت هزینه‌ها از نوع فازی هستند توسعه‌ای از این الگوریتم صورت پذیرد.

تعاریف و روابط

تخفیف جزیی

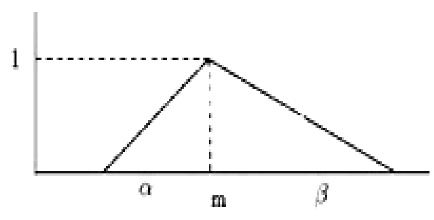
نوعی از تخفیف است که تخفیف‌ها به طور تدریجی به بخش‌های مختلف یک سفارش تعلق می‌گیرد. به گونه‌ای که برای مقدار ۰ تا q_1-۱ قیمت واحد کالا u_0، از q_1 تا q_2-۱ قیمت واحد کالا u_1،.... و برای مقادیر بالاتر از q_n، u_n واحد پولی قیمت‌گذاری شده است. در واقع در این نوع تخفیف اعداد q_1 ، q_2،....،q_n نقاط شکست قیمت‌ها هستند. بدیهی است که $u_0> u_1>....> u_n$ می‌باشد (حاج شیر محمدی (۱۳۸۲)).

عدد فازی

عدد فازی $\widetilde{M}$ از نوع L-R است، اگر تابع L برای سمت چپ، تابع R برای سمت راست و اعداد اسکالر $\alpha>0$ و $\beta>0$ با شرایط زیر موجود باشند:

$$\mu_{\widetilde{M}}(x)=\begin{cases} L(\dfrac{m-x}{\alpha}); & x\le m,\alpha>0 \\ R(\dfrac{x-m}{\beta}); & x\ge m,\beta>0 \end{cases}$$

شکل۱: عدد فازی مثلثی



در این رابطه m، α و β مقادیری حقیقی می‌باشند. عدد فازی $\widetilde{M}$ می‌تواند به شکل $(m, \alpha, \beta)_{LR}$ نشان داده شود((Noora and Karami(2008).
علاوه بر این یک عدد فازی L-R می‌تواند به شکل (a_1, a_2, a_3) نیز نشان داده شود که در آن:

$$a_1=m-\alpha \quad , \quad a_2=m \quad , \quad a_3=m+\beta.$$

جمع و ضرب اعداد فازی

فرض کنید $\widetilde{M}$ و $\widetilde{N}$ دو عدد فازی از نوع L-R و $\lambda \in R$ مقداری اسکالر باشد. در چنین حالتی روابط زیر برقرار است((Dubois & Prade (1978):

$$\widetilde{M} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$$
$$\widetilde{N} = (n, \alpha', \beta')_{LR}$$

آنگاه

$$\lambda.(m, \alpha, \beta)_{LR} = (\lambda m, \lambda \alpha, \lambda \beta)_{LR} \qquad \lambda \geq 0$$
$$(m, \alpha, \beta)_{LR} + (n, \alpha', \beta')_{LR} = (m+n, \alpha+\alpha', \beta+\beta')_{LR}$$

مقایسه و ترتیب اعداد فازی

برای رتبه‌بندی فازی روش‌های مختلفی وجود دارد، اما روشی که در این مقاله برای مرتب کردن اعداد فازی به کار می‌رود دارای ۳ معیار است. در صورتی که با به کاربردن معیار اول(سطح محصور)، تعدادی از اعداد مرتب نشده باشند به ترتیب از معیارهای دوم(مد) و معیار سوم(دامنه) استفاده می‌شود(آذر و فرجی(۱۳۸۶)).
علاوه بر این روش واضح است چنانچه برای دو عدد فازی مثلثی (b_1, b_2, b_3) و (a_1, a_2, a_3) روابط زیر برقرار باشد:

$$b_1 \leq a_1$$
$$b_2 \leq a_2$$
$$b_3 \leq a_3$$

می‌توان گفت $\widetilde{b} \leq \widetilde{a}$ می‌باشد. یعنی:

$$(b_1, b_2, b_3) \leq (a_1, a_2, a_3)$$

مروری بر تحقیقات پیشین

لی[1] و یائو (۱۹۹۸) به محاسبه‌ی مقدار EPQ با تقاضای فازی پرداختند. لین و یائو[2] (۲۰۰۰) نیز به فازی‌سازی میزان تغییرات Q و به دست آوردن مقدار اقتصادی تولید اقدام نمودند.
سامانتا و الاریمی[3] (۲۰۰۱) یک مدل کنترل موجودی فازی با مقدار متغیر سفارش را بررسی کردند.
سایه[4] (۲۰۰۲) از پارامترهای فازی نظیر هزینه‌ی موجودی، تقاضا، هزینه‌ی نصب، نرخ تقاضا و نرخ تولید برای ارائه‌ی ۲ مدل فازی برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی استفاده نمود.
مایتی و موندال[5] (۲۰۰۲) روش‌هایی برای حل مدل‌های فازی EOQ با توجه به هزینه‌های موجودی ارائه دادند که دارای توابع هدف فازی آرمانی و محدودیت فضای انبار و تعداد دفعات سفارش بودند. آنها مدل خود را با ۲ روش الگوریتم ژنتیک و برنامه‌ریزی غیرخطی فازی براساس روش زیمرمن حل نمودند.
مایتی و ماهاپاراتا[6] (۲۰۰۵) به توسعه‌ی مدل‌های موجودی فازی با توابع هدفی در مورد تقاضا، سطح موجودی، قیمت فروش و سود مورد انتظار پرداختند.
رُی[7] و همکارانش(۲۰۰۵) یک مدل موجودی فازی با محدودیت‌های فضای انبار، تعداد سفارشات و هزینه‌های تولید را در نظر گرفتند. آنها پارامترهای هزینه، توابع هدف و محدودیت‌های تصمیم‌گیرندگان را در یک محیط فازی لحاظ کردند.
اسلام و ری[8] (۲۰۰۶)یک مدل مقدار اقتصادی تولید، با توجه به انعطاف‌پذیری و قابلیت اطمینان در فرایند و تقاضای وابسته به هزینه‌های تولید توسعه دادند.

1. Lee & Yao
2. Lin & Yao
3. Samanta & AlAraimi
4. Hsieh
5. Maiti & Mondal
6. Maiti & Mahapatra
7. Roy
8. Islam & Roy

چانگ[1] و همکارانش(۲۰۰۶)(۱) یک مدل کمی برای مقدار اقتصادی تولید بر مبنای اجزای مختلف هزینه توسعه دادند.

(چانگ و همکارانش،۲۰۰۶) (۲) یک مدل زمان‌بندی برای مقدار انباشته‌ی اقتصادی تحت تقاضای فازی ارائه دادند.

(رُی و اسلام، ۲۰۰۷) یک مدل مقدار اقتصادی تولید منعطف با پارامترهای فازی، قابلیت اطمینان در فرایند، تقاضای وابسته به هزینه‌ی تولید و محدودیت انبار ارائه کردند.

(رضائی و همکاران،۱۳۸۱) مدلی برای کنترل موجودی در حالت فازی ارائه می‌دهند که هزینه نگهداری، هزینه سفارش و قیمت هر قلم، به صورت اعداد فازی نرمال ذوزنقه‌ای و مثلثی و میزان مصرف به صورت قطعی در نظر گرفته شده‌اند. برای به دست آوردن تابع عضویت مقدار سفارش و هزینه کل موجودی علاوه بر استفاده از روش α- برش، روش جدیدی براساس مفهوم اصل گسترش و مفاهیم موجود در آنالیز ریاضی، ارائه گردیده است. خروجی های مسئله (هزینه کل موجودی و میزان سفارشات) نیز فازی می‌باشند. ولی از آنجا که مقدار سفارش اقتصادی در عمل باید به صورت یک عدد قطعی و مشخص باشد، نتایج به دست آمده به حالت قطعی برگردانده شده‌اند.

(رضایی و فاطمی قمی،۱۳۸۶) در مدل‌های مرور مستمر، کلیه پارامترهای هزینه، شامل هزینه نگهداری، هزینه سفارش و هزینه کمبود را به صورت اعداد فازی مثلثی و تقاضا را به صورت احتمالی در نظر می‌گیرد. همچنین آنها با استفاده از مفهوم اصل گسترش و حساب فازی، یک الگوریتم برای به دست آوردن مقدار بهینه‌ی سفارش و نقطه بهینه سفارش مجدد در حالت فازی ارائه می‌دهند.

با توجه به توضیحاتی که در این قسمت بیان گردید، مشاهده می‌شود که برخی از محققین به مسائل برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی به دلیل اهمیت و ماهیت موضوع پرداخته‌اند، ولی در هیچ یک از تحقیقات به الگوریتم ارائه شده توسط فوردیس و وبستر که در حل مسائل سفارشات دوره‌ای بسیار مفید و کاراست، نپرداخته بودند. لذا به خاطر کارایی زیاد این الگوریتم و امکان مواجهه با هزینه‌های فازی در این مقاله توسعه‌ای از این الگوریتم برای شرایط فازی صورت می‌پذیرد.

الگوریتم پیشنهادی

قبل از آنکه به ارائه‌ی الگوریتم پیشنهادی پرداخته شود، بار دیگر ذکر می‌گردد که الگوریتم فوردیس و وبستر برای سفارشات دوره‌ای با داده‌های قطعی به کار گرفته می‌شود. لازمست پیش‌فرض‌های زیر بیان گردد.

۱. مقدار سفارش شده برای دوره‌ی i ، همواره در ابتدای دوره‌ی i به صورت آنی وارد انبار شده و مقدار مصرف دوره‌ی i نیز همواره در ابتدای دوره‌ی i به طور یک جا از انبار خارج خواهد شد.
۲. کمبود در دوره‌های سفارش‌دهی مجاز نمی‌باشد.
۳. هزینه‌ی سفارش‌دهی بستگی به میزان سفارش ندارد.
۴. هزینه‌های نگهداری در شروع دوره به ازای جمع مقدار موجودی که در طول دوره در انبار خواهد ماند به سازمان تعلق خواهد گرفت.
۵. پیش از شروع و همچنین در انتهای دوره‌ی برنامه‌ریزی، موجودی انبار صفر می‌باشد.

قابل ذکر است که این روش از یک سری ماتریس برای حل استفاده می‌کند. به گونه‌ای که سطرهای ماتریس نشان‌دهنده‌ی دوره‌های تامین و ستون‌های آن بیانگر دوره‌های مصرف می‌باشد. قابل توجه است که اگر تعداد دوره‌ها N باشد، این ماتریس، دارای ابعاد $N \times N$ می‌باشد.

اما مراحل پیاده‌سازی این الگوریتم به شرح زیر است:

گام ۱: به تعداد نوع هزینه‌هایی که دارید، ماتریس $N \times N$ تشکیل دهید.

گام ۲: هزینه‌های سفارش‌دهی را در قطر ماتریس مربوطه یادداشت نمایید. معنای چنین کاری این است که در صورت سفارش دهی در ابتدای دوره‌ی i برای مصرف دوره‌ی i و یا بعد از آن چه مقدار هزینه به سازمان تحمیل خواهد شد. به عبارت دیگر اگر هزینه‌ی سفارش‌دهی هر دوره را با Cp_i و هر خانه‌ی ماتریس را با a_{ij} نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$a_{ij} = Cp_i = (Cp_{i1} , Cp_{i2} , Cp_{i3}) \quad For \ \ i=j \ , \ \ i=1,2,\ldots,N \ , \ j=1,2,\ldots,N \tag{1}$$

1 . Chang

گــام ۳: مـاتریس هزینــه‌ی نگهـداری را تـشکیل دهیـد. خانه‌های این ماتریس نشان‌دهنده‌ی هزینه‌هایی هستند که در ازای صدور سـفارش در دوره i و مـصرف در دوره j بـه دوره j تعلق خواهد گرفتبه اگر هزینه نگهـداری هـر واحـد کالا در دوره‌ی i را با Ch_i و میزان تقاضـا در دوره‌ی مـورد نظر را با D_j و عناصر ماتریس هزینه‌ی نگهـداری را بـا b_{ij} نشان دهیم، مقادیر هر خانه به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$b_{ij}=\begin{cases}\sum_{k=i}^{j-1} D_j.Ch_k=\sum_{k=i}^{j-1} D_j(Ch_{k1},Ch_{k2},Ch_{k3})=(\sum_{k=i}^{j-1} D_j.Ch_{k1},\sum_{k=i}^{j-1} D_j.Ch_{k2},\sum_{k=i}^{j-1} D_j.Ch_{k3}) & i<j, j=1,..,N\\ (0,0,0) & i=j, j=1,...,N\end{cases} \quad (۲)$$

بدیهی است که این هزینه‌ها زیر قطر اصلی قرار نمی‌گیرند و عناصر روی قطر اصلی ماتریس برابر با صفر می‌باشند.

گام ۴: ماتریس هزینه‌ی خرید را تشکیل دهید. در تهیه‌ی این ماتریس توجه داشته باشید که اگر تخفیفی در قیمـت کالا و یا مواد وجود دارد، در این مرحله بایـد اعمـال شـود. عناصر این ماتریس را با c_{ij} نشان دهید.

گام ۵: ماتریس‌های به دست آمده در گام‌هـای قبـل را بـا هم جمع نمایید. اگر خانه‌های ایـن مـاتریس بـا d_{ij} نـشان داده شوند، این عناصر برابر هستند با:

$$d_{ij}=a_{ij}+b_{ij}+c_{ij} \quad (۳)$$

گام ۶: ماتریس تجمعی ردیفی ماتریس به دست آمـده در گام ۵ را تشکیل دهید (در این ماتریس اعداد هر خانـه بـه صورت تجمعی ردیفی از ماتریس گام ۵ به دست می‌آیـد). اگر اعـضای ایـن مـاتریس نیـز بـا e_{ij} نمـایش داده شـوند، خواهیم داشت:

$$e_{ij}=\sum_{k=i}^{j} d_{kj} \qquad j\geq i \quad , \quad j=1,2,...,N \quad (۴)$$

گام ۷: ماتریس مینـیمم دوره‌ی مـصرف قبـل را تـشکیل دهیـد. بـرای تهیـه ایـن مـاتریس مقـدار مینـیمم سـتون شماره‌ی i-1 را با اعداد ردیف i مـاتریس تجمعـی ردیفـی جمع کنید. برای این کار از روابط رتبـه‌بنـدی و مقایـسات اعداد فازی که در بخش ۲-۴ بیـان شـد، اسـتفاده نماییـد.

چنانچه عناصـر ایـن مـاتریس را نیـز بـا f_{ij} نـشان دهـیم، خواهیم داشت:

$$f_{ij}=e_{ij}+min\{f_{k,i-1}\} \quad j\geq i \quad j=2,....,N \quad k=1,2,...,i-1 \quad (۵)$$

در این ماتریس عنصر $f_{00}=(0, 0, 0)$ خواهد بود.

گام ۸: به ستون آخر ماتریس نهایی مراجعه نمایید و عدد مینیمم را مشخص نمایید (مجدداً برای پیـدا کـردن عـدد مینیمم از بخش ۲-۴ استفاده نمایید). از خانـه‌ی مربوطـه پاره‌خطی افقی را به سمت چپ تا خانه‌ی تقـاطع بـا قطـر اصلی(ستون i) ادامه دهید. پس از آن عدد مینیمم سـتون i-1 راپیدا کنید و از آن سلول مجدداً پاره‌خط افقی تا قطر اصلی را امتداد دهید. این کار را تا زمانی انجـام دهیـد کـه برای تمام دوره‌ها، برنامه‌ریزی سفارش صورت گیرد.

مثال عددی و تست الگوریتم پیشنهادی

مسئله‌ی کنترل تولید و موجودی زیر را در نظر بگیرید. اگر قیمت خرید اقلام دارای تخفیـف جزئـی باشـند، سیاسـت بهینه‌ی سفارش‌دهی و نگهداری را تعیین نمایید. داده‌های مسئله در جداول ۱ و ۲ آورده شده‌اند.

جدول ۱: میزان تقاضا و هزینه‌های سفارش دهی و نگهداری برای هر دوره

دوره	میزان تقاضا	هزینه سفارش‌دهی	هزینه نگهداری
۱	۱۰	(۷۰، ۸۰،۸۵)	(۲،۵، ۳، ۴)
۲	۱۵	(۵۰، ۶۰،۷۰)	(۱،۵، ۲، ۲،۵)
۳	۲۰	(۸۵، ۱۰۰،۱۱۰)	(۲،۵، ۳، ۴)
۴	۸	(۳۵، ۵۰،۶۰)	(۴، ۵، ۶،۵)
۵	۱۴	(۱۰۰،۱۲۰ ،۱۳۵)	(۳، ۴، ۵)
۶	۲۰	(۱۸۰،۲۰۰ ،۲۱۵)	(۲،۵، ۳، ۴)

جدول ۲: مقادیر قیمت کالا با تخفیفات جزیی

قیمت	دامنه
(٦، ٧، ٩)	٠ تا ٤٠
(٥، ٦، ٧)	٤١ تا ٦٠
(٤، ٥، ٦)	٦١ تا ٧٥
(٣، ٤، ٥)	بیش از ٧٦

حل مسئله:

با توجه به گام اول الگوریتم ماتریس‌های حل مسئله دارای ابعاد ۶×۶ می‌باشد و از آنجا که ۳ نوع هزینه(سفارش دهی، نگهداری و خرید) در سیستم وجود دارد باید به این تعـداد ماتریس مستقل ایجاد نمود. در گام بعد ماتریس هزینه‌ی سفارش‌دهی شکل مـی‌گیـرد. از آنجـا کـه سـفارش‌هـا در ابتــدای دوره۱، در ابتــدای دوره‌ی ۲ و .... یــا در ابتــدای دوره‌ی ۶ می‌تواند صـورت پـذیرد، تنهـا عناصـر روی قطـر اصلی دارای مقدار غیر صفر هستند. از سوی دیگر بـه ایـن دلیل که نمی‌توان تقاضاهای از دست داده را جبران نمـود، عناصر زیر قطر اصلی بی‌معنا خواهند بـود. بـرای ایـن کـار می‌توانید به عبارت ۱ نیز مراجعه نمایید. با انجام ایـن کـار ماتریس زیر به وجود خواهد آمد:

در گـام بعـد الگـوریتم بایـد مـاتریس هزینـه نگهـداری را تشکیل داد. با توجه به یکی از پیش‌فرض‌هـای مـسئله کـه بیان می‌کرد تمام تقاضای دوره‌ی مورد نظر در ابتدای دوره و یک جا از انبار خارج می‌شـود، عناصـر روی قطـر اصـلی صفر خواهند بود. عناصر ماتریس ۲ را نیز می‌توان با توجـه به عبارت ۲ به دست آورد:

ماتریس۱: هزینه سفارش دهی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۷۰، ۸۰،۸۵)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)
۲	—	(۵۰، ۷۰،۶۰)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)
۳	—	—	(۸۵، ۱۰۰،۱۱۰)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)
۴	—	—	—	(۳۵، ۵۰،۶۰)	(۰، ۰، ۰)	(۰، ۰، ۰)
۵	—	—	—	—	(۱۰۰،۱۲۰ ،۱۳۵)	(۰، ۰، ۰)
۶	—	—	—	—	—	(۱۸۰،۲۰۰ ،۲۱۵)

ماتریس۲: هزینه نگهداری

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۶۰، ۷۰، ۹۰)	(۹۰، ۱۰۵، ۱۳۵)	(۱۱۵، ۱۳۵، ۱۷۰)	(۴۰، ۴۸، ۵۶)	(۶۳، ۷۷، ۹۱)	(۶۸، ۸۸، ۱۰۸)
۲	—	(۹۰، ۱۰۵، ۱۳۵)	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)	(۴۵، ۵۳، ۶۶)	(۷۰، ۸۴، ۹۸)	(۸۳، ۱۰۳، ۱۲۳)
۳	—	—	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)	(۴۸، ۵۶، ۷۲)	(۸۲، ۹۶، ۱۲۲)	(۹۸، ۱۱۸، ۱۳۸)
۴	—	—	—	(۴۸، ۵۶، ۷۲)	(۸۴، ۹۸، ۱۲۶)	(۱۱۸، ۱۳۸، ۱۷۶)
۵	—	—	—	—	(۸۴، ۹۸، ۱۲۶)	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)
۶	—	—	—	—	—	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)

در مرحله‌ی بعد باید ماتریس هزینه‌ی خرید را تشکیل داد. از آنجا که هزینه‌ی خرید دارای تخفیف جزیی است، در این مرحله این تخفیف اعمال می‌شود. با انجام این کار ماتریس ۳ به وجود خواهد آمد:

در گام بعد با ماتریس جمع هزینه‌ی سفارش دهی، نگهداری و خرید به ماتریس ۴ برخورد خواهیم نمود:

ماتریس۳: هزینه‌ی خرید

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۶۰، ۷۰، ۹۰)	(۹۰، ۱۰۵، ۱۳۵)	(۱۱۵، ۱۳۵، ۱۷۰)	(۴۰، ۴۸، ۵۶)	(۶۳، ۷۷، ۹۱)	(۶۸، ۸۸، ۱۰۸)
۲	—	(۹۰، ۱۰۵، ۱۳۵)	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)	(۴۵، ۵۳، ۶۶)	(۷۰، ۸۴، ۹۸)	(۸۳، ۱۰۳، ۱۲۳)
۳	—	—	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)	(۴۸، ۵۶، ۷۲)	(۸۲، ۹۶، ۱۲۲)	(۹۸، ۱۱۸، ۱۳۸)
۴	—	—	—	(۴۸، ۵۶، ۷۲)	(۸۴، ۹۸، ۱۲۶)	(۱۱۸، ۱۳۸، ۱۷۶)
۵	—	—	—	—	(۸۴، ۹۸، ۱۲۶)	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)
۶	—	—	—	—	—	(۱۲۰، ۱۴۰، ۱۸۰)

ماتریس۴: جمع هزینه‌ی سفارش دهی، نگهداری و خرید

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱۳۰، ۱۷۵،۱۵۰)	(۱۲۷,۵، ۱۵۰، ۱۹۵)	(۱۹۵، ۲۳۵، ۳۰۰)	(۹۲، ۱۱۲، ۱۴۰)	(۲۱۰، ۲۵۹، ۳۲۹)	(۳۳۸، ۴۲۸، ۵۴۸)
۲	—	(۱۴۰، ۱۶۵، ۲۰۵)	(۱۵۰، ۱۸۰، ۲۳۰)	(۷۷، ۹۳، ۱۱۸)	(۱۸۲، ۲۲۴، ۲۸۰)	(۳۰۳، ۳۸۳، ۴۸۳)
۳	—	—	(۲۰۵، ۲۹۰،۲۴۰)	(۶۸، ۸۰، ۱۰۴)	(۱۷۳، ۲۰۸، ۲۶۹)	(۲۸۸، ۳۵۸، ۴۴۸)
۴	—	—	—	(۸۳، ۱۰۶،۱۳۲)	(۱۴۰، ۱۶۸، ۲۱۷)	(۲۵۸، ۳۱۸، ۴۰۶)
۵	—	—	—	—	(۱۸۴،۲۱۸ ،۲۶۱)	(۱۸۰، ۲۲۰، ۲۸۰)
۶	—	—	—	—	—	(۳۰۰،۳۴۰ ،۳۹۵)

در مرحله‌ی بعد ماتریس تجمعی ردیفی با توجه به عبارت۴ به دست می‌آید:

ماتریس۵: ماتریس تجمعی ردیفی

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱۳۰، ۱۷۵،۱۵۰)	(۲۵۷,۵، ۳۰۰، ۳۷۰)	(۴۵۲,۵، ۵۳۵، ۶۷۰)	(۵۴۴,۵، ۶۴۷، ۸۱۰)	(۷۵۴,۵، ۹۰۶، ۱۱۳۹)	(۱۰۹۲,۵، ۱۳۳۴، ۱۶۸۷)
۲	—	(۱۴۰، ۱۶۵، ۲۰۵)	(۲۹۰، ۳۴۵، ۴۳۵)	(۳۶۷، ۴۳۸، ۵۵۳)	(۵۴۹، ۶۶۲، ۸۳۳)	(۸۵۲، ۱۰۴۶، ۱۳۱۶)
۳	—	—	(۲۰۵، ۲۴۰،۲۹۰)	(۲۷۳، ۳۲۰، ۳۹۴)	(۴۴۶، ۵۲۸، ۶۶۳)	(۷۳۴، ۸۸۶، ۱۱۱۱)
۴	—	—	—	(۸۳، ۱۰۶،۱۳۲)	(۲۲۳، ۲۷۴، ۳۴۹)	(۴۸۱، ۵۹۲، ۷۵۵)
۵	—	—	—	—	(۱۸۴،۲۱۸ ،۲۶۱)	(۳۶۴، ۴۳۸، ۵۴۱)
۶	—	—	—	—	—	(۳۰۰،۳۴۰ ،۳۹۵)

در گام نهایی نیز باید ماتریس مینیمم دوره مصرف قبل را بـه دسـت آورد و بـا توجـه بـه آن سیاسـت بهینـه‌ی سفارش‌دهی را تعیین نمود. ایـن مـاتریس بـه شـکل زیـر خواهد بود:

در این حالت سفارش بهینه در دوره‌های زیر قرار خواهـد گرفت:

در دوره ۱ تنهـا بـرای مـصرف همـان دوره، در دوره‌ی ۲ بـرای مـصارف دوره‌هـای ۲، ۳ و ۴ و در دوره‌ی ۵ بـرای مصارف دوره‌های ۵ و ۶ سفارش صورت پـذیرد. در چنـین حـالتی میـزان هزینـه‌ی کمینـه نیـز برابـر بـا (۱۲۶۹، ۱۰۲۶، ۸۶۱) خواهد بود.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق به بررسی الگوریتمی که توسط فوردیس و وبـستر در سـال ۱۹۸۵ ارائـه شـده بـود، پـرداختیم. ایـن الگوریتم در حل مسائل سفارشات دوره‌ای بسیار سودمند می‌باشد. اما این الگوریتم بـرای شـرایطی اسـت کـه تمـام پارامترهای مسئله معلوم و دارای مقـادیر قطعـی هـستند. این در حالی است که بسیاری از پدیده‌های محیط تجـاری و صنعتی مثل هزینه‌ها، دارای مقادیر غیر قطعـی و فـازی می‌باشند. لذا در این مقاله، به الگوریتم فـوردیس و وبـستر از منظـر فـازی نگریـسته شـد و اصـلاحات لازم صـورت پذیرفت. برای نشان دادن روش حل الگوریتم جدیـد، یـک مثال عددی بیان شد که هزینه‌ی (۱۲۶۹، ۱۰۲۶، ۸۶۱) را به همراه زمان سفارش‌دهی بهینه نشان داد. کـاملاً واضـح است که الگوریتم پیشنهادی دارای انعطاف زیادی می‌باشد چرا که می‌توان از اعداد فازی دیگر مثل اعداد ذوزنقـه‌ای و یا از روابط رتبه‌بندی دیگری که در مراجـع مختلـف ارائـه شده‌اند، استفاده نمود. برای تحقیقات آتی نیز می‌تـوان در این الگوریتم وجود پارامترهای فازی دیگـر مثـل تقاضـا را بررسی نمود.

ماتریس۶: ماتریس مینیمم دوره مصرف قبل

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	(۱۳۰، ۱۷۵،۱۵۰)	(۲۵۷,۵، ۳۰۰، ۳۷۰)	(۴۵۲,۵، ۵۳۵، ۶۷۰)	(۵۴۴,۵، ۶۴۷، ۸۱۰)	(۷۵۴,۵، ۹۰۶، ۱۱۳۹)	(۱۰۹۲,۵، ۱۳۳۴، ۱۶۸۷)
۲	—	(۲۷۰، ۳۱۵، ۳۸۰)	(۴۲۰، ۴۹۵، ۶۱۰)	(۴۹۷، ۵۸۸، ۷۲۸)	(۶۷۹، ۸۱۲، ۱۰۰۸)	(۹۸۲، ۱۱۹۶، ۱۴۹۱)
۳	—	—	(۴۶۲,۵، ۶۶۰،۵۴۰)	(۵۳۰,۵، ۶۲۰، ۷۶۴)	(۷۰۳,۵، ۸۲۸، ۱۰۳۳)	(۹۹۱,۵، ۱۱۸۶، ۱۴۷۱)
۴	—	—	—	(۵۰۳، ۶۰۱،۷۴۲)	(۶۴۳، ۷۶۹، ۹۵۹)	(۹۰۱، ۱۰۸۷، ۱۳۶۵)
۵	—	—	—	—	(۶۸۱،۸۰۶ ،۹۸۹)	(۸۶۱، ۱۰۲۶، ۱۲۶۹)
۶	—	—	—	—	—	(۹۴۳،۱۱۰۹ ،۱۳۵۴)

منابع و مآخذ :

۱. آذر، عادل و حجت فرجی، (۱۳۸۶) ، "علم مدیریت فازی"، انتشارات مهربان نشر، چاپ اول، صفحه ۷۴.

۲. حاج شیرمحمدی، علی، (۱۳۸۲)، "اصول برنامه‌ریزی و کنترل تولید و موجودی‌ها"، انتشارات ارکان، ۲۷۱-۲۳۷.

۳. رضایی، جعفر و محمد تقی فاطمی قمی،(۱۳۸۶)، "مدل موجودی (Q, r) با تقاضای احتمالی و هزینه فازی"، فصلنامه چشم انداز مدیریت ، شماره ۲۴، ص ۱۰۵.

۴. رضایی. جعفر، محمد تقی فاطمی قمی، محمدرضا مهرگان و مومنی، (۱۳۸۱)، " ارائه یک مدل کنترل موجودی با رویکرد فازی"، پایان نامه(کارشناسی ارشد) -دانشگاه تهران، دانشکده مدیریت.

5. Chang, P.T. & Chang, C.H., (1), (2006), "An Elaborative Unit Cost Structure-Based Fuzzy Economic Production Quantity Model", Mathematics and Computer Modeling 43, 1337-1356
6. Chang, P.T. & Yao, M.J. & Huang, S.F. & Chen, C.T., (2), (2006), "A Genetic Algorithm For Solving A Fuzzy Economic Lot-Size Scheduling Problem", International Journal of Production Economics 102, 265-288.
7. Dubois, D., & Prade, H., (1978), "Operations on Fuzzy Numbers", International Journal of Systems Science 30, 613–626.
8. Hsieh, C.H., (2002), "Optimization of Fuzzy Production Inventory Models", Information Science an International Journal 146, 29-40.
9. Islam, S. & Roy, T.K., (2006), "A Fuzzy EPQ Model with Flexibility and Reliability Consideration and Demand Dependent Unit Production Cost Under a Space Constraint: A Fuzzy Geometric Programming Approach", Applied Mathematics and Computation 176, 531-544
10. Lee, H.M. & Yao, J.S., (1998), "Economic Production Quantity for Fuzzy Demand Quantity and Fuzzy Production quantity", European Journal of Operational Research 109, 203-211.
11. Lin, D.C. & Yao, J.S., (2000), "Fuzzy Economic Production for Production Inventory", Fuzzy Sets and Systems 111, 465-495
12. Maiti, M. & Mahapatra, N.K., (2005), "Decision Process for Multi-objective, Multi-Item Production Inventory System via Interactive Fuzzy Satisficing Technique", an International Journal Computers & Mathematics with Application 49, 805-821.
13. Maiti, M. & Mondal, S., (2002), "Multi-Item Fuzzy EOQ Model Using Genetic Algorithm", Computers & Industrial Engineering 44, 105-117.
14. Noora, A. A., & Karami, P., (2008), "Ranking Functions and its Application to Fuzzy DEA", International Mathematical Forum 3, no. 30, 1469 - 1480.
15. Roy, T.K. & Islam.S., (2007), "Fuzzy Multi-Item economic Production Quantity Model under Space Constraints: A Geometric Programming Approach", Applied Mathematics and Computation 184, 326-335.
16. Roy, T.K. & Maiti, M. & Mandal, N.K., (2005), "Multi-Objective Fuzzy Inventory Model with Three Constraints: A Geometric Programming Approach", Fuzzy Sets and Systems 150, 87-106.
17. Samanta, B. & AlAraimi, S.A., (2001), "An Inventory Control Model Using Fuzzy Logic", International Journal of Production Economics 73, 217-226.