



فصلنامه مدیریت عملیات

سال چهارم، شماره ۱۴، تابستان ۱۴۰۳

ارزیابی کارایی متقاطع مدارس دوره دوم متوسطه شهر سراب تحت بازده به مقیاس متغیر و ثابت

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۶/۱۷

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۳/۰۹

صبا صادقی گلوگانی *

اکبر ولی زاده اوغانی **

چکیده:

یکی از مشکلات اصلی تحلیل پوششی داده‌ها، انعطاف‌پذیری در انتخاب اوزان ورودی-خروجی است که سبب انتخاب وزن‌های غیر منصفانه می‌شود. در جهت حل این مساله روش کارایی متقاطع با هدف محاسبه نمره کارایی از طریق ارزیابی با هم‌رده‌ها و خود ارزیابی مطرح می‌شود که این علاوه بر آن در جهت رتبه‌بندی واحدها حائز اهمیت است. پژوهش حاضر از لحاظ هدف، کاربردی و با ماهیت توصیفی انجام شده است و به توسعه رویکرد ارزیابی کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس ثابت و بازده به مقیاس متغیر در مدارس دوره دوم متوسطه شهر سراب پرداخته است. داده‌های مورد نیاز از نظرات افراد خبره و آرشيو کتابخانه‌ای مدارس در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ استخراج شده است. برای تجزیه و تحلیل داده‌ها از نرم‌افزار گمز استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که دبیرستان دخترانه اسفروشان بعنوان کاراترین واحد از لحاظ بازده به مقیاس ثابت و متغیر انتخاب گردید. با مقایسه بین نمرات کارایی برای تمامی مدارس، به این نتیجه رسیدیم که مدارس ابرغان، شهید قاضی و کلیان در ارزیابی کارایی متقاطع توسط بازده به مقیاس متغیر و مدارس شهید قاضی، کلیان و ابرغان در ارزیابی کارایی متقاطع توسط بازده به مقیاس ثابت به ترتیب در رتبه‌های دوم، سوم و چهارم قرار گرفتند. در دو حالت بازده به مقیاس ثابت و متغیر روش کارایی متقاطع نتایج تقریباً یکسانی دارد ولی در اغلب موارد روش بازده به مقیاس متغیر، نتایج رتبه‌بندی را واقعی‌تر و منطقی‌تری نمایش می‌دهد.

واژگان کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، واحد تصمیم‌گیری، کارایی متقاطع، بازده به مقیاس

* نویسنده مسئول، گروه ریاضی، واحد سراب، دانشگاه آزاد اسلامی، سراب، ایران saba.sadeghi.g@iau.ac.ir

** گروه مدیریت، واحد سراب، دانشگاه آزاد اسلامی، سراب، ایران akbar.valizadeh@iau.ac.ir

۱- مقدمه

امروزه با رقابتی شدن بازار جهانی، ارزیابی عملکرد سازمان‌ها جهت فرایند توسعه امری ضروری است. از طرف دیگر هر سازمانی برای ادامه حیات خود در جریان رقابت با سایر بنگاه‌های موجود با توجه به رشد فزاینده تکنولوژی، موج گسترده اطلاع رسانی و توسعه خدمات متنوع همواره باید از پویایی لازم برخوردار باشد، لذا کنترل و ارزیابی مستمر فعالیت و عملکرد آن بنگاه ضرورتی اجتناب ناپذیر می‌باشد. در این رابطه شاخص‌های گوناگون و متفاوتی مورد استفاده قرار می‌گیرند که برخی از آنان عبارتند از اثر بخشی، کارایی، نوآوری، بهره‌وری و... در میان معیارهای موجود کارایی و توسعه آن اهمیت فراوانی داشته و بدون ارزیابی آن مدیران قادر به مقایسه و ارزیابی عملکرد سیستم نمی‌باشند.

با توجه به اینکه مدارس به‌عنوان سازمان‌هایی که نقش اساسی در امر آموزش دارند و بعنوان بستری برای زیرساخت‌های علمی و پژوهشی هر جامعه مطرح هستند بنابراین اهمیت موضوع بیشتر نمایان می‌شود و عملکرد آن‌ها به‌خصوص در مقطع متوسطه حائز اهمیت است، چرا که بهبود کارایی آن‌ها باعث موفقیت دانش‌آموزان با سطح علمی بالاتر در سیستم‌های دانشگاهی و قبولی آن‌ها در مراکز آموزش عالی با کیفیت بهتر و در نتیجه جذب دانش‌آموزان مستعدتر برای مدارس می‌شود. روش‌های متداول ارزیابی عملکرد به صورت سنتی و ناشیانه عمدتاً بر یک جنبه سیستم آموزشی توجه داشتند و تمامی محورهای ارزیابی حول آن متمرکز شده‌اند. این طرز تفکر باعث صدمات جبران‌ناپذیر بر مدارس می‌شود. داشتن یک شاخص به‌عنوان معیار ارزیابی باعث می‌شود که واحدهای ضعیف در شاخص مورد بررسی از عملکرد خود ناامید شده و تلاشی برای افزایش آن نکنند. ولی ارزیابی با چندین معیار مسیری برای بررسی تمامی امکانات و توانایی‌های سیستم را فراهم می‌کند و رقابت در سیستم برای بهبود تمامی شاخص‌های موجود، سبب پیشرفت چشمگیری در امر آموزش می‌شود.

روش‌های بسیاری برای اندازه‌گیری کارایی وجود دارد که در مقایسه بین آنها، مدل تحلیل پوششی داده‌ها روش مناسبی برای سازمان‌دهی و تحلیل داده‌هاست، زیرا علاوه و بر مزایای بسیاری که دارد، روشی برای ارزیابی کارایی تعداد متنهای از واحدهای تصمیم‌گیری متجانس در حالت چند ورودی و چند خروجی است. تحلیل پوششی داده‌ها^۱ (DEA) یکی از ابزارهای قدرتمند مدیریتی است و با روش قدرتمندی که در دسترس دارد، قادر است مدیریت را در جهت نیل به اهداف عالی سازمان و استفاده بهینه از منابع و تخصیص آنها و در نهایت کسب سودآوری بیشتر، یاری رساند. این تکنیک ابزاری در اختیار مدیران قرار می‌دهد، تا بتوانند بوسیله آن عملکرد سازمان خود را در قبال سایر رقبا محک زنند و بر اساس نتایج آن برای آینده‌ای بهتر تصمیم‌گیری کنند. سادگی فهم و اجرای روش و در کنار آن دقت بالا و کاربرد وسیع آن در زمینه‌های مختلف اجتماعی و اقتصادی باعث شده است، محققان بسیاری از این روش برای دست یافتن به اهداف خود استفاده کنند. مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها علاوه بر تعیین میزان کارایی نسبی، نقاط ضعف در شاخص‌های مختلف را تعیین کرده و با ارائه میزان مطلوب آنها، خط مشی سازمان‌ها را به سوی ارتقای کارایی و بهره‌وری مشخص می‌کند. همچنین الگوهای کارا که ارزیابی واحدهای ناکارا بر اساس آن‌ها انجام گرفته‌است به واحدهای ناکارا معرفی می‌شوند. این روش در سال ۱۹۷۸ توسط چارنز، کوپر و رودز^۲ با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی غیرپارامتری فارل برای سیستمی با ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه تعمیم داده شد (چارنز و همکاران، ۱۹۷۸). مدلی که توسط چارنز، کوپر و رودز معرفی شد به مدل CCR معروف است، با فرض بازده به مقیاس ثابت ارائه شده و یکی از اساسی‌ترین مدل‌های تحلیل پوششی داده‌هاست. از آن زمان به بعد مطالعات زیادی در زمینه کاربرد و توسعه این روش صورت گرفت و مدل‌های جدید در این زمینه ارائه شد. به عنوان نمونه، در سال ۱۹۸۴، بنکر، چارنز و کوپر^۳ مدل CCR را برای بازده به مقیاس متغیر بسط دادند

^۱ Data envelopment analysis

^۲ Charnes, Cooper & Rhodes

^۳ Banker, Charnes & Cooper

و مدل BCC را ارائه نمودند. هر چند تحلیل پوششی داده‌ها یک روش کاربردی در ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری است، ولی ممکن است به دلیل انعطاف-پذیری بالا در انتخاب اوزان ورودی- خروجی مورد انتقاد قرار گیرد. اصلی‌ترین مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها تمامی واحدهای تصمیم‌گیری را در بهترین شرایط مورد بررسی قرار داده و بهترین نمره کارایی را برای هر واحد اختصاص می‌دهند. مدل‌ها معمولاً بیش از یک واحد را به عنوان کارا انتخاب می‌کنند و یا در بسیاری از مواقع در ارزیابی یک واحد تصمیم‌گیری با استفاده از کارایی اولیه، اطلاعات زیادی به دست نمی‌آید و در برخی از موارد واحدهایی را کارا اعلام می‌کند که حتی عملکرد ضعیف‌تری نسبت به واحدهای ناکارا از نظر محاسبه‌گر دارند. در این راستا در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی برای رفع نواقص روش‌های تحلیل پوششی داده‌ها صورت گرفته است.

کارایی متقاطع به عنوان ابزاری مهم در گسترش تحلیل پوششی داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد که واحدهای تصمیم‌گیری با بهترین عملکرد را نشان داده و رتبه-بندی کاملی را نیز ارائه می‌دهد. روش کارایی متقاطع اولین بار توسط سکستون و همکاران تحت بازده به مقیاس ثابت تعریف شد (سکستون^۱ و همکاران، ۱۹۸۶)، سپس روش کارایی متقاطع توسط لیم و همکارش برای مدل‌های با بازده به مقیاس متغیر توسعه داده شد (لیم و زو^۲، ۲۰۱۵). از مزیت‌های این روش مقایسه وضعیت عملکرد هر واحد نسبت به واحدهای دیگر است. در نتیجه نمره کارایی که به دست می‌آید، نسبت به روش‌های قبلی واقعی‌تر است. مهمترین مزیت این روش ارائه یک رتبه‌بندی کامل برای تمامی واحدهای تصمیم‌گیری است که می‌توان براساس نمره کارایی انجام داد و کاراترین واحد را در یک سیستم مشخص نمود. در این راستا کارایی متقاطع با بازده به مقیاس متغیر به دلیل محاسبه اوزان واقعی تر و منطقی‌تر مورد توجه قرار می‌گیرند. باید به این نکته نیز توجه نمود که تنها ارائه یک مدل رتبه‌بندی برای یک تحقیق عملی کافی نیست و از بین

¹Sexton

² Lim and Zhu

روش‌های موجود باید آن گزینه را انتخاب نمود که همیشه شدنی باشد محاسبات بسیار سنگین نداشته و برای گروه‌های مختلف قابل درک باشد. روش کارایی متقاطع به خصوص در حالت بازده به مقیاس متغیر علاوه بر کیفیت نمره کارایی تمامی خواص ذیل را دارد. باتوجه به اینکه تحقیقات بسیار کمی در مورد ارزیابی و رتبه‌بندی سیستم‌های آموزشی با روشهای علمی انجام شده و اغلب آن‌ها در مقطع متوسطه صورت نگرفته و تعداد محدودی از آنها با روش‌های کلاسیک اجرا شده است و روش کارایی متقاطع در تحلیل پوششی داده‌ها تحت بازده به مقیاس ثابت و متغیر از کاربردی‌ترین روش‌های سنجش کارایی نسبی می‌باشد، از این مدل برای بررسی عملکرد مدارس دوره متوسطه شهرستان سراب از لحاظ کارایی، برای یافتن بهترین واحد کارایی متقاطع استفاده شده است. بر این اساس، ما در این کار تحقیقی به دنبال یافتن جواب به این سوال هستیم که، مدارس کارا و ناکارا با بازده به مقیاس ثابت و متغیر کدام است؟ و میزان نمره کارایی متقاطع با بازده به مقیاس ثابت و متغیر برای مدارس چقدر است؟ و کدام مدارس شهر سراب با استفاده از کارایی متقاطع کارا تر هستند؟

۲- پیشینه پژوهش

تحلیل پوششی داده‌ها شامل تکنیک‌هایی برای ارزیابی کارایی و سنجش بهره‌وری واحدهای تصمیم‌گیری است. در راستای بالا بردن توانایی‌های مختلف مدل‌های آن، تحقیقات بسیاری برای رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری صورت گرفته است. در این زمینه مقالات متنوعی وجود دارد که هر یک روش رتبه‌بندی متفاوتی را برای مجموعه‌ای از داده‌ها بکار گرفته‌اند. با توجه به تمایل رو به رشد تصمیم‌گیرنده‌ها و عوامل اجرایی به رتبه‌بندی کلی واحدها، یک مجموعه‌ی جامع از روش‌های رتبه‌بندی می‌تواند نقش بسزایی در سرعت و دقت انتخاب مدیران و مجریان داشته باشد. به طوری که هر تصمیم‌گیری می‌تواند با توجه به فرایند جاری و واحدهای تحت ارزیابی، روشی از روش‌های رتبه‌بندی را طوری انتخاب کند که واحدهای مدنظر به صورت جامع‌تر و با دقت بیشتری متمایز

شوند. روش رتبه‌بندی کارایی متقاطع از اندازه‌ی کارایی ارزیابی برای رتبه‌بندی واحدها استفاده می‌کند. یکی از مزایای این روش، رتبه‌بندی واحدها به صورت منحصر به فرد و کامل است. علاوه بر این، از وزن‌های غیرواقعی که باعث محدودیت وزنی از پیش تعیین شده می‌شوند جلوگیری می‌کند (وو^۱ و همکاران، ۲۰۱۱).

سکستون و همکاران (۱۹۸۶) برای اولین بار ایده روش کارایی متقاطع و همچنین نمره کارایی برای این روش را ارائه دادند. در این روش واحدها هم با خود و هم با دیگر واحدها ارزیابی می‌شوند. بنابراین در ارزیابی هر واحد تصمیم‌گیری، نه فقط وزن‌های خود واحد بلکه وزن‌های سایر واحدها با هم تلفیق می‌شوند تا روی هم رفته مقدار کارایی حاصل شود. گسترش این تکنیک در کاربردهای مختلف، کاربردی و عملی بودن این روش را در حوزه‌های مختلف نشان داده است. لیم و همکارش (۲۰۱۵) تحلیل کلی از کارایی متقاطع زمانی که بازده به مقیاس متغیر می‌باشد ارائه دادند. گنجی و همکاران (۲۰۱۹) یک روش کارایی متقاطع مرزی دوگانه برای اندازه‌گیری عملکرد ایمنی جاده‌ها پیشنهاد کردند. آنها برای ارزیابی عملکرد ایمنی جاده‌ای ایران با پیشنهاد یک مدل کارایی متقاطع دو مرزی جدید از دیدگاه‌های خوش بینانه و بدبینانه به طور همزمان استفاده کردند. هوآنگ^۲ و همکاران (۲۰۱۹) یک روش ارزیابی آسیب‌پذیری سوانح شهری ساحلی را بر اساس مدل‌های کارایی متقاطع پیشنهاد دادند. تحلیل آنها یک مرجع راهنما و روش شناختی برای شهرهای ساحلی چین به منظور بهبود توانایی این شهرها برای جلوگیری و کاهش بلایای طبیعی و بالا بردن فرصت‌های سرمایه‌گذاری فراهم کرد. یانگ^۳ و همکاران (۲۰۱۹) نیز به ارزیابی بهره‌وری انرژی شهری پرداختند. آنها با تاکید بر این نکته که نادیده گرفتن روابط رقابتی بین مناطق منجر به بهره‌وری انرژی نادرست می‌شود، یک رویکرد تحلیل پوششی داده‌های کارایی متقاطع بازی، که می‌تواند روابط رقابتی را در نظر بگیرد، معرفی کردند. آنها با اعمال رویکرد پیشنهادی خود بر روی ۲۶ شهر در سطح

^۱ Wu

^۲ Huang

^۳ Yang

استانی چین از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۵ تحت محدودیت های زیست محیطی نشان دادند که بهره‌وری انرژی شهری با توجه به رابطه رقابتی پایین‌تر از بهره‌وری محاسبه شده سنتی است. لیو^۱ و همکاران (۲۰۲۰) با استفاده از روش کارایی متقاطع، رویکردی را برای ارزیابی آزمایشگاه های کلیدی دولتی در چین ارائه کردند. آنها از رویکرد تجمیع کارایی متقاطع تحلیل پوششی داده‌ها که شامل ترجیحات ریسک‌پذیری تصمیم‌گیری است، برای ارزیابی عملکرد ۲۲ بخش اداری در مورد مدیریت آزمایشگاه‌های کلیدی دولتی چین استفاده کردند. رسول زاده و همکاران (۲۰۲۲) از یک تئوری چند هدفه که ریشه در روش کارایی متقاطع داشت، را برای مسائل انتخاب سبد سهام استفاده کردند و در این زمینه مدلی را پیشنهاد کردند که برای انتخاب بالاترین بازده سرمایه‌گذاری در ۵۰ شرکت در بورس اوراق بهادار تهران اجرا شد. ژانگ^۲ و همکاران (۲۰۲۳)، کارایی متقاطع را وارد تحلیل پوششی داده‌ها در شبکه کرده و عملکرد ترکیبی تولید برق و سیستم انتقال را در نظر گرفته‌اند. در حوزه آماری ژو^۳ و همکاران (۲۰۲۲)، با اشاره به این نکته که در مورد مجموعه داده های کوچک (یا متوسط)، تعداد نمونه های محدودی وجود دارد و در چنین زمینه هایی، روش کارایی متقاطع به سختی می تواند برای آزمون های آماری استفاده شود، یک روش جدید بوت استرپ کارایی متقاطع را معرفی کردند. ژانگ و همکاران (۲۰۲۳) به منظور ارزیابی کارایی کم کربن حمل و نقل چند منظوره، یک روش کارایی متقاطع برای ساختارهای پیچیده شبکه از دیدگاه منصفانه پیشنهاد کرده و حمل و نقل بین‌المللی راه آهن و آب چین را برای تحقیق انتخاب کردند. ونچه و همکاران (۲۰۲۴)، در مبحث انرژی تحلیل پوششی داده‌های تصادفی و مدل‌های کارایی متقاطع با خروجی‌های نامطلوب را برای اندازه‌گیری و مقایسه بازده انرژی در نیروگاه‌های حرارتی استفاده کردند. زیانگ^۴ و همکاران (۲۰۲۵)، از کارایی متقاطع شبکه ای پویا جهت ارزیابی کارایی

¹ Liu

² Zhang

³ Zhou

⁴ Jiang

با الویت زیست محیطی برای سیستم حمل و نقل داخلی که شامل دریایی، جاده‌ای و راه آهن است، استفاده کردند.

در جهت بهبود نمره کارایی متقاطع تحقیقات بسیاری انجام شده است که این نشان از جذابیت و توانایی این روش می‌باشد. دوئل و گرین^۱ (۱۹۹۴)، مدل سکستون و همکاران را گسترش داده و دو مدل را در حالت‌های خوشبینانه و بدبینانه ارائه دادند. لیانگ^۲ و همکاران (۲۰۰۸) با توسعه کار دوئل و گرین هدف‌های ثانویه متفاوتی را بیان کردند و سپس آن‌ها را با اهداف ثانویه‌ای که در گذشته بیان شده بود مقایسه کردند. مللو^۳ و همکاران (۲۰۰۲)، رخ داد واحدهایی که کارایی منفی را در ماتریس ارزیابی متقاطع ایجاد کردند برای رتبه بندی در نظر گرفته نشدن را بررسی کردند. زهره‌بندیان و صادقی (۲۰۱۳)، مدلی را براساس برنامه ریزی خطی صحیح صفر و یک تحت عنوان هدف ثانویه ارائه دادند و از آن برای محاسبه نمره کارایی متقاطع استفاده کردند. صادقی و زهره‌بندیان (۲۰۱۴)، مدلی را برای محاسبه کارایی متقاطع با بازده به مقیاس متغیر ارائه دادند و از آن برای محاسبه نمره کارایی متقاطع با بازده به مقیاس متغیر استفاده کردند و کاراترین واحد را به دست آوردند. اسدی و همکاران (۲۰۲۰)، از یک تفسیر هندسی کارایی متقاطع استفاده کرده و سعی کردند به مشکل کارایی متقاطع منفی رسیدگی کنند و اوکیل^۴ (۲۰۲۰)، در مورد بهره برداری از تعدد نظام ارزشی و رأی ترجیحی برای رتبه بندی قوی با استفاده از کارایی متقاطع پرداخت. گو و همکارش در پژوهشی جدید به بررسی تعیین هدف در کارایی متقاطع پرداختند (جو و چن^۵، ۲۰۲۳).

۳- روش شناسی تحقیق

با توجه به اینکه یافته‌های حاصل از این تحقیق به منظور بهبود کارایی مدارس دوره دوم متوسطه مورد استفاده عملی قرار می‌گیرد، بنابراین بر اساس هدف، از نوع کاربردی

¹ Doyle and Green

² Liang

³ Mello

⁴ Oukil

⁵ Guo and Chen

محسوب می‌شود. همچنین بر اساس ماهیت انجام کار از نوع توصیفی و بصورت نیمه تجربی می‌باشد. مراحل انجام تحقیق به صورت، تعیین هدف، مطالعه مقدماتی، طراحی، توزیع و جمع آوری پرسش نامه، تجزیه و تحلیل اطلاعات می‌باشد. برای مطالعه مبانی نظری تحقیق از روش کتابخانه‌ای و به منظور جمع‌آوری داده‌ها جهت پاسخ به سوالات تحقیق از روش میدانی بهره گرفته شده است. جامعه آماری مدارس متوسطه دخترانه و پسرانه شهر سراب را شامل می‌شود که در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ فعال بوده‌اند و تعداد آن‌ها ۱۴ مدرسه بوده که همه آن‌ها با روش کل شماری بعنوان نمونه در نظر گرفته شده‌اند. پاسخگویان به پرسشنامه عوامل موثر بر عملکرد و کارایی نسبی مدارس متوسطه دوره دوم شامل ۱۴ مدیر و ۳۶ معاون بوده است. از اطلاعات پرسش‌نامه، چک لیست و همینطور از نظرات مدیران و معاونین مدارس و اداره آموزش و پرورش شهرستان سراب بعنوان خبره برای مقایسات اهمیت سنجی کارایی نسبی مدارس دوره دوم متوسطه استفاده شده است. در مورد انتخاب روشی برای محاسبه کارایی و رتبه‌بندی باید به این نکته نیز توجه نمود که تنها ارائه یک مدل رتبه‌بندی برای یک تحقیق عملی کافی نیست و از بین روش‌های موجود باید آن گزینه را انتخاب نمود که اولاً شدنی باشد و ثانياً محاسبات پیچیده‌ای نداشته و برای گروه‌های مختلف قابل درک باشد. روش کارایی متقاطع به خصوص در حالت بازده به مقیاس متغیر علاوه بر کیفیت نمره کارایی تمامی خواص ذیل را دارد. برای همین منظور روش کارایی متقاطع استفاده شده است. در روش تحلیل پوششی داده‌ها از مدل‌های CCR و BCC ورودی محور استفاده و به منظور دستیابی به رتبه‌بندی کامل واحدها، نمره کارایی با روش کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس ثابت و بازده به مقیاس متغیر ورودی محور به صورت مجزا برای هر مدرسه محاسبه می‌شود. برای هر کدام از مدل‌های رتبه‌بندی مدلی مجزا حل شده و در راستای آن محاسباتی انجام می‌شود.

مدل‌های اساسی تحلیل پوششی داده‌ها:

مدل CCR: اولین مدل تحلیل پوششی داده‌ها CCR نام دارد (چارلز و همکاران، ۱۹۷۸) مبنای شکل‌گیری این مدل، تعریف کارایی از نسبت مجموع موزون خروجی‌ها به مجموع موزون ورودی‌ها استفاده می‌شود و دارای بازده ثابت به مقیاس است و با حل مدل وزن‌های بهینه، برای متغیرهای ورودی و خروجی واحد تحت بررسی به دست می‌آید. با فرض اینکه n واحد تصمیم‌گیری داشته باشیم بطوری که هر واحدی مانند DMU_j بردار ورودی $x_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})^t$ را برای تولید بردار خروجی $y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})^t$ مصرف کند مدل کسری CCR بصورت مدل (۱) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\ \text{s.t.} \quad & \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, j = 1, 2, \dots, n \\ & u_r \geq 0, v_i \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

در این مدل u_r وزن خروجی r ام، v_i وزن ورودی i ام و O نماد واحد تحت بررسی است. اگر (u_o^*, v_o^*) جواب بهینه مدل (۱) برای DMU_o باشند اندازه‌ی کارایی واحد تحت ارزیابی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\sum_{r=1}^k u_{ro}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{ij}}$$

با ثابت نگه داشتن مخرج تابع هدف و با استفاده از تبدیلات چارلز-کوپر مدل کسری (۱) به مدل خطی (۲) تبدیل می‌شود که به مدل مضربی CCR در ماهیت ورودی محور معروف است.

$$\begin{aligned}
 & \max \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \\
 & \text{s.t.} \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j=1, \dots, n \\
 & \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\
 & \quad u_r \geq 0, v_i \geq 0, \quad r=1, \dots, s, i=1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{۲}$$

از حل مدل (۲) مقدار کارایی نسبی واحد DMU_0 بدست می‌آید. واحد تحت ارزیابی کارا است اگر و فقط اگر جواب بهین یک باشد.

مدل **BCC**: فرم کسری مدل BCC در ماهیت ورودی به صورت مدل (۳) می‌باشد (بنکرو همکاران، ۱۹۸۴):

$$\begin{aligned}
 & \max \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + w}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \\
 & \text{s.t.} \quad \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + w}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j=1, 2, \dots, n \\
 & \quad u_r \geq 0, v_i \geq 0
 \end{aligned} \tag{۳}$$

اگر (u_o^*, v_o^*, w^*) جواب بهینه مدل (۳) برای DMU_0 باشند اندازه‌ی کارایی واحد تحت ارزیابی بصورت :

$$\frac{\sum_{r=1}^k u_{ro}^* y_{rj} + w^*}{\sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{ij}}$$

می‌باشد. با استفاده از تبدیلات چارنز-کوپر مدل کسری فوق به مدل خطی (۴) تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned}
& \max \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + w \\
& \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1 \\
& \quad \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + w \leq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\
& \quad u_r \geq 0, \quad r = 1, \dots, s, \\
& \quad v_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, m.
\end{aligned} \tag{۴}$$

کارایی متقاطع با فرض بازده به مقیاس ثابت:

سکستون و همکاران (۱۹۸۶)، روشی را برای رتبه‌بندی واحدها، تحت عنوان کارایی متقاطع معرفی کردند. این روش بر پایه‌ی این ایده استوار است که واحدها با خود و با دیگر واحدها ارزیابی شوند. بنابراین در ارزیابی هر واحد تصمیم‌گیری، نه فقط وزن‌های خود واحد بلکه وزن‌های سایر واحدها با هم تلفیق می‌شوند تا روی هم رفته مقدار کارایی حاصل شود. با حل مدل کسری (۱) و با فرض اینکه (u_o^*, v_o^*) جواب‌های بهینه‌ی این مدل باشند، اندازه کارایی DMU_o بصورت $E_o = \frac{u_o^* y_o}{v_o^* x_o}$ محاسبه می‌شود. روش کارایی متقاطع از جواب‌های بهینه‌ی مدل کسری (۱) (یا به صورت معادل مدل (۲)) برای محاسبه‌ی اندازه‌ی کارایی سایر واحدها استفاده می‌کند. بدین طریق که با فرض اینکه (u_o^*, v_o^*) مجموعه وزن‌های بهینه‌ی واحد o -ام حاصل شده از مدل (۱) باشد در اینصورت اندازه‌ی کارایی واحدها متناظر با این وزن‌ها بصورت E_{oj} نشان داده می‌شود که از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$E_{oj} = \frac{\sum_{r=1}^k u_{ro}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{ij}} \tag{۵}$$

در آخر با حل مدل (۱) برای تمام واحدها، شاخص کارایی برای واحد j -ام با میانگین‌گیری بصورت زیر حاصل می‌شود:

$$E_j = \frac{1}{n} \sum_{o=1}^n E_{oj} \tag{۶}$$

کارایی متقاطع با فرض بازده به مقیاس متغیر (لیم و ژو، ۲۰۱۵): با حل مدل کسری ورودی محور BCC مدل (۳) و با فرض اینکه (u_o^*, v_o^*, w^*) جواب‌های بهینه‌ی این مدل باشند، اندازه کارایی DMU_o بصورت $E_o = \frac{u_o^* y_o + w^*}{v_o^* x_o}$ محاسبه می‌شود. $(o \in \{1, \dots, n\})$ مجموعه وزن‌های بهینه‌ی واحد o -ام حاصل شده از مدل (۳) یا به صورت معادل مدل (۴) باشد در اینصورت اندازه‌ی کارایی واحدها متناظر با این وزن‌ها بصورت E_{oj} نشان داده می‌شود که از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$E_{oj} = \frac{\sum_{r=1}^k u_{ro}^* y_{rj} + w^*}{\sum_{i=1}^m v_{io}^* x_{ij}} \quad (7)$$

و با میانگین‌گیری با استفاده از رابطه (۶) کارایی متقاطع واحد تحت ارزیابی با بازده به مقیاس متغیر به دست می‌آید.

۴- یافته‌های پژوهش

شناسایی شاخص‌های مربوط به محاسبه کارایی

در این تحقیق برای شناسایی شاخصها از دو منبع استفاده شده است. ابتدا تعدادی از شاخص‌ها با مطالعه مبانی نظری، تحقیقات قبلی دیگران (بدری، برزویان، محمدیان، ۱۴۰۰)، (حاجی حسینی، پایان، سالاری، ۱۳۹۹)، (زیادی، فلاح جلودار، ۱۳۹۴) و نیز تعدادی از آن‌ها با بهره‌گیری از نظرات معاونان اداره و مدیران مدارس شناسایی شدند که در نهایت تعداد ۱۸ شاخص طبق جدول (۱) انتخاب شدند که بر عملکرد مدارس متوسطه دوم شهر سراب موثر هستند.

در این راستا، ابتدا پرسشنامه‌ای تهیه و با مراجعه به مدیریت دبیرستان‌های شهر سراب، این پرسشنامه‌ها تکمیل شدند. با توجه به نظرات مدیران و معاونان این مدارس، ۹ شاخص اصلی (جدول ۲) که درجه اهمیت آنها از همه شاخص‌ها بیشتر بود برای سنجش کارایی انتخاب و در تجزیه و تحلیل فرآیند از آنها استفاده شده است. جدول (۲) متغیرهای

تحقیق را به ترتیب در قالب متغیرهای ورودی و خروجی برای مدل کارایی نسبی نشان می‌دهد که با توجه به ماهیت هر شاخص در هر کدام از جدول دسته‌بندی شده است.

جدول ۱. شاخص‌های اصلی

ردیف	عوامل موثر
۱	میزان بودجه‌ای که چه از طریق اداره و یا شهریه مدرسه دریافت کرده و صرف هزینه می‌کند
۲	تعداد دانش‌آموزان قبول شده در دانشگاه‌ها
۳	تعداد دانش‌آموزانی که معدل بالای ۱۷ دارند
۴	تعداد دانش‌آموزان سال سوم که معدل بالای ۱۵ دارند
۵	فضای آموزشی مدرسه (زیر بنا)
۶	تعداد سیستم‌های بهداشتی
۷	تعداد دبیران با تحصیلات بیش از کارشناسی
۸	تعداد کادر اداری
۹	تعداد دبیرانی که طرح درس سالیانه، بخشنامه‌ها و سرفصل را رعایت می‌کنند
۱۰	تعداد دانش‌آموزان قبول شده در المپیادهای علمی
۱۱	تعداد کلاس‌های تقویتی و کنکوری برای جلوگیری از افت تحصیلی
۱۲	تعداد امکانات از جمله: سایت‌های اینترنتی، کتابخانه‌ها، سایت کامپیوتری، نمازخانه، باشگاه ورزشی و سالن همایش
۱۳	تعداد اردوهای تفریحی آموزشی در سال
۱۴	تعداد ارزشیابی و آزمون‌های شبیه‌سازی کنکور برای کلاس‌های یازدهم و دوازدهم در سال
۱۵	تعداد دانش‌آموزانی که ارزیابی عملکرد آنها در عملکرد اداره آموزش و پرورش از حد متوسط بیشتر است
۱۶	امتیازی که از ارزیابی سالانه کارکنان به دست آمده است
۱۷	تعداد دبیرانی که رشته تحصیلی و درسی که تدریس می‌کنند تناسب دارند
۱۸	تعداد کلاس‌های آموزشی (حضوری-الکترونیکی) در مدرسه

جدول ۲. شاخص‌های منتخب تحقیق در قالب ورودی و خروجی

نماد	نوع شاخص	شاخص‌های منتخب
I_1	ورودی	میزان بودجه‌ای که چه از طریق اداره و یا شهریه مدرسه دریافت کرده و صرف هزینه می‌کند
I_2	ورودی	فضای آموزشی مدرسه (زیر بنا)

نماد	نوع شاخص	شاخص‌های منتخب
I_3	ورودی	تعداد دبیران با تحصیلات بیش از کارشناسی
I_4	ورودی	تعداد دبیرانی که طرح درس سالیانه، بخشنامه‌ها و سرفصل را رعایت می‌کنند
O_1	خروجی	تعداد دانش‌آموزان قبول شده در دانشگاه‌ها
O_2	خروجی	تعداد دانش‌آموزانی که معدل بالای ۱۷ دارند
O_3	خروجی	تعداد دانش‌آموزان سال سوم که معدل بالای ۱۵ دارند
O_4	خروجی	تعداد دانش‌آموزانی که ارزیابی عملکرد آموزش و پرورش از حد متوسط بیشتر است
O_5	خروجی	امتیازی که از ارزیابی سالانه کارکنان به دست آمده است

در جدول (۳) هر مدرسه بعنوان یک واحد تصمیم‌گیری تحت ارزیابی (DMU) در نظر گرفته شده است و برای تمامی مدارس ۹ شاخص یکسان در قالب ۱۴ واحد تصمیم‌گیری شامل ۴ ورودی و ۵ خروجی مورد بررسی قرار گرفته‌اند و داده‌های خام از مدارس اخذ شده‌اند.

جدول ۳. داده‌های خام ورودی و خروجی برای واحدها

DMUs	I_1 (تومان)	I_2 (مترمربع)	I_3	I_4	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
DMU1 (زهرا مردانی آذر) د	۲۰۰۰۰۰۰۰	۱۲۲۲	۷	۱۴	۴۰	۳۷	۲۱	۲۰	۱۰۰
DMU2 (خدیدجه کبری) د	۲۵۰۰۰۰۰۰	۱۱۵۰	۶	۱۵	۳۵	۳۴	۲۰	۱۷	۹۹
DMU3 (فدک) د	۲۲۰۰۰۰۰۰	۱۲۵۰	۸	۱۵	۳۰	۳۶	۲۵	۱۸	۱۰۰
DMU4 (استعدادهای درخشان) د	۲۶۰۰۰۰۰۰	۱۲۳۰	۶	۱۴	۳۵	۴۱	۱۹	۳۱	۱۰۰
DMU5 (امام خمینی) پ	۲۱۰۰۰۰۰۰	۱۱۸۰	۸	۱۵	۳۱	۴۳	۱۶	۱۵	۱۰۰
DMU6 (ابن سینا) پ	۲۴۰۰۰۰۰۰	۱۲۵۰	۷	۱۴	۲۸	۳۱	۲۲	۲۰	۹۹
DMU7 (چمران) پ	۲۸۰۰۰۰۰۰	۱۳۲۰	۸	۱۵	۳۴	۴۲	۳۱	۳۰	۱۰۰
DMU8 (امام رضا) پ	۲۲۰۰۰۰۰۰	۱۲۲۰	۷	۱۴	۳۰	۲۹	۳۳	۳۱	۹۹
DMU9 (قاضی) پ	۲۵۰۰۰۰۰۰	۱۱۲۰	۵	۱۴	۲۸	۳۰	۴۰	۲۵	۱۰۰
DMU10 (کلیان) پ	۱۵۰۰۰۰۰۰	۱۲۰۰	۳	۱۴	۲۹	۳۰	۳۵	۲۰	۱۰۰
DMU11 (اسب فروشان) پ	۲۰۰۰۰۰۰۰	۱۱۸۰	۴	۱۴	۳۱	۳۵	۴۰	۱۵	۱۰۰
DMU12 (بیچند) پ	۱۸۰۰۰۰۰۰	۱۲۵۰	۶	۱۳	۳۳	۲۰	۲۵	۱۶	۹۹
DMU13 (ابرغان) پ	۱۵۰۰۰۰۰۰	۱۳۰۰	۵	۱۴	۲۹	۱۸	۱۶	۲۵	۱۰۰
DMU14 (اسیفروشان) د	۲۲۰۰۰۰۰۰	۱۱۰۰	۵	۱۲	۳۱	۲۵	۲۹	۳۹	۱۰۰

بعد از جمع‌آوری داده‌ها با توجه به اینکه شاخص‌های مورد استفاده کمی هستند و برخی بسیار بزرگ و برخی بسیار کوچک هستند و همچنین شاخص‌های مثبت و منفی نیز وجود دارند و واحدهای اندازه‌گیری نیز یکسان نیست به منظور قابل مقایسه شدن مقیاس‌های مختلف اندازه‌گیری، باید از بی‌مقیاس سازی یا نرمال سازی استفاده شود. در این مطالعه به دلیل وجود شاخص‌های منفی و مثبت از بی‌مقیاس سازی نرم دو برای نرمال سازی اطلاعات استفاده شده است (جدول ۴).

جدول ۴. داده‌های ورودی و خروجی بی‌مقیاس شده

O ₅	O ₄	O ₃	O ₂	O ₁	I ₄	I ₃	I ₂	I ₁	DMU
۰/۲۶۸۰	۰/۲۲۲۱	۰/۲۰۲۴	۰/۲۹۹۲	۰/۳۳۵۳	۰/۲۶۵۵	۰/۲۹۹۳	۰/۲۶۹۱	۰/۲۴۳۴	D1
۰/۲۶۵۳	۰/۱۸۸۷	۰/۱۹۲۸	۰/۲۷۵۰	۰/۲۹۳۴	۰/۲۸۴۴	۰/۲۵۶۵	۰/۲۵۳۲	۰/۳۰۴۲	D2
۰/۲۶۸۰	۰/۱۹۹۹	۰/۲۴۱۰	۰/۲۹۱۱	۰/۲۵۱۵	۰/۲۸۴۴	۰/۳۴۲۱	۰/۲۷۵۲	۰/۲۶۷۷	D3
۰/۲۶۸۰	۰/۳۴۴۲	۰/۱۸۳۱	۰/۳۳۱۶	۰/۲۹۳۴	۰/۲۶۵۵	۰/۲۵۶۵	۰/۲۷۰۸	۰/۳۱۶۴	D4
۰/۲۶۸۰	۰/۱۶۶۵	۰/۱۵۴۲	۰/۳۴۷۷	۰/۲۵۹۹	۰/۲۸۴۴	۰/۳۴۲۱	۰/۲۵۹۸	۰/۲۵۵۵	D5
۰/۲۶۵۳	۰/۲۲۲۱	۰/۲۱۲۰	۰/۲۵۰۷	۰/۲۳۴۷	۰/۲۶۵۵	۰/۲۹۹۳	۰/۲۷۵۲	۰/۲۹۲۱	D6
۰/۲۶۸۰	۰/۳۳۳۱	۰/۲۹۸۸	۰/۳۳۹۶	۰/۲۸۵۰	۰/۲۸۴۴	۰/۳۴۲۱	۰/۲۹۰۶	۰/۳۴۰۷	D7
۰/۲۶۵۳	۰/۳۴۴۲	۰/۳۱۸۱	۰/۲۳۴۵	۰/۲۵۱۵	۰/۲۶۵۵	۰/۲۹۹۳	۰/۲۶۸۶	۰/۲۶۷۷	D8
۰/۲۶۸۰	۰/۲۷۷۶	۰/۳۸۵۵	۰/۲۴۲۶	۰/۲۳۴۷	۰/۲۶۵۵	۰/۲۱۳۸	۰/۲۴۶۶	۰/۳۰۴۲	D9
۰/۲۶۸۰	۰/۲۲۲۱	۰/۳۳۷۴	۰/۲۴۲۶	۰/۲۴۳۱	۰/۲۶۵۵	۰/۱۲۸۳	۰/۲۶۴۲	۰/۱۸۲۵	D10
۰/۲۶۸۰	۰/۱۶۶۵	۰/۳۸۵۵	۰/۲۸۳۰	۰/۲۵۹۹	۰/۲۶۵۵	۰/۱۷۱۰	۰/۲۵۹۸	۰/۲۴۳۴	D11
۰/۲۶۵۳	۰/۱۷۷۶	۰/۲۴۱۰	۰/۱۶۱۷	۰/۲۷۶۷	۰/۲۴۶۵	۰/۲۵۶۵	۰/۲۷۵۲	۰/۲۱۹۰	D12
۰/۲۶۸۰	۰/۲۷۷۶	۰/۱۵۴۲	۰/۱۴۵۶	۰/۲۴۳۱	۰/۲۶۵۵	۰/۲۱۳۸	۰/۲۸۶۲	۰/۱۸۲۵	D13
۰/۲۶۸۰	۰/۴۳۳۰	۰/۲۷۹۵	۰/۲۰۲۲	۰/۲۵۹۹	۰/۲۲۷۶	۰/۲۱۳۸	۰/۲۴۲۲	۰/۲۶۷۷	D14

به منظور دستیابی به کارایی نسبی واحدها، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها تحت بازده به مقیاس ثابت (CRS) و بازده به مقیاس متغیر (VRS) روی داده‌های جدول (۴) بکار گرفته شده‌اند. برای انجام کلیه محاسبات، از برنامه نرم افزاری GAMS استفاده شده است.

جدول ۵. نمره کارایی با چهار مدل و رتبه بندی (پارانتز)

DMUs	کارایی CCR	کارایی BCC	کارایی متقاطع تحت CRS	کارایی متقاطع تحت VRS
DMU01	۰,۸۴۶۰	۰,۸۹۳۸	۰,۷۱۸۹ (۱۳)	۰,۵۰۳ (۱۳)
DMU02	۰,۸۸۹۰	۰,۹۲۲۵	۰,۷۸۷ (۱۰)	۰,۶۰۷۹ (۱۰)
DMU03	۰,۸۵۹۰	۰,۸۷۳۲	۰,۷۷۵۵ (۱۱)	۰,۶۵۷۳ (۸)
DMU04	۰,۷۸۱۳	۰,۸۵۶۲	۰,۷۳۶۷ (۱۲)	۰,۵۸۰۵ (۱۱)
DMU05	۰,۸۹۱۵	۰,۹۱۲۹	۰,۷۹۱۳ (۹)	۰,۶۳۵۴ (۹)
DMU06	۰,۹۳۲۲	۱	۰,۸۳۷ (۸)	۰,۷۸۸۴ (۶)
DMU07	۰,۷۱۹۱	۰,۷۸۷	۰,۶۶۷ (۱۴)	۰,۵۰۴۹ (۱۲)
DMU08	۰,۹۰۳۶	۰,۹۰۶۷	۰,۸۳۱۳ (۷)	۰,۷۷۰۲ (۷)
DMU09	۱	۱	۰,۹۳۸۳ (۲)	۰,۸۷۹۵ (۳)
DMU10	۱	۱	۰,۹۲۷۴ (۳)	۰,۸۷۳۹ (۴)
DMU11	۰,۹۴۱۴	۰,۹۶۰۱	۰,۸۶۲۷ (۶)	۰,۲۶۱۹ (۱۴)
DMU12	۱	۱	۰,۸۸۴۹ (۵)	۰,۸۵۱ (۵)
DMU13	۱	۱	۰,۹۱۷۳ (۴)	۰,۹۳۶۱ (۲)
DMU14	۱	۱	۰,۹۹۲۹ (۱)	۰,۹۹۲ (۱)

اطلاعات ستون دوم جدول (۵) حاکی از آن است که واحدهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۱۱ ناکارا و واحدهای ۹، ۱۰، ۱۲، ۱۳ و ۱۴ کارا تحت بازده به مقیاس ثابت (CRS) هستند. با استفاده از نمره کارایی می توان واحدهای ناکارا را رتبه بندی نمود ولی برای واحدهای کارا این نمره کارایی نمی تواند رتبه بندی کاملی انجام دهد و کارترین واحد را انتخاب نماید. به منظور رتبه بندی کامل واحدها ملزم به استفاده از روش های رتبه بندی هستیم که در این مطالعه از روش کارایی متقاطع استفاده شده است تا بلکه بتوان با استفاده از نمره کارایی متقاطع رتبه بندی کاملی ارائه نمود. ابتدا با استفاده از اطلاعات جدول (۴) برای واحد تحت ارزیابی و تمامی اوزانی که از مدل CCR کلاسیک (مدل (۲)) به دست آمده به محاسبه فرمول (۵) می پردازیم و با میانگین گیری طبق فرمول (۶) نمره کارایی برای واحد مورد نظر به دست می آید. این روش را برای تمامی واحدها انجام می دهیم. اطلاعات ستون چهارم جدول (۵) حاکی از آن است که این روش با موفقیت قادر

به رتبه‌بندی کامل می‌باشد. نتایج حاصل از ستون چهارم جدول (۵) نشان می‌دهد که مدل BCC نیز نتوانسته تمام واحدها را رتبه‌بندی کند. به‌دست آوردن کاراترین واحد امری غیر ممکن به‌نظر می‌رسد زیرا واحدهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۷، ۸ و ۱۱ ناکارا و واحدهای ۶، ۹، ۱۰، ۱۲، ۱۳ و ۱۴ کارا هستند. با استفاده از کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس متغیر بر روی اطلاعات جدول (۴) و تمامی اوزانی که از مدل BCC (مدل ۴) به‌دست آمده و با محاسبه فرمول (۷) برای تمامی واحدهای تصمیم‌گیری و با میانگین‌گیری طبق فرمول (۶) نمره کارایی حاصل می‌شود ستون پنجم جدول (۵) نمره کارایی متقاطع با بازده به مقیاس متغیر را نشان می‌دهد.

ستون دوم جدول (۵) نشان می‌دهد که تحت مدل CCR، مدارس، قاضی، کلیان، بیجند، ابرغان و دخترانه اسبفروشان مدارس کارا شناسایی شده و همگی در رتبه‌ی یک قرار دارند. در حالی که مدارس، زهرا مردانی آذر، خدیجه کبری، فدک، استعدادهای درخشان، امام خمینی، ابن سینا، چمران، امام رضا و پسرانه اسبفروشان، مدارس ناکارا ارزیابی شدند. ستون سوم جدول (۵) نشان می‌دهد که تحت مدل BCC، مدارس ابن سینا، قاضی، کلیان، بیجند، ابرغان و دخترانه اسبفروشان مدارس کارا شناسایی شده و همگی در رتبه‌ی یک قرار دارند. در حالی که مدارس، زهرا مردانی آذر، خدیجه کبری، فدک، استعدادهای درخشان، امام خمینی، چمران، امام رضا و پسرانه اسبفروشان، مدارس ناکارا ارزیابی شدند. با توجه به نقص مدل‌های CCR و BCC در تمییز کامل مدارس، نتایج رتبه‌بندی حاصل از بکارگیری مدل‌های کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس ثابت و تحت بازده به مقیاس متغیر، به ترتیب در ستون‌های چهارم و پنجم جدول (۵) نشان داده شدند. نتایج حاصل به شرح زیر است.

رتبه‌بندی حاصل از بکارگیری مدل کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس ثابت به ترتیب، دخترانه اسبفروشان، قاضی، کلیان، ابرغان، بیجند، پسرانه اسبفروشان، امام رضا، ابن سینا، امام خمینی، خدیجه کبری، فدک، استعدادهای درخشان، زهرا مردانی آذر، چمران هستند. رتبه‌بندی حاصل از بکارگیری مدل کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس

متغیر به ترتیب، دخترانه اسبفروشان، ابرغان، قاضی، کلیان، بیجند، ابن سینا، امام رضا، فدک، امام خمینی، خدیجه کبری، استعدادهای درخشان، چمران، زهرا مردانی آذر، پسرانه اسبفروشان می‌باشند. در مدل کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس ثابت مدرسه‌های دخترانه اسبفروشان و چمران به ترتیب بهترین و بدترین عملکرد را دارند. در حالی که در مدل کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس متغیر مدرسه‌های دخترانه اسبفروشان و پسرانه اسبفروشان به ترتیب بهترین و بدترین عملکرد را دارند. با این نتایج، مدرسه دخترانه اسبفروشان تحت هر دو مدل کارایی متقاطع به عنوان بهترین مدرسه شناسایی شده است.

نتایج نشان می‌دهند که واحدهای کارایی مدل‌های سنتی در مدل‌های کارایی متقاطع نیز همچنان در رتبه‌های بالایی قرار دارند. ۵ واحدی که در هر دو مدل سنتی کارا بودند در مدل‌های کارایی متقاطع نیز در رتبه‌های اول تا پنجم هستند. مدرسه ابن سینا تحت مدل BCC کارا و تحت مدل CCR ناکارا بود. در مدل کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس ثابت در رتبه هشتم و مدل کارایی تحت بازده به مقیاس متغیر در رتبه ششم قرار گرفت. دبیرستان امام رضا در مدل‌های سنتی ناکارا بود ولی در مدل‌های کارایی متقاطع در وضعیت بهتری نسبت به واحدهای کارا قرار دارد و عملکرد بهتری را نسبت به جایگاه خود در مدل‌های سنتی دارد و دلیل این است که اگر هر واحد با وزن واحدهای دیگر نیز مورد آزمون قرار می‌گیرد شرایط منصفانه‌تری را دارا می‌شود و در شرایطی واحدهای ناکارا در رتبه‌های بهتری قرار می‌گیرند که این حالت در رتبه‌بندی مدارس شهر سراب نیز کاملاً دیده می‌شود. نتایج حاکی از آن است که بازده به مقیاس‌های متفاوت نتایج کمی متفاوتی خواهند داشت و انتخاب روش بستگی به اهداف تصمیم‌گیرنده خواهد داشت. با توجه به ویژگی‌های مجموعه امکان تولید CCR و BCC، واحدی که در CCR کارا باشد حتماً در BCC نیز کاراست. همانطور که از ستون‌های دوم و سوم جدول (۵) برمی‌آید مدارس قاضی، کلیان، بیجند، ابرغان و دخترانه اسبفروشان که در CCR کارا بودند در BCC نیز کارا شناسایی شدند. از طرف دیگر، با توجه به مرز BCC تعداد

واحدهای کارای BCC بیشتر از تعداد واحدهای کارای CCR است. لذا، مدرسه ابن سینا که در CCR ناکارا بود در BCC کارا شناسایی شد. با بکارگیری مدل‌های کارایی متقاطع، تمامی مدارس رتبه بندی شدند و نتایج نشان می‌دهد که مدرسی که از نظر امکانات در سطح بهتری قرار داشتند در رتبه‌بندی، جایگاه خوبی به دست نیاوردند یعنی از امکانات داده شده در سطح مطلوب استفاده نکرده‌اند.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

برای دستیابی به توسعه، مخصوصاً در بخش آموزش پایه‌ای، با توجه به اینکه مدارس منابع و امکانات محدود در اختیار دارند ولی می‌تواند از اهداف مهم هر کشوری جهت تدوین برنامه‌های توسعه و ترقی به شمار می‌رود و مفهوم ارتقاء کارایی از مهم‌ترین دغدغه‌های ذهنی سیاست‌گذاران و مسئولان می‌باشد. در این پژوهش به شناسایی و اولویت‌بندی عوامل موثر بر عملکرد مدارس دخترانه و پسرانه متوسطه دوم شهر سراب از لحاظ کارایی نسبی در سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۲ و در تعداد ۱۴ مدرسه پرداخته شد. نتایج نشان می‌دهد از طریق انجام مصاحبه، پرسشنامه و همچنین مطالعات نظری به تعداد ۹ شاخص اصلی که درجه اهمیت آنها از همه شاخص‌ها بیشتر بود، بعنوان مهمترین عوامل موثر بر عملکرد مدارس دخترانه و پسرانه شناسایی و انتخاب شدند و در تجزیه و تحلیل و محاسبه کارایی از آنها استفاده شد. این شاخص‌ها عبارتند از: میزان بودجه (چه از طریق اداره و یا شهریه مدرسه و یا خیرین دریافت می‌گردد)، فضای آموزشی مدرسه (زیر بنا)، تعداد دبیران با تحصیلات بیش از کارشناسی، تعداد دبیرانی که بر اساس بخشنامه و سرفصل دروس طرح درس سالیانه دارند، تعداد دانش‌آموزان قبول شده در دانشگاه‌ها، تعداد دانش‌آموزانی که معدل بالای ۱۷ دارند، تعداد دانش‌آموزان سال سوم که معدل بالای ۱۵ دارند، تعداد دانش‌آموزانی که ارزیابی عملکرد آنها در عملکرد اداره آموزش و پرورش از حد متوسط بیشتر است، امتیازی که از ارزیابی سالانه کارکنان به دست آمده است.

نتایج حاصل از بکارگیری مدل کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس ثابت نشان می‌دهد که، دبیرستان دخترانه اسبفروشان، قاضی، کلیان، ابرغان در رتبه یک تا چهار قرار گرفتند. در عین حال با به‌کارگیری مدل کارایی متقاطع تحت بازده به مقیاس متغیر، دخترانه اسبفروشان، ابرغان، قاضی و کلیان در رتبه یک تا چهار قرار گرفتند. یافته‌های حاصل از محاسبات نشان می‌دهد که در دو حالت بازده به مقیاس ثابت و متغیر روش کارایی متقاطع نتایج تقریباً یکسانی دارد ولی در اغلب موارد روش بازده به مقیاس متغیر، بدلیل اینکه از تمامی جنبه‌ها شاخص‌ها را ترکیب و در نظر می‌گیرد، رتبه‌بندی را واقعی‌تر نشان می‌دهد، زیرا تصور بازده به مقیاس متغیر در حالات مختلف منطقی‌تر است. روش کارایی متقاطع بررسی کارایی واحدها را در بهترین حالت کم‌رنج‌تر کرده و با توجه به اینکه یک واحد با وزنهای واحدهای دیگر ارزیابی شده و میانگین کارایی را در نظر می‌گیرد، مقدار نمره کارایی را واقعی‌تر از مدل‌های کلاسیک به‌دست می‌آورد. با استفاده از اطلاعات به‌دست آمده می‌توان مدرسی که کارایی کمتری دارند را بررسی و فاکتورهای ضعیف آن‌ها را تقویت نمود و مدرسی را که رتبه بالایی دارند را تشویق نمود. نتایج دیگر حاکی از آن است که، واحدهای کارا با مدل‌های سنتی در مدل‌های کارایی متقاطع نیز همچنان در رتبه‌های بالایی قرار دارند. در اغلب موارد، مدرسی با امکانات خوب و قبولی بالا در آزمون‌ها را در این روش نمی‌توان به‌عنوان بهترین واحد در نظر گرفت و تنها مدرسی رتبه بالاتری کسب می‌کنند که از امکانات، تجهیزات و نیروی انسانی موجود خود به نحو مطلوب استفاده کنند.

با توجه به اینکه پژوهش حاضر برای مدارس دوره متوسطه شهر سراب اجرا شده است، پیشنهاد می‌شود که مدیران مدارس و مسئولین اداره آموزش و پرورش برای ارتقاء کمی و کیفی عملکرد و کارایی نسبی مدارس، نسبت به مدیریت هزینه و بودجه اختصاص یافته مبادرت کنند، از فضاهای آموزشی مدارس استفاده بهینه نمایند، از دبیران با مدارج بالاتر تحصیلی بهره ببرند، مفاد اجرای بخشنامه‌های صادره را رعایت کنند و نسبت به ارائه هدفمند طرح درسها از جانب معلمان اهتمام لازم را داشته باشند. همچنین پیشنهاد

می‌شود، تحقیق مشابهی برای سایر واحدهای صنعتی، اقتصادی و... توسط دانشجویان تحصیلات تکمیلی و پژوهشگران انجام گردد و محاسبه کارایی از روش کارایی متقاطع انجام شود. همچنین پیشنهاد می‌گردد محققان در تحقیقات آتی خود مولفه‌های دیگری را به مولفه‌های ارائه شده در این تحقیق اضافه نمایند.

فهرست منابع

- Asadi, B. & Nasser, H. & Hosseinzade-Lotfi, F. (2020). Cross-inefficiency with the Variable Returns to Scale in DEA. *International Journal of Industrial Mathematics*. 12, 345-355.
- Badri, M. & Borzooian, S. & Mohamadian, Z. (2021). Evaluating the efficiency of education with an emphasis on resource specialization: superior efficiency (case study of the northern Khorasan education regions) *Educational innovations*. 80,187-208. (In Persian)
- Banker, R.D. & Charnes, A. & Cooper, W.W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*. 30, 1078-1092.
- Charnes, A. & Cooper, W.W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*. 2, 429-444.
- Doyle, J. & Green, R. (1994). Efficiency and cross-efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. *Journal of the operational research society*. 45, 567-578.
- Ganji, S.S. & Rassafi, A. & Xu, D.L. (2019). A double frontier DEA cross efficiency method aggregated by evidential reasoning approach for measuring road safety performance. *Measurement*. 136, 668-688.
- Guo, X. & Chen, L. (2023). DEA-BWM cross efficiency target setting with preferences. *Computers & Industrial Engineering*. 183, 109525.
- Hadi-Vencheh, A. & Khodadadipour, M. & Tan, Y. & Arman, H. & Roubaud, D. (2024). Cross-efficiency analysis of energy sector using stochastic DEA: Considering pollutant emissions. *Journal of Environmental Management*. 364, 121319.

Haji Hosseiny, A. & Payan, A. & Salari, A. (2020). Accurate and Imprecise Evaluation of the Relative Efficiency of the Eleventh Grade of Non-Government Schools in Sistan and Baluchestan Province Using Data Envelopment Analysis. *Journal of Decision and Operational Research*. 5(1), 34-47.(In Persian)

Huang, X. & Jin, H. & Bai, H. (2019). Vulnerability assessment of China's coastal cities based on DEA cross-efficiency model. *International Journal of Disaster Risk Reduction*. 36, 101091.

Jiang, X. & Zhan, Z. & Ren, W. & Tao, X. & Zheng, S. & Luo, M. (2025). Balancing economic and environmental strategies in regional hinterland transport: A dynamic network cross efficiency analysis. *Transport Policy*. 162, 128-154.

Liang, L. & Wu, J. & Cook, W.D. & Zhu, J. (2008). Alternative secondary goals in DEA cross-efficiency evaluation. *International Journal of Production Economics*. 113, 1025-1030.

Lim, S. & Zhu, J. (2015). DEA cross-efficiency evaluation under variable returns to scale. *Journal of the Operational Research Society*. 66, 476-487.

Liu, H.H. & Song, Y.Y. & Liu, X.X. & Yang, G.L. (2020). Aggregating the DEA prospect cross-efficiency with an application to state key laboratories in China. *Socio-Economic Planning Sciences*. 71, 100809.

Mello, J.C.C.B.S.D. & Lins, M.P.E. & Gomes, E.G. (2002). Contruction of a smoothed DEA frontier. *Pesquisa operacional*. 22, 183-201.

Oukil, A. (2020). Exploiting value system multiplicity and preference voting for robust ranking. *Omega*. 94, 102048.

Rasoulzadeh, M. & Edalatpanah, S.A. & Fallah, M. & Najafi, S.E. (2022). A multi-objective approach based on Markowitz and DEA cross-efficiency models for the intuitionistic fuzzy portfolio selection problem. *Decision making: applications in management and engineering*. 5, 241-259.

Sadeghi-Gavgani, S. & Zohrehbandian, M. (2014). A Cross-Efficiency Based Ranking Method for Finding the Most Efficient DMU. *Mathematical Problems in Engineering*. 2014, 269768.

Sexton, T.R. & Silkman, R.H. & Hogan, A.J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. *New directions for program evaluation*. 1986, 73-105.

Wu, J. & Sun, J. & Liang, L. & Zha, Y. (2011). Determination of weights for ultimate cross efficiency using Shannon entropy. *Expert Systems with Applications*. 38, 5162-5165.

Yang, Z. & Wei, X. (2019). The measurement and influences of China's urban total factor energy efficiency under environmental pollution: Based on the game cross-efficiency DEA. *Journal of cleaner production*. 209, 439-450.

Zhang, W. & Wu, X. & Shi, J. (2023). Cross efficiency model of network DEA and its application on low carbon efficiency evaluation of multimodal transport. *Ocean & Coastal Management*. 244, 106778.

Zhou, L. & Zhang, R. & Li, A. (2022). New concepts for bootstrap-based cross-efficiency and relative weight analysis and an application to China's governance-finance-innovation-sustainability system. *Journal of Cleaner Production*. 379, 134549.

Ziadi, M. & Fallah-Jelodar, M. (2015). Evaluating the efficiency and ranking of schools in Firoozkoush County using the Data Envelopment Analysis Model. *Industrial Strategic Management*. 37, 57-70. (In Persian)

Zohrehbandian, M. & Gavgani, S. S. (2013). Cross-efficiency evaluation under the principle of rank priority of DMUs. *World Applied Sciences Journal*. 21, 46-49.

Evaluation of Cross efficiency in secondary schools of Sarab city with the variable returns to scale and constant returns to Scale

Saba Sadeghi Gavgani *
Akbar Valizadeh Oghani **

Abstract:

One of the main problems of DEA is the flexibility in choosing input-output weights, which leads to the selection of unfair weights. To solve this problem, the cross-efficiency method is proposed with the aim of calculating the efficiency score through peer evaluation and self-evaluation, which is also important for ranking units. The present study is applied and descriptive in nature in terms of purpose and has developed a cross-efficiency evaluation approach under fixed returns to scale and variable returns to scale in the second-cycle secondary schools of Sarab city. The required data were extracted from the opinions of experts and the school library archives in the academic year 1401-1402. GAMS software was used to analyze the data. The results show that Asbfuroshan Girls' High School was selected as the most efficient unit in terms of fixed and variable scale efficiency. In comparing the efficiency scores for all schools, we concluded that Aberghan, Shahid Ghazi, and Kalyan schools ranked second, third, and fourth, respectively, in evaluating cross-efficiency by variable-scale returns, and Shahid Ghazi, Kalyan, and Aberghan schools ranked third and fourth, respectively, in evaluating cross-efficiency by fixed-scale returns. In both cases of constant and variable returns to scale, the cross-efficiency method has almost the same results, but in most cases, the variable returns to scale method displays the ranking results more realistically and logically.

Keywords: Data envelopment analysis, Decision making unit, cross-efficiency, return to scale.

* Department of Mathematics, Sara.C., Islamic Azad University, Sarab, Iran.
saba.sadeghi.g@iau.ac.ir (Corresponding author)

** Department of Management, Sara.C., Islamic Azad University, Sarab, Iran.
akbar.valizadeh@iau.ac.ir