



تحلیل شبکه بولتزمن همرفت مگنتوهیدرودینامیک نانوسیال آب-گرافن در یک کانال پرشده با مواد متخلخل در شرایط عدم تعادل گرمایی محلی

مصطفی احمدی^۱، ایمان زحمتکش^{۲*}، حمیدرضا گشایشی^۳

۱. دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

۲. دانشیار، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

۳. استاد، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

*نویسنده مسئول: Zahmatkesh5310@mshdiau.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۷/۱۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۹/۰۷

چکیده

این مقاله به شبیه‌سازی عددی همرفت واداشته مگنتوهیدرودینامیک نانوسیال آب-گرافن در یک کانال پر شده با ماده متخلخل می‌پردازد. بدین منظور، معادلات بی‌بعد داری - برینکمن - فورچهمر در شرایط عدم تعادل گرمایی محلی در نظر گرفته می‌شوند. شبیه‌سازی‌ها به روش شبکه بولتزمن گرمایی با زمان آسایش منفرد و با استفاده از سه تابع توزیع برای سرعت، دمای نانوسیال و دمای محیط متخلخل انجام می‌شود. در ادامه، اثر متغیرهای مختلف بر روی عدد ناسلت میانگین و میزان عدم تعادل گرمایی محلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عدد داری، کسر حجمی نانوذرات و ضریب تخلخل یا کاهش عدد هارتمن، مقدار عدد ناسلت میانگین بیشتر می‌شود. علاوه بر این مشخص می‌شود که عدم تعادل گرمایی محلی با عدد داری و ضریب تخلخل نسبت مستقیم و با عدد هارتمن و کسر حجمی نانوذرات نسبت عکس دارد. در نهایت مشخص گردید که افزایش عدد داری می‌تواند تا بیش از ۵۰ درصد نرخ تبادل گرما و میزان عدم تعادل گرمایی محلی را افزایش دهد.

کلیدواژه‌ها: محیط متخلخل، عدم تعادل گرمایی محلی، همرفت واداشته، میدان مغناطیسی، روش شبکه بولتزمن

مقدمه

در بررسی و مطالعه جریان سیال و انتقال گرما درون مواد متخلخل، دو مدل تعادل گرمایی محلی و عدم تعادل گرمایی محلی^۱ مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. در مدل تعادل گرمایی محلی، دمای فازهای سیال و ماده متخلخل یکسان فرض می‌شود. با این وجود، در مدل عدم تعادل گرمایی محلی، فازهای سیال و جامد به طور جداگانه مورد بررسی قرار می‌گیرند و ممکن است بین آنها یک اختلاف دمای محلی ظاهر شود. مطالعات گذشته حاکی از آن است که عدم تعادل گرمایی محلی زمانی رخ می‌دهد که ظرفیت گرمایی و ضریب رسانایی گرمایی فازهای جامد و سیال تفاوت چشمگیری داشته باشند [۲]. اثرات عدم تعادل گرمایی محلی در محیط‌های متخلخل توسط بسیاری از محققان از قبیل نیلد و بیجان [۳]، کوزنتسف و نیلد [۴] و ریس و پاپ [۵] مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین، عبدالله پور و امینیان [۶] مدل‌های تعادل گرمایی محلی و عدم تعادل گرمایی محلی را برای یک لوله پرشده با مواد متخلخل مورد بررسی قرار دادند. در پژوهش ایشان اثر متغیرهای مختلف از قبیل ضریب تخلخل، نسبت ضریب رسانایی گرمایی موثر دوفاز، سرعت جریان و قطر لوله بر انحراف این دو روش مطالعه گردید. سپس مشخص شد که در مدل عدم تعادل گرمایی محلی، ضریب انتقال گرمای میان فازی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مبروک و همکاران [۷] پژوهشی را در یک کانال متخلخل و پرشده با مواد تغییر فاز دهنده در شرایط عدم تعادل گرمایی محلی گزارش کردند. پرهیزی و همکاران [۸] با بکارگیری مدل عدم تعادل گرمایی محلی، به تحلیل جریان و انتقال گرما در کانالی متخلخل با دیوارهای شار ثابت پرداختند.

¹ Local Thermal Non-Equilibrium (LTNE)



چوی [۹] ایده پراکندگی نانوذرات در مایعات را مطرح نمود و سیال حاصل را نانوسیال نامید. وی نشان داد که افزودن نانوذرات به سیالات معمولی می‌تواند نرخ انتقال گرمای آنها را بیشتر کند. ابراهیم‌دوست رودپشتی و همکاران [۱۰] تأثیر افزودن گرافن بر بهبود ضریب انتقال گرمای همرفتی را در یک سامانه آب-اتیلن‌گلیکول به صورت تجربی بررسی کردند. آن‌ها دریافتند که هر چند ضریب انتقال گرمای همرفتی نانوسیال در اثر حضور نانوذرات افزایش یافته است اما افزایش ضریب انتقال گرمای همرفتی نسبت به ضریب رسانش گرما چشمگیرتر بوده است که در نهایت منجر به افزایش عدد ناسلت شده است. کلیم و همکاران [۱۱] همرفت طبیعی نانوسیال در یک محفظه متخلخل با دیوارهای مواج را مورد تجزیه و تحلیل قرار دادند. در این پژوهش نشان داده شد که در نظر گرفتن عدم تعادل گرمایی محلی بین نانوسیال و محیط متخلخل، تبادل گرمای پیش‌بینی شده را افزایش می‌دهد. در پژوهشی مشابه که توسط دی و همکاران [۱۲] به انجام رسید، مشخص گردید که مدل عدم تعادل گرمایی محلی، الگوی دقیق‌تری از توزیع دما را پیش‌بینی می‌کند.

تحلیل جریان و تبادل گرما در حضور میدان مغناطیسی خارجی را مگنتوهیدرودینامیک می‌گویند. بررسی مطالعات گذشته نشان می‌دهد که همرفت مگنتوهیدرودینامیک نانوسیالات در محیط‌های متخلخل مورد مطالعه بوده است. به عنوان نمونه، زحمتکش و اردکانی [۱۳] اثر جهت میدان مغناطیسی خارجی را بر همرفت طبیعی نانوسیالات مختلف با پایه آب در یک حفره متخلخل بررسی کردند. همچنین، زحمتکش و حبیبی شان‌دیز [۱۴] پخش دوگانه مگنتوهیدرودینامیک نانوسیالات را در فضای بین دو لوله عمودی که با محیط متخلخل پر شده بود، مورد مطالعه قرار دادند. فکور و همکاران [۱۵] جریان و انتقال گرما را در یک کانال متخلخل با دیوارهای نفوذپذیر و در حضور میدان مغناطیسی بررسی کردند. آنها دریافتند که افزایش عدد هارتمن سبب کاهش سرعت نانوسیال و افزایش دما می‌شود. ایزدی و همکاران [۱۶] انتقال گرمای همرفت طبیعی را در یک محفظه متخلخل در حضور دو میدان مغناطیسی متغیر شبیه‌سازی کردند. مشخص شد که با افزایش نفوذپذیری محیط متخلخل، از مقدار عدد ناسلت کاسته می‌شود. زحمتکش و شان‌دیز [۱۷] پژوهشی را در یک محفظه متخلخل و در حضور میدان مغناطیسی جهت یافتن حالت بهینه برای انتقال گرمای همرفت توأم و طبیعی گزارش کردند. علاوه بر این، تیان و همکاران [۱۸] به بررسی همرفت طبیعی در یک محفظه متخلخل موجی شکل پرداختند.

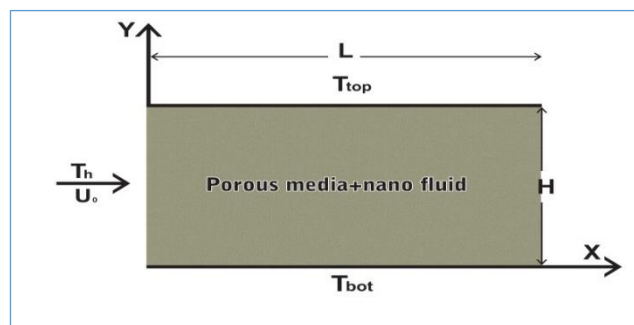
یکی از روش‌های شبیه‌سازی مکانیک سیالات و انتقال گرما، روش شبکه بولتزن است. در این روش، به واسطه نگاه میکروسکوپی به مفهوم سیال، توابع توزیع سیال به عنوان مبنای تحلیل جریان سیال قلمداد می‌شوند. به کارگیری توابع توزیع که بیانگر احتمال حضور ذرات سیال در یک مکان دلخواه هستند، به این روش اجازه می‌دهد تا به جای حل معادلات غیرخطی ناویر-استوکس، به حل معادله ساده شده و شبه‌خطی انتقال بولتزن بپردازد [۱۹]. مرور مطالعات گذشته نشان می‌دهد که روش شبکه بولتزن در برخی از پژوهش‌ها به منظور شبیه‌سازی جریان و انتقال گرمای مگنتوهیدرودینامیک نانوسیالات در محیط‌های متخلخل بکار رفته است. نظری و همکاران [۲۰] با استفاده از روش شبکه بولتزن، انتقال گرما را در یک کانال در حضور مانع متخلخل بررسی کردند. مشخص شد که با کاهش نفوذپذیری مانع متخلخل، مقدار عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد. فنگ و همکاران [۲۱] انتقال گرمای همرفت را در یک محیط متخلخل با استفاده از روش شبکه بولتزن شبیه‌سازی کردند. نتایج نشان داد که با کاهش عدد داریسی، مقدار عدد ناسلت میانگین بیشتر می‌شود. مرادی و دی‌اورازیو [۲۲] جریان در یک محیط متخلخل را در مقیاس منفذی به روش شبکه بولتزن مورد بررسی قرار دادند. نتایج آنها نشان داد که در یک تخلخل ثابت، تغییر تعداد موانع یا چیدمان آنها، میدان‌های سرعت و دما و همچنین مقدار عدد ناسلت را عوض می‌کند. بازخانه و زحمتکش [۲۳] انتقال گرمای نانوسیال در یک کانال دارای میدان مغناطیسی و مانع متخلخل را با فرض تعادل گرمایی محلی در روش شبکه بولتزن مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش، با استفاده از روش طراحی آزمایشات، اثر متغیرهای مؤثر بر میزان انتقال گرما مطالعه شد. نتایج نشان داد که نوع نانوذرات بیشترین تأثیر را بر میزان تبادل گرما دارد. سجادی و همکاران [۲۴] پژوهشی را بر روی اثر میدان مغناطیسی بر انتقال گرمای همرفت طبیعی در یک محیط متخلخل به روش شبکه بولتزن گزارش کردند. آن‌ها دریافتند که عدد ناسلت میانگین، با افزایش عدد داریسی و ضریب تخلخل بیشتر می‌شود.



هدف از این مقاله، بررسی انتقال گرمای همرفت واداشته در حضور همزمان نانوذرات، محیط متخلخل، میدان مغناطیسی و شرط عدم تعادل گرمایی محلی بین نانوسیال و ماده متخلخل می‌باشد. شبیه‌سازی‌ها از طریق روش شبکه بولتزمن گرمایی با زمان آسایش منفرد انجام می‌شود. بدین منظور، برای محیط متخلخل از مدل پیشرفته و کامل داریسی- برینکمن- فورچهیمر استفاده می‌شود؛ که دقت آن در مطالعات گذشته به اثبات رسیده است. مرور مقالات موجود نشان می‌دهد که تحلیل شبکه بولتزمن همرفت واداشته مگنتوهیدرودینامیک نانوسیال آب-گرافن در یک کانال پر شده با ماده متخلخل در شرایط عدم تعادل گرمایی محلی تاکنون انجام نشده است.

بیان مسأله

مسأله مورد بررسی مطابق شکل (۱) شامل یک کانال دوبعدی با انتهای باز و پر شده با مواد متخلخل فلزی است که در آن، نانوسیال آب-گرافن در جریان می‌باشد و یک میدان مغناطیسی یکنواخت به آن اعمال شده است. این ماده متخلخل از یک مجموعه دایره با قطرهای d_p تشکیل شده است. طول کانال L و عرض آن H است. دیوارهای کانال دما ثابت، نفوذناپذیر و بدون لغزش هستند. جریان سیال با دمای ثابت T_h و با سرعت اولیه یکنواخت U_0 وارد کانال می‌شود و از سمت راست کانال خارج می‌شود. فرض بر این است که در خروجی جریان به‌طور کامل توسعه یافته است. همچنین، عدد رینولدز $Re = U_0 H / \nu_f$ در محدوده $200 \leq Re \leq 400$ قرار دارد.



شکل ۱: طرح شماتیک هندسه مطالعه‌شده

فرضیات تحلیل

فرضیاتی که معادلات حاکم بر آن‌ها استوار هستند، به شرح زیر می‌باشند: همرفت، واداشته و پایا بوده و جریان، آرام و تراکم‌ناپذیر است. انتقال گرمای همرفت طبیعی و تبادل تابش ناچیز هستند. علاوه بر این، شرایط عدم تعادل گرمایی محلی بین فازهای جامد و سیال برقرار است. همچنین، خواص ترموفیزیکی ماده متخلخل (مس)، سیال پایه (آب) و نانوذرات (گرافن) ثابت است.

معادلات جریان متخلخل و انتقال حرارت

با توجه به فرضیات ذکر شده، معادلات حاکم ماکروسکوپی را می‌توان به صورت زیر نوشت [۷]:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla (\varepsilon^{-1} \vec{u}) = -\nabla(\varepsilon P) + \nu_f \nabla^2 \vec{u} + \varepsilon \vec{F} \quad (2)$$

$$\varepsilon (\rho C_p)_f \left(\frac{\partial T_f}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T_f \right) = \nabla \cdot (K_{eff,f} \nabla T_f) + h_{sf} a_{sf} (T_s - T_f) \quad (3)$$

$$(1 - \varepsilon) (\rho C_p)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla \cdot (K_{eff,s} \nabla T_s) + h_{sf} a_{sf} (T_f - T_s) \quad (4)$$



که در آن، به ترتیب $C_p, \nu_f, \rho, \varepsilon, T_f, T_s, P, \vec{u}$ و K_{eff} به ترتیب ظرفیت گرمایی، گرانروی حرکتی آب، چگالی، ضریب تخلخل، دمای سیال، دمای محیط متخلخل، فشار، بردار سرعت و ضریب رسانش گرمایی مؤثر معادل هستند. همچنین، زیرنویس‌های f و s به ترتیب به فاز سیال و جامد اشاره دارند.

در روابط (۳) و (۴)، ضریب انتقال گرمای محلی (h_{sf}) و مساحت ناحیه بین سطحی میان جامد و سیال (a_{sf}) به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$h_{sf} = \begin{cases} 0.76 \text{Re}_d^{0.4} \text{Pr}^{0.37} \frac{K_f}{d_f} & 1 \leq \text{Re}_d \leq 40 \\ 0.52 \text{Re}_d^{0.5} \text{Pr}^{0.37} \frac{K_f}{d_f} & 40 \leq \text{Re}_d \leq 10^3 \\ 0.26 \text{Re}_d^{0.6} \text{Pr}^{0.37} \frac{K_f}{d_f} & 10^3 \leq \text{Re}_d \leq 2.10^5 \end{cases} \quad (5)$$

$$a_{sf} = \frac{3\pi d_f \left(1 - e^{-\frac{(1-\varepsilon)}{0.004}}\right)}{(0.59d_p)^2} \quad (6)$$

در معادلات بالا، $\frac{d_p}{H} = 0.0135$ و $d_f = 1.18 \times d_p \times \left(\frac{1-\varepsilon}{3\pi}\right)^{\frac{1}{2}}$ می‌باشند.

بی‌بعدسازی و متغیرهای کلیدی

به منظور بی‌بعدسازی معادلات حاکم، متغیرهای بی‌بعد به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H}, U = \frac{u}{U_0}, P = \frac{P}{\rho U_0^2}, \tilde{t} = \frac{t U_0}{H}, \Theta = \frac{(T - T_c)}{(T_h - T_c)}, \Delta T_{ref} = T_h - T_c, Da = \frac{K_p}{H^2},$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu_f}{\alpha_f}, \text{Re} = \frac{U_{in} H}{\nu_f}, \text{Rc} = \frac{(\rho C_p)_s}{(\rho C_p)_f}, K_r = \frac{K_s}{K_f}, \text{Bi} = \frac{h_{sf} a_{sf} H^2}{K_s}, \text{Ste} = \frac{C_{pf}(T_h - T_m)}{\text{La}}, \text{Ec} = \frac{U_0^2}{C_f \Delta T_{ref}} \quad (7)$$

بهره‌گیری از این متغیرها، معادلات (۱) الی (۴) را به صورت زیر بی‌بعد می‌کند:

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial \tilde{t}} + \vec{U} \cdot \nabla (\varepsilon^{-1} \vec{U}) = -\nabla(\varepsilon P) + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \vec{U} + \varepsilon \vec{F} \quad (9)$$

که در آن:

$$\frac{\partial \Theta_f}{\partial \tilde{t}} = \vec{U} \cdot \nabla \Theta_f = \frac{1}{\text{Re Pr}} \nabla \cdot \left(\frac{k_{eff,f}}{k_f} \nabla \frac{\Theta_f}{\varepsilon} \right) + \frac{K_r \text{Bi}}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\Theta_s - \Theta_f}{\varepsilon} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \Theta_s}{\partial \tilde{t}} = \frac{K_r}{\text{Rc Re Pr}} \nabla \cdot \left(\frac{k_{eff,s}}{k_{fs}} \nabla \frac{\Theta_s}{1-\varepsilon} \right) - \frac{K_r \text{Bi}}{\text{Rc Re Pr}} \left(\frac{\Theta_s - \Theta_f}{1-\varepsilon} \right) \quad (11)$$

$$\vec{F} = - \left(\frac{1}{\text{Re Da}} + \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{\text{Da}}} \|\vec{U}\| \right) \vec{U} \quad (12)$$



معادله شبکه بولتزمن برای جریان سیال

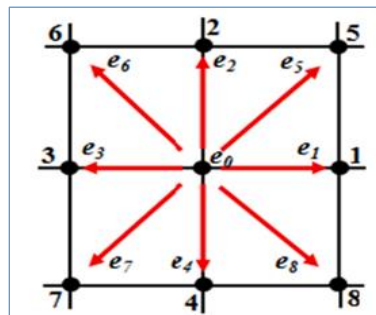
در روش شبکه بولتزمن، با تقریب بی.جی.کی و استفاده از زمان آسایش منفرد، تابع توزیع چگالی از معادله زیر به دست می‌آید [۷]:

$$f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) - f_i(\vec{x}, t) = -\omega_i [f_i(\vec{x}, t) - f_i^{eq}(\vec{x}, t)] + \delta t F_i \quad (13)$$

در این جا، $\omega_i = \delta t / \tau_v$ فرکانس برخورد است که در آن، زمان آسایش (τ_v) به صورت $\tau_v = 3\nu + 0.5$ محاسبه می‌شود. همچنین، δt بازه زمانی و $f_i^{eq}(\vec{x}, t)$ تابع توزیع تعادلی است که در مدل D2Q9 شکل (۲) به صورت زیر بیان می‌شود [۲۱]:

$$f_i^{eq} = w_i \rho_{nf} \left[1 + \frac{\vec{e}_i \cdot \vec{V}}{c_s^2} + \frac{(\vec{e}_i \cdot \vec{V})^2}{2c_s^4 \varepsilon} - \frac{\vec{V} \cdot \vec{V}}{2c_s^2 \varepsilon} \right]_{i=0-8} \quad (14)$$

که بردار سرعت ماکروسکوپی سیال است. $\vec{V} = u\hat{i} + v\hat{j}$



شکل ۲: طرح شماتیک روش D2Q9 (سرعت‌های دوبعدی و نه نقطه‌ای)

علاوه بر این، نیروی حجمی در رابطه (۱۳) در محیط متخلخل و در حضور میدان مغناطیسی به شکل زیر تعیین می‌شود [۲۳]:

$$F_i = w_i \rho_{nf} \left(1 - \frac{1}{2\tau_f} \right) \left[\frac{\vec{e}_i \cdot \vec{E}}{c_s^2} + \frac{(\vec{V} \cdot \vec{e}_i)(\vec{E} \cdot \vec{e}_i)}{\varepsilon c_s^4} - \frac{\vec{V} \cdot \vec{E}}{\varepsilon c_s^2} \right]_{i=0-8} \quad (15)$$

سرعت‌های مجزا در شبکه نیز به صورت زیر تعیین می‌شوند [۲۱]:

$$\vec{e}_i = \begin{cases} 0 & i = 0 \\ c \left(\cos\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right) \hat{i} + \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{2}\right) \hat{j} \right) & i = 1, 2, 3, 4 \\ \sqrt{2}c \left(\cos\left(\frac{(2i-9)\pi}{4}\right) \hat{i} + \sin\left(\frac{(2i-9)\pi}{4}\right) \hat{j} \right) & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (16)$$

که در آن، $c = \delta x / \delta t$ و فاکتور وزن (w_i) به صورت $w_0 = 4/9$ ، $w_{1-4} = 1/9$ و $w_{5-8} = 1/36$ هستند.

در روابط بالا، $c_s = c/\sqrt{3}$ سرعت صوت شبکه‌ای است. همچنین، مجموع نیروهای حجمی ناشی از محیط متخلخل را نشان می‌دهد؛ که از طریق معادله زیر محاسبه می‌شود [۲۳]:

$$\vec{E} = \varepsilon \left[\vec{F}_L - \frac{v_{nf}}{K_p} \vec{V} - \frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K_p}} |\vec{V}| \vec{V} \right] \quad (17)$$



علاوه بر این، K_p و F_ε ضریب نفوذپذیری و ضریب شکل (ضریب فورچیمیر) هستند؛ که به صورت زیر تعیین می‌شوند [۲۱]:

$$F_\varepsilon = \frac{1.75}{\varepsilon \sqrt{150 \times \varepsilon}} \quad (18)$$

$$K_p = Da \times m^2 \quad (19)$$

همچنین، \vec{F}_L نیروی لورنتز ناشی از میدان مغناطیسی است که به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۳]:

$$\vec{F}_L = A[v \sin \beta \cos \beta - u \sin^2 \beta]i + A[u \sin \beta \cos \beta - v \cos^2 \beta]j \quad (20)$$

در رابطه بالا، β زاویه میدان مغناطیسی با راستای افقی است که در این پژوهش $\beta = \pi/2$ فرض می‌شود. همچنین، A شاخص میدان مغناطیسی است که با عدد هارتمن (Ha) به صورت زیر رابطه دارد [۲۳]:

$$A = \frac{Ha^2 v_{nf}}{H^2} \left(\frac{\sigma_{nf}}{\sigma} \right) \quad (21)$$

بر پایه قانون بقای جرم و قانون بقای اندازه حرکت در هر گره از شبکه، چگالی و سرعت ماکروسکوپی به ترتیب از طریق روابط زیر به دست می‌آیند [۲۱]:

$$\rho = \sum_i f_i \quad (22)$$

$$\vec{V} = \frac{\sum_i f_i \vec{e}_i}{\rho} + \frac{\delta t \vec{E}}{2} \quad (23)$$

از آن جایی که رابطه (۱۷) یک رابطه غیرخطی است، برای رفع مشکل آن از یک سرعت کمکی (\vec{V}^*) به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$\vec{V} = \frac{\vec{V}^*}{c_0 + \sqrt{c_0^2 + c_1 |\vec{V}^*|}} \quad (24)$$

ضرایب C_0 و C_1 در معادله (۲۴)، از طریق معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\vec{V}^* = \frac{\sum_{i=0}^8 \vec{e}_i f_i}{\rho_{nf}} + \frac{\delta t}{2} \varepsilon \vec{F}_L \quad (25)$$

$$c_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \varepsilon \frac{\delta t v_{nf}}{2 K_p} \right) \quad (26)$$

$$c_1 = \varepsilon \frac{\delta t F_\varepsilon}{2 \sqrt{K_p}} \quad (27)$$

روش شبکه بولتزمن برای انتقال گرما

در این مقاله، از دو تابع توزیع دمایی ($g_{i,f,s}$) برای حل معادلات (۳) و (۴) و به دست آوردن میدان دمایی استفاده می‌شود. معادلات حاکم بر این توابع با فرض زمان آسایش منفرد برای سیال و ماده متخلخل به صورت زیر بیان می‌شوند [۷]:

$$g_{f,i}(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) - g_{f,i}(\vec{x}, t) = -\omega_{T,f} (g_{f,i}(\vec{x}, t) - g_{f,i}^{eq}(\vec{x}, t)) \quad (28)$$



$$g_{s,i}(\vec{x} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) - g_{s,i}(\vec{x}, t) = -\omega_{T,s} (g_{s,i}(\vec{x}, t) - g_{s,i}^{eq}(\vec{x}, t)) \quad (29)$$

در این جا، زیرنویس‌های f و s به ترتیب فازهای سیال و جامد (ماده متخلخل) را مشخص می‌کنند و $\omega_{Tf,s} = 1/\tau_{Tf,s}$ فرکانس‌های برخورد آسایش منفرد هستند که از طریق زمان‌های آسایش بی‌بعد ($\tau_{Tf,s}$) به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\tau_{Tf} = \frac{3\alpha_{eff,f}}{\delta t c^2} + 0.5 \quad (30)$$

$$\tau_{T,s} = \frac{3\alpha_{eff,s}}{\delta t c^2} + 0.5 \quad (31)$$

در این روابط، $\alpha_{eff,s}$ و $\alpha_{eff,f}$ به ترتیب ضرایب نفوذ مؤثر سیال و ماده متخلخل می‌باشند و از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$\alpha_{eff,f} = \frac{k_{eff,f}}{\varepsilon(\rho c_p)_f} \quad (32)$$

$$\alpha_{eff,s} = \frac{k_{eff,s}}{(1 - \varepsilon)(\rho c_p)_s} \quad (33)$$

توابع توزیع دمای تعادلی در معادلات (۲۸) و (۲۹) از طریق معادلات زیر محاسبه می‌شوند:

$$g_{f,i}^{eq} = w_i T_f \left(1 + \frac{\vec{e}_i \vec{U}}{\varepsilon c_s^2} \right) \quad (34)$$

$$g_{s,i}^{eq} = w_i T_s \quad (35)$$

در نهایت، دمای ماکروسکوپی در سیال و جامد به ترتیب به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$T_f = \sum_{i=0}^8 g_{f,i} \quad (36)$$

$$T_s = \sum_{i=0}^8 g_{s,i} \quad (37)$$

در این مقاله، خواص مؤثر نانوسیال شامل گرمای ویژه، گرانشی دینامیکی، ضریب رسانش گرما، ضریب رسانش الکتریکی و چگالی به ترتیب زیر محاسبه می‌شوند. این روابط در مقالات بسیاری به منظور تعیین خواص مؤثر نانوسیال آب-گرافن مورد استفاده بوده‌اند [۲۴ و ۲۵]:

$$C_{nf} = \frac{(1 - \varphi)\rho_f C_f + \varphi\rho_g C_g}{\rho_{nf}} \quad (38)$$

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (39)$$

$$k_{nf} = \frac{k_g + 2k_f + 2(k_g - k_f)\varphi}{k_g + 2k_f - (k_g - k_f)\varphi} k_f \quad (40)$$



$$\sigma_{nf} = 1 + \frac{3\left(\frac{\sigma_g}{\sigma_f} - 1\right)\varphi}{\left(\frac{\sigma_g}{\sigma_f} + 2\right) - \left(\frac{\sigma_g}{\sigma_f} - 1\right)\varphi} \sigma_f \quad (41)$$

$$\rho_{nf} = \varphi \rho_g + (1 - \varphi) \rho_f \quad (42)$$

شرایط مرزی

همانند سایر روش‌ها، اعمال درست شرایط مرزی در شبیه‌سازی‌های شبکه بولترمن حیاتی است. بر روی گره‌های مرزی، مقدار توابع توزیع در خلال گام انتشار به سمت خارج از میدان حل انتشار می‌یابند. با وجود این، مقادیر این توابع در جهت‌های رو به درون مرز، مجهول باقی می‌مانند؛ که به روش‌های زیر تعیین می‌شوند. در مقاله حاضر، شرط مرزی برگشت-برگشت برای بیان شرایط نبود لغزش استفاده شده است.

شرایط مرزی میدان سرعت

(الف) مرز سمت چپ (ورودی)

با توجه به شکل (۳) برای اعمال شرایط مرزی ورودی در روش شبکه بولترمن از روش زو-هی [۲۶] استفاده می‌شود؛ که باتوجه به آن، توابع توزیع f_1 ، f_5 و f_8 از روابط زیر تعیین می‌شوند:

$$\rho_{in} = \frac{(f_0 + f_2 + f_4 + 2(f_3 + f_6 + f_7))}{(1 - u_{in})} \quad (43)$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2\rho_{in}u_{in}}{3}, f_5 = f_7 + \frac{\rho_{in}u_{in}}{6}, f_8 = f_6 + \frac{\rho_{in}u_{in}}{6} \quad (44)$$

(ب) مرزهای بالا و پائین

برای هر دیوار، شرط مرزی نبود لغزش سرعت را می‌توان به ترتیب زیر اعمال کرد:

$$f_{i,n} = f_{i(\text{opposite}),n} \quad (45)$$

که در آن، $0 \leq i \leq 8$. توجه شود که در این رابطه، f_4 ، f_7 و f_8 مجهولات دیوار بالایی و f_2 ، f_5 و f_6 مجهولات دیوار پایینی هستند.

(ج) مرز سمت راست (خروجی)

برخلاف ورودی کانال، سرعت خروجی نامعلوم است؛ که با توجه به شکل (۳) توابع توزیع به صورت زیر مشخص می‌شوند [۲۷]:

$$f_{3,n-1} = f_{3,n}, f_{7,n-1} = f_{7,n}, f_{6,n-1} = f_{6,n} \quad (46)$$

شرایط مرزی گرمایی

(الف) مرز سمت چپ (ورودی)

در مرز سمت چپ کانال، سیال با دمای گرم $\Theta_h = 0.27$ و $T_{in} = T_h = \Theta_h$ وارد شده و توابع توزیع دمایی به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$g_1 = T_{in}(w_1 + w_3) - g_3, g_5 = T_{in}(w_5 + w_7) - g_7, g_8 = T_{in}(w_8 + w_6) - g_6 \quad (47)$$

برای اعمال شرط نبود پخش دمایی بر روی دیوارها، به ترتیب از روش بازگشت به عقب [۲۷] و روش زو-هی [۲۶] استفاده می‌شود. بدین ترتیب، خواهیم داشت که:



(ب) دیوار بالایی

$$g_4 = T_w(w_4 + w_2) - g_2, g_7 = T_w(w_7 + w_5) - g_5, g_8 = T_w(w_8 + w_6) - g_6 \quad (48)$$

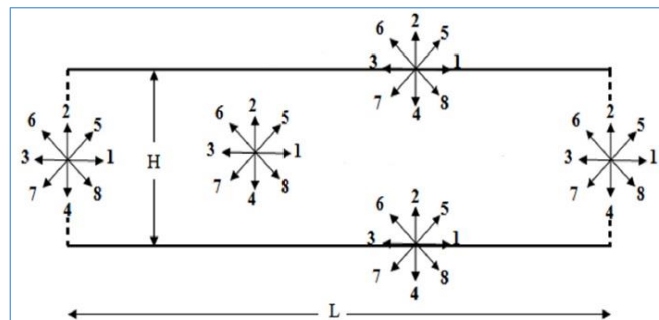
(ج) دیوار پائینی

$$g_2 = T_w(w_2 + w_4) - g_4, g_5 = T_w(w_5 + w_7) - g_7, g_6 = T_w(w_6 + w_8) - g_8 \quad (49)$$

(د) مرز سمت راست (خروجی)

در مرز سمت راست کانال، سیال با دمای نامعلوم خارج می‌شود و توابع توزیع دمایی به ترتیب زیر تعیین می‌شوند:

$$g_{3,n-1} = g_{3,n}, g_{7,n-1} = g_{7,n}, g_{6,n-1} = g_{6,n} \quad (50)$$



شکل ۳: طرح شبکه سرعت و دمای D2Q9 در داخل و مرزهای میدان حل

تحلیل استقلال شبکه

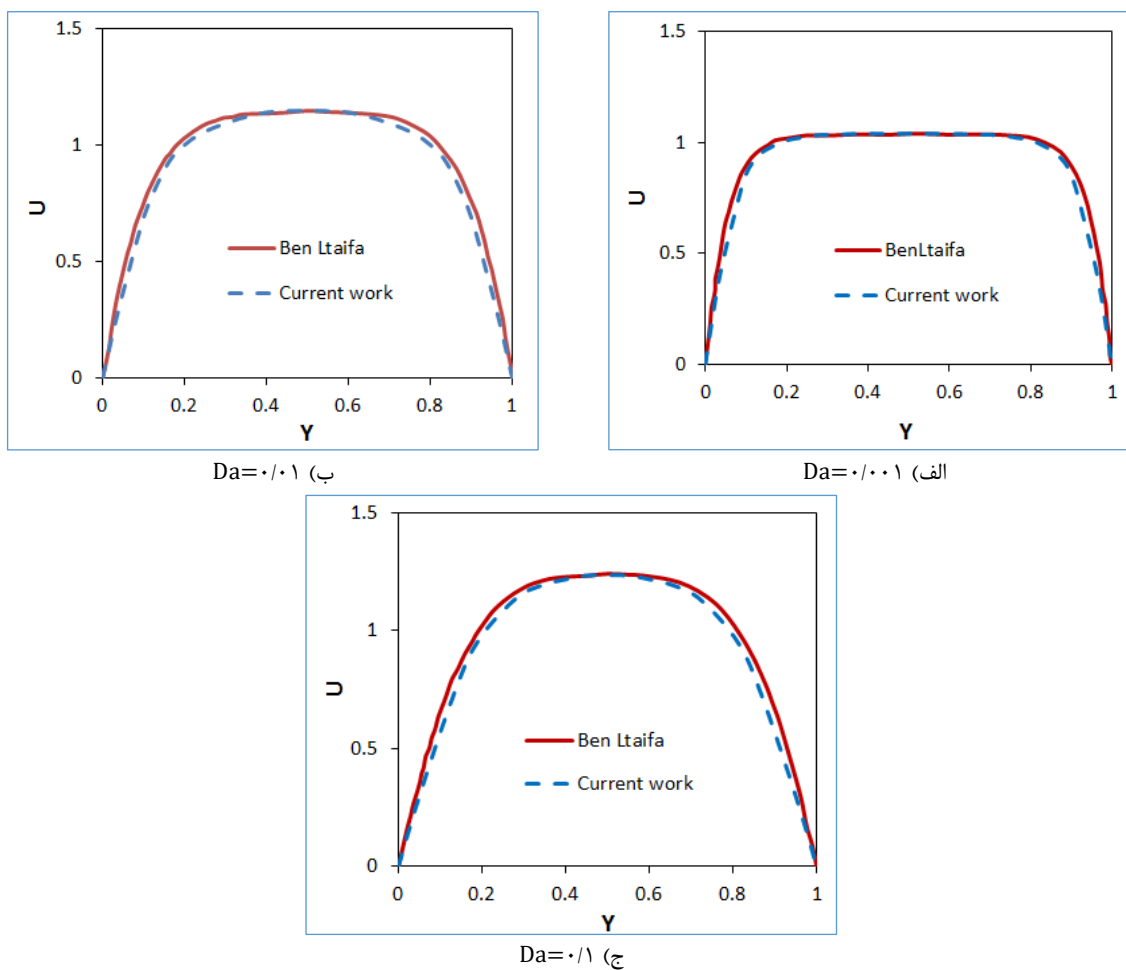
برای انتخاب بهترین شبکه عددی، محاسبات برای شبکه‌بندی‌های ۲۰×۱۰۰ ، ۳۰×۱۵۰ ، ۴۰×۲۰۰ و ۶۰×۳۰۰ برای نانوذررات گرافن با کسر حجمی ۳ درصد، تخلخل ۰/۶، عدد دارسی ۰/۱، در عدد رینولدز ۲۰۰ و عدد هارتمن ۱۰ انجام می‌شود. نتایج بر حسب دمای ماده متخلخل در نقطه میانی کانال در جدول (۱) آمده است. مشخص است که شبکه‌بندی ۳۰×۱۵۰ اختلاف بسیار اندکی با شبکه‌بندی‌های بعدی دارد. از این رو، در ادامه از این شبکه بندی استفاده خواهد شد.

جدول ۱: تحلیل استقلال شبکه

ابعاد شبکه	دمای ماده متخلخل در نقطه میانی کانال
۱۰۰×۲۰	۰/۵۳۹۵۹۶۹
۱۵۰×۳۰	۰/۵۳۹۵۸۴۵
۲۰۰×۴۰	۰/۵۳۹۵۸۴۳
۳۰۰×۶۰	۰/۵۳۹۵۸۴۲

اعتبارسنجی مدل

به منظور اعتبارسنجی حل عددی، یک کانال حاوی نانوسیال آب-گرافن با کسر حجمی ۴ درصد و عدد رینولدز ۲۰۰، میزان تخلخل ۰/۶ و دیواره‌های دما ثابت در نظر گرفته می‌شود. سپس توزیع سرعت در اعداد دارسی مختلف تعیین شده و با نتایج پژوهش بن الطیفا و همکاران [۲۸] مقایسه می‌شود. با توجه به شکل (۴) مشخص است که اختلاف در داده‌ها کمتر از ۲ درصد می‌باشد. این امر صحت معادلات حاکم و کد نوشته شده را نشان می‌دهد.



شکل ۴: مقایسه نتایج حاضر با نتایج پژوهش‌های قبل

محاسبه عدد ناسلت

از آن جایی که لازم است نتایج در قالب تغییرات عدد ناسلت مطالعه و بررسی شوند، ضریب همرفت میانگین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_m = \left| \frac{k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_w}{T_w - T_b} \right| \quad (51)$$

که در آن، T_b دمای کپه‌ای و T_w دمای دیوار می‌باشند. پس از محاسبه ضریب همرفت میانگین، عدد ناسلت میانگین به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$Nu_m = \frac{h_m H}{K_f} \quad (52)$$

با توجه به این که یکی از نوآوری‌های مقاله حاضر، در نظر گرفتن عدم تعادل گرمایی محلی میان نانوسیال و محیط متخلخل است، متغیر عدم تعادل گرمایی محلی به صورت زیر تعریف و تحلیل می‌شود [۷]:

$$LTNE = \frac{\sum_N |\theta_s - \theta_f|}{n \times m} \quad (53)$$

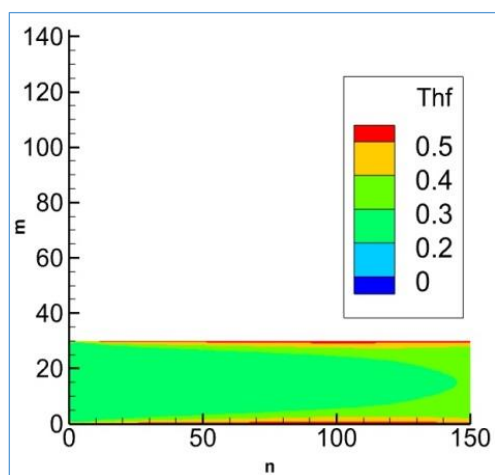


نتایج شبیه‌سازی

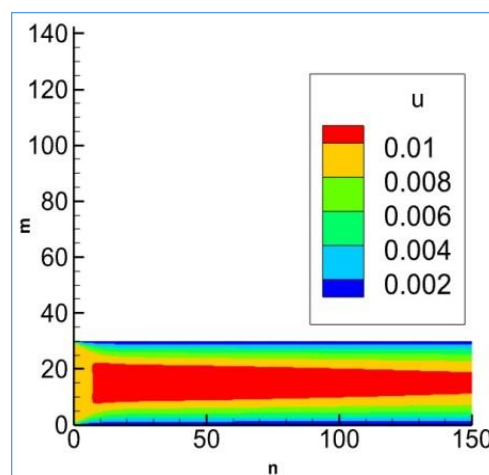
در این بخش، هدف، بررسی اثر عدد دارسی، عدد هارتمن، ضریب تخلخل و کسر حجمی نانوذرات بر روی عدد ناسلت میانگین و مقدار عدم تعادل گرمایی محلی (LTNE) در کانال نشان داده شده در شکل (۱) می‌باشد. در حالت پایه، مقادیر زیر برای متغیرهای موثر در نظر گرفته شده است:

$$\varepsilon=0.6, \varphi=0.03, Bi=1, Ha=10, Da=0.1, Re=200$$

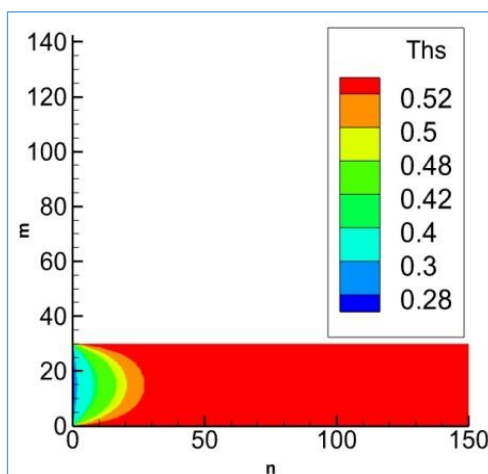
نتایج برای حالت پایه شامل میدان سرعت، میدان دمای نانوسیال و میدان دمای محیط متخلخل در شکل (۵) نشان داده شده است. توزیع سرعت ارائه شده نشان می‌دهد که سرعت سیال در مرکز کانال، مقدار بیشینه خود را اخذ می‌کند. در مقابل، در نزدیکی دیوارها، سرعت سیال به مقدار کمینه خود می‌رسد؛ که با توجه به شرط نبود لغزش بر روی دیوارها قابل انتظار است. در توزیع دمای سیال پیداست که با حرکت به سمت دیوارهای کانال که دمایی بالاتر از دمای سیال ورودی به کانال دارد، سیال گرم تر می‌شود. توزیع دما در محیط متخلخل نشان می‌دهد که بخش زیادی از محیط متخلخل در دمای دیوار قرار گرفته است. این امر از رسانش بالا در این محیط حکایت دارد.



ب) میدان دمای سیال



الف) میدان سرعت



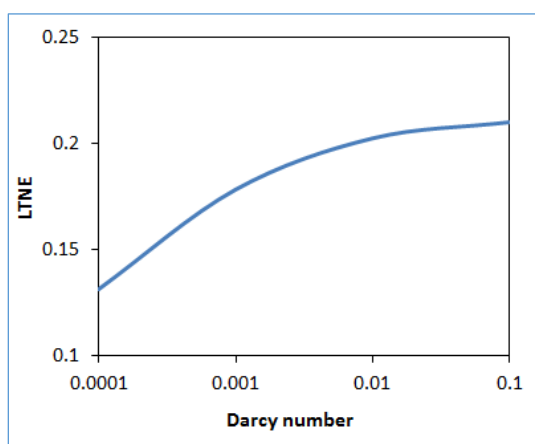
ج) میدان دمای محیط متخلخل

شکل ۵: میدان‌های سرعت، دمای نانوسیال و دمای محیط متخلخل

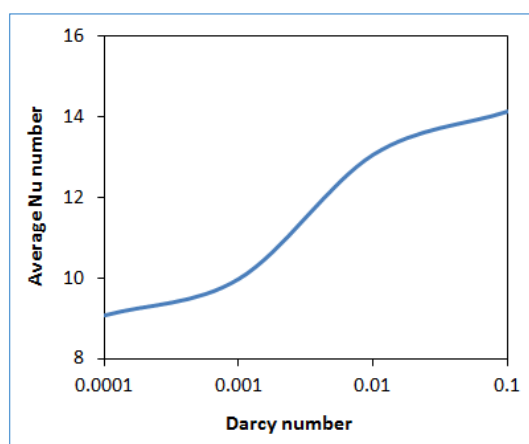


(الف) اثر عدد دارسی

در این بخش، اثر عدد دارسی بر روی عدد ناسلت میانگین و عدم تعادل گرمایی محلی مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، مقادیر Nu_m و $LTNE$ به‌ازای اعداد دارسی مختلف در شکل (۶) آورده شده است. مشخص است که با افزایش عدد دارسی مقدار تبادل گرما به‌طرز چشمگیری بیشتر می‌شود. این به آن علت است که با زیاد شدن عدد دارسی، میزان نفوذپذیری محیط متخلخل افزایش یافته و ماده متخلخل، مقاومت کمتری را در مقابل جریان از خود نشان می‌دهد؛ که این امر باعث افزایش همرفت شده و مقادیر عدد ناسلت میانگین نیز افزایش می‌یابد. نتایج همچنین نشان می‌دهد که با افزایش نفوذپذیری محیط متخلخل، میزان عدم تعادل گرمایی محلی بیشتر می‌شود. این امر که با نتایج تحقیق نمودچیان و همکاران [۲۹] همخوانی دارد به آن علت است که افزایش نفوذپذیری محیط متخلخل، تنها رفتار نانوسیال تغییر می‌دهد و دمای محیط متخلخل به‌طور مستقیم از آن متأثر نمی‌شود.



ب) تغییرات میزان عدم تعادل گرمایی محلی

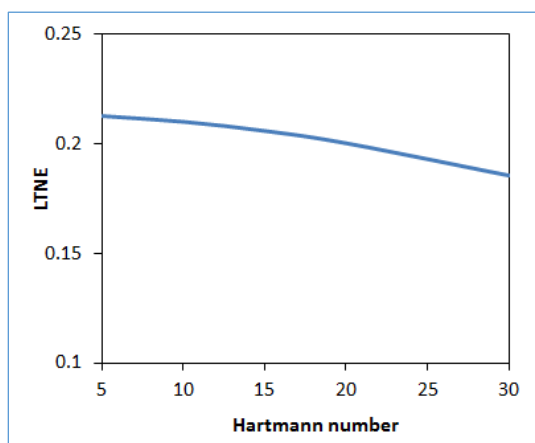


الف) تغییرات عدد ناسلت میانگین

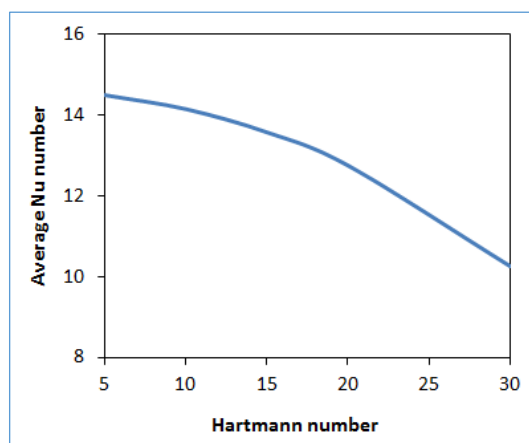
شکل ۶: اثر عدد دارسی بر نتایج

(ب) اثر عدد هارتمن

عدد هارتمن نشان‌دهنده تاثیر میدان مغناطیسی است که اثر آن بر روی عدد ناسلت میانگین و عدم تعادل گرمایی محلی در پنج مقدار مختلف از عدد هارتمن (۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۳۰) بررسی شده و نتایج آن در شکل (۷) آمده است. پیداست که با افزایش عدد هارتمن، مقدار عدد ناسلت میانگین کاهش می‌یابد؛ که با مشاهدات بازخانه و زحمتکش [۲۳] همخوانی دارد. علاوه بر این، مشاهده می‌شود که افزایش شدت میدان مغناطیسی با کاهش عدم تعادل گرمایی محلی همراه است.



ب) تغییرات میزان عدم تعادل گرمایی محلی



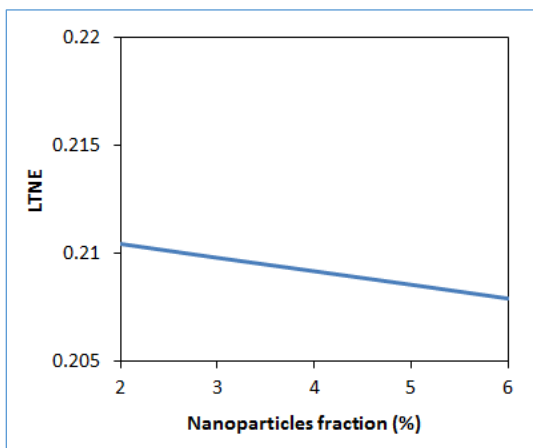
الف) تغییرات عدد ناسلت میانگین

شکل ۷: اثر عدد هارتمن بر نتایج

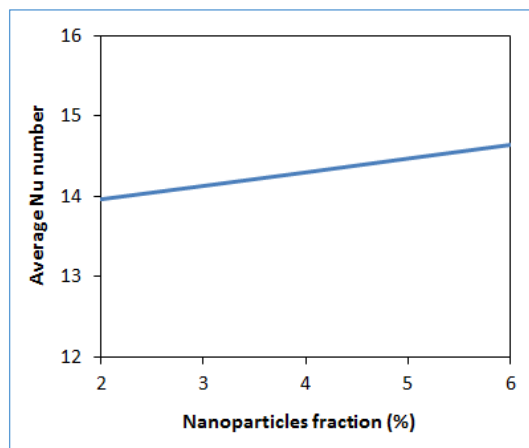


ج) اثر کسر حجمی نانوذرات

اثر کسر حجمی نانوذرات بر نتایج در شکل (۸) آمده است. پیداست که با افزایش کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت میانگین افزایش یافته است. این به آن علت است که افزایش نانوذرات با رسانش گرمای بالا سبب افزایش رسانش گرما در سیال می‌شود. علاوه بر این، حرکات نامنظم نانوذرات در سیال، انتقال انرژی را افزایش می‌دهد. علاوه بر این، مشخص است که افزایش کسر حجمی نانوذرات، LTNE را به مقدار بسیار ناچیزی کاهش می‌دهد. این به آن علت است که افزایش کسر حجمی نانوذرات، انتقال گرما در نانوسیال را بهبود می‌بخشد و دمای آن را به سمت دمای محیط متخلخل نزدیک می‌کند.



ب) تغییرات میزان عدم تعادل گرمایی محلی

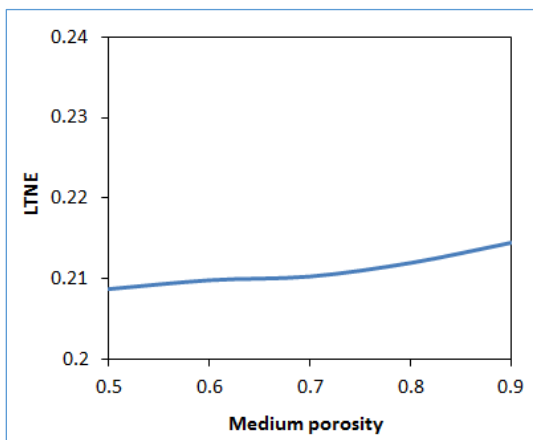


الف) تغییرات عدد ناسلت میانگین

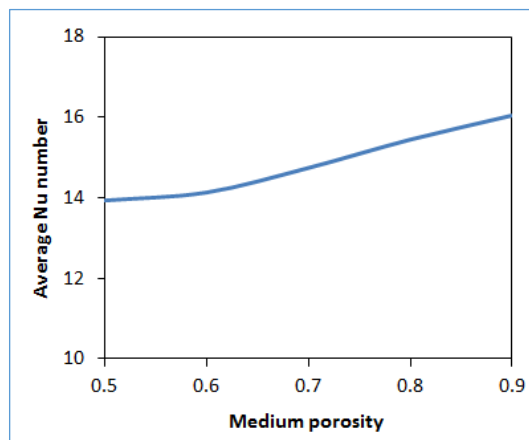
شکل ۸: اثر کسر حجمی نانوذرات بر نتایج

د) اثر ضریب تخلخل

یکی دیگر از متغیرهای مهم در رفتار محیط متخلخل، ضریب تخلخل آن است. این معیار، نسبت حجم فضای توخالی به حجم کل را نمایش می‌دهد. شکل (۹) اثر ضریب تخلخل را بر نتایج ارایه می‌کند. مشخص است که افزایش ضریب تخلخل، انتقال گرما را افزایش داده است. این امر که با پژوهش زحمتکش و ناقدی‌فر [۳۰] همخوانی دارد، ناشی از بهبود عبور جریان از داخل محیط متخلخل می‌باشد. علاوه بر این، پیداست که افزایش ضریب تخلخل با افزایش اندک در عدم تعادل گرمایی محلی همراه بوده است.



ب) تغییرات میزان عدم تعادل گرمایی محلی



الف) تغییرات عدد ناسلت میانگین

شکل ۹: اثر عدد تخلخل محیط بر نتایج

**نتیجه‌گیری**

در این مقاله، یک ارزیابی عددی از مدل غیرتعدالی در شبیه‌سازی همرفت واداشته نانوسیال آب-گرافن در یک کانال افقی پر شده با ماده متخلخل در حضور میدان مغناطیسی ارائه شد. به این منظور، روش شبکه بولتزمن مورد استفاده قرار گرفت. در ادامه، اثر متغیرهای مؤثر شامل ضریب تخلخل، عدد دارسی، عدد هارتمن و کسر حجمی نانوذرات بر روی عدد ناسلت میانگین و مقدار عدم تعادل گرمایی محلی مطالعه شد. بر پایه نتایج ارائه‌شده، نتایج زیر به دست آمد:

۱- با افزایش نفوذپذیری محیط متخلخل، عدد ناسلت میانگین و مقدار عدم تعادل گرمایی محلی تا بیش از ۵۰ درصد افزایش می‌یابند؛ که ناشی از افزایش سرعت سیال است.

۲- با بالا رفتن عدد هارتمن، سرعت سیال کم شده و مقادیر عدد ناسلت میانگین و عدم تعادل گرمایی محلی به ترتیب تا ۴۱ درصد و ۱۲ درصد کاهش می‌یابند.

۳- بالا رفتن کسر حجمی نانوذرات، از طریق بهبود خواص گرمایی نانوسیال سبب افزایش عدد ناسلت میانگین و کاهش مقدار عدم تعادل گرمایی محلی می‌شود؛ البته تأثیر آن بر روی نتایج کمتر از ۵ درصد است.

۴- افزایش ضریب تخلخل محیط، سرعت سیال را افزایش داده و باعث بالا رفتن عدد ناسلت میانگین تا ۱۵ درصد و افزایش عدم تعادل گرمایی محلی تا ۳ درصد می‌شود.

فهرست علائم

a_{sf}	مساحت ناحیه بین سطحی میان جامد و سیال	X, Y	مختصات دکارتی
A	شاخص مغناطیسی	U_0	سرعت بیشینه در ورودی
Bi	عدد بیو	\vec{U}	برداری سرعت بدون بعد
c	سرعت شبکه‌ای	$ \vec{U} $	اندازه سرعت
C_p	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت	V	برداری سرعت ماکروسکوپی سیال
Da	عدد دارسی	V^*	برداری سرعت کمکی
d_f	قطر لیگامنت	X, Y	مختصات بدون بعد
d_p	قطر میانگین حفره‌ها		حروف یونانی
Ec	عدد اکرت	∇	عملگر گرادینان
E	مجموع نیروهای حجمی ناشی از تخلخل و میدان مغناطیسی	$\nabla \cdot$	عملگر دیورژانس
e_i	سرعت گسسته در جهت i	∇^2	عملگر لاپلاسین
F_ε	ضریب شکل فورچه‌یمر	Δx	گام شبکه
F	نیروی حجمی بر واحد جرم	Δt	گام زمانی
F_i	نیروی حجمی	α	ضریب پخش گرما
F_L	نیروی لورنتز	β	زاویه میدان مغناطیسی با راستای افق
F_{ei}	نیروی حجمی در جهت i	ε	ضریب تخلخل
f_i, ξ	توابع توزیع	φ	کسر حجمی نانوذرات
f_i^{eq}	توابع توزیع تعادلی	δt	اندازه گام زمانی شبکه
H	عرض کانال	θ	دمای بی‌بعد
Ha	عدد هارتمن	ν	گرانروی حرکتی
h_{sf}	ضریب انتقال گرمای میان فازی	ρ	چگالی
K_p	ضریب نفوذپذیری	τ	زمان آرامش
K_r	نسبت ضریب گرمای رسانشی	w_i	فاکتور وزنی
K	ضریب انتقال گرمای رسانشی	σ	ضریب رسانش الکتریکی
C	گرمای ویژه	μ	گرانروی دینامیکی



مراجع

- [1] Vafai, K., (2015). Handbook of Porous Media, CRC Press.
- [2] Kaviany, M., (1995). Principles of Heat Transfer in Porous Media, Second ed., Springer-Verlag, New York.
- [3] Nield, D.A., Bejan, A., (2017). Convection in Porous Media, 5th ed, Springer.
- [4] Kuznetsov, A., Nield, D.A., (1998), Effect of Local Thermal Non-equilibrium on the Onset of Convection in a Porous Medium Layer Saturated by a Nanofluid, Transport in Porous Media 83, pp 425-436.
- [5] Rees, D.A., Pop, I., (2005). Local Thermal Non-Equilibrium in Porous Media Convection, Transport Phenomena in Porous Media III, pp 147-173.
- [6] Abdollahpour, A., Aminian, J., (2019). Analytical Study of the Effect of Intensity of Local Thermal Non-Equilibrium in Porous Foams, Sharif Mechanical Engineering 35, pp 23-32.
- [7] Mabrouk, R., Naji, H., Dhahri, H., Hammouda, S., Younsi, Z., (2020). Numerical Investigation of Porosity Effect on a PCM's Thermal Performance in a Porous Rectangular Channel via Thermal Lattice Boltzmann Method, International Communications in Heat and Mass Transfer 119, 104992.
- [8] Parhizi, M., Torabi, M., Jain, A., (2021). Local Thermal Non-Equilibrium (LTNE) Model for Developed Flow in Porous Media with Spatially-Varying Biot number, International Journal of Heat and Mass Transfer 164, 120538.
- [9] Choi, S.U.S., (1998). Nanofluid Technology: Current Status and Future Research, Argonne National Lab, Argonne.
- [10] Ebrahimdoust Roodposhti, P., Bani Asadi, H., Ramezani Saadatabadi, A., Akbari Dahoei, I., (2018). Experimental Investigation of the Effect of Adding Graphene on the Improvement of the Convection Heat Transfer Coefficient in the Water/Ethylene Glycol System in Laminar Flow, Applied Researches in Chemical Engineering - polymer 3, pp 3-19.
- [11] Kadhim, H.T., Al Dulaimi, Z.M., Rona, A., (2023). Local Thermal Non-equilibrium Analysis of Cu-Al₂O₃ Hybrid Nanofluid Natural Convection in a Partially Layered Porous Enclosure with Wavy Walls, Journal of Applied and Computational Mechanics 9(3), pp 712-727.
- [12] Dey, S., Kumar, B.R., (2024). Finite Element Analysis of a Thermal Non-Equilibrium Hybrid Nanofluid Model for Natural Convection in a Complex Porous Enclosure, Computers & Mathematics with Applications 169, pp.177-194.
- [13] Zahmatkesh, I., Ardekani, R., (2020). Effect of Magnetic Field Orientation on Nanofluid Free Convection in a Porous Cavity: A Heat Visualization Study, Journal of Thermal Engineering 6(1), pp 170-186.
- [14] Zahmatkesh, I., Habibi Shandiz, M.R., (2022). MHD Double-Diffusive Mixed Convection of Binary Nanofluids through a Vertical Porous Annulus Considering Buongiorno's Two-Phase Model, Journal of Thermal Analysis and Calorimetry 147, pp 173-180.
- [15] Fakur, M., Vahabzadeh, A., Ganji, D., (2017). Study of Heat Transfer and Flow of Nanofluid in Permeable Channel in the Presence of Magnetic Field, Propulsion and Power Research 4(1), pp. 50-62.
- [16] Izadi, M., Mohebbi, R., Delouei, A., Sajjadi, H., (2019). Natural Convection of a Magnetizable Hybrid Nanofluid inside a Porous Enclosure subjected to Two Variable Magnetic Fields, International Journal of Mechanical Sciences 151, pp 154-169.
- [17] Zahmatkesh, I., Shandiz M.R.H., (2019). Optimum Constituents for MHD Heat Transfer of Nanofluids within Porous Cavities, Journal of Thermal Analysis and Calorimetry 138, pp 1669-1681.



- [18] Tian, Z., Yue, L., Qi, C., Tang, M., (2024). Effects of Vertical Magnetic Field on Natural Convection of Magnetic Nanoscale Fluid in a Sinusoidal Curved Cavity Partially Filled with Porous Medium, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 609, p. 172464.
- [19] Aliu, O., Sakidin, H., Foroozesh, J., Yahya, N., (2020). Lattice Boltzmann Application to Nanofluids Dynamics—A Review, *Journal of Molecular Liquids* 300, p 112284.
- [20] Nazari, M., Kayhani, M.H., Mohebbi, R., (2013). Heat Transfer Enhancement in Channel Partially Filled with Porous Block: Lattice Boltzmann Method, *International Journal of Modern Physics* 24(09), p 1350060.
- [21] Fen, X.B., Liu, Q., He, Y.L., (2020). Numerical Simulations of Convection Heat Transfer in Porous Media using a Cascaded Lattice Boltzmann Method, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 151, pp 119–410.
- [22] Moradi, I., D’Orazio, A., (2023). Lattice Boltzmann Method Pore-scale Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer in Porous Media: Effect of Size and Arrangement of Obstacles into a Channel, *Engineering Analysis with Boundary Elements* 152, pp 83–103.
- [23] Bazkhane, S., Zahmatkesh, I., (2021). Heat Transfer of Nanofluid in a Channel with Magnetic Field and Porous Obstacle using the Darcy–Brinkman–Forchheimer Model in the LBM Method, *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics* 32(1), pp 153–172.
- [24] Sajjadi, H., Delouei, A.A., Izadi, M., Mohebbi, R., (2019). Investigation of MHD Natural Convection in a Porous Media by Double MRT Lattice Boltzmann Method utilizing MWCNT–Fe₃O₄/Water Hybrid Nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 132, pp 1087–1104.
- [25] Zakeri, F., Emami, M.R.S., (2023). Experimental and Numerical Investigation of Heat Transfer and Flow of Water-Based Graphene Oxide Nanofluid in a Double Pipe Heat Exchanger Using Different Artificial Neural Network Models, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 148, p 107002.
- [25] Joshi, A., Khatawate, V., Banapurmath, N.R., Shankara, R.P., Sajjan, A.M., Khan, T.M.Y., Ayachit, N.H., Badruddin, I.A., (2024). Experimental and Numerical Investigation of Heat Transfer Characteristics of Radiator Using Graphene Amine-Based Nano coolant, *Case Studies in Thermal Engineering* 63, p 105389.
- [26] Zou, Q., He, X., (1997). On Pressure and Velocity Boundary Conditions for the Lattice Boltzmann BGK Model, *Physics of Fluids* 9(6), pp 1591–1598.
- [27] Sukop, M.C., Thorne, D.T.J., (2006). *Lattice Boltzmann Modeling: An Introduction for Geoscientists and Engineers*, Springer–Verlag, Berlin, Heidelberg.
- [28] Ben Ltaifa, K., D’Orazio, A., Naji, H., Hammouda, S., Mabrouk, R., Dhahri, H., (2023). Simulating Nanofluid Forced Convection Flow by Thermal Lattice Boltzmann Approach, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 37(1), pp 64–78.
- [29] Namadchian, H., Zahmatkesh, I., Alavi, S.M.A., (2021). Numerical Simulation of Nanofluid Flow in an Annular Channel with Porous Barriers using Composition Darcy-Brinkman-Frechheimer Model and Two–Phase Mixture Model, *Amirkabir Mechanical Engineering Journal* 3, pp 1897–1914.
- [30] Zahmatkesh, I., Naghedifar, S.A., (2018). Pulsating Nanofluid Jet Impingement onto a Partially Heated Surface Immersed in a Porous Layer, *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering* 12(2), pp 99–107.