

## یک رویکرد غیر خطی عدد صحیح مختلط برای بهینه سازی تولید دسته ای محصولات فساد پذیر

دکتر ناصر حمیدی \*

محمد امین نایبی \*\*

حسام سعیدی \*\*\*

### چکیده

یکی از فرآیندهای تولید محصول، روش تولید دسته ای است و اگر برنامه ریزی مناسبی برای آن صورت گیرد هزینه های تولید، کاهش قابل توجه خواهد داشت. این روش تولید در صنایع مختلفی همچون شیمیایی، قطعات مکانیکی و صنایع پلیمری کاربرد زیادی دارد. در مقالات ارائه شده ۲۰ سال اخیر با وجود تمرکز زیادی که بر روی حل مسائل برنامه ریزی تولید دسته ای شده است، عامل موثر عمر قفسه ای محصول بسیار کم رنگ بوده است. در این مقاله با در نظر گرفتن عامل مهم عمر قفسه ای (مدت زمان نگهداری) برای محصولات فساد پذیر مدلی ارائه شده است که به روش ابتکاری توالی عملیات را مدل سازی کرده و وابستگی محدودیت را در مدل هزینه ثابت راه اندازی و از تابع هدف جدا می کند تا عمل حل مدل بوسیله نرم افزار ساده تر انجام شود. در این پژوهش برای مدلسازی مسئله از برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط استفاده شده و در پایان به منظور بکارگیری مدل ارائه شده یک مثال عددی ارائه شده است که برای حل آن از بسته نرم افزاری لینگو استفاده شده است.

### واژگان کلیدی:

تولید دسته ای<sup>۱</sup>، برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط<sup>۲</sup>، عمر قفسه ای<sup>۳</sup>، محصولات فساد پذیر<sup>۴</sup>.

\* استادیار، عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

قزوین - بالاتر از پونک - دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

\*\* دانش آموخته کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی (گرایش تولید و عملیات) دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین (M.A.Nayebi@Qazviniau.ac.ir)

قزوین - بالاتر از پونک - دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

\*\*\* دانش آموخته کارشناسی ارشد مدیریت صنعتی (گرایش تولید و عملیات) دانشگاه اسلامی کار

قزوین - شهر صنعتی البرز - خیابان سهروردی - دانشگاه اسلامی کار

نویسنده مسئول یا طرف مکاتبه: محمد امین نایبی

1. Batch Production
2. Mixed Integer Nonlinear Programming
3. Shelf Life
4. Perishable Products

## مقدمه

از جمله تصمیم گیری های استراتژیک در طراحی کارخانه ، انتخاب نوع فرآیند برای تولید محصول است. در یک دسته بندی می توان فرآیندهای تولید را از نظر عوامل و مشخصه های تولید به ۵ دسته پروژه ای ، سفارشی ، دسته ای، انبوهی (خطی) و پیوسته تقسیم نمود (کنت آر، ۱۳۸۵) فرایند دسته ای نوعی فرایند تولیدی است که محصولات بیشتر بصورت دسته ای تولید می شود تا مستمر و گسسته. (Huangn&Chen,2007) سازمانهایی که از فرآیند تولید دسته ای استفاده می کنند مجذوب تولید با تیراژ پایین و ارزش افزوده بالا هستند که بطور فزاینده ای با تغییرات سریع بازار بهبود می یابد. تولید دسته ای نوعاً در صنایع داروسازی، پلیمر، غذایی و بویژه شیمیایی بکار گرفته شده است. بهمین دلیل انعطاف لازم برای انطباق مقتضیات تولیدات متنوع با بکارگیری تجهیزات پردازش تولیدی را دارا می باشد (Huangn&Chen,2007). ویژگی های فرایند های دسته ای به طور عمومی شامل موارد ذیل است (Lui,1996):

- ◆ انجام مجموعه ای از عملیات بطور مستقل و در قالب دسته های تولیدی
  - ◆ تسهیم و به اشتراک گذاری منابع ( همانند اپراتور، تجهیزات بخار، الکتریکی و کمکی)
  - ◆ وجود انبارهایی برای جداسازی عملیات و سبک سازی اثرات تنوع و بازگشت فرایندها
  - ◆ تجهیزات چند منظوره (بعنوان مثال بخشی از تجهیزات ممکن است برای هر پردازش و یا بعنوان یک واحد ذخیره سازی استفاده گردد)
  - ◆ انعطاف در انطباق (بدلیل اینکه تجهیزات می تواند بطرق مختلف با فرایند در ارتباط باشد)
  - ◆ هزینه های راه اندازی مرتبط با تصمیم (پاکیزه سازی تجهیزات قبل از تولید محصول دیگر و یا دسته دیگری که برای تولید برنامه ریزی شده است)
  - ◆ کیفیت بالا
- فرایند تولید دسته ای حوزه ای چالشی برای سیستم های برنامه ریزی کامپیوتری است. بر خلاف سایر روشهای تولید، فرایند تولید دسته ای نه مستمر بوده (عدم وجود

ورودی های ثابت مواد اولیه و در نتیجه عدم وجود محصولات خروجی ثابت) و نه گسسته (عدم وجود قطعات تولید یا مونتاژ تکی) می باشد. محیط کارخانه نیز محیطی پویاست و خرابی تجهیزات و ورود سفارشات جدید نیازمند منابع مشترک می باشد که نتیجه آن مدلهای پیچیده وظایف و منابع خواهد بود (Goldman&Boddy,1997). در یک دیدگاه وسیع فرایندهای تولیدی همچون شیمیایی، غذایی، دارویی، پلیمر، قطعات مکانیکی، محصولات الکترونیکی و ... می توانند بر اساس سه فرایند تولید شوند: پیوسته، دسته ای و گسسته. از منظر محدودتر کارخانه های تولیدی عموماً به کارخانه های تولید و یا مونتاژ قطعات منحصر به فرد (تکی) همچون محصولات الکترونیکی و مکانیکی اطلاق می گردد که اصولاً در آنها فرایندهای گسسته بکار گرفته شده است. این نوع کارخانجات متعلق به صنعت قطعات گسسته هستند (Applequist, et al., 1997). فرایندهای دسته ای اساساً در کارخانجاتی استفاده می گردد که به تولید محصولات شیمیایی، غذایی و پلیمری تولید می کنند (Huangn&Chen,2007). طرح و مشخصات محصولات عمدتاً توسط کارخانه تعیین می شود ولی تا حدودی نظر مشتریان در طرح و مشخصات محصول دخالت داده می شود. در این نوع صنایع نیز انقطاع تولید امکان پذیر و عملی است. کارخانجات تولید محصولات داروئی نمونه مشخصی از سیستمهای دارای فرآیند دسته ای هستند. در این کارخانجات در فواصل زمانی مشخص مقداری از یک نوع دارو تولید شده و پس از آن ماشین آلات برای تولید مقدار معینی از یک محصول دیگر آماده و تنظیم می شوند. کارخانه هایی که از روش تولید دسته ای استفاده می کنند عبارتند از : کارخانجات تولید رنگ جوهر- چسب- تجهیزات الکترونیکی- کاغذ دبواری- فرش- پوشاک- کفش- سرامیک- شیشه- وسائل آرایشی- مواد شیمیایی- پلاستیک- شکلات سازی- نان- محصولات کشاورزی- شیرینی سازی- دارو و ... (کنت آر، ۱۳۸۵) محصولات این کارخانه ها را می توان به دو دسته فساد پذیر و فساد ناپذیر تقسیم کرد. با توجه به ویژگی هر کدام ، محصولات فساد پذیر در

فرآیند تولید دسته ای جای می گیرند. در این مقاله بر روی محصولات فساد پذیر تمرکز می شود. هر محصولی که دارای تاریخ انقضاء باشد جز این دسته خواهد بود. بازه زمانی بین تاریخ تولید محصول و تاریخ انقضاء را عمر قفسه ای ۵ محصول گویند. هرچقدر این بازه زمانی کوتاه تر باشد برنامه ریزی تولید آن حساس تر خواهد بود زیرا با توقف محصول در کارخانه ماندگاری آن کمتر می شود. از مزایای تولید دسته ای به انعطاف پذیری بالا و کاهش هزینه ها می باشد، اما از مشکلات این روش، پیدا کردن اندازه دسته و زمان تولید آن است.

صحيح غير خطی حل کرد (Pagageorgaki, 1990). ماچیه تو روش حل شبکه وظیفه ای جزء به جزء (STN) را برای تولید دسته ای ارائه کرد (Macchietto, 1994) و داماس روشی برای حل برنامه ریزی تولید دسته ای به شیوه برنامه ریزی پویا برای ۱۰ کالا و تا ۶۰ دوره زمانی ارائه کرد (Dumas, 1995). بلومر و گانتز برنامه ریزی تولید دسته ای را به صورت خاص برای صنایع شیمیایی با چند محصول و با ماشین های موازی مدل سازی کردند (Blomer & Gunther, 1998). ونگ برای حل مسئله تولید دسته ای از یکی از روشهای ابتکاری با عنوان جستجوی ممنوعه<sup>۶</sup> استفاده نمود (Weng, 2000). دای و لی به پایدار سازی شبکه های تولید دسته ای پرداختند (Dai & Li, 2003). تراتمان و اشوینت در یک بررسی یک روش اولیویتی برای برنامه ریزی تولید دسته ای در صنایع فرایندی را ارائه کردند (Trautmann & Schwindt, 2006). آنها در این مطالعه به مسئله برنامه ریزی مجموعه ای از عملیات در یک کارگاه تولید دسته ای که بدنبال کمینه سازی می باشد پرداختند. کو و همکارانش در مطالعه خود بر پیاده سازی یک مدیر دسته ای با برنامه ریزی برخط<sup>۷</sup> برای مدیریت فرایندهای دسته ای تمرکز کردند (ko et al., 2000). بابراسکی و ماربرت در تحقیق خود سه استراتژی مسیر یابی که مورد نیاز سطوح مختلف اطلاعات کارگاهی است را آزمودند و بوسیله شبیه سازی کامپیوتری ارزیابی کردند (Bobrowski & Mabert, 1988). هوان و چن در پژوهش خود یک مدل محدودیت را تجزیه و تحلیل کرده و یک سیستم برای برنامه ریزی فرایندهای دسته ای ارائه و به بررسی عملکرد آن پرداختند (Huangn & Chen, 2007). لووکیل، تگم و فورتمپس یک برنامه ریزی تولید چند هدفه برای تولید کارگاهی انعطاف پذیر ارائه نمودند و در حل مطالعه موردی از شبیه سازی استفاده کردند (Lookil, Teghem & Fortemps, 2007). لین، چنگ و چو در یک مطالعه یک مسئله برنامه ریزی جریان کارگاهی از نوع مونتاژ را با سه ماشین بررسی کردند (Lin, Cheng & Chou, 2007). تراتمان و اشوینت

مروری بر ادبیات پژوهش

تحقیقات برای اندازه انباشته با مدل کلاسیک مقدار اقتصادی سفارش<sup>۱</sup> آغاز و توسط هریس<sup>۲</sup> در سال ۱۹۱۵ با در نظر گرفتن تقاضای ثابت، گسترش پیدا کرد (Charnprasitphon, 2007). مسئله برنامه ریزی مقدار اقتصادی<sup>۳</sup> در سال ۱۹۶۴ توسط ماکسول<sup>۴</sup> (Maxell, 1964) برای اولین بار ارائه و الماگرایی<sup>۵</sup> (Elmagerabi, 1978) آن را توسعه داد. در سه دهه اخیر با روی آوردن کارخانجات به روش تولید دسته ای و تمرکز بیش از پیش آنها بر این روش تحقیقات در این زمینه بیشتر شده است. در سال ۱۹۷۹ برنامه ریزی تولید دسته ای بصورت چند هدفه مدل سازی شد (Grossmann & Sargent, 1979). سوهامی تولید دسته ای را به صورت گسسته مدل سازی نمود (Suhami, 1982). یانگ فات در رساله دکتری خود به ارائه رویکرد کنترل جریان برنامه ریزی تولید دسته ای در حالت تقاضای احتمالی پرداخت (Yong Fatt, 1988). آیپاکا آیپاکا در رساله دکتری خود به برنامه ریزی تولید در سیستم تولید دسته ای چند مرحله ای پرداخت (Iboko Iboko, 1983). او در تعیین اندازه های بهینه دسته با رویکرد چند هدفه پیش رفت. پاگازورگاکي در سال ۱۹۹۰ مسئله را با چند هدف به صورت برنامه ریزی عدد

1. EOQ

2. Harris

3. Economic Lot Scheduling Problem : (ELSP)

4. Maxwell

5. Elmaghraby

6. State Task Network

7. Tabu Search

8. Online

موردی پرداخت (Mallyn, 1992). عموماً قبل از محاسبه مقدار اقتصادی دسته<sup>۲</sup> ضروری است عوامل هزینه ای شناسایی همچون هزینه تنظیم ماشین آلات و هزینه نگهداری محصول تعیین گردد ولی آنها در مطالعه خود یک برنامه ریزی بدون تعیین این هزینه ها انجام دادند. اما تا آن زمان در تولید دسته ای، عمر قفسه ای محصول، مستقیماً<sup>۳</sup> در نظر گرفته نمی شد و مدل سازی در این زمینه بسیار کم صورت گرفته بود تا اینکه چارنپراسیتفون در رساله دکتری خود (Charnprasitphon, 2007) تولید دسته ای محصولات فساد پذیر را با تمرکز بیشتر بر زمان راه اندازی و عمر قفسه ای بصورت گسسته مدل سازی و حل نمود.

### روشهای حل مسائل برنامه ریزی تولید دسته ای

روشهای حل مسئله برنامه ریزی تولید دسته ای شامل موارد ذیل است (کنت آر، ۱۳۸۵):

الف) روش مقدار اقتصادی تولید (EPQ)<sup>۴</sup>: با سیاست موجودی کمتر، در بیشتر مواقع برنامه ریزی تولید با تداخل زمانی و یا با فاصله افتادن بین دو تولید مواجه می شود که جابجا کردن این زمانها باعث خارج شدن برنامه ریزی تولید از شرایط بهینه می گردد.

ب) روش اولین وارده اولین صادره (FIFO)<sup>۴</sup>: فقط توجه معطوف به زودترین زمان سفارش است که در این صورت محصولی که زودتر سفارش داده شود زودتر هم تولید می گردد.

پ) روش مسئله برنامه ریزی مقدار اقتصادی (ELSP)<sup>۴</sup>: یک مدل زمانی پیوسته با افق برنامه ریزی نامحدود بوده و هدف آن کمینه کردن هزینه کل تولید است، شبیه به روش مقدار سفارش اقتصادی عمل می کند و بدون در نظر گرفتن سایر شرایط فقط مقدار اقتصادی تولید را بدست می آورد که کافی نیست (Charnprasitphon, 2007). یک محقق در مطالعه خود (Hsu, 1983)، نشان داد که روش مسئله برنامه ریزی

در یک پژوهش یک روش جدید برای برنامه ریزی تولید دسته ای کوتاه مدت ارائه کردند که مسئله دسته بندی و تولید دسته ای را از یکدیگر مجزا می نماید (Trautmann & Schwindt, 2005). در این مطالعه مسئله دسته بندی را توسط یک برنامه عدد صحیح مختلط غیر خطی فرموله کردند که می تواند توسط نرم افزارهای استاندارد حل گردد. در این مطالعه مسئله برنامه ریزی دسته ای بعنوان یک مسئله برنامه ریزی پروژه با محدودیت منابع مدلسازی شده و توسط روش اولویت محور جدید حل گردیده است. وو و همکارانش در مطالعه خود به بررسی برنامه ریزی بهینه فرایندهای دسته ای چند محصولی پرداختند (Wu, Hu, Xu & Hua, 2006). در این مطالعه رابطه بین مقیاس تولید و هزینه های تولید تجزیه و تحلیل شده است. آنها در این مطالعه یک مدل ریاضی جدید در نظر گرفته اند که هدف آن بیشینه کردن سود بوده و توسط الگوریتم ژنتیک (GA) با کدگذاری مختلط حل گردیده است. در یک بررسی سن مارتی، اسپوونا و پویجیانر به مطالعه برنامه ریزی تولید تولیدات دسته ای با وجود عدم قطعیت خرابی تجهیزات پرداختند (Sanmarti, Espun & Puigianer, 1995). آنها تحلیل عدم قطعیت را در مرحله یکپارچه سازی برنامه ریزی تولید برای بهبود احتمال عملکرد برنامه حاصله استفاده کردند که این احتمال به پیش بینی خرابی تجهیزات وابسته است. در مطالعه ای که توسط گرا، اسپوونا و پویجیانر (Grau, Espuna & Puigjanem, 1995) به ملاحظات برنامه ریزی تولید دسته ای و بررسی وقفه های تغییر محصول وابسته به فرایند پرداخته شده است. آنها در این مطالعه یک روش جدید برای کاهش مقدار وقفه های تغییرات ارائه نمودند که بر اساس محاسبات غیر جایگشتی است. در مطالعه ای دیگر (Grau, Espuna & Puigjanem, 1994) به پوشش مجدد محصول و کمینه سازی آن در برنامه ریزی تولید دسته ای پرداختند. این مطالعه بر اساس یک چهارچوب مدلسازی باز صورت گرفته است که بر توالی جزئیات هر زیر وظیفه<sup>۱</sup> انجام شده دارد. مالین در مطالعه خود به برنامه ریزی چند محصولی بر روی یک ماشین با ارائه یک مطالعه

2. Tabu Search

3. Economic Production Quantity

4. First In First Out

1. Sub Tasks

(Ménde, Cerdá & Grossmann, 2005) روش‌هایی که تاکنون برای حل مسائل تولید دسته ای ارائه شده است را در قالب جدول زیر مورد بررسی قرار داده و دسته بندی کرده اند.

مقدار اقتصادی (ELSP) جز دسته مسائل NP-Hard<sup>۱</sup> است و بعدها برای حل آن، روش‌های هیوریستیک ارائه شد. در نتیجه کلیه روش‌های اندازه انباشته<sup>۲</sup> برای حل این نوع مسئله مناسب نبوده و جواب بهینه نمی دهند. منده، سردا و گروسمنان در یک مطالعه

جدول ۱: روش‌های حل مسائل برنامه ریزی تولید دسته ای (Ménde, Cerdá & Grossmann, 2005)

|  |   |
|--|---|
| (۲) برنامه ریزی محدودیت<br>روش‌های بهینه سازی محدودیت  | (۱) روش‌های دقیق<br>برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط (MILP)<br>برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط (MINLP) |
| (۴) روش‌های فراابتکاری<br>شبیه سازی تبرید (SA)<br>جستجوی تابو (TS)<br>الگوریتم ژنتیک (GA)                  | (۳) روش‌های ابتکاری<br>قوانین توزیع و تقدم (SPT - EDD - FIFO)<br>(LPT - ERD - WSPT)                     |
| (۶) روش‌های ترکیبی<br>روش‌های دقیق + برنامه ریزی محدودیت<br>روش‌های دقیق + ابتکاری<br>فراابتکاری + ابتکاری | (۵) هوش مصنوعی<br>روش‌های قائده محور<br>روش‌های عامل محور<br>سیتم های خبره                              |

تولید دو نوع محصول در دوره ۳ ممکن نبود. در نتیجه برای امکان پذیری تولید، مجبور بودیم محصول B را با یک دوره تاخیر تولید کنیم که این جابجایی باعث خارج شدن برنامه تولید از حالت بهینه می گردد، در اینجا بدنبال ارائه مدلی هستیم که از تداخل زمانی و بیکاری دستگاه‌ها جلوگیری کند.

در این مقاله سعی شده است با در نظر گرفتن عمر قفسه ای محصولات و هزینه های تولید، نگهداری راه اندازی دستگاه‌ها، ضایعات (هزینه فساد کالا) و جریمه تقاضای دیده نشده، تولید بصورت پیوسته مدل سازی شود و برنامه ریزی تولید بدون تداخل زمانی با کمترین هزینه (بهینه) ارائه گردد.

در روش مدل سازی امکان آن وجود دارد که تمام عوامل موثر بر تولید را در مسئله لحاظ کرده و بهترین حالت ممکن برای تولید را با کمترین هزینه، از طریق انواع مختلف نرم افزارهای حل کننده (مانند LINGO - LINDO - GAM) بدست آورد.

### ارائه مدل پیشنهادی

همانطور که گفته شد در حل به روش اندازه انباشته وقتی مسئله تولید دسته ای حل می شد، برای مثال تولید محصول A در دوره ۱، ۲، ۳ و تولید محصول B در دوره ۳، ۴ پیشنهاد می شد که این برنامه به دلیل تداخل

1. Nondeterministic Polynomial-time Hard

2. Lot Sizing

$LT_i$ : عمر قفسه ای یا زمان مجاز جهت نگهداری محصول  $i$   
 $C$ : ظرفیت خط تولید  
 $W$ : ظرفیت انبار محصول

#### متغیرهای تصمیم:

$I_{it}$ : مقدار موجودی محصول  $i$  در انتهای دوره  $t$   
 $U_{it}$ : مقدار تقاضای دیده نشده محصول  $i$  در دوره  $t$   
 $S_{it}$ : مقدار ضایعات محصول  $i$  در ابتدای دوره  $t$   
 $P_{it}$ : مقدار تولید شده از محصول  $i$  در دوره  $t$

۱ اگر مقدار ضایعات محاسبه شده در دوره  $t$  مثبت باشد  
 ۰ اگر مقدار ضایعات محاسبه شده در دوره  $t$  صفر یا منفی باشد  
 $Y_{it}$ :

۱ اگر در دوره  $t$  محصول  $i$  تولید شود  
 ۰ اگر در دوره  $t$  محصول  $i$  تولید نشود  
 $I_{it}$ :

۱ اگر  $r$  برای هر محصول  $i$  در دوره  $t$  منهای برای محصول  
 $i$  در دوره  $t-1$  مثبت باشد.  
 ۰ اگر  $r$  برای هر محصول  $i$  در دوره  $t$  منهای  $r$  برای محصول  
 $i$  در دوره  $t-1$  صفر یا منفی باشد.  
 $Z_{it}$ :

#### تابع هدف:

(۱)

$$\text{Min} Z = \sum_i \sum_t I_{it} hc_i + \sum_i \sum_t U_{it} uc_i + \sum_i \sum_t S_{it} dc_i + \sum_i \sum_t P_{it} pc_i + (rc_i r_{i1} + \sum_{n=2}^T \sum_t [Z_{it} rc_i (r_i - r_{i-1})])$$

#### محدودیت‌ها:

(۲)

$$U_{it} + P_{it} + I_{it-1} = S_{it} + D_{it} + I_{it} \quad \forall i, t$$

(۳)

$$S_{it} = 0 \quad \forall i, 0 \leq t \leq LT_i$$

در این مدل افق برنامه ریزی تولید  $T$  است و در هر دوره زمانی، خط تولید فقط مجاز به تولید یک نوع محصول می باشد که برای آن هزینه راه اندازی نیز وجود دارد، در صورتیکه در دوره بعد تولید همان محصول ادامه پیدا کند هزینه راه اندازی نخواهیم داشت. اما آماده شدن خط برای تولید هر نوع محصول دیگری هزینه راه اندازی مربوط به خود را در بر خواهد داشت و تقاضا در افق برنامه ریزی قطعی و متغیر است. هر محصول عمر قفسه ای محدود داشته و بعد از آن جز ضایعات محسوب خواهد شد. در این مدل برای ضایعات نیز هزینه ای در نظر گرفته می شود. فرض می کنیم مواد اولیه برای تولید به اندازه کافی موجود است و محدودیت فضای انبار و موجودی ابتدای دوره نیز می توانیم داشته باشیم. در نظر داریم تمام محصولات تولید شود اما برای تقاضای دیده نشده هر محصول، جریمه در نظر گرفته می شود و فرض شده که در خط تولید هیچ ماشینی برای موازی کاری، نداریم. مدل سازی به دو صورت آزاد بودن اندازه دسته های تولید و تولید با تمام ظرفیت انجام می گیرد که برای این کار تغییر جزئی در محدودیت ظرفیت خط تولید اعمال می گردد.

با در نظر گرفتن تمام این فرضیات مسئله بصورت برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح مختلط (MINLP) فرموله شده و بوسیله نرم افزار LINGO در یک مثال عددی حل و نتایج بدست آمده است.

#### اندیس‌ها:

$i$ : شاخص محصول ( $i = 1 \dots n$ )  
 $t$ : دوره زمانی ( $t = 1 \dots T$ )

#### پارامترها:

$dc_i$ : هزینه تولید ضایعات برای محصول  $i$

$hc_i$ : هزینه نگهداری محصول  $i$

$pc_i$ : هزینه تولید محصول  $i$

$rc_i$ : هزینه ثابت راه اندازی خط تولید برای محصول  $i$

$uc_i$ : جریمه تقاضای دیده نشده محصول  $i$

$D_{it}$ : میزان تقاضای محصول  $i$  در دوره  $t$

$I_{i0}$ : میزان موجودی ابتدای دوره محصول  $i$

در مدل فوق رابطه (۱) قسمت های مختلف تابع هدف را نشان می دهد که در آن عبارت اول مقدار هزینه نگهداری، عبارت دوم هزینه تقاضای دیده نشده، عبارت سوم هزینه ضایعات و عبارت چهارم هزینه تولید را نشان می دهد. عبارت پنجم هزینه راه اندازی را به این صورت محاسبه می کند بدین صورت که اگر محصولی در یک دوره تولید شود هزینه راه اندازی برای آن لحاظ می گردد و اگر در دوره بعد نیز همان محصول تولید شود دیگر هزینه راه اندازی لحاظ نمی شود.

در محدودیت ها، رابطه (۲) برای تعادل خط تولید نوشته شده است و رابطه (۳) بیانگر این است که اگر عمر قفسه ای محصولی برای مثال ۳ دوره زمانی باشد ما در ۳ دوره زمانی اول برنامه ریزی تولید، ضایعات نخواهیم داشت. رابطه (۴) مقدار ضایعات را در ادامه برنامه ریزی تولید محاسبه می کند. چون ضایعات منفی معنی ندارد در صورت بروز چنین حالتی  $y_{it}$  باید مقدار صفر بگیرد پس روابط (۵) و (۶) تضمین کننده این هستند که اگر ضایعات مقدار منفی بخود گرفت مقدار ضایعات را صفر در نظر بگیرند، در ضمن  $C$  در این دو رابطه، حکم  $M$  بزرگ را دارد. رابطه (۷) تضمین کننده آن است که وقتی خط تولید توسط یک محصول اشغال شده است محصول دیگری تولید نشود. رابطه (۸) تضمینی برای تولید همه محصولات در افق برنامه ریزی می باشد و روابط (۹) و (۱۰) تضمین کننده این است که اگر محصولی تولید شود به آن محصول  $r = 1$  بدهد و در غیر این صورت  $r = 0$  را لحاظ کند. رابطه (۱۱) محدودیت ظرفیت خط تولید را نشان می دهد و روابط (۱۱) و (۱۲) تضمین کننده این هستند که در صورت تولید متوالی، هزینه راه اندازی دوبار لحاظ نشود. رابطه (۱۴) محدودیت ظرفیت انبار است. در صورتیکه محصولات ما دارای عمر قفسه ای نباشند یا بعبارتی ماندگاری زیادی داشته باشند،

می توان محدودیت های (۳) و (۴) را حذف کرده و  $S_{it}$  را از مدل خارج کرد بدون اینکه به ساختار مدل لطمه ای وارد شود و اگر محدودیت انبار وجود نداشته باشد باید محدودیت (۱۱) را حذف کرد. در بعضی از کارخانجات محصول به صورت دسته های ثابت، تولید می شوند و در هر بار معادل ظرفیت خط تولید، محصول تولید

(۴)

$$S_{it} = (I_{it-1} - \sum_{\theta=1}^{LT_i-1} P_{it-\theta}) \cdot Y_{it}$$

(۵)

$$(I_{it-1} - \sum_{\theta=1}^{LT_i-1} P_{it-\theta}) \geq -c \cdot (1 - Y_{it}) \quad \forall i, LT_i + 1 \leq t \leq T$$

(۶)

$$(I_{it-1} - \sum_{\theta=1}^{LT_i-1} P_{it-\theta}) \leq c \cdot Y_{it} \quad \forall i, LT_i + 1 \leq t \leq T$$

(۷)

$$\sum_i r_{it} = 1 \quad \forall t$$

(۸)

$$\sum_t r_{it} \geq 1 \quad \forall i$$

(۹)

$$P_{it} \leq c \cdot r \quad \forall i, t$$

(۱۰)

$$P_{it} \cdot (r_{it} + 1) \geq (1 + P_{it}) \cdot r_{it} \quad \forall i, t$$

(۱۱)

$$\sum_i P_{it} \leq c \quad \forall t$$

(۱۲)

$$Z_{it} \cdot (r_{it} - r_{it-1}) \geq 0 \quad \forall i, t, \{2 \leq t \leq T\}$$

(۱۳)

$$Z_{it} \geq (r_{it} - r_{it-1}) \quad \forall i, t, \{2 \leq t \leq T\}$$

(۱۴)

$$\sum_i I_{it} \leq W \quad \forall t$$

$$Y_{it}, r_{it}, Z_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i, t$$

$$I_{it}, U_{it}, S_{it}, P_{it} \geq 0 \quad \forall i, t$$

دیگری درمدل، آنرا حل کرد و به جواب بهینه رسید .

می شود که برای حل بهینه این حالت نیز فقط کافیسیت با تبدیل محدودیت (۱۵) به تساوی بدون اعمال هیچ تغییر

### مثال عددی

در ادامه با طرح یک مثال وحل با نرم افزار LINGO به بررسی پاسخ های حاصل از مدل پیشنهادی می پردازیم.

جدول ۲: تقاضای سه محصول A و B و C در در افق برنامه ریزی ۷ ماهه

|       | دوره زمانی |    |    |    |    |    |    |
|-------|------------|----|----|----|----|----|----|
| محصول | 1          | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| A     | 30         | 30 | 40 | 0  | 35 | 10 | 20 |
| B     | 10         | 20 | 10 | 40 | 10 | 0  | 0  |
| C     | 15         | 0  | 50 | 35 | 20 | 30 | 5  |

کارخانه ای قصد دارد ۳ نوع محصول را در افق برنامه ریزی ۷ دوره ای خود تولید کند. مفروضات مسئله : عدم وجود ماشین موازی در طول خط تولید، تقاضای معلوم مطابق جدول شماره ۲، ظرفیت تولید ۵۰ واحد در هر دوره، موجودی ابتدای دوره ۰ و ۱۰ و ۱۵ واحد، عمقفسه ای ۳ دوره زمانی برای هر محصول و با ظرفیت انبار واحد ۱۰۰ .

جدول هزینه های تولید به قرار زیر است:

جدول ۳: هزینه های تولید برای سه محصول A و B و C

| محصول | هزینه راه اندازی | هزینه نگهداری | هزینه تولید | هزینه تقاضای دیده نشده | هزینه ضایعات |
|-------|------------------|---------------|-------------|------------------------|--------------|
| A     | 120              | 1             | 1           | 5                      | 2            |
| B     | 150              | 1             | 2           | 5                      | 2            |
| C     | 100              | 1             | 1           | 5                      | 2            |

اگر با مدل ارائه شده مسئله را مدل سازی کنیم و در LINGO آنرا حل کنیم بعد از ۶۵۸۰۰ تکرار جواب مسئله چنین خواهد بود .



|               |          |     |    |     | دوره<br>زمانی |     |    |    |             |
|---------------|----------|-----|----|-----|---------------|-----|----|----|-------------|
|               |          | 1   | 2  | 3   | 4             | 5   | 6  | 7  | هزینه<br>ها |
|               | $P_{1t}$ | 50  | 50 |     |               | 35  | 10 | 20 | 165         |
| تولید         | $P_{2t}$ |     |    |     | 50            |     |    |    | 100         |
|               | $P_{3t}$ |     |    | 50  |               |     |    |    | 50          |
| موجودی        | $I_{1t}$ | 20  | 40 |     |               |     |    |    | 60          |
| آخر           | $I_{2t}$ |     |    |     | 10            |     |    |    | 10          |
| دوره          | $I_{3t}$ |     |    |     |               |     |    |    | 0           |
|               | $S_{1t}$ |     |    |     |               |     |    |    | 0           |
| ضایعات        | $S_{2t}$ |     |    |     |               |     |    |    | 0           |
|               | $S_{3t}$ |     |    |     |               |     |    |    | 0           |
| تقاضای        | $U_{1t}$ |     |    |     |               |     |    |    | 0           |
| دیده<br>نشده  | $U_{2t}$ |     | 20 | 10  |               |     |    |    | 150         |
|               | $U_{3t}$ |     |    |     | 35            | 20  | 30 | 5  | 450         |
| هزینه         |          | 120 |    |     |               | 120 |    |    | 240         |
| راه<br>اندازی |          |     |    |     | 150           |     |    |    | 150         |
|               |          |     |    | 100 |               |     |    |    | 100         |
| کانت          |          |     |    |     |               |     |    |    |             |
| چارت          |          |     |    |     | ####          |     |    |    | 1475        |
|               |          |     |    |     |               |     |    |    |             |

جدول ۴: برنامه ریزی تولید دسته ای مثال عددی در دوره های هفت گانه بر اساس مدل MINP

دیده می شود اگر در ترتیب تولید محصول جابجائی صورت گیرد هزینه زیادی را متحمل سیستم می کند و در این مثال جواب نزدیک مسئله با حالت بهینه، بخاطر سیاست موجودی کمتر بود که اگر در صورت مسئله موجودی ابتدای دوره محصولات را تغییر می دادیم جواب مسئله از حالت بهینه دور می شد. نحوه تولید به روش ELSP در جدول زیر آمده است.

اما اگر مسئله فوق را به روش ELSP حل کنیم  $T^*$  آن خواهد شد که در این صورت اندازه تولید محصول A و B و C به ترتیب ۹۴ و ۵۰ و ۸۶ خواهد بود و هزینه کل تولید ۱۵۸۲ می شود. همان طوری که دیده می شود هزینه کل این روش از حالت بهینه بیشتر شد و در ضمن در این روش اشاره ای به اینکه کدام محصول اول تولید شود، نمی شود و همان طور که در جدول بالا هم

|       |          |    |    |    | دوره<br>زمانی |    |    |    |             |
|-------|----------|----|----|----|---------------|----|----|----|-------------|
|       |          | 1  | 2  | 3  | 4             | 5  | 6  | 7  | هزینه<br>ها |
|       | $P_{1t}$ | 50 | 44 |    |               |    | 10 | 20 | 124         |
| تولید | $P_{2t}$ |    |    | 50 |               |    |    |    | 100         |
|       | $P_{3t}$ |    |    |    | 50            | 36 |    |    | 86          |

جدول ۵: برنامه ریزی تولید دسته ای مثال عددی در دوره های هفت گانه بر اساس روش ELSP

### نتیجه گیری و تحقیقات آتی

می شود در همین قالب با افزودن ماشین موازی و در نظر گرفتن زمان راه اندازی، مسئله مورد بررسی مجدد قرار گیرد و یا با استفاده از الگوریتم های متاهیوریستیک مثل الگوریتم مورچه برای حل مسائل برنامه ریزی تولید دسته ای اقدام شود.

در این مقاله درباره تولید دسته ای بحث شد و همانطور که در برنامه ریزی آن گفته شد با حل به روش اندازه انباشته و احتساب بهترین زمان تولید برای هر محصول در بعضی از مواقع با بیکاری دستگاه و در بعضی مواقع با هم زمانی تولید دستگاه ها مواجه می شویم که برای تولید مجبور به تغییر برنامه تولید هستیم و همین تغییر باعث خارج شدن برنامه از حالت بهینه می شد. پس با حل به روش ارائه شده علاوه بر رفع این مشکلات برنامه ای با کمترین هزینه ارائه می شود. همان طور که دیده شد برنامه ریزی تولید دسته ای به صورت MINLP مدل سازی شد و از محاسن این مدل سازی می توان به در نظر گرفتن عمر قفسه ای محصولات و مدل سازی ابتکاری توالی عملیات و ارائه دادن بهترین حالت تولید بعد از حل، با کمترین هزینه (بهینه) بدون تداخل زمانی اشاره کرد. در این مقاله سعی شد به روشهایی که تا کنون برای حل مسائل تولید دسته ای ارائه شده است نیز اشاره شود. در آخر به عنوان موضوعاتی برای کارهای آینده پیشنهاد

## منابع و مآخذ:

۱. کنت آر. بیکر، «توالی عملیات و زمانبندی»، محمد تقی فاطمی قمی، چاپ دوم، انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۵
2. Huang, Wei. and Chen, Bo.,(2007),"Scheduling of batch plants: Constraint-based approach and performance investigation", Int.J Production Economics, No.105, pp.425-444.
3. Liu, R.,(1996), "A framework for operational strategies for pipeless plants". Ph.D. Thesis, Department of Chemical Engineering The University of Leeds, pp. 26–28
4. Goldman, R.P., Boddy, M.S.,(1997), "A constraint-based scheduler for batch manufacturing. IEEE Expert 12 (1), 49–56
5. Applequist, G., Samikoglu, O., Pekny, J., Reklaitis, G.,(1997), "Issues in the use, design and evolution of process scheduling and planning systems". ISA Transactions Vol.36, No.2, pp.81–121.
6. Charnprasitphon, Aphiwat.,(2007), "Modeling and Analysis of the Batch Production Scheduling Problem for Perishable Products With Setup Times , Georgia Ins.
7. Maxwell, W. L.,(1964), "The scheduling of economic lot sizes", Naval Research Logistics Quarterly, Vol.11, pp.89-124.
8. Elmaghraby, S. E.,(1978), "The economic lot scheduling problem (ELSP): review and Extensions", Management Science Vol.24, pp.587-598.
9. Grossmann, I. E., & Sargent, R. W. H.,(1979), "Optimum design of multi-purpose chemical plants", Industrial Engineering and Chemical Research Development, 18, 343.
10. Suhani, I., & Mah, R. S. H.,(1982), "Optimal design of multi-purpose batch plants", Industrial Engineering and Chemical Process Design Development, 21, 94.
11. Yong Fatt, Choong.,(1988), "Flow Control Approach For Batch Production Scheduling With Random Demand", Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, AAT 0378820.
12. Iboko Iboko, Imo.,(1983), "Batch Production scheduling", Ph.D. Thesis, The University of Wales (United Kingdom), AAT DX83363.
13. Papageorgaki, S., & Reklaitis, G. V.,(1990), "Optimal design of multi-purpose batch plants Problem formulation. Industrial Engineering and Chemical Research, Vol. 29, 2054.
14. Dumas, Y., Desrosiers, J., Gelinas, E., and Solomon, M.M.,(1995), "An optimal algorithm for the Traveling salesman problem with time windows", Operations Research Vol. 43, No.2, pp.367-371.
15. Blömer, F., & Günther, H. O.,(1998), "Scheduling of a multi-product batch process in the chemical industry", Computers in Industry, Vol.36, pp.245–259.
16. Weng, Michael X.(2000), " Scheduling Flow-Shops With Limited Buffer Spaces", Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference.
17. Traumann, N. & Schwindt, C.,(2006), "Priority-rule based scheduling of batch processes", Computer Aided Chemical Engineering, Vol. 21, Part 2, pp.2165-2170.
18. Dai, J. G., Li, Caiwei.(2003), " Stabilizing Batch-Processing Networks", OPERATIONS RESEARCH, Vol. 51, No. 1, pp. 123-136
19. Ko, Daeho., Na, Seonghoon., Moon, Il and Lee, In-Beum.,(2000), "Development of a Batch Manager for Dynamic Scheduling and Process Management in Multiproduct Batch Processes", Korean.J.Chem.Eng., 17(1), pp.27-32.
20. Bobrowski, Paul.M., Mabert, Vincent.A.,(1988)," Alternate Routing Strategies In Batch Manufacturing: An Evaluation", Decision Sciences, Vol. 19, No. 4, pp.713-733.
21. Loukil, Taïcir., Teghem, Jacques. & Fortemps, Philippe.(2007), " A multi-objective production scheduling case study solved by simulated annealing", European Journal of Operational Research, Vol. 179, pp. 709–722
22. Lin, B.M.T., Cheng, T.C.E. & Chou, A.S.C.(2007), " Scheduling in an assembly-type production chain with batch Transfer", Omega, Vol. 35, pp.143-151
23. Trautmann, Norbert. & Schwindt, Christoph.(2005), "A MINLP/RCPSD decomposition approach for short-term planning of batch production", Computer Aided Chemical Engineering, Vol. 20, Part 2, pp. 1309-1314.
24. Wu, Lian-Ying., Hu, Yang-Dong., Xu, Dong-Mei., Hua, Beng.(2003), "Solving batch production scheduling using genetic algorithm", Computer Aided Chemical Engineering, Vol. 15, Part 1, pp.648-653.
25. Sanmari, Edvard., Espuna, Antonio. & Puigjuaner, Luis.,(1995), "Effect of equipment failure uncertainly in batch production scheduling", Computer Aided Chemical Engineering, Vol. 19, Supplement 1, pp.565-570.
26. Grau, Raimon., Espuna, Antonio. & Puigjuaner, Luis.,(1995), "Environmental considerations in batch production scheduling", Computer Aided Chemical Engineering, Vol. 19, Supplement 1, pp.651-656.

- 
27. Grau, Raimon., Espuna, Antonio. & Puigjuaner, Luis.,(1994), "Focusing in by-product recovery and waste minimization in batch production scheduling", Computer Aided Chemical Engineering, Vol. 18, December, pp.S271-S275.
  28. Mallya, R.(1992), "Multi-Product scheduling on a single machine: A case study", Omega, Vol. 20, Issue.4, July, pp.529-534.
  29. Charnprasitphon, Aphiwat.,(2007), "Modeling and Analysis of the Batch Production Scheduling Problem for Perishable Products With Setup Times", Ph.D. Thesis. Georgia Institution of technology.
  30. Hsu, W.L.,(1983), "On the general feasibility test of scheduling lot sizes for several items on one machine", Management Science, Vol. 29, pp.93-105.
  31. Méndez, Carlos. A., Cerdá, Jaime. & Grossmann, Ignacio.E.,(2005), " State-of-The-art review of optimization methods for short-term scheduling of batch processes", ABB Corporate Research Center, Ladenburg, Germany.