



Optimal design of circular concrete water tanks by MCMC subset simulation method

Mohammad Aghae¹, Yasin Aghae-Shalmani^{2*}

¹ MsC. in Civil Engineering, Department of Civil Engineering, Azad University of Najaf-Abad, Isfahan, Iran.

² Assistant Prof of Hydraulic Structures, Department of Mechanical and Civil Engineering, Khomeinishahr Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

*Corresponding Author email: y.aghaee@iaukhsh.ac.ir

© The Author(s) 2023

Received: 25 June 2023

Accepted: 07 Oct 2023

Published: 14 Oct 2023

Abstract

Today, one of the favorite subjects among structural engineering researchers is methods based on the optimization of structures, often referred to as RBDO (Reliability-Based Design Optimization). In this field, optimization problems are formulated and solved while considering probabilistic constraints. In the present research, we have undertaken the task of optimizing a circular water tank. The objective function in this study is the cost associated with constructing a reinforced concrete tank, and potential constraints include factors related to strength and serviceability, such as the demand-to-capacity ratio, crack width, and structural deformations. The criteria for designing strength and serviceability adhere to Regulation 123 of the country's management and planning organization. To demonstrate the effectiveness and efficiency of the MCMC (Markov Chain Monte Carlo) simulation and optimization method employed in this research for tank design, we have investigated a water tank with a volume of 113 m³. Additionally, we have modeled this reservoir using SAP2000 software and implemented computer programming using the MCMC method in MATLAB software.

Keywords: Reliability, Optimization, Probabilistic constraints, RBDO, MCMC



طراحی بهینه مخازن آب بتنی دایروی به روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای MCMC

محمد آقایی^۱، یاسین آقایی شلمانی^{۲*}

۱. کارشناسی ارشد مهندسی عمران سازه، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف آباد، اصفهان، ایران.

۲. استادیار سازه‌های هیدرولیکی، گروه عمران، دانشکده مهندسی مکانیک و عمران، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، اصفهان، ایران

* ایمیل نویسنده مسئول: y.aghaee@iaukhsh.ac.ir

© The Author(s) 2023

چاپ: ۱۴۰۲/۰۷/۲۲

پذیرش: ۱۴۰۲/۰۷/۱۵

دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۰۴

چکیده

امروزه یکی از موضوعات موردعلاقه پژوهشگران حوزه مهندسی سازه، روش‌های مبتنی بر بهینه‌سازی سازه‌ها با نام RBDO یا همان بهینه‌سازی بر پایه قابلیت‌اعتماد سازه‌ها است. در این حوزه، مسائل بهینه‌سازی با توجه به قیود احتمالاتی، طراحی و بهینه‌سازی می‌گردند. در پژوهش حاضر مسئله بهینه‌سازی مخزن دایروی آب، مورد طراحی بهینه قرار گرفته است. تابع هدف در این پژوهش، هزینه ساخت مخزن بتن‌آرمه بوده و قیود احتمالاتی آن شامل قیود مقاومتی و خدمت‌پذیری نظیر نسبت تقاضا به ظرفیت، میزان عرض ترک و تغییرشکل‌های سازه می‌باشد که آیین‌نامه مورد استفاده نیز برای بارگذاری، طراحی ضوابط مقاومتی و خدمت‌پذیری، آیین‌نامه ۱۲۳ سازمان مدیریت و برنامه‌ریزی کشور می‌باشد. در نهایت برای نشان‌دادن کارایی و عملکرد مناسب روش شبیه‌سازی و بهینه‌سازی MCMC که در این پژوهش، برای حل مسئله طراحی مخزن به‌کار رفته است به بررسی یک مخزن آب با حجم 113 m^3 پرداخته شده است. همچنین مدل‌سازی این مخزن در نرم‌افزار SAP2000 و برنامه‌نویسی کامپیوتری به روش MCMC در نرم‌افزار MATLAB صورت گرفته است.

کلمات کلیدی: قابلیت‌اعتماد، بهینه‌سازی، قیود احتمالاتی، RBDO، MCMC

از پرکاربردترین مخازن بتنی و یکی از سازه‌های مهم حیاتی بشر، مخازن ذخیره‌ی آب است که با توجه به رشد فزاینده جمعیت و توسعه جمعیت روستاها و شهرها، به‌منظور حفظ مایع درون آن در شرایط بحرانی و اقتصادی واضح و آشکار است. بنابراین استفاده از روش‌های نوین در طراحی و احداث مخازن، اهمیت بسزایی دارد. چنانچه طراحی مخازن بتنی، به‌درستی انجام نشده باشد، یا ایمنی و دوام آن به خطر افتد، با صرف هزینه‌های اضافی باعث اتلاف منابع مالی می‌شود. با توجه به ملاحظات پدافند غیرعامل و فنی، مخازن دایروی به علت نداشتن گوشه‌های تیز در شکل هندسی نسبت به مخازن مکعب مستطیلی برتری دارد. بنابراین در پژوهش حاضر، به مثالی از طراحی بهینه مخازن بتنی دایروی آب از نوع غیرمدفون، پرداخته شده است. مهندسین و محققین تقریباً از سال ۱۹۶۰ به اهمیت ارزیابی ایمنی سازه‌ها با بررسی رفتار تصادفی پارامترهای طراحی و خصوصیات آماری آن‌ها پرداختند (Mirsharifi & Baba 2017). پژوهش‌های انجام شده در زمینه‌ی بهینه‌سازی، عمدتاً از روش‌هایی می‌باشند که ضعف عمده‌ی آن ناتوانی در لحاظ نمودن قیود احتمالاتی است. پیرامون همین موضوع، Jahanshahi et al. (2016) به کاربرد روش‌های نوین بهینه‌سازی در سازه‌های بتنی پرداختند. Havaei & Kia (2012)، به بهینه‌سازی مخزن بتنی مستطیلی نیمه-مدفون آب توسط الگوریتم ازدحام ذرات (PSO)^۱ با استفاده از غلاف تقویت منشوری پرداختند. Wankhede et al. (2015) در پژوهشی بهینه‌سازی هزینه مخازن آب دایروی با یک برنامه‌ریزی کامپیوتری و استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات، را بررسی کردند. Chiti et al. (2015) در مقاله‌ای طراحی بهینه سدهای وزنی بتنی را بر اساس قابلیت‌اعتماد به روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای انجام دادند. Ahmadi (2012) در پژوهشی به بهینه‌سازی ساخت مخازن بتنی زمینی آب با کاهش مقاومت فشاری بتن و افزایش مقاومت کششی فولاد پرداخت. Proppe (2017)، روش شبیه‌سازی MCMC^۲ را برای تحلیل قابلیت-اعتماد سازه‌ها بکار برد. او با استفاده از تحلیل زیرمجموعه‌ای و با به‌کارگیری روش تقریب زنی احتمالاتی MCMC سعی در شبیه‌سازی قابلیت‌اعتماد سازه‌ها داشته است. Jensen et al. (2021) در پژوهشی یک رویکرد کلی برای حل مسائل طراحی سازه ارائه کردند که یک رویکرد دو فازی برای به دست آوردن طرح‌های بهینه در نظر گرفته شده است. فاز یک نمونه‌ها (طرح‌ها) را تولید می‌کند که به طور یکنواخت در فضای طراحی امکان‌پذیر توزیع شده‌اند، در حالی که فاز دوم مجموعه‌ای از طرح‌ها را در مجاورت مجموعه راه‌حل بهینه به دست می‌آورد که مشکل به روز رسانی مدل معادل با روش مونت کارلوی زنجیره مارکف انتقالی حل شده است. Xiao & Nowak (2022) یک روش نمونه‌گیری کارآمد جدید برای تخمین PDF^۳ شرطی شکست و شاخص حساسیت قابلیت اطمینان از طریق شبیه‌سازی دو مرحله‌ای زنجیره مارکوف مونت کارلو (MCMC) پیشنهاد دادند.

در سال 2013، در پژوهشی از الگوریتم MCMC جهت طراحی روسازی راه بر اساس قابلیت‌اعتماد استفاده شد (Dilip & Sivakumar Babu 2013). Khanmohammadi et al. (2010)، به بررسی مبانی طراحی مخازن بتنی ذخیره آب در آیین-نامه‌های معتبری چون EN 1998-4:2006, NZS 3106-2009, ACI350.3-06 و نشریه ۱۲۳ پرداختند. در سال 2010، در پژوهشی تحت عنوان بهینه‌سازی طراحی با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای، یک الگوریتم بهینه‌سازی عمومی

1- Particle Swarm Optimization
2- Markov Chain Monte Carlo
3- Probability Density Function

دو معیاره ارائه شد (Li & Au 2010). روش پیشنهادی این الگوریتم، در واقع همان روش MCMC است که در معیار اول، آن-هایی که دامنه‌ی بیشتری به اطلاعات موجود دهد و در معیار دوم آن‌هایی که تابع هدف را بهبود بخشد، مورد قبول است. در سال 2015، در مقاله‌ای به طراحی بهینه مجزای سازه‌های خرابایی شکل با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای پرداخته شد (Li & Ma 2015).

Lopez & Beck (2012) در یک مقاله‌ی مروری، انواع روش‌های بهینه‌سازی مبتنی بر قابلیت اعتماد، به خصوص روش مرتبه اول قابلیت اعتماد^۴ (FORM)، را مورد بررسی قرار دادند. روش بهینه‌سازی بر پایه‌ی قابلیت اعتماد (RBDO^۵)، به دنبال راهی است که پاسخ بهینه را در یک سطح حداقلی از ایمنی نگه دارد. از آنجایی که روش FORM، جهت محاسبه شاخص قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار می‌گیرد در اصل جزء روش‌های بهینه‌سازی است. استفاده از این روش در استراتژی RBDO در یک دیدگاه سنتی دارای دو حلقه‌ی تو در تو می‌باشد. منظور از حلقه‌ی درونی، تحلیل قابلیت اعتماد و حلقه‌ی بیرونی روند بهینه‌سازی است. از آنجا که ترکیب این دو حلقه از لحاظ محاسباتی بسیار هزینه‌بر است؛ جهت کاهش حجم محاسباتی RBDO که بر اساس روش FORM شکل گرفته‌اند پژوهشگران این حوزه را بر آن داشته است که پیشنهادهایی جهت جدا نمودن روند محاسباتی این دو حلقه از هم ارائه دهند؛ این پیشنهادها به دو دسته‌ی اصلی تقسیم‌بندی می‌گردند:

دسته‌ی اول به روش‌هایی تعلق دارد که تک حلقه‌ای بوده و به صورت زنجیره‌ای از تک حلقه‌ها می‌باشد و هدف آن است که دو حلقه از یکدیگر جدا گردد و حل آن‌ها به صورت زنجیره‌ای تا رسیدن به یک معیار توقف ادامه یابد. دسته‌ی دوم مربوط به روش‌های تک سطحی است و با در نظر گرفتن یک استراتژی متفاوت، سعی در به نتیجه رساندن حلقه‌ی بهینه‌سازی دارد.

روش‌های جداسازی به دو دسته‌ی مهم یعنی بهینه‌سازی زنجیره‌ای بر اساس قابلیت اعتماد^۶ (SORA) و برنامه‌ریزی تقریبی مرحله‌ای، با یکدیگر مقایسه شده‌اند. این دو دسته بهترین کارایی را در مقایسه با تمامی روش‌های جداسازی دارا می‌باشند. در مقایسه با روش MCMC می‌توان گفت که روش FORM بر پایه‌ی محاسبه‌ی گرادیان توابع حالت حدی، بهینه‌یابی می‌کند در صورتی که شبیه‌سازی مانند MCMC تنها با جایگذاری مقادیر عددی که بار محاسباتی بسیار کمی دارد (سعی و خطا) به شبیه‌سازی قیود می‌پردازد. لذا حساسیتی به مشتق‌پذیر بودن قیود مسئله ندارد. در ضمن برنامه‌نویسی کامپیوتری آن‌ها بسیار ساده‌تر از روش‌های کلاسیک می‌باشد. همچنین روش‌های کلاسیک در برخورد با تعداد زیاد قیود فعال دچار عدم همگرایی مناسب می‌شود در حالی که عدم حساسیت روش MCMC یکی دیگر از مزایای این گونه روش‌ها می‌باشد.

بنابراین در حوزه‌ی طراحی بهینه مخازن بتنی به ویژه دایروی، پژوهش‌های بسیار کمی صورت گرفته است. ضمن آن که مزیت الگوریتم به کار گرفته شده در پژوهش حاضر، نسبت به الگوریتم‌های کلاسیک معمول در بهینه‌سازی، توان آن در لحاظ نمودن قیود احتمالاتی در مسئله است. روش‌های زیادی مانند الگوریتم ژنتیک، ازدحام ذرات، کولونی مورچگان و... تنها توان حل مسئله مبتنی بر متغیرهای معین را دارند در صورتی که روش پیشنهادی MCMC با لحاظ نمودن پارامترهای تصادفی دارای اهمیت در مسئله‌ی طرح، بهینه‌سازی را بر اساس توابع توزیع و در قالب قیود احتمالاتی انجام می‌دهد. بنابراین استفاده از

4- First Order Reliability Method

5- Reliability Based Design Optimization

6- Sequential Optimization and Reliability Assessment

الگوریتم‌های کلاسیک نمی‌تواند از جامعیت بالایی برخوردار باشد. در نتیجه پژوهش حاضر با لحاظ نمودن قیود احتمالاتی و استفاده از توابع توزیع و با روش MCMC، به طرح بهینه مخازن به‌ویژه از نوع دایروی پرداخته است.

۲- روش کار

۲-۱- بهینه‌سازی بر پایه نظریه قابلیت‌اعتماد سازه‌ها به روش MCMC

مهندسان در طراحی‌های خود با متغیرهای تصادفی (هم در مورد بارها و هم در خصوص مقاومت) سروکار دارند. معمولاً جهت پیش‌بینی رفتار هر متغیر، آزمایش‌های مکرری بر روی آن صورت گرفته و سپس نمودارهای آماری برای آن تهیه شده و از این نمودارها در مطالعات آماری در به‌دست‌آوردن روابط احتمالاتی استفاده می‌گردد. برای تجزیه و تحلیل آماری پارامترهای مربوط به کمیت‌ها دو روش وجود دارد:

اولین روش تحلیل خطی آماری نام دارد و بر اساس بسط تیلور شکل گرفته است. در این روش از جملات خطی بسط تیلور (فقط مشتقات مرتبه اول) استفاده شده است؛ بنابراین این روش برای روابط غیرخطی بین متغیرهای اولیه و کمیت‌های طراحی نتایج دقیقی ارائه نمی‌دهد (Mirsharifi & Baba, 2017).

روش دوم که به روش تحلیلی مونت‌کارلو معروف می‌باشد، در واقع یک روش شبیه‌سازی است. در این روش ابتدا برای تمامی متغیرهای تصادفی اولیه (مثل بار یا مقاومت) با میانگین، واریانس و ضریب پراکندگی مشخص، توابع توزیع بر اساس تجربه موجود در نظر گرفته می‌شود. سپس مقادیر تصادفی بین 0 تا 1 تولید می‌شوند که در واقع نشان‌دهنده احتمال وقوع مقادیر مشخص از متغیر تصادفی مورد نظر می‌باشد.

۲-۲- روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای مارکوف-چین مونت‌کارلو (MCMC)

روش مارکوف-چین مونت‌کارلو (MCMC)، یک روش شبیه‌سازی احتمالاتی است که به کمک یک PDF دلخواه، با تولید تعداد نمونه‌های شرطی تصادفی کم‌تر و مطلوب‌تر می‌تواند حجم محاسبات را کاهش دهد و در نتیجه با همان دقت روش مونت‌کارلو به جواب بهینه برسد. به‌طور کلی به روش مونت‌کارلو که برای تولید نمونه‌های تصادفی خود از زنجیره‌ی مارکوف استفاده می‌کند در واقع یک زنجیره‌ی مارکوف، یک دنباله‌ای از اعداد است که هر نمونه، وابسته به نمونه قبلی در آن دنباله است. الگوریتمی به نام متروپولیس‌هستینگ (MH^v)، مشخص می‌کند عدد تصادفی جدید، کمکی در به روز شدن دانش قبلی خواهد کرد یا خیر؛ و در نتیجه دیتای تصادفی جدید، رد یا قبول گردد. الگوریتم متروپولیس-هستینگ یک روش زنجیره مارکوف مونت‌کارلو برای بدست آوردن ترتیبی از نمونه‌های تصادفی از یک توزیع احتمالی است که نمونه‌برداری مستقیم از آن دشوار می‌باشد. این ترتیب را می‌توان برای برآورد یک توزیع به عنوان مثال تولید یک هیستوگرام (امید ریاضی) استفاده کرد (Hastings, 1970). به کمک الگوریتم MH در انتخاب و انتقال از یک نمونه به به نمونه دیگر به‌صورت یک مرحله‌ی رد و قبول در معرض قضاوت و در نتیجه عملیاتی می‌گردد. در این الگوریتم یکی از روش‌های رد یا قبول، محاسبه‌ی ضریبی به نام $\alpha(\theta_{\text{new}}|\theta_{t-1})$

برگرفته از اطلاعات دانش قبلی و به‌روز کردن آن با استفاده از روش بیزین است. احتمال شرطی به‌نام احتمال بیز بصورت زیر است (Nowak & Collins, 2012):

$$P(B_j|A) = \frac{P(B_j \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B_j)P(A|B_j)}{\sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i)} \quad J=1,2,3,\dots,n \quad (1)$$

که در که در رابطه فوق $P(B_j|A)$ احتمال وقوع پیشامد B_j با مشروط کردن نسبت به وقوع پیشامد A است. $P(B_j)$ احتمال وقوع پیشامد B_j و $P(A)$ احتمال وقوع A است. همچنین $P(B_j \cap A)$ بیانگر احتمال وقوع همزمان پیشامدهای A و B است.

۲-۳- بهینه‌سازی بر پایه قابلیت اعتماد (RBDO)

هر مسئله بهینه‌سازی دارای تعدادی متغیر مستقل است که آن‌ها را متغیرهای طراحی می‌نامند. هدف از بهینه‌سازی تعیین متغیرهای طراحی است، به‌گونه‌ای که تابع هدف کمینه یا بیشینه شود. در واقع هدف از بهینه‌سازی یافتن بهترین جواب قابل قبول، با توجه به محدودیت‌ها و نیازهای مسئله است. برای یک مسئله، ممکن است جواب‌های مختلفی موجود باشد که برای مقایسه آن‌ها و انتخاب جواب بهینه، تابعی به نام تابع هدف تعریف می‌شود. انتخاب این تابع به طبیعت مسئله وابسته است. هزینه از جمله اهداف رایج بهینه‌سازی در سازه‌های بتنی و همچنین در این پژوهش می‌باشد. شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای یک روش بسیار مؤثر در بهینه‌سازی سازه‌ها معرفی گردید که برای مطالعه بیشتر می‌توان به Li & Cao (2016) مراجعه نمود. جهت شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای برای بهینه‌سازی سازه‌ها، فرض کنید که قرار است یک مسئله بهینه‌سازی نامقید حل گردد و مسئله‌ی آن به‌صورت رابطه زیر ارائه شده است:

$$\text{Min: } W(d) \quad d^l \leq d \leq d^u \quad (2)$$

در رابطه بالا، $W(d)$ تابع هدف، d بردار طراحی، d^l, d^u نیز حدود بالا و پایین مقادیر بردارهای طراحی‌اند. بنابراین می‌توان یک مسئله قابلیت اعتماد ساختگی را بر پایه متغیرهای طراحی و به بیان احتمالاتی تبیین و به‌صورت رابطه زیر ارائه داد:

$$P_F = P(F) = P(W(d) < W_{opt}) \quad (3)$$

در این رابطه، W_{opt} مقدار کمینه‌ای است که تابع هدف می‌تواند داشته باشد و رخداد $F = \{W(x) \leq W_{opt}\}$ یک رخداد دلخواه ساختگی است که در این روند تعریف شده است. روشن است که احتمال شکست P_F دارای مقدار صفر است. در شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای که به کمک آن بهینه‌سازی سازه‌ها را می‌توان بررسی نمود معادله‌ی حاکم همچنان رابطه (۳) می‌باشد. در گام اول عملیات بهینه‌سازی حل و محاسبه‌ی بردار طراحی d بایستی ابتدا پارامترهای تصادفی را با استفاده از توزیع‌های حاکم بر آن‌ها مقداردهی نمود. در گام دوم عملیات بهینه‌سازی که حالتی تکراری و چندمرحله‌ای دارد عمدتاً ناپیوستگی به اتمام برسد مگر آنکه به معیار توقف رسیده باشد. از بررسی مقالات مختلف که در این زمینه به چاپ رسیده‌اند این نتیجه حاصل شد که تنها دو روش جهت اعمال معیار توقف وجود دارد:

در روش اول در بهینه‌سازی احتمالاتی از حداکثر تعداد استفاده می‌شود و در روش دوم اگر بین چند تکرار پیاپی، تغییر خاصی در تابع هدف ایجاد نشود بدین معنی است که بایستی عملیات بهینه‌سازی متوقف گردد. معیار توقف جدید که بر پایه‌ی نمونه‌های احتمالاتی ارائه شده است در زیر آورده شده است (Li & Cao, 2016):

$$\max(\hat{\sigma}_k) \text{ or } \max(|\hat{\sigma}_k - \hat{\sigma}_{k-1}|) \leq \varepsilon \quad (4)$$

در رابطه‌ی بالا $\hat{\sigma}_k$ بیانگر انحراف از معیار داده‌هایی است که از مرحله‌ی K ام شبیه‌سازی به دست آمده‌اند. متغیر ε نیز نشانگر تoleransi است که جهت پایان عملیات توقف تعیین می‌گردد. یک مسئله قابلیت‌اعتماد بر پایه متغیرهای طراحی و به بیان احتمالاتی به صورت رابطه زیر بیان شود:

۳- نتایج و بحث

۳-۱- بارگذاری

در پژوهش حاضر بارگذاری بصورت ترکیبی از بارهای زنده، مرده، زلزله، فشار استاتیک خاک و مایع است که ترکیب این بارها در طراحی بصورت حدی از آیین نامه نشریه ۱۲۳ سازمان مدیریت و برنامه ریزی ایران استفاده شده است. اثرات ناشی از وزن تجهیزات و لوله‌ها باید با توجه به اهمیت و بزرگی آن‌ها، بر اساس نظر طراح مورد محاسبه قرار گیرند. حداقل بار زنده، باید برابر بار برف در نظر گرفته شود. همچنین مقدار بار زنده در هیچ حالتی نباید کم‌تر از 1.5 KN/m^2 باشد. فشار استاتیکی جانبی و قائم مایع نگهداری شده بر اساس تئوری‌های مکانیک سیالات و با استفاده از وزن مخصوص (γ_L) و عمق تراز مورد نظر از سطح آزاد مایع نگهداری شده (h_L)، مطابق رابطه $P_L = \gamma_L \times h_L$ محاسبه می‌شود. در هر حال مخازن باید برای حداکثر تراز ممکن مایع نگهداری شده محاسبه شوند. سازه مخازن برای تحمل نیروهای ناشی از اثرات خودکرنشی حاصل از تغییرات دما طراحی می‌شوند که البته با توجه به محدوده کاربرد این ضابطه، به طور معمول می‌توان از گرادیان حرارتی ناشی از تفاوت دمای مایع نگهداری شده با محیط پیرامون مخازن صرف نظر کرد. طبق نشریه ۱۲۳، به منظور ساده‌سازی محاسبات و با توجه به اثر خزش در بتن نارس و اثر چسبندگی فولاد به بتن، در بتن سخت شده، فرض می‌شود انجام تحلیل حرارتی سه بعدی مخزن بر مبنای مقادیر ارائه شده در مدلسازی کافی بوده و مخزن طرح شده در برابر ترک خوردگی بر اثر هر دو نوع تغییرات دمای ذکر شده مقاوم است. فشار استاتیکی جانبی خاک را در محاسبات برابر فشار هیدرواستاتیکی جانبی نظیر مایعی با وزن مخصوص 15 KN/m^3 در قسمت‌هایی که خاک پایین‌تر از سطح آب زیرزمینی قرار دارد (کل فشار استاتیکی جانبی آب و خاک اشباع) و 10 KN/m^3 در قسمت‌هایی که خاک بالاتر از سطح آب زیرزمینی قرار دارد، در نظر گرفت (Regulation No. 123, 1992). در این تحقیق شرایط محیطی معمولی برای خاک در نظر گرفته شده است. شرایط معمولی، شرایطی است که در آن عضو در تماس با خاک‌های غیر مهاجم و آب با $\text{PH} > 5$ قرار گرفته و گاهی دچار تعریق می‌گردد. برای محاسبه اندرکنش مخزن و مایع نگهداری شده در آن، تنها روش تحلیل استاتیکی معادل بر اساس روش اصلاح شده هازنر مورد بررسی قرار می‌گیرد. زمان تناوب ارتعاش افقی جرم موج مایع نگهداری شده (T_c) را می‌توان بر اساس رابطه (۵) تعیین کرد. مقدار ضریب λ نیز برای مخازن استوانه‌ای طبق رابطه (۷) محاسبه می‌شود (Regulation No. 123, 1992):

$$T_c = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \sqrt{L \text{ or } D} \quad (5)$$

$$\lambda = \sqrt{3.68g \times \tanh\left[3.68\left(\frac{H_L}{D}\right)\right]} \quad (6)$$

در رابطه بالا، D و H_L به ترتیب قطر داخلی مخزن و ارتفاع مایع درون آن است. همچنین حداقل ضریب اهمیت مخازن (I) باید با توجه به مایع نگهداری شده، کاربری مخزن و محل قرارگیری آن بر اساس استاندارد 2800 ایران تعیین گردد. نسبت وزن معادل قسمت سخت (W_i) و قسمت موج (W_e) مایع نگهداری شده به وزن کل آن (W_L)، برای مخازن استوانه‌ای باید طبق رابطه (۷) محاسبه شوند (Regulation No. 123, 1992):

$$\frac{W_i}{W_L} = \frac{\tanh\left[0.866\left(\frac{D}{H_L}\right)\right]}{0.866\left(\frac{D}{H_L}\right)} \quad (7)$$

ضریب رفتار (R)، ضریبی است که نشان‌دهنده میزان نامعینی و شکل‌پذیری سیستم سازه‌ای و همچنین توانایی آن برای استهلاک انرژی زلزله می‌باشد و مقدار آن برای مخازن مدفون ۴ و برای مخازن غیر مدفون ۳ است. شکل ۱ کلیه آثار ناشی از ارتعاش افقی مایع نگهداری شده در مخازن نشان داده شده است. در این شکل (P_i) فشار قائم استاتیکی آب و (P_b) تغییر فشار در هنگام زلزله است. ارتعاش افقی مایع نگهداری شده در مخازن منجر به ایجاد فشار نامتوازن بر روی دال کف آن‌ها (P_b) می‌شود. اثر این تغییرات فشار با تعریف ارتفاع‌های ظاهری h'_i و h'_e به جای ارتفاع‌های h_i و h_e در محاسبه لنگر و ازگونی مخازن بر روی دال کف (M_0) در نظر گرفته می‌شود. این ارتفاع‌های ظاهری که نشان‌دهنده ارتفاع مرکز ثقل نیروهای جانبی ناشی از ارتعاش جرم سخت و موج مایع نگهداری شده از پای دیوار با در نظر گرفتن فشار نامتوازن وارد بر کف مخزن هستند. در مخازن استوانه‌ای طبق روابط ۸ تا ۱۰ محاسبه می‌گردند (Regulation No. 123, 1992).

$$\frac{D}{H_L} < 0.75 \quad \frac{h'_i}{H_L} = 0.45 \quad (8)$$

$$\frac{D}{H_L} \geq 0.75 \quad \frac{h'_i}{H_L} = \frac{0.866\left(\frac{D}{H_L}\right)}{2 \times \tanh\left[0.866\left(\frac{D}{H_L}\right)\right]} - \frac{1}{8} \quad (9)$$

$$\frac{h'_e}{H_L} = 1 - \frac{\cosh\left[3.68\left(\frac{H_L}{D}\right)\right] - 2.01}{3.68\left(\frac{H_L}{D}\right) \times \sinh\left[3.68\left(\frac{H_L}{D}\right)\right]} \quad (10)$$

۳-۲- ساختار برنامه نوشته شده برای بهینه‌سازی طراحی مخازن بتن آرمه

در ابتدا باید توابعی تولید کرد که بتواند مدل را در محیط SAP2000 ایجاد نموده و خواص مصالح مصرفی، مقاطع مورد استفاده و نیز بارگذاری مربوط به طرح مخازن را بر اساس نکات آیین‌نامه ۱۲۳ ایجاد نماید. این موارد در SAP2000 شامل تعریف بتن، تعریف فولاد، تعریف فنر، الگو و ترکیبات بارگذاری، محل نقاط تغییر مکان می‌باشد. در مدلسازی از تحلیل مودال با ۱۲ مود استفاده شده است. نوع بارگذاری با استفاده از موارد مندرج در آیین‌نامه ۱۲۳ انجام شده است. نوع ترکیبات بار از نوع خطی است و همچنین مدلسازی خاک پیرامون مخزن به صورت فنرهای وینکلر انجام شده است. در پژوهش حاضر عملیات مربوط به

ارتباط برقرار نمودن با نرم‌افزار SAP2000 توسط زبان برنامه‌نویسی C# انجام شده است و محاسبات مربوط به بهینه‌سازی توسط الگوریتم MCMC با زبان MATLAB کدنویسی شده است. ارتباط بین کد MATLAB با Console برنامه‌نویسی شده در C#، از طریق فرستادن دستور (Send Command) است؛ بدین صورت که پارامترهایی که باید به صورت تصادفی تولید و در شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گیرند، توسط این روش به برنامه .exe فرستاده می‌شود. پس از اتمام عملیات، نتایج در فایل متنی نوشته شده تا برنامه MATLAB آن را بخواند و سپس برآورد توابع هدف و نیز قیود فنی موجود در مسئله را انجام دهد. اطلاعات نوشته شده در فایل متنی، شامل مقادیر مربوط به توابع هدف (شامل قیمت مصالح مصرفی سازه مخزن) و مقادیر مربوط به کنترل قیود بهره‌برداری (مانند ترک خوردگی)، کنترل قیود مربوط به خدمت‌پذیری (مانند تغییر مکان نقاط خاصی از سازه) و کنترل قیود مربوط به قیود مقاومتی (شامل کنترل ظرفیت خمشی و تقاضای خمشی ناشی از بارگذاری‌های مختلف در مقاطع حساس سازه) می‌باشد. هر کدام از این مقادیر با فرض مشخص در فایل متنی نوشته شده و سپس همین مقادیر توسط MATLAB خوانده و به الگوریتم بهینه سازه بازمی‌گردد. ارتباط File.exe با روش تولید عدد تصادفی MCMC موجود در برنامه MATLAB منجر به رسیدن جواب بهینه یا همان کم‌ترین هزینه ساخت مخزن از لحاظ میزان بتن و آرماتور مصرفی خواهد شد. در برنامه نوشته شده به علت آن که طبیعت رفتار MCMC مورد استفاده برای بهینه‌سازی مقید است، از هرگونه توابع با ضرائب لاگرانژ استفاده نشده است. در نهایت مقدار فشار هیدرودینامیک وارد شده بر دیوارها و دال کف مخازن بر اثر شتاب قائم زلزله بر اساس روابط آیین نامه محاسبه می‌شوند. شکل ۲ نمای شماتیک از مقطع مخزن استوانه‌ای و نحوه قطعه بندی آن را نشان می‌دهد. المان مقطع مورد بررسی، دارای ۱۰ متغیر است که در جدول ۱ آورده شده است. لازم به ذکر است که المان مورد نظر دارای عرض واحد، و ارتفاع المان نیز مطابق با ارتفاع مخزن 4m است. همچنین مطابق شکل ۲ قطعات ۳ با ۷، قطعات ۴ با ۶ و قطعات ۱ با ۲ با توجه به ماهیت رفتاری مشابه، به صورت قرینه و شبیه یکدیگر مدل می‌شوند.

شکل ۱. نیروها و لنگرهای ناشی از ارتعاشات افقی مایع در مخزن (Regulation No. 123, 1992)

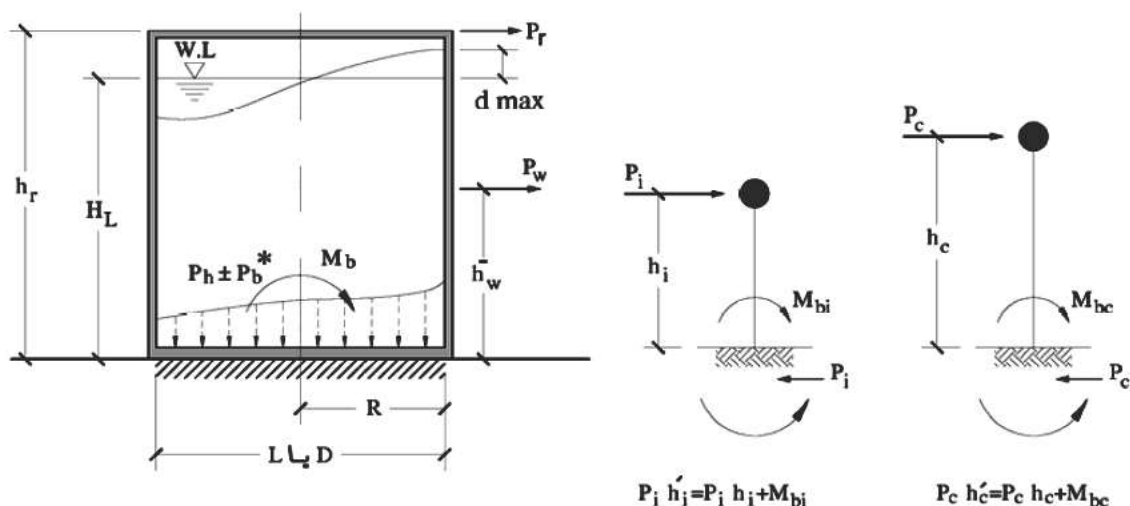


Fig 1. Forces and moments due to horizontal vibrations of the liquid in the tank (Regulation No. 123, 1992)

شکل ۲. شماتیک از مقطع مخزن استوانه‌ای و قطعه بندی آن

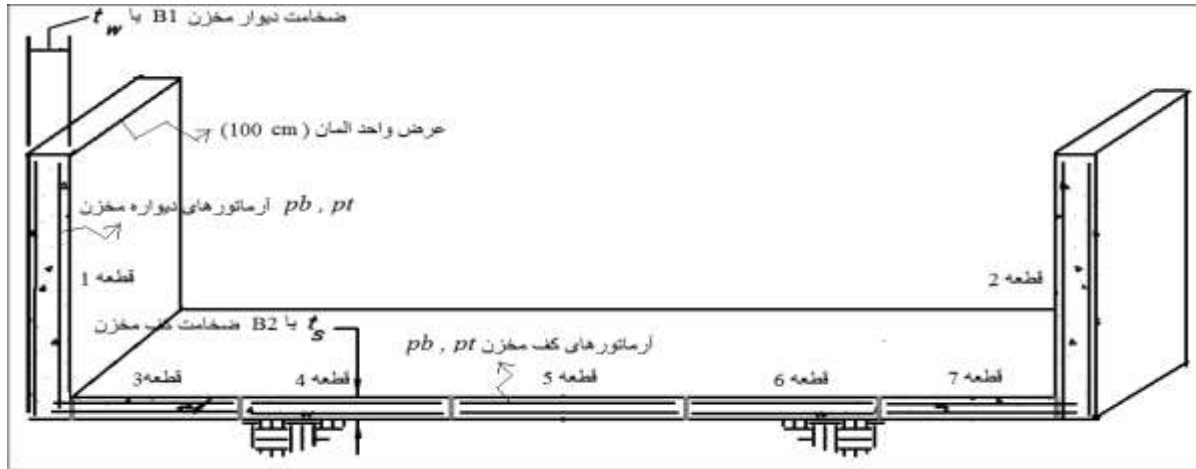


Fig 2. Schematic figure of the section of the cylindrical tank and its segmentation

جدول ۱. معرفی متغیرهای مؤثر در طراحی بهینه المان مخزن

Table 1. Introduction of effective variables in the optimal design of the tank element

B_1	ضخامت دیوارها یا المان عمودی مخزن
B_2	ضخامت کف یا المان افقی مخزن
ρ_{t_1}	درصد آرماتور یا چگالی آرماتور بالای المان‌های 3 و 7
ρ_{b_1}	درصد آرماتور یا چگالی آرماتور پایین المان‌های 3 و 7
ρ_{t_2}	درصد آرماتور یا چگالی آرماتور بالای المان‌های 4 و 6
ρ_{b_2}	درصد آرماتور یا چگالی آرماتور پایین المان‌های 4 و 6
ρ_{t_3}	درصد آرماتور یا چگالی آرماتور بالای المان‌های 5
ρ_{b_3}	درصد آرماتور یا چگالی آرماتور پایین المان‌های 5
ρ_{t_w}	درصد آرماتور یا چگالی آرماتور بالا در المان عمودی مخزن
ρ_{b_w}	درصد آرماتور یا چگالی آرماتور پایین در المان عمودی مخزن

در پژوهش حاضر آرماتورهای طولی در نرم‌افزار مدل‌سازی شده است و آرماتورهای عرضی که به صورت کششی حلقوی عمل می‌کند براساس مقدار حداقل موجود در آیین‌نامه ۱۲۳ در نظر گرفته خواهد شد (شکل ۳).

تابع هدف موردنظر در این تحقیق هزینه ساخت مخزن بتن‌آرمه و قیود آن شامل قیود خدمت‌پذیری و مقاومتی می‌باشد. قیود خدمت‌پذیری نظیر تغییرشکل‌های سازه و ترک‌خوردگی بوده و قیود مقاومتی همان نسبت تقاضا به ظرفیت مقاطع حساس در این مخزن است. همچنین جهت برآورد هزینه کل سازه نیاز است که مقادیر حجم و وزن بتن مصرفی، همچنین وزن آرماتورهای مصرفی در سازه تعیین گردد که این امر نیز توسط نرم‌افزار انجام می‌شود. نحوه محاسبه تابع هدف بدین صورت است که ابتدا حجم بتن مصرفی در مخزن مورد محاسبه قرار می‌گیرد و به دلیل آن‌که مخزن مورد بررسی در پژوهش حاضر به صورت استوانه-

ای است، بنابراین کافی است که یک قطاع از آن مورد بررسی قرار گیرد. با محاسبه حجم نهایی مخزن بهینه و ضرب این عدد در چگالی آرماتور و همچنین بهای تمام شده میلگرد مصرفی، قیمت فولاد کل مصرفی به دست می‌آید. در این پژوهش، قیمت بتن، به ازای هر تن ۵۵۰۰۰ تومان و قیمت فولاد، به ازای هر کیلوگرم ۵۵۰۰ تومان در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که این اعداد فرضی است ولی نسبت قیمت این دو متریک تقریباً درست فرض شده است.

شکل ۳. وضعیت قرارگیری آرماتورهای کششی حلقوی و آرماتورهای عمودی مخزن

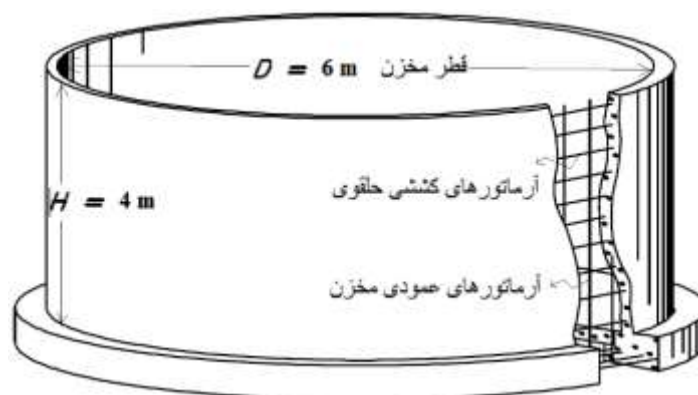


Fig 3. Positioning of circular tensile reinforcements and vertical reinforcements of the tank

در رابطه با تعیین مقادیر حدود متغیرها و همچنین توابع توزیع، مطابق جدول (۲) توزیع ابعاد هندسی به صورت یکنواخت و توزیع مقاومت به صورت نرمال در نظر گرفته شده است. تعداد متغیرهای طراحی ۱۰ عدد می‌باشد که مقادیر حداقل آن‌ها در آرایه b_1 و مقادیر حداکثر آن‌ها در آرایه b_2 تعیین گردیده است. تیرانس مورد قبول $0/0001$ تعیین گردیده است. تعداد نمونه‌هایی که زنجیره مارکوف چین مونت کارلو در هر سعی نمونه‌سازی می‌کند برابر ۱۰ عدد می‌باشد. در واقع حداکثر تعداد دور در چرخه شبیه‌سازی (MaxTry)، طبق مرجع (Li & Cao, 2016) مربوط به کد برنامه‌نویسی MCMC، برای رسیدن به حد تیرانس $0/0001$ ، برابر ۱۰۰ مرتبه در نظر گرفته شده است و پس از اتمام اجرای روند کلی شبیه‌سازی‌های انجام شده توسط برنامه ثبت و سپس مطابق شکل (۴) ترسیم گردیده است:

جدول ۲. حدود متغیرها و توزیع مقاومت

Table 2. Range of variables and distribution of resistance

$0.3 \text{ m} < B_1 < 0.65 \text{ m}$
$0.35 \text{ m} < B_2 < 0.8 \text{ m}$
$0.01 \rho b < \rho t_i < 0.5 \rho b$
$0.01 \rho b < \rho b_i < 0.5 \rho b$
$\mu f'_c = 21 \text{ Mpa}$
$\sigma f'_c = 2.1 \text{ Mpa}$
$\mu F_y = 400 \text{ Mpa}$
$\sigma F_y = 40 \text{ Mpa}$

شکل ۴. اجرای روند برنامه‌نویسی و میل به سمت هزینه بهینه

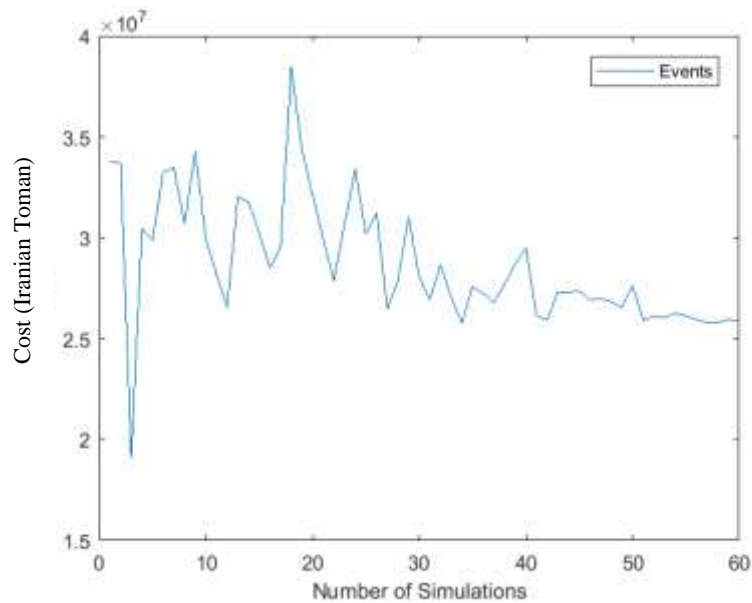


Fig 4. Implementation of the programming process and desire towards optimal cost

همان‌طور که از شکل (۴) نیز مشخص است، با حدود ۶۰ بار نمونه‌سازی انجام‌گرفته، مقادیر مربوط به معیارهای توقف الگوریتم که تلرانس و تعداد حداکثر نمونه‌سازی در یک مرحله است ارضا شده و پس از پایان مراحل بهینه‌سازی در فایل برنامه Matlab با نام RunOPT.m، نتایج به صورت جدول (۳) به دست آمد:

جدول ۳. نتایج حاصل از متغیرهای بهینه مخزن

Table 3. The results of optimal tank variables

Cost Function = 25773467 (Toman)	
$b_1 = 310.3905 \text{ mm}$	$b_2 = 393.2191 \text{ mm}$
$\rho t_1 = 0.014493$	$\rho b_1 = 0.011891$
$\rho t_2 = 0.011831$	$\rho b_2 = 0.0095131$
$\rho t_3 = 0.017364$	$\rho b_3 = 0.01127$
$\rho t_w = 0.015561$	$\rho b_w = 0.017027$

طبق جدول (۳)، ضخامت دیوارها بصورت تقریبی $310/39$ mm و ضخامت فونداسیون برابر با $393/2$ mm تعیین گردیده است. دیگر پارامترها نیز در ردیف ۲ تا ۵ جدول مربوط به چگالی آرماتورهای مصرفی در کف و دیواره‌های مخزن است. در نهایت با ۱۱ مرتبه شبیه‌سازی و کاهش انحراف از معیار در بین دسته نمونه‌های تصادفی که هر کدام نماینده یک مخزن است، معیارهای توقف الگوریتم ارضا شده‌اند و نتیجه نهایی مطابق شکل (۵) برابر با $25/7$ میلیون تومان خواهد شد.

شکل ۵. نمایش تعداد مراحل شبیه‌سازی تا رسیدن به تابع هدف بهینه

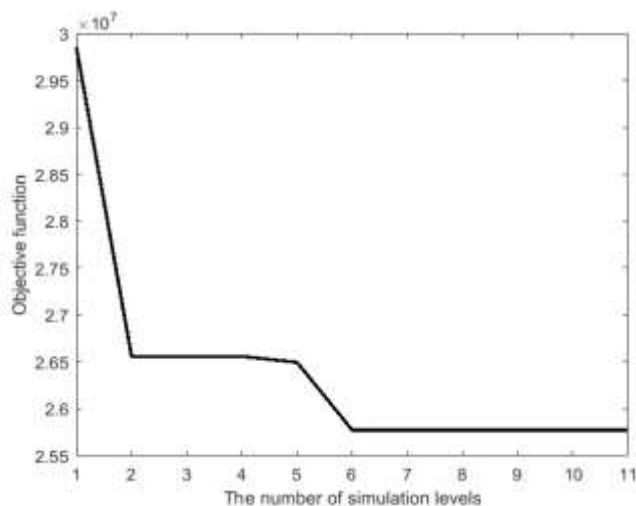


Fig 5. Display the number of simulation steps until reaching the optimal objective function

این مسئله با دسته‌های ۱۵ تایی مجدداً حل گردید و با تغییر تعداد نمونه‌ها در هر سطح شبیه‌سازی (MaxTry) به مقدار ۱۵، نتایج و نمودارهای تابع بهینه مخزن، همگرا تر نسبت به مقدار بهینه قبلی به دست خواهد آمد. با این تغییر، اجرای روند کلی شبیه‌سازی‌های انجام گردید و سپس توسط برنامه ثبت و به صورت شکل (۶) ترسیم شد. در نهایت جواب متغیرهای بهینه مخزن شامل ضخامت دیوار، کف و میزان آرماتورهای مخزن، مطابق جدول (۴) به دست آمد. همان‌طور که از شکل (۶) مشخص است پس از ۱۹۸ مورد نمونه شبیه‌سازی ضمن رعایت قیود آیین‌نامه و ارضا معیارهای توقف، همگرایی جواب مسئله به طور آشکار و گویا قابل ملاحظه است. ضمن آن‌که در کد بالا با توجه به مقادیر NumSam و MaxTry به ترتیب ۱۵ و ۱۰۰، استعداد ۱۵۰۰۰ مرتبه شبیه‌سازی مونت کارلو معمولی برای رسیدن به همین مقدار تابع هدف، وجود دارد و واضح است که با این زنجیره و استفاده از روش رد و قبول متروپولیس هستینگ، سریع‌تر به جواب بهینه و اقتصادی رسیده شد.

شکل ۶. اجرای روند برنامه‌نویسی و میل به سمت هزینه بهینه

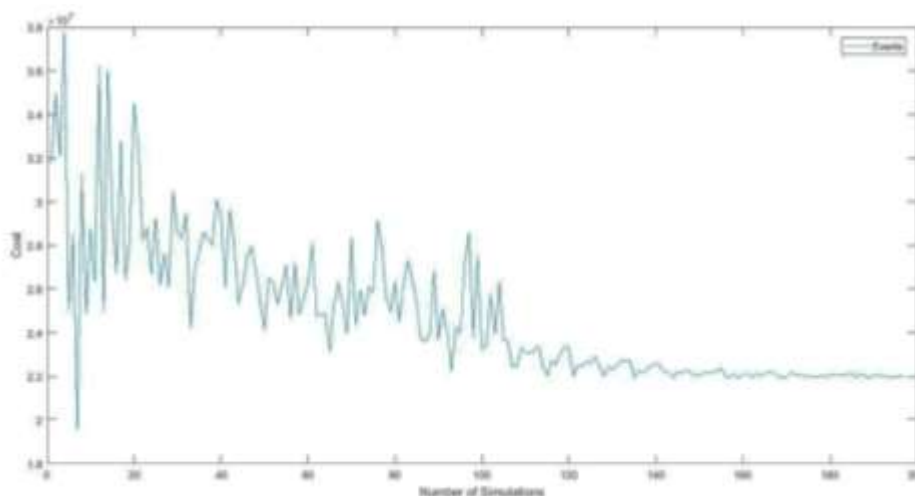


Fig 6. Implementation of the programming process and desire towards optimal cost

جدول ۴. نتایج حاصل از متغیرهای بهینه مخزن

Table 4. The results of optimal tank variables

Cost Function = 21904845 (Toman)	
$b_1 = 299.3426$	$b_2 = 432.2963$
$\rho t_1 = 0.011063$	$\rho b_1 = 0.0098963$
$\rho t_2 = 0.009943$	$\rho b_2 = 0.0081082$
$\rho t_3 = 0.012763$	$\rho b_3 = 0.010652$
$\rho t_w = 0.0164020$	$\rho b_w = 0.018241$

نتایج جدول (۴) که حاصل بهینه‌سازی متغیرهای موردنظر این پژوهش، به کمک روش MCMC است، در قالب شکل (۷) به نمایش درآمده است.

شکل ۷. نمایش متغیرهای مدنظر به دست آمده از روش MCMC

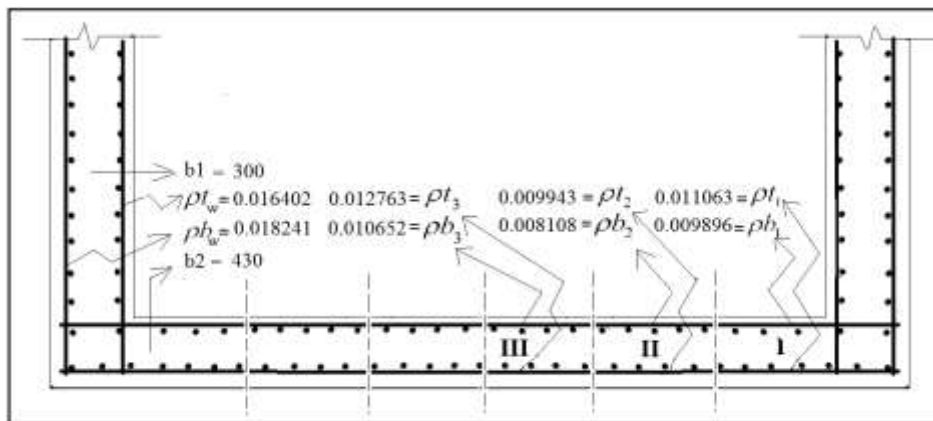


Fig 7. Display of considered variables obtained from MCMC method

در نهایت نمودار شکل (۸)، نشان می‌دهد که با ۲۷ مرتبه شبیه‌سازی با کاهش انحراف از معیار در بین دسته نمونه‌های تصادفی که هر کدام نماینده یک مخزن است، معیارهای توقف الگوریتم ارضا گردید و نتیجه نهایی برابر با ۲۱/۹ میلیون تومان خواهد شد.

شکل ۸. نمایش تعداد مراحل شبیه‌سازی تا رسیدن به تابع هدف بهینه

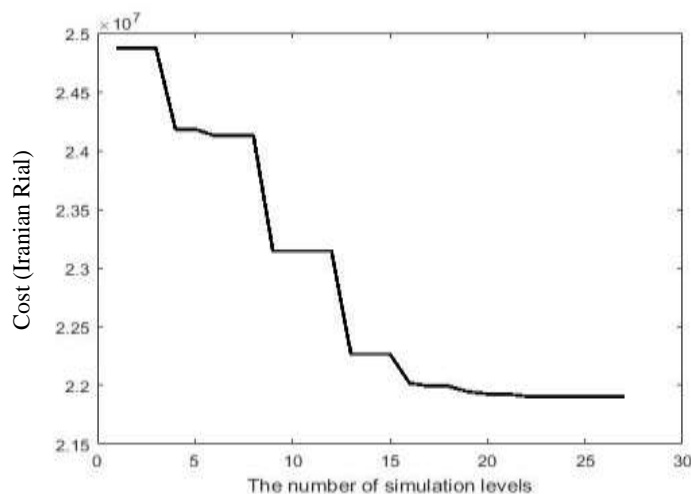


Fig 8. Display the number of simulation steps until the optimal objective function

لازم به ذکر است که حتی انتخاب NumSam یا همان تعداد نمونه‌ها در هر سطح شبیه‌سازی به مقادیر بالاتر، هزینه بهینه‌تر و همگراتر می‌گردد که البته در این مثال نزدیک به ۲۱/۹ میلیون تومان است اما به‌طور چشم‌گیر موجب اختلاف قیمت نسبت به طراحی با MaxTry=15 نخواهد شد؛ ضمن آن‌که با انتخاب تلرانس ۰/۰۰۰۱ که معادل شاخص قابلیت اطمینان آیین‌نامه ایران (مقررات ملی ساختمان ایران، مبحث ۹) بر مبنای $\beta=3.5$ می‌باشد، رعایت گردیده است. به همین دلیل می‌توان به همین میزان طرح بهینه و دستیابی به روش MCMC در زمینه طراحی مخزن که خاصیت تصادفی بودن متغیرهای طراحی نیز در آن رعایت گردیده، اکتفا نمود. در حالت بهینه‌سازی دوم، تعداد بازه‌های شبیه‌سازی ۱۰۰ مرتبه و تعداد دفعات قابل بهینه در هر بازه شبیه‌سازی ۱۵ مرتبه است و می‌توان گفت با روش مونت‌کارلو مستقیم استعداد ۱۵۰۰ بار نمونه‌سازی دارد ولی درنهایت به همین جواب بهینه‌ی ۲۱/۹ میلیون تومانی که با ۲۰۰ نمونه از زنجیره مارکوف‌چین به‌دست‌آمده، خواهیم رسید که در اتلاف زمان در رسیدن به تابع بهینه مؤثر است.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش ضرورت عدم قطعیت و اعمال خصوصیت تصادفی بودن متغیرها در بحث تحلیل و طراحی با روشی به نام MCMC انجام شد. MCMC به کمک توابع توزیع احتمال، به‌ویژه توزیع نرمال در بحث مقاومت، به تولید عدد تصادفی پرداخت که البته در بحث توزیع بارهای لرزه‌ای حداکثر وارد بر سازه، همچنین تعداد زلزله‌هایی که ممکن است در طول یک فاصله‌ی زمانی اتفاق بیفتد، توصیف بار زنده دائمی، پدیده خستگی مصالح و پدیده‌های دیگر، توابع توزیع مختلفی وجود داشت. از فرضیات ساده‌کننده‌ای نیز استفاده گردید و برای تکمیل طراحی به‌ویژه در بحث آرماتورهای کششی حلقوی و توزیع بارهای لرزه‌ای، طبق آیین‌نامه ۱۲۳ انجام شد. طراحی بهینه ضخامت و آرماتور موجود در دیوار و کف مخزن مورد بررسی قرار گرفته و مشاهده شد که با استفاده از زنجیره مارکوف‌چین و روش رد و قبول MH در روش کلی تولید عدد تصادفی مونت‌کارلو مستقیم، با حدود ۲۰۰ نمونه مخزن و با تبادل اطلاعات بین روش MCMC موجود در برنامه Matlab و نرم‌افزار محاسبه‌گر SAP2000، نتیجه‌ای همگرا و بهینه، در حدود قیمتی ۲۲ میلیون تومانی رسید؛ و این یعنی بهینه‌کردن، اعمال تصادفی بودن متغیرها به کمک دو معیار میانگین و انحراف از معیار، اعمال قیود و محدودیت‌های مدنظر آیین‌نامه دلخواه و همچنین کم‌ترین زمان در RunOPT.m برنامه نسبت به روش‌هایی مانند مونت‌کارلو مستقیم.

۵- تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ تضاد منافی در رابطه با نویسندگی و یا انتشار این مقاله ندارند.

۶- مراجع

- Ahmadi, G. (2012) Optimization of construction of concrete water ground tanks by reducing the compressive strength of concrete and increasing the tensile strength of steel. *4th National Conference of Concrete*. Tehran, Iran. (In Persian)
- Chiti, H., Khatibinia, M., Akbarpoor, A., & Naseri, H. (2015). Optimal design of weighted dams based on reliability *2nd International & 6th National Conference on Earthquake and Structure*, Kerman, Iran. (In Persian)
- Dilip, D. M., & Sivakumar Babu, G. L. (2013). Methodology for pavement design reliability and back analysis using Markov chain Monte Carlo simulation. *Journal of Transportation Engineering*, 139(1), 65-74.

- Havaei, G. R., & Kia, S. (2015). Optimization of reinforced concrete reservoir with circumferential stiffeners strips by particle swarm algorithm. *Structural Engineering and Construction*, 2(2), 28-42. (In Persian)
- Hastings, W.K. (1970). Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications. *Biometrika*, 57 (1): 97-109.
- Jahanshahi, M., Fakhimi, B., Fakhimi, A. (2016). Application of new optimization methods in concrete structures. *4th International Congress on Civil Architecture and Urban Development*, Tehran, Iran. (In Persian)
- Jensen, H., Jerez, D., & Beer, M. (2021). A general two-phase Markov chain Monte Carlo approach for constrained design optimization: Application to stochastic structural optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 373, 113487.
- Khanmohammadi, M., Hejazi, F., & Hataminia, H. (2014). Investigating the fundamentals of design of concrete water storage tanks in regulations EN 1998-4:2006(E), NZS 3106-2009, ACI 350.3-06, Publication 123, *8th National Congress on Civil Engineering*, Babol, Iran. (In Persian)
- Kia, S. & Ghasemi, M.R., (2012). Durability-based optimization of reinforced concrete reservoirs using artificial bee colony algorithm, *Global Journal of Researches in Engineering*, 12, 9-18.
- Li, H. S., & Au, S. K. (2010). Design optimization using subset simulation algorithm. *Structural Safety*, 32(6), 384-392.
- Li, H. S., & Cao, Z. J. (2016). Matlab codes of Subset Simulation for reliability analysis and structural optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 54, 391-410.
- Li, H. S., & Ma, Y. Z. (2015). Discrete optimum design for truss structures by subset simulation algorithm. *Journal of Aerospace Engineering*, 28(4), 04014091.
- Lopez, R. H., & Beck, A. T. (2012). Reliability-based design optimization strategies based on FORM: a review. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 34, 506-514.
- Mirsharifi, A., & Baba, H. (2017) Safety of structures based on reliability theory. No-Avar publication, 2017.
- Nowak, A. S., & Collins, K. R. (2012). Reliability of structures. CRC press.
- Proppe, C., (2017). Markov chain Monte Carlo simulation methods for structural reliability analysis. *Procedia Engineering*, 199, 1122-1127.
- Regulation No. 123, (1992). Rules and criteria for the design and calculation of underground water reservoirs, First revision, *Iran Management and Planning Organization*.
- Wankhede, S., Salunke, P. J., & Gore, N. G. (2015). Cost optimization of elevated circular water storage tank. *The International Journal of Engineering and Science*, 4(2015).
- Xiao, S., & Nowak, W. (2022). Reliability sensitivity analysis based on a two-stage Markov chain Monte Carlo simulation. *Aerospace Science and Technology*, 130, 107938.