

Research Article



Optimization of a composite trapezoidal channel cross section with non-uniform lining material

Farinaz Sadat Mirlohi

Master's degree in Civil-Water and Hydraulic Structures, Expert at Tarh Afra Consulting Engineers Company, Isfahan, Iran.

Corresponding Author email: mirlohi18@yahoo.com

© The Author (s) 2025

Received: 10 Apr 2025

Revised: 17 May 2025

Accepted: 17 Jul 2025

Published: 19 Jul 2025

Extended Abstract

Introduction

In the design of engineering systems such as water conveyance channels, minimizing construction costs and maximizing efficiency are of paramount importance. A key challenge in designing open channels is reducing the risk of flow overflow. Composite channels, which feature varying side slopes or non-uniform roughness coefficients on different surfaces, are widely used due to their design flexibility. This study investigates the optimization of a composite trapezoidal channel cross-section with different roughness coefficients for the sidewalls and bed. The primary objectives are minimizing construction costs (including excavation and lining) and reducing the probability of overflow, considering freeboard as a decision variable. This research presents, for the first time, the optimization of composite channels under this approach.

Materials and Methods

The study formulates a nonlinear optimization model with two objective functions: 1) minimizing construction costs and 2) minimizing the probability of overflow. The main constraint is the Manning equation for uniform flow. Design variables include bed width, flow depth, side slopes, and freeboard. A constrained multi-objective programming technique is employed, and the problem is solved using Wolfram Mathematica. In the numerical example, the design discharge is 10 m³/s, Manning's roughness coefficients for the sidewalls and bed are 0.1, 0.015, and 0.03, respectively, and the bed slope is 0.0025. Two scenarios for lining costs (uniform and non-uniform) are examined.

Results and Discussion

The results indicate that as the probability of overflow increases, the optimal bed width decreases while the flow depth increases. Additionally, the freeboard decreases with higher overflow probability, which aligns with previous research findings. Regarding side slopes, differences in lining costs significantly influence the optimal slopes: for a sidewall with higher lining costs, the optimal slope increases to reduce the lining area and overall cost. Conversely, for a sidewall with lower lining costs, the optimal slope decreases. Construction costs also decrease with higher overflow probability, as the reduced freeboard requirement lowers expenses.



Conclusion

This research demonstrates that optimizing composite channel designs with varying roughness coefficients and non-uniform lining costs can lead to reduced construction costs and improved hydraulic performance. The findings suggest that narrower and deeper channels increase overflow probability, while greater freeboard reduces it. Moreover, differences in sidewall lining costs directly affect the optimal side slopes. These insights can serve as a practical guide for engineers in designing more economical and efficient composite channels.

Keywords: Optimization, Freeboard, Composite channel, Construction cost, Design variable

Conflicts of interest

The authors of this article declared no conflict of interest regarding the authorship or publication of this article.

Data availability statement

The datasets are available upon a reasonable request to the corresponding author.

Authors' contribution

Farinaz Sadat Mirlohi: Writing, Methodology, Investigation, Data Collection, Software, Analysis, Supervision, Writing – Review & Editing, Data Curation.

Citation: Mirlohi, F. S. (2025). Optimization of a composite trapezoidal channel cross section with non-uniform lining material. *Technical Strategies in Water Systems*, 3(1), 87-100. <https://doi.org/10.30486/TSWS.2025/1209611>

Publisher: Islamic Azad University, Isfahan Branch



بهینه‌سازی مقطع کانال دوزنقه‌ای مرکب با جنس پوشش غیریکنواخت

فریناز سادات میرلوحی

کارشناسی ارشد عمران - آب و سازه‌های هیدرولیکی، کارشناس شرکت مهندسين مشاور طرح افرا، اصفهان، ایران.

ایمیل نویسنده مسئول: mirlohil8@yahoo.com

© The Author (s) 2025

چاپ: ۱۴۰۴/۰۴/۲۸

پذیرش: ۱۴۰۴/۰۴/۲۶

بازنگری: ۱۴۰۴/۰۲/۲۵

دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۲۱

چکیده

در هر سیستم مهندسی، مانند کانال‌های آبرسانی، مهم‌ترین مسئله در بخش طراحی، حداقل‌رسانی هزینه‌ها و نیز افزایش بازده است. از طرفی، کاهش احتمال سرریز به‌عنوان یک نکته ضروری در طراحی کانال‌ها بسیار حائز اهمیت است. کانال‌های آبی روباز به دو صورت مقاطع عرضی ساده یا مرکب هستند. مقاطع مرکب، دارای شیب‌های جانبی متفاوت در دو طرف یا ضرایب زبری متفاوت در وجوه مختلف هستند. در تحقیق حاضر، هدف کاهش هزینه‌های ساخت شامل هزینه‌های خاکبرداری و پوشش و نیز به حداقل‌رساندن احتمال سرریز با در نظر گرفتن ارتفاع آزاد برای کانال با مقطع مرکب دارای شیب‌های جانبی یکسان و ضرایب زبری متفاوت در وجوه مختلف است. فرمول‌بندی مسئله با توجه به وجود قید معادله مانپینگ، منجر به یک بهینه‌سازی غیرخطی می‌شود که با استفاده از نرم‌افزار ولفرام ممتیکا (Wolfram Mathematica) حل شده است. نتایج حاصل نشان داده است که با ضرایب زبری متفاوت در دیواره‌ها و کف کانال، زمانی که هزینه پوشش کانال نیز در دیواره‌ها و کف، متفاوت در نظر گرفته شود، نسبت به هزینه پوشش یکسان، شیب‌های جانبی بهینه تغییر می‌یابند ولی مقادیر بهینه سایر پارامترهای هیدرولیکی مانند حالت مقطع ساده است.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی، ارتفاع آزاد، کانال مرکب، هزینه ساخت، متغیر طراحی

استناد: میرلوحی، ف. س. (۱۴۰۴). بهینه‌سازی مقطع کانال دوزنقه‌ای مرکب با جنس پوشش غیریکنواخت. راهبردهای فنی در سامانه‌های آبی، ۳(۱): ۸۷-۱۰۰. <https://doi.org/10.30486/TSWS.2025/1209611>

ناشر: دانشگاه آزاد اسلامی واحد اصفهان (خوراسگان)

۱- مقدمه

با افزایش جمعیت، پیشرفت بشر و گسترش نیازهای انسان از یک سو و عدم وجود منابع آب شیرین در همه نقاط از سوی انتقال و توزیع آب بین مناطق مختلف ضروری است. انتقال آب به دو صورت تحت فشار و جریان روباز صورت می‌پذیرد. انتقال آب به صورت تحت فشار با استفاده از انواع لوله‌ها انجام می‌گیرد و استفاده از نیروی ثقل (وزن) به حرکت درآوردن آب به صورت جریان با سطح آزاد از طریق ساخت کانال‌ها از متداول‌ترین روش‌های انتقال آب در شبکه‌های آبرسانی و آبیاری است. کانال‌ها یکی از مهم‌ترین سیستم‌های انتقال آب هستند و برای اهدافی نظیر استفاده در شبکه‌های آبیاری و زهکشی، آبرسانی شهری، تخلیه فاضلاب، کشتیرانی، انتقال آب از دریاچه سد یا رودخانه به سمت توربین‌ها جهت تولید برق و کنترل سیلاب کاربرد دارند. معمولاً مقاطع کانال‌های باز به صورت مقاطع عرضی ساده یا مرکب است. مقاطع مرکب به کانال‌هایی اطلاق می‌گردد که دارای شیب‌های جانبی متفاوت در دو طرف یا ضرایب زبری متفاوت در وجوه مختلف هستند. بهینه‌سازی ابزاری است که برای کاهش هزینه‌ها یا منابع، جهت افزایش بازده به کار گرفته می‌شود. در طراحی، ساخت و نگهداری هر سیستم مهندسی، مهندسین باید تصمیمات تکنولوژیکی و مدیریتی بسیاری را بگیرند که هدف نهایی چنین تصمیماتی، کمینه کردن هزینه‌ها یا بیشینه کردن سود مورد نظر است. هدف مورد نظر را در هر وضعیت عملی، می‌توان به صورت تابعی از متغیرهای تصمیم مشخص بیان کرد. بنابراین؛ می‌توان بهینه‌سازی را به عنوان فرآیندی که با شرایطی مقدار بیشینه یا کمینه یک تابع را به دست می‌دهد، تعریف کرد. Guo & Hughes (1984) مقطع بهینه کانال باز را برای اولین بار با در نظر گرفتن ارتفاع آزاد به عنوان یک پارامتر ورودی به دست آورده‌اند. ایشان با استفاده از تکنیک مشتق‌گیری، روشی تحلیلی برای تعیین ابعاد یک کانال باز دوزنقه‌ای (به منظور کاهش مقاومت اصطکاکی و یا کاهش قیمت سازه کانال) ارائه کرده‌اند. Loganathan (1991) شرایط بهینه را برای مقطع عرضی کانال سهمی شکل ارائه کرده است. او ارتفاع آزاد را به عنوان پارامتر ورودی در نظر گرفته است و برای سرعت و ابعاد کانال در فرمول بهینه‌سازی، محدودیت قائل شده است. بر خلاف اغلب محققین که شیب دیواره‌های جانبی کانال سهمی شکل را برابر $0/7$ در نظر می‌گرفتند و به کانال‌های کم‌عرض با عمق زیاد گرایش داشتند، وی این مقدار را برابر $0/514$ در نظر گرفته است. همچنین به این نتیجه رسیده است که چنانچه نسبت هزینه پوشش به هزینه خاکبرداری زیاد شود، باید عرض کانال سهمی شکل به تدریج افزایش یابد. وی نتایج به دست آمده را به صورت جداول مختلفی ارائه کرده است. Das (2000) با روش ضرایب لاگرانژ مطالعات خود را بر روی بهینه‌سازی هزینه ساخت کانال معطوف نموده است. او الگوریتمی جهت محاسبه پارامترهای هندسی کانال دوزنقه‌ای مرکب دارای ارتفاع آزاد ارائه کرد و به این ترتیب کانالی با کم‌ترین هزینه ساخت به دست آمد. Anwar & Clarke (2005) طراحی بهینه‌ی کانال با مقطع پایدار^۱ که شکل کلی از یک سهمی است را در نظر گرفتند و در جهت تکمیل کارهای پیشین مربوطه، ارتفاع آزاد را به عنوان یک پارامتر طراحی لحاظ کردند. Das (2007) مدل بهینه‌سازی خود را با فرض ثابت نگه داشتن ارتفاع آزاد و معادله جریان یکنواخت با دو تابع هدف به حداقل‌رسانی قیمت کل کانال دوزنقه‌ای و به حداقل‌رسانی احتمال سرریز شدن ارائه کرده است. Bhattacccharjya & Satish (2007) نیز با توسعه مدلی بر پایه‌ی الگوریتم ژنتیک و با در نظر گرفتن شیب بحرانی شیروانی‌های کانال در مدل بهینه‌سازی خود توانستند شیب جانبی کانال دوزنقه‌ای دارای ارتفاع آزاد را به گونه‌ای محاسبه کنند که هم شیروانی‌های کناری کانال پایدار باشد و هم هزینه‌ی ساخت حداقل گردد. Hussein (2008) بیان داشته از آنجا که تخمین پیرامون مرطوب در مقطع کانال‌های پایدار مشکل است و این مسأله با در نظر گرفتن ارتفاع آزاد پیچیده‌تر نیز می‌گردد، برای محاسبه‌ی پیرامون مرطوب می‌توان از تئوری محیط‌های برابر به نحوی که منجر به عدم پیوستگی در حل بهینه نگردد، استفاده نمود و با به حداقل‌رسانی محیط خیس شده و مساحت جریان، به بهینه‌سازی مقطع پایدار پرداخت. نتایج وی نشان

داده است که این مقاطع در شکلی نزدیک به نیم‌دایره، بیشترین کارایی هیدرولیکی را دارد. (Ghazaw (2011 یک روش برای تعیین ابعاد بهینه کانال برای دبی مشخص و نیز یک تابع غیر خطی برای تلفات آب برای کانال که شامل نشت و تبخیر است، ارائه کرده است. دو قید و محدودیت (حداقل سرعت مجاز به‌عنوان یک محدودیت برای رسوب‌گذاری و حداکثر سرعت مجاز به‌عنوان یک محدودیت برای فرسایش کانال) در طراحی کانال در نظر گرفته شده است. با استفاده از روش لاگرانژ با ضرایب نامشخص، ابعاد بهینه کانال برای حداقل نمودن تلفات آب، تابع مورد نظر به دست آمده است. همچنین یک برنامه کامپیوتری برای انجام محاسبات طراحی برای ابعاد بهینه کانال نوشته شده است. (Adarsh & Sahana (2013 طراحی برای به حداقل رساندن هزینه طراحی کانال‌های آبیاری با در نظر گرفتن هزینه خاکبرداری، هزینه پوشش، هزینه تلفات آب و هزینه تملک ارائه نمود که در آن مدل بهینه‌سازی غیر خطی کانال آبیاری با استفاده از یک ابزار فراابتکاری که اخیراً توسعه یافته، یعنی جستجوی جهانی احتمالی لوزان (PGSL^۱) حل شده است. در حالی که راه حل‌ها مطابق با روش‌های کلاسیک هستند. با توجه به کاربردهای میدانی واقعی، برای طراحی بهینه کانال‌های دوزنقه‌ای، دو محدودیت خاص محل کانال به این مدل اضافه شده است. این مطالعه، قابلیت رویکرد پیشنهادی PGSL برای انجام طراحی جامع کانال‌های آبیاری را نشان می‌دهد. Kentli & Mercan (2014) دو الگوریتم مختلف برای بهینه‌سازی مقطع کانال با توجه به نفوذ و تبخیر را مورد استفاده قرار داده و نتایج آن را با تحقیقات قبلی مقایسه کرده‌اند. ایشان از الگوریتم ژنتیک و روش برنامه‌نویسی درجه دوم متوالی در بهینه‌سازی استفاده کردند. ایشان مقطع مثلی، مستطیلی و دوزنقه‌ای شکل را بهینه‌سازی کردند و نشان دادند که هر دو الگوریتم، نتایج دقیق‌تر از تحقیقات پیشین را ارائه می‌دهند. (Roshanghar et al. (2014 تابع هدف را بر اساس هزینه پوشش واحد طول کانال، هزینه خاکریزی و خاکبرداری واحد حجم، همچنین بر اساس هزینه هدررفت آب از طریق تراوش و تبخیر نیز در نظر گرفتند و معادله عمومی مانینگ را به‌عنوان تابع قید تساوی استفاده کردند. ایشان برای این منظور، طراحی بهینه مقطع کانال دوزنقه‌ای را با استفاده از الگوریتم ژنتیک با متغیرهای عمق، عرض کف و شیب‌های کناری انجام دادند. دو روش و چندین مدل بدون محدودیت و با محدودیت عمق نرمال، سرعت جریان، شیب کانال و عرض سطح آزاد کانال را مورد بررسی قرار دادند که اعمال محدودیت‌های عمق، سرعت و شیب ثابت سبب افزایش هزینه ولی محدودیت عرض سطح آزاد در مقایسه با مدل‌های دیگر سبب کاهش هزینه گردیده است، به‌علاوه مدل دیگری با کاربرد معادله مانینگ به‌عنوان قید تساوی به‌کار برده شده است. (Han & Easa (2018 یک راه حل دقیق برای مقطع بهینه کانال با k به‌عنوان یک پارامتر مبتنی بر ریاضیات هایپرگومتری گاوسی و روش چند برابر لاگرانژ، ارائه داده‌اند و روابط بین k و هر یک از مقادیر بهینه عرض، عمق و شیب جانبی را به دست آوردند. سپس ایشان در طراحی کانال دوزنقه‌ای به دو نکته مهم شکل و هزینه بهینه ساخت توجه کردند در حالی که در گذشته بیشتر به بهبود سرعت جریان توجه شده بود. در ابتدای تحقیق به شکل مقاطع مختلف نظیر مقاطع مستطیلی، دوزنقه‌ای و مثلی اشاره شده است. در قسمت بعدی یک مدل بهینه‌سازی که هزینه ساخت و ساز (گودبرداری و روکش) مقاطع را به حداقل برساند، ارائه شده است. نتایج نشان داده که تا زمانی که شیب‌های جانبی محدود به $8/6$ درصد باشد، مقطع اقتصادی‌تر خواهد بود. روش بهینه‌سازی ارائه شده نه تنها هزینه ساخت و ساز را کاهش می‌دهد، بلکه تعمیر و نگهداری را نیز بهبود می‌بخشد. (Lavasani (2020 همچنین مقطع دوزنقه‌ای کانال را بهینه‌سازی کرده است که در آن حداقل کردن هزینه‌های خاکبرداری، پوشش، تبخیر، نفوذ، تملک و همچنین حداقل شدن احتمال سرریز به‌عنوان هدف در نظر گرفته شده است. (Ghasemi Khiadani et al. (2024 ضمن در نظر گرفتن حداقل‌سازی احتمال سرریز جریان، برای اولین بار به حداقل‌سازی هزینه‌های خاکبرداری و پوشش در دبی‌های مختلف پرداختند و تأثیر تغییر دبی بر ابعاد مقطع کانال و هزینه ساخت آن را مورد بررسی قرار دادند.

طبق دانش ما، در هیچ یک از تحقیقاتی که در گذشته ارتفاع آزاد به‌عنوان یک متغیر تصمیم در مسئله در نظر گرفته شده و کمینه نمودن هزینه‌های خاکبرداری و پوشش و احتمال سرریز به‌عنوان هدف در نظر گرفته شده‌اند، بهینه‌سازی کانال مرکب انجام نشده است. در تحقیق حاضر، برای اولین بار بهینه‌سازی مقطع عرضی کانال مرکب (دارای ضرایب زبری متفاوت در دیواره‌ها و کف) با در نظر گرفتن ارتفاع آزاد کل به‌عنوان یک متغیر تصمیم‌گیری و کمینه نمودن هزینه‌های خاکبرداری و پوشش و احتمال سرریز به‌عنوان هدف صورت می‌پذیرد و ابعاد بهینه مقطع عرضی کانال با مقطع مرکب و هزینه‌های ساخت به دست می‌آید.

۲- روش کار

در شکل (۱) مقطع دوزنقه‌ای کانال مرکب با ضرایب زبری متفاوت و دارای ارتفاع آزاد کل نشان داده شده است. در شکل، b به‌عنوان عرض کف کانال، Z_1 و Z_2 به‌عنوان شیب‌های جانبی طرفین، y به‌عنوان عمق جریان، P_1 ، P_2 و b به‌عنوان محیط‌های مرطوب، P_{1f} و P_{2f} به‌عنوان محیط‌های پوشش شده و F به‌عنوان ارتفاع آزاد کل مشخص شده‌اند. n_1 ، n_2 و n_3 به‌ترتیب ضرایب زبری مانینگ جداره‌ها و کف کانال مرکب هستند. با توجه به اهمیت دستیابی به کمینه‌ی مقدار هزینه‌های مربوط به خاکبرداری، پوشش، تلفات تبخیر و هزینه‌ی تملک، در مدل‌های بهینه‌سازی مورد نظر، تابع هدف اول، تابع هزینه در نظر گرفته شده است. دبی، ضریب زبری مانینگ و شیب طولی کف کانال، متغیرهای تصادفی هستند و پارامترهای عرض کف، عمق آب، شیب‌های جانبی و ارتفاع آزاد، مجهولات مسئله هستند.

شکل ۱- مقاطع عرضی کانال مرکب دوزنقه‌ای دارای ارتفاع آزاد کل

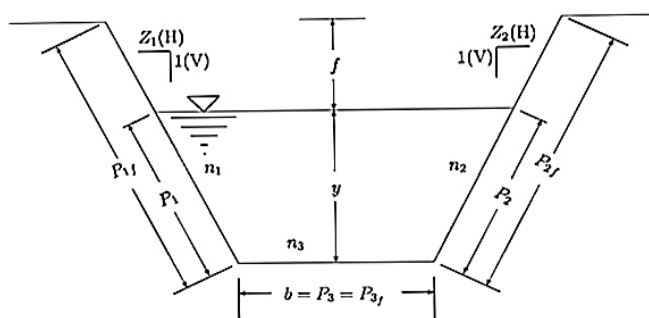


Fig 1. Cross sections of a trapezoidal composite channel with total free height

۲-۱- هزینه‌ی عملیات خاکی

عملیات خاکی در پروژه‌های عمرانی یکی از پارامترهای پرهزینه است، با توجه به اینکه عملیات خاکی به مقطع کانال بستگی دارد، هزینه آن با رابطه (۱) به دست می‌آید (Swamee et al., 2000a). در این رابطه C_e هزینه‌ی عملیات خاکی برای یک متر طول کانال (Rial/m)، c_e هزینه‌ی هر متر مکعب عملیات خاکی در سطح زمین (Rial/m^3)، c_r ضریب افزایش قیمت به‌ازای افزایش هر متر عمق (Rial/m^4)، A سطح مقطع مجرای کانال (m^2) و $\bar{y}_n$ فاصله‌ی مرکز سطح مجرای کانال از سطح آزاد جریان است.

$$C_e = c_e A + c_r \bar{y}_n \quad (1)$$

۲-۲- هزینه پوشش کانال

باتوجه به نوع و جنس پوشش، می‌توان هزینه‌ی هر متر مربع از پوشش کانال را با C_L نمایش داد، در این صورت هزینه‌ی پوشش برای واحد طول کانال با رابطه (۲) بیان می‌شود (Swamee et al., 2000b).

$$C_L = c_L P \quad (۲)$$

در این رابطه C_L هزینه‌ی پوشش برای هر متر از طول کانال (Rial/m)، c_L هزینه‌ی پوشش برای واحد سطح (Rial/m^2) و P محیط ترشده است.

۲-۳- مسئله بهینه‌سازی

فرم کلی مسئله بهینه‌سازی به شکل روابط (۳ تا ۵) است که در آن، هدف اول، حداقل نمودن مجموع هزینه‌های خاکبرداری و پوشش و هدف دوم، حداقل نمودن احتمال سرریز و معادله مانینگ قید مسئله است.

$$\text{Minimizing: } J_1 = C_e A + C_L (P_1 + P_2 + b) \quad (۳)$$

$$\text{Minimizing: } J_2 = P(y > y + F) \quad (۴)$$

$$\text{Subject to: } \frac{Q}{\sqrt{S_0}} - \frac{A^{\frac{5}{3}}}{(\sum n_i^2 P_i)^{\frac{2}{3}}} = 0 ; \quad (i = 1, 2, 3) \quad (۵)$$

از آنجا که مسئله بهینه‌سازی بالا، یک مسئله بهینه‌سازی چندهدفه است و در مسائل بهینه‌سازی چندهدفه تنها یک پاسخ وجود ندارد بلکه مجموعه‌ای از جواب‌های بهینه با توجه به اهداف مسئله به دست می‌آید. در مطالعه حاضر از روش محدود شده تکنیک برنامه‌ریزی چندهدفه استفاده شده است. در این روش، مسئله بهینه‌سازی برداری به یک بهینه‌سازی عددی تبدیل می‌شود. تبدیل فرم برداری به عددی بدین صورت انجام می‌شود که یکی از اهداف (در اینجا، کمینه‌سازی هزینه ساخت) به عنوان تنها هدف مدل در نظر گرفته می‌شود و هدف دوم (در اینجا، حداقل‌سازی احتمال سرریز) به عنوان یک محدودیت در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه، مدل حاصل، فرم عددی و قطعی مدل برداری و تصادفی پیشین است. جزئیات این تبدیل توسط Das (2007) شرح داده است.

از طرف دیگر، دبی، ضریب زبری مانینگ و شیب طولی کف کانال، متغیرهای تصادفی هستند، به سبب اینکه در هنگام اجرای شیب طولی کف امکان خطای ساخت وجود دارد. همچنین مقادیر زبری مانینگ در هنگام اجرا و ساخت کانال ممکن است با نواقصی همراه باشد. معمولاً در واقعیت، احتمال دارد جریان ورودی از جریان طراحی بیشتر شود. اختلافات مقدار این سه عامل می‌تواند موجب سرریز احتمالی در کانال شود. به همین سبب، یک محدودیت احتمال سرریز در مدل طراحی اعمال شده است تا سرریز کانال به حداقل مقدار ممکن برسد. در نهایت مطابق آنچه در مقاله Das (2007) انجام شده، مسئله بهینه‌سازی دوهدفه بالا با در نظر گرفتن متغیرهای دبی، ضریب زبری مانینگ و شیب طولی کف کانال به عنوان متغیرهای تصادفی، با در نظر گرفتن S_Y به عنوان واریانس عمق جریان، S_{n_i} به عنوان واریانس ضریب زبری مانینگ، S_Q به عنوان واریانس دبی و S_{S_0} به عنوان واریانس شیب طولی، به صورت مسئله تک‌هدفه زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Minimizing: } C_e A + C_L (P_1 + P_2 + b) \quad (۶)$$

$$\text{Subject to: } \frac{Q}{\sqrt{S_0}} - \frac{A^{\frac{5}{3}}}{(\sum n_i^{\frac{2}{3}} P_i)^{\frac{2}{3}}} = 0 \quad (7)$$

$$\left[\frac{5 dA}{A dy} - \frac{2}{\sum n_i^{\frac{2}{3}} P_i} \frac{d(n_i^{\frac{2}{3}} P_i)}{dy} \right] - \frac{3}{S_Y} \sqrt{\left\{ \frac{S_0^2}{Q^2} + \frac{1}{(\sum n_i^{\frac{2}{3}} P_i)^2} \sum n_i P_i^2 S_{n_i}^2 + \frac{1}{4 S_0^2} S_{S_0}^2 \right\}} \quad (8)$$

۲-۴- مثال عددی

مقطع عرضی کانال مرکب دوزنقه‌ای شکل (۱) در نظر گرفته شده است. دبی طراحی معادل ۱۰ متر مکعب بر ثانیه، ضریب زبری مانینگ در جداری مربوط به P_1 ، ۰/۱ و در جداری مربوط به P_2 برابر با ۰/۰۱۵ و در کف کانال مربوط به P_3 ، ۰/۰۳۰ در نظر گرفته شده است و در مورد زبری یکنواخت، تمامی مقادیر مربوط به P_1 ، P_2 و P_3 برابر با ۰/۱ در نظر گرفته شده است. شیب طولی کف کانال ۰/۰۰۲۵ است. نسبت C_L/C_e (ضریب هزینه پوشش کانال) برابر ۷ در حالت هزینه پوشش یکسان و ۳، ۷ و ۵ در حالت هزینه پوشش متفاوت در نظر گرفته شده است.

۲-۵- کدنویسی در نرم‌افزار ولفرام متمتیکا

این نرم‌افزار که اولین بار توسط دکتر استیون^۳ ولفرام پایه‌ریزی شد، یکی از نرم‌افزارهای حرفه‌ای در زمینه‌ی محاسبات است و در رشته‌های مهندسی کاربرد گسترده‌ای دارد. در این تحقیق از نسخه یازده آن استفاده شده است. با توجه به امکانات موجود در نرم‌افزار می‌توان کدنویسی را در محیطی ساده انجام داد. به این ترتیب که ابتدا حقیقی یا صحیح بودن متغیرها را مشخص و سپس ورودی‌ها (اعم از پارامترها و روابط) را در نظر گرفته می‌شود. (هر سطر با نقطه ویرگول از سطر بعدی جدا می‌شود). در ادامه دستور حداقل‌سازی تابع هدف و قید(ها) نوشته می‌شود و در انتها برنامه اجرا می‌گردد.

۳- نتایج و بحث

در جدول (۱) نتایج حاصل از حل مسئله بهینه‌سازی با ضرایب زبری متفاوت کف و شیب‌های جانبی و هزینه پوشش یکسان برای کف و شیب‌های جانبی آورده شده است. در جدول (۲) نتایج حاصل از حل مسئله بهینه‌سازی با ضرایب زبری متفاوت کف و شیب‌های جانبی و هزینه پوشش متفاوت برای کف و شیب‌های جانبی آورده شده است. به عبارت دیگر تفاوت مدل بهینه‌سازی مربوط به جداول (۱ و ۲)، هزینه پوشش کف و جداریها بوده است. در هر یک از این جداول، نتایج حل مسئله بهینه‌سازی در مقادیر بهینه عرض کف، عمق جریان، شیب‌های جانبی و ارتفاع آزاد به ازای مقادیر مختلف احتمال سرریز و همچنین هزینه ساخت به ازای مقادیر مختلف احتمال سرریز آورده شده است. در ادامه نمودار تغییرات هر یک از متغیرهای بهینه‌سازی شده و همچنین هزینه ساخت به ازای مقادیر مختلف احتمال سرریز ارائه شده و در مورد روند تغییرات بحث شده است.

جدول ۱- نتایج حل مدل بهینه‌سازی با ضرایب زیری متفاوت و هزینه پوشش یکسان

Table 1. Results of solving the optimization model with different roughness coefficients and the same coverage cost

P	z	C	b	Y	Z ₁	Z ₂	F
۰/۰۲۵	۱/۹۶۰۰	۸۷/۸۷۹	۶/۰۳۲	۱/۳۳۵	۰/۲۰۷	۰/۴۲۸	۱/۱۷۶
۰/۰۵۰	۱/۶۴۵۰	۸۴/۲۷۶	۵/۷۲۳	۱/۳۹۵	۰/۲۲۱	۰/۴۶۰	۱/۰۴۱
۰/۰۷۵	۱/۴۳۹۰	۸۱/۸۱۱	۵/۵۰۴	۱/۴۴۱	۰/۲۳۲	۰/۴۸۴	۰/۹۴۵
۰/۱۰۰	۱/۲۸۱۷	۷۹/۸۶۳	۵/۳۲۶	۱/۴۸۰	۰/۲۴۱	۰/۵۰۲	۰/۸۶۸
۰/۱۲۵	۱/۱۵۰۴	۷۸/۱۸۹	۵/۱۷۱	۱/۵۱۶	۰/۲۴۹	۰/۵۱۹	۰/۸۰۰
۰/۱۵۰	۱/۰۳۶۰	۷۶/۶۹۳	۵/۰۳۰	۱/۵۵۰	۰/۲۵۶	۰/۵۳۴	۰/۷۳۸
۰/۱۷۵	۰/۹۳۴۶	۷۵/۳۳۵	۴/۹۰۱	۱/۵۸۲	۰/۲۶۳	۰/۵۴۷	۰/۶۸۱
۰/۲۰۰	۰/۸۴۱۸	۷۴/۰۶۵	۴/۷۷۹	۱/۶۱۴	۰/۲۶۹	۰/۵۶۰	۰/۶۲۶
۰/۲۲۵	۰/۷۵۵۳	۷۲/۸۵۶	۴/۶۶۴	۱/۶۴۵	۰/۲۷۶	۰/۵۷۱	۰/۵۷۳
۰/۲۵۰	۰/۶۷۴۵	۷۱/۷۰۵	۴/۵۵۳	۱/۶۷۶	۰/۲۸۱	۰/۵۸۲	۰/۵۲۲
۰/۲۷۵	۰/۶۱۹۰	۷۰/۹۰۲	۴/۴۷۷	۱/۶۹۹	۰/۲۸۵	۰/۵۹۸	۰/۴۸۵
۰/۳۰۰	۰/۵۲۴۴	۶۹/۵۰۸	۴/۳۴۴	۱/۷۳۸	۰/۲۹۲	۰/۶۰۱	۰/۴۲۰
۰/۳۲۵	۰/۴۵۳۸	۶۸/۴۴۷	۴/۲۴۵	۱/۷۶۹	۰/۲۹۷	۰/۶۱۰	۰/۳۷۰
۰/۳۵۰	۰/۳۸۵۴	۶۷/۴۰۳	۴/۱۴۹	۱/۸۰۰	۰/۳۰۲	۰/۶۱۸	۰/۳۱۹
۰/۳۷۵	۰/۳۱۸۶	۶۶/۳۶۶	۴/۰۵۵	۱/۸۳۱	۰/۳۰۷	۰/۶۲۵	۰/۲۶۸
۰/۴۰۰	۰/۲۵۳۳	۶۵/۳۳۷	۳/۹۶۴	۱/۸۶۳	۰/۳۱۲	۰/۶۳۱	۰/۲۱۷
۰/۴۲۵	۰/۱۸۹۲	۶۴/۳۱۲	۳/۸۷۶	۱/۸۹۴	۰/۳۱۶	۰/۶۳۶	۰/۱۶۴
۰/۴۵۰	۰/۱۲۵۶	۶۳/۲۸۱	۳/۷۹۰	۱/۹۲۶	۰/۳۲۰	۰/۶۴۰	۰/۱۱۱
۰/۴۷۵	۰/۰۶۲۷	۶۲/۲۴۷	۳/۷۰۶	۱/۹۵۹	۰/۳۲۳	۰/۶۴۳	۰/۰۵۶
۰/۵۰۰	۰/۰۱۰۰	۶۱/۳۷۰	۳/۶۳۸	۱/۹۸۶	۰/۳۲۶	۰/۶۴۵	۰/۰۰۹

جدول ۲- نتایج حل مدل با لحاظ کردن هزینه‌های خاکبرداری و پوشش با ضرایب زیری متفاوت و هزینه پوشش متفاوت

Table 2. Results of solving the model considering excavation and cover costs with different roughness coefficients and different cover costs

P	z	C	b	Y	Z ₁	Z ₂	F
۰/۰۲۵	۱/۹۶۰۰	۶۵/۳۹۲	۶/۲۰۹	۱/۳۱۷	۰/۲۴۵	۰/۲۹۱	۱/۱۶۹
۰/۰۵۰	۱/۶۴۵۰	۶۲/۶۶۹	۵/۹۰۹	۱/۳۷۶	۰/۲۶۵	۰/۳۱۲	۱/۰۳۶
۰/۰۷۵	۱/۴۳۹۰	۶۰/۸۰۹	۵/۶۹۶	۱/۴۲۰	۰/۲۸۰	۰/۳۲۷	۰/۹۴۲
۰/۱۰۰	۱/۲۸۱۷	۵۹/۳۴۲	۵/۵۲۳	۱/۴۵۹	۰/۲۹۲	۰/۳۳۹	۰/۸۶۶
۰/۱۲۵	۱/۱۵۰۴	۵۸/۰۸۲	۵/۳۷۱	۱/۴۹۴	۰/۳۰۳	۰/۳۴۹	۰/۸۰۰
۰/۱۵۰	۱/۰۳۶۰	۵۶/۹۵۶	۵/۲۳۴	۱/۵۲۸	۰/۳۱۳	۰/۳۵۹	۰/۷۳۹
۰/۱۷۵	۰/۹۳۴۶	۵۵/۹۳۵	۵/۱۰۷	۱/۵۶۰	۰/۳۲۳	۰/۳۶۷	۰/۶۸۳
۰/۲۰۰	۰/۸۴۱۸	۵۴/۹۸۰	۴/۹۸۸	۱/۵۹۲	۰/۳۳۳	۰/۳۷۵	۰/۶۲۹
۰/۲۲۵	۰/۷۵۵۳	۵۴/۰۷۱	۴/۸۷۴	۱/۶۲۴	۰/۳۴۲	۰/۳۸۲	۰/۵۷۷
۰/۲۵۰	۰/۶۷۴۵	۵۳/۲۰۵	۴/۷۶۴	۱/۶۵۵	۰/۳۵۰	۰/۳۸۹	۰/۵۲۶
۰/۲۷۵	۰/۶۱۹۰	۵۲/۶۰۱	۴/۶۸۸	۱/۶۷۸	۰/۳۵۷	۰/۳۹۳	۰/۴۹۰
۰/۳۰۰	۰/۵۲۴۴	۵۱/۵۵۲	۴/۵۵۵	۱/۷۱۸	۰/۳۶۷	۰/۴۰۱	۰/۴۲۵
۰/۳۲۵	۰/۴۵۳۸	۵۰/۷۵۲	۴/۴۵۵	۱/۷۵۰	۰/۳۷۶	۰/۴۰۶	۰/۳۷۵
۰/۳۵۰	۰/۳۸۵۴	۴۹/۹۶۵	۴/۳۵۶	۱/۷۸۲	۰/۳۸۴	۰/۴۱۱	۰/۳۲۴
۰/۳۷۵	۰/۳۱۸۶	۴۹/۱۸۳	۴/۲۶۰	۱/۸۱۵	۰/۳۹۲	۰/۴۱۵	۰/۲۷۳
۰/۴۰۰	۰/۲۵۳۳	۴۸/۴۰۶	۴/۱۶۶	۱/۸۴۸	۰/۳۹۹	۰/۴۱۹	۰/۲۲۱
۰/۴۲۵	۰/۱۸۹۲	۴۷/۶۳۱	۴/۰۷۴	۱/۸۸۲	۰/۴۰۶	۰/۴۲۲	۰/۱۶۸
۰/۴۵۰	۰/۱۲۵۶	۴۶/۸۵۰	۳/۹۸۳	۱/۹۱۶	۰/۴۱۳	۰/۴۲۵	۰/۱۱۳
۰/۴۷۵	۰/۰۶۲۷	۴۶/۰۶۶	۳/۸۹۵	۱/۹۵۱	۰/۴۱۹	۰/۴۲۷	۰/۰۵۸
۰/۵۰۰	۰/۰۱۰۰	۴۵/۴۰۱	۳/۸۲۲	۱/۹۸۱	۰/۴۲۴	۰/۴۲۸	۰/۰۰۹

شکل (۲) نمودار تغییرات عرض کف کانال به‌ازای مقادیر مختلف احتمال سرریز در دو حالت هزینه پوشش یکسان و متفاوت را نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، تفاوت هزینه پوشش کف و جدارها تاثیر چندانی بر عرض بهینه کف کانال ندارد. همچنین این نمودار نشان می‌دهد که با افزایش احتمال سرریز، عرض بهینه کف کاهش می‌یابد که با نتایج Das (2007) همخوانی دارد.

شکل ۲- تغییرات عرض کف کانال به‌ازای احتمالات سرریز متفاوت

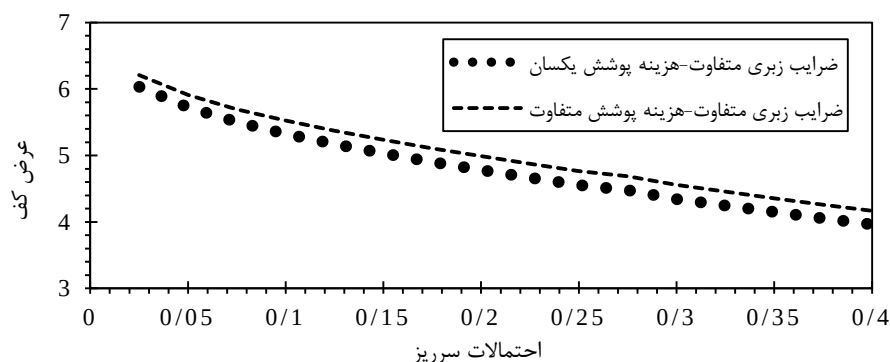


Fig. 2. Changes in channel bottom width for different weir probabilities

شکل (۳) نمودار تغییرات عمق جریان به‌ازای مقادیر مختلف احتمال سرریز در دو حالت هزینه پوشش یکسان و متفاوت را نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، تفاوت هزینه پوشش کف و جدارها تاثیری بر عمق جریان ندارد. همچنین این نمودار نشان می‌دهد که با افزایش احتمال سرریز، عمق جریان افزایش می‌یابد که با نتایج Das (2007) همخوانی دارد.

شکل ۳- تغییرات عمق جریان به‌ازای احتمالات سرریز متفاوت

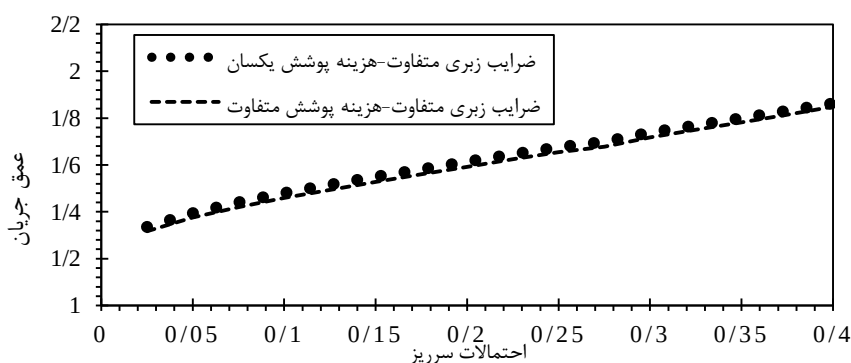


Fig. 3. Flow depth changes for different weir probabilities

شکل (۴) نمودار تغییرات ارتفاع آزاد به‌ازای مقادیر مختلف احتمال سرریز در دو حالت هزینه پوشش یکسان و متفاوت را نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، تفاوت هزینه پوشش کف و جدارها تاثیری بر ارتفاع آزاد ندارد. همچنین این نمودار نشان می‌دهد که با افزایش احتمال سرریز، ارتفاع آزاد کاهش می‌یابد که با نتایج Das (2007) همخوانی دارد.

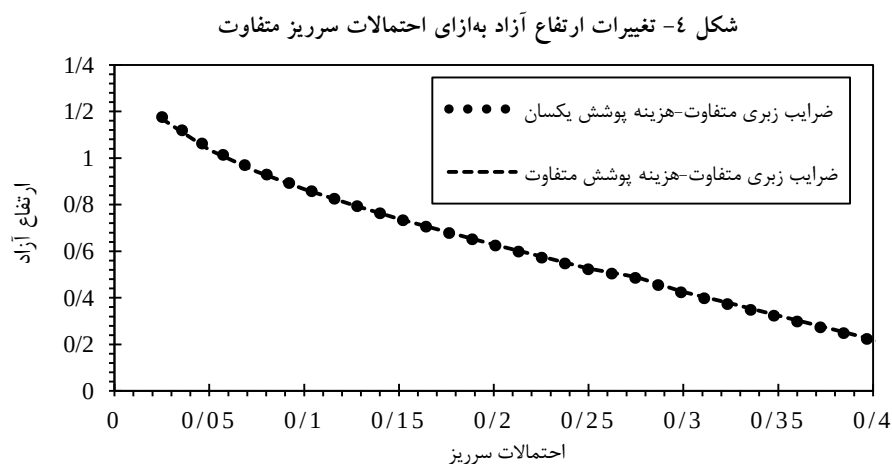
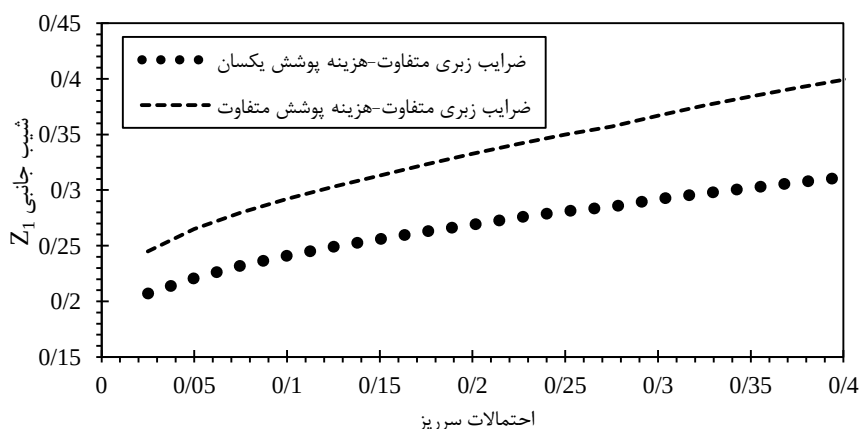


Fig. 4. Changes in free height for different weir probabilities

شکل (۵) نمودار تغییرات شیب جانبی Z_1 به‌ازای مقادیر مختلف احتمال سرریز در دو حالت هزینه پوشش یکسان و متفاوت را نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، تفاوت هزینه پوشش کف و جداره‌ها تأثیر قابل توجهی بر شیب جانبی دارد. این نمودار نشان می‌دهد که با افزایش احتمال سرریز، در هر دو حالت، شیب جانبی افزایش می‌یابد و با نتایج (Das (2007 همخوانی خوبی دارد. در حالتی که هزینه پوشش متفاوت بوده، مقدار شیب جانبی Z_1 نسبت به حالت هزینه پوشش یکسان، بیشتر بوده که علت آن، بیشتر بودن هزینه پوشش در دیواره جانبی است که شیب آن Z_1 است؛ زیرا با افزایش شیب، مساحت پوشش کاهش می‌یابد و در نتیجه هزینه پوشش کاهش می‌یابد.

شکل ۵- تغییرات شیب جانبی Z_1 به‌ازای احتمالات سرریز متفاوتFig. 5. Changes in lateral slope Z_1 for different weir probabilities

شکل (۶) نمودار تغییرات شیب جانبی Z_2 به‌ازای مقادیر مختلف احتمال سرریز در دو حالت هزینه پوشش یکسان و متفاوت را نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، تفاوت هزینه پوشش کف و جداره‌ها تأثیر قابل توجهی بر شیب جانبی دارد. این نمودار نشان می‌دهد که با افزایش احتمال سرریز، در هر دو حالت، شیب جانبی افزایش می‌یابد و با نتایج (Das (2007 همخوانی خوبی نشان می‌دهد. در حالتی که هزینه پوشش متفاوت بوده، مقدار شیب جانبی Z_2 نسبت به حالت هزینه پوشش

یکسان، کمتر بوده است که علت آن، کمتر بودن هزینه پوشش در دیواره جانبی است که شیب آن Z_2 بوده است؛ زیرا با کاهش شیب، مساحت پوشش افزایش می‌یابد و در نتیجه به دلیل کمتر بودن هزینه پوشش در این دیواره، هزینه کل پوشش کاهش می‌یابد.

شکل ۶- تغییرات شیب جانبی Z_2 به‌ازای احتمالات سرریز متفاوت

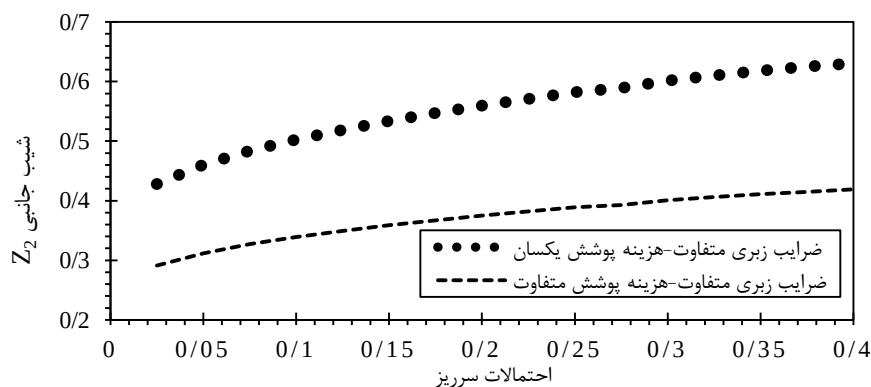


Fig. 6. Changes in lateral slope Z_2 for different weir probabilities

شکل (۷) نمودار تغییرات هزینه ساخت کانال (مجموع هزینه‌های خاکبرداری و پوشش) به‌ازای مقادیر مختلف احتمال سرریز در دو حالت هزینه پوشش یکسان و متفاوت را نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود تفاوت هزینه پوشش کف و جداره‌ها تاثیر قابل توجهی بر شیب جانبی دارد. این نمودار نشان می‌دهد که با افزایش احتمال سرریز، در هر دو حالت، هزینه ساخت کانال کاهش می‌یابد که با نتایج Das (2007) همخوانی متناسبی دارد. در حالتی که هزینه پوشش متفاوت بوده، هزینه ساخت کانال کمتر بوده است که علت آن، هزینه‌های پوشش انتخاب شده برای شیب‌های جانبی در حالت هزینه پوشش متفاوت بوده که کمتر از هزینه‌های پوشش شیب‌های جانبی در حالت پوشش یکسان بوده است؛ بنابراین نمی‌توان نتیجه کلی از آن گرفت.

شکل ۷- تغییرات مقادیر هزینه ساخت به‌ازای احتمالات سرریز متفاوت

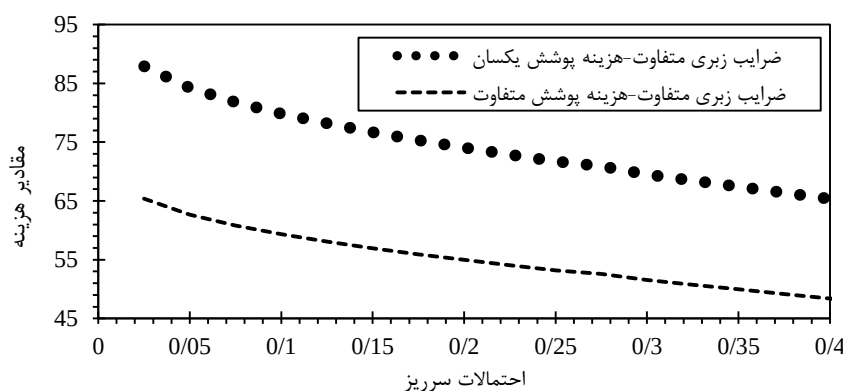


Fig. 7. Changes in construction cost values for different weir probabilities

۴- نتیجه‌گیری

نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که با افزایش احتمال سرریز، عرض بهینه کاهش و عمق جریان افزایش می‌یابد؛ به عبارت دیگر هرچه کانال باریک‌تر و عمیق‌تر باشد، احتمال سرریز از آن بیشتر می‌شود و بالعکس هرچه کانال عریض‌تر و کم عمق‌تر باشد، احتمال سرریز شدن آن کمتر می‌شود که این موضوع با نتایج تحقیقات گذشته همخوانی متناسبی دارد. همچنین نتایج نشان داده که

با افزایش احتمال سرریز، ارتفاع آزاد کاهش می‌یابد که کاملاً منطقی است؛ زیرا هر چه ارتفاع آزاد بیشتر باشد، احتمال سرریز شدن کانال کمتر می‌گردد. نتایج حاصله در مورد شیب جانبی بهینه نشان داده که در دیواره جانبی که دارای هزینه پوشش بیشتری بوده، شیب جانبی بهینه بیشتر شده و بالعکس. به عبارت دیگر تفاوت در هزینه پوشش طرفین کانال باعث تفاوت در شیب جانبی بهینه طرفین کانال می‌گردد. همچنین نتایج نشان می‌دهد که با افزایش احتمال سرریز، هزینه ساخت کانال کاهش می‌یابد و علت آن، این است که برای کاهش احتمال سرریز، طبق نتایج به دست آمده باید ارتفاع آزاد بیشتری در نظر گرفته شود که این موضوع در نتیجه هزینه ساخت بیشتر می‌شود.

تضاد منافع نویسندگان

نویسندگان این مقاله اعلام می‌دارند که هیچ تضاد منافی در رابطه با نویسندگی و یا انتشار این مقاله ندارند.

دسترسی به داده‌ها

داده‌ها و نتایج استفاده شده در این پژوهش از طریق مکاتبه با نویسنده مسئول در اختیار قرار خواهد گرفت.

مشارکت نویسندگان

فریناز سادات میرلوحی: نگارش، روش‌شناسی، تحقیق و جمع‌آوری داده‌ها و نرم‌افزار، تحلیل، راهنمایی و نظارت، ویرایش متن، تکمیل و جمع‌آوری داده‌ها.

منابع

- Adarsh, S., Sahana, A.S. (2013). Minimum Cost Design of Irrigation Canals Using Probabilistic Global Search Lausanne. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 38, 2631-2637. <https://doi.org/10.1007/s13369-012-0493-x>
- Anwar A. A., Clarke D. (2005). Design of hydraulically efficient power-law channels with free board *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 131:560-563. Applications (IJERA). 1:1317-1322.
- Bhattacccharjya R. K. and Satish M. G. (2007). Optimal design of stable trapezoidal channel section using hybrid optimization techniques *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 133:323329.
- Das A. (2000). Optimal channel cross section with composite roughness. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 126:68-71. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(2000\)126:1\(68\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(2000)126:1(68))
- Das A. (2007). Flooding probability constrained optimal design of trapezoidal channels. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 133:53-60. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(2007\)133:1\(53\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(2007)133:1(53))
- Ghasemi Khiadani, M., Khoshfetrat, A., & Maleki, M. (2024). Optimization of the cross-section and free board of trapezoidal channels based on the minimum probability of overflow and excavation and covering costs. *Technical Strategies in Water Systems*, 2(4), 304-314. <https://doi.org/10.30486/TSWS.2024.783405>
- Ghazaw Y. M. (2011). Design and analysis of a canal section for minimum water loss. *Alexandria Engineering Journal*. 50:337-344
- Guo C.Y. and Hughes C. (1984). Optimal channel cross section with freeboard. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 110:304-314. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1984\)110:3\(304\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1984)110:3(304))
- Han Y. C., Easa S. M. (2018). Exact Solution of optimum hydraulic power-law section with general exponent parameter [J]. *Journal of Irrigation and Drainage Engineer*.
- Hussein A. (2008). Simplified Design of hydraulically efficient power-law channels with freeboard. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 134:380-386.
- Kentli, A., & Mercan, O. (2014). Application of Different Algorithms to Optimal Design of Canal Sections. *Journal of Applied Research and Technology*, 12(4). [https://doi.org/10.1016/S1665-6423\(14\)70092-6](https://doi.org/10.1016/S1665-6423(14)70092-6)

- Lavasani.E. (2020). Trapezoidal open channel cross section optimization by considering the total free height as a design variable and in terms of excavation, coating, evaporation, infiltration and acquisition costs. Master Thesis, Faculty of Engineering, Isfahan (Khorasgan) Branch, Islamic Azad University. (In Persian)
- Loganathan G.V. (1991). Optimal design of parabolic canals. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*. 117:716-735.
- Roshanghar, K., Talat-Ahari, S., & Noori, A. (2014). Influence of Restricted Hydraulic Parameters on Optimal Design of open Channels Sections. *Water and Soil Science*, 24(2), 171-182.
- Swamee, P. K., Mishra, G. C., & Chahar, B. R. (2000a). Design of minimum seepage loss canal sections. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 126(1), 28-32.
- Swamee, P. K., Mishra, G. C., & Chahar, B. R. (2000b). Comprehensive Design of Minimum Cost Irrigation Canal Sections. *Journal of irrigation and drainage engineering*, 126(5), 322-327.