

## کاربرد محاسبات گرانولی بر پایه فازی فیثاغورثی در طبقه‌بندی گیاهان گل دار

عبدالرضا زرنندی باغبینی<sup>۱</sup>، حجت بابایی<sup>۲</sup>، رامین طباطبایی میرحسینی<sup>۳\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاداسلامی شهید حاج قاسم سلیمانی، کرمان، ایران

۲- استادیار، گروه ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاداسلامی شهید حاج قاسم سلیمانی، کرمان، ایران

۳- دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاداسلامی شهید حاج قاسم سلیمانی، کرمان، ایران

\* ایمیل نویسنده مسئول: [tabatabaei@iauk.ac.ir](mailto:tabatabaei@iauk.ac.ir)

(تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۳/۲۰ - تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۳/۳۱)

### چکیده

در علم گیاه‌شناسی طبقه‌بندی گیاهان اهمیت زیادی دارد، طبقه‌بندی روشی موثر برای سازماندهی داده‌ها است و به ما کمک می‌کند تا گیاهان را بهتر درک کنیم و اطلاعات بیشتری در مورد آنها بدست آوریم. با طبقه‌بندی گیاهان، می‌توانیم الگوها و روابط بیشتری بین گونه‌ها را شناسایی کنیم. این اطلاعات در انتخاب بهترین روش‌های کشت و نگهداری گیاهان به ما کمک می‌کند. از ملزومات طبقه‌بندی آگاهی از خواص و ویژگی‌های گوناگون گیاهان است. تعدد ویژگی‌های موثر در طبقه‌بندی، دسته‌بندی را دقیق‌تر می‌کند. اما افزایش پارامترها، تصمیم‌گیر را چالش برانگیز کرده و نقش عدم قطعیت در تصمیم‌گیری پررنگ می‌شود. برای مدیریت عدم قطعیت، نیاز به ساختاری منعطف می‌باشد. در این مقاله با استفاده از محاسبات گرانولی بر اساس فازی فیثاغورثی ساختاری منعطف برای دسته‌بندی گیاهان گل‌دار ارائه می‌شود. بررسی و مقایسه طبقه‌بندی گل‌های زنبق بر اساس الگوی ارائه شده، با طبقه‌بندی شهودی نشان می‌دهد که الگوی پیشنهادی دقت قابل قبولی در خوشه‌بندی گیاهان گل‌دار دارد.

**واژه‌های کلیدی:** فازی، فازی فیثاغورثی، طبقه‌بندی، گرانول

## مقدمه

همه گیاهان از قسمت‌های مشابهی تشکیل شده‌اند، اما اغلب متفاوت به نظر می‌رسند. مانند حیوانات، گیاهانی که بیشتر از هر گیاه دیگری به یکدیگر شباهت دارند متعلق به یک گونه هستند. طبقه‌بندی گیاهان ناشناخته در یک طبقه گیاهان خاص، به عنوان یکسان یا مشابه مستلزم مشاهده و مقایسه است. توانایی تشخیص و طبقه‌بندی دقیق شباهت‌ها و تفاوت‌های ظریف میان گونه‌های گیاهی نیازمند آگاهی از شاخص‌های بصری مانند شکل، اندازه و غیره است. همچنین سایر ویژگی‌های حسی مانند بو، لامسه، صدا و غیره نیز می‌تواند در طبقه‌بندی مد نظر قرار گیرد.

شناخت الگوها، روابط مهمی را نشان می‌دهد. ویژگی‌های متعدد قابل توجهی در توصیف گیاهان وجود دارد که باید در طبقه‌بندی لحاظ شوند.

این ویژگی‌ها اغلب تأثیر متضاد در تصمیم‌گیری داشته و در پاره‌ای مواقع پرداختن به یک یا چند ویژگی باعث کم رنگ شدن و نادیده گرفتن نقش سایر ویژگی‌ها در طبقه‌بندی می‌شود. تورنفور<sup>۱</sup> گیاه‌شناس فرانسوی (۱۷۰۸-۱۶۵۶م) بنیان‌گذار روش مصنوعی طبقه‌بندی، گیاهان را بر اساس یک صفت مشخص طبقه‌بندی می‌کرد. بدلیل اینکه یک صفت برای رده‌بندی کافی نیست و باید چندین صفت بارز در نظر گرفته شود، این روش رده‌بندی منسوخ شده است. طبقه‌بندی مصنوعی بعدها تکمیل تر شد و اساس طبقه‌بندی طبیعی را به وجود آورد.

آنتوان لوران د ژوسیو<sup>۲</sup> (۱۷۴۸-۱۸۳۶م) روش طبقه‌بندی طبیعی را ارائه و کارلوس لینه<sup>۳</sup> (۱۷۰۷-۱۷۷۸م) آنرا ادامه داد. در این رده‌بندی، گیاهان بر اساس چندین صفت مشخص و بارز رده‌بندی می‌شوند. اساس کار رده‌بندی، واحدهای سیستمیک است. یک واحد سیستمیک در واقع یک معیار سلسله مراتبی برای رده‌بندی گیاهان است که سطوح مختلف: گونه، سرده (جنس)، خانواده (تیره)، راسته، رده، شاخه، فرمانرو (سلسله) در آن تعریف می‌شود. در این نوع طبقه‌بندی، سعی می‌شود گروه‌های مشترک مشابه گیاهی در کنار هم قرار گیرند. در طبقه‌بندی طبیعی، صفاتی بیشتر مورد توجه است که ساختمان اندام‌های گیاه بر پایه آنها استوار باشد.

رشاد<sup>۴</sup> و همکاران رویکرد جدیدی را برای طبقه بندی گیاهان بر اساس توصیف خصوصیات بافت آنها ارائه، و از یک بردار یادگیری طبقه‌بندی کننده ترکیبی استفاده کردند (Rashad et al., 2011). کادیر<sup>۵</sup> و همکاران از شبکه‌های عصبی احتمالی (PNN) در روش طبقه‌بندی پیشنهادی استفاده کردند (Kadir et al., 2013). ساماتھی<sup>۶</sup> و همکاران یک تکنیک ترکیب ویژگی‌ها را پیشنهاد کردند (Sumathi et al., 2012). بگین<sup>۷</sup> و همکاران رویکردی بر اساس ترکیبی از روش‌های نسبتاً ساده‌ای با استفاده از شکل گیاه را ارائه کردند (Beghin et al., 2010). آرون<sup>۸</sup> و همکاران یک

<sup>۲</sup>-Antoine Laurent de Jussieu

<sup>۳</sup>-Carolus a Linné

<sup>۴</sup>-M. Z. Rashad

<sup>۵</sup>-Abdul Kadir

<sup>۶</sup>-Sumathi

<sup>۷</sup>-T. Beghin

<sup>۸</sup>-C. H. Arun

<sup>۱</sup>-Tournefort

که با هدف کشف ارتباطات پنهان، مفید و ناشناخته در مجموعه داده‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد (De Angelis et al., 2014; Ding et al., 2015).

### مواد و روش‌ها

در منطق کلاسیک، مفاهیم تعلق یا عدم تعلق یک عضو به یک مجموعه، کاملاً مشخص و دقیق است. بنابراین، یک شی یا متعلق به یک مجموعه هست و یا نیست. در این منطق تابع عضویت فقط می‌تواند دو مقدار صفر و یک داشته باشد. نظریه مجموعه‌های کلاسیک، از بررسی و بیان ویژگی‌های نادقیق، ناخوش‌تعریف و مبهم ناتوان است. برای رفع این ناتوانی تعمیم و گسترش منطق کلاسیک امری لازم بود.

### ۱- فازی

در سال ۱۹۶۵ پروفیسور لطفی عسگرزاده با درجه‌بندی نادقیق میزان تعلق اعضای زیرمجموعه ای از مجموعه مرجع  $X$ ، نوع خاصی از زیرمجموعه  $X$  را معرفی و آن را یک زیرمجموعه فازی نامید.

تعریف ۱،۱ یک "زیرمجموعه فازی  $A$ " یا یک "مجموعه فازی  $A$ " از یک مجموعه مرجع  $X$  با یک تابع عضویت  $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$  مشخص و عضویت هر عضو درجه بندی می‌شود. به این معنی که  $\mu_A(x) \in [0,1]$  درجه عضویت  $x \in X$  در "زیر مجموعه فازی  $A$ " یا "مجموعه فازی  $A$ " است (Zadeh, 1965). تکیه‌گاه مجموعه فازی  $A$  با  $\text{supp}(A)$  نشان داده شده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha\}$$

سیستم هوشمند برای شناخت برگ‌های گیاهان دارویی معرفی کردند (Arun et al., 2013).

وقتی با یک مجموعه کوچک از صفات روبرو باشیم طبقه‌بندی به سادگی قابل اجرا است. برای مثال در یک مجموعه از اتومبیل‌های سفید، مشکی، قرمز و بژ به راحتی می‌توانیم آن‌ها را در ۴ کلاس قرار دهیم. اما اگر در همین مجموعه ویژگی‌های دیگری مثل سال ساخت، شرکت سازنده، حجم موتور، قیمت و... مطرح باشد انجام طبقه‌بندی کمی پیچیده می‌شود. حال فرض کنید در یک مجموعه متشکل از هزاران رکورد و صدها ویژگی نامرتب با تاثیرات متناقض، قصد طبقه‌بندی دارید، چگونه باید طبقات را تعریف و عناصر مجموعه را طبقه‌بندی کرد؟ افزایش دقت و تمرکز روی برخی خصوصیات برای طبقه‌بندی باعث کاهش دقت در تاثیرگذاری سایر خصوصیات در تعریف طبقات و تشخیص طبقه مناسب می‌شود. منطق فازی، انعطاف‌پذیری لازم را جهت بررسی و تحلیل رخدادهای ناخوش‌تعریف را دارا می‌باشد. در این تحقیق با بکارگیری نظریه فازی در محاسبات گرانولی، راهکاری برای مدیریت عدم قطعیت ارائه و میزان کارایی آن برآورد می‌شود.

برای نخستین بار زاده با درجه بندی میزان نادقیق تعلق اعضای یک زیرمجموعه از مجموعه مرجع  $X$ ، نوعی خاص از زیرمجموعه‌های  $X$  را معرفی و آنرا زیرمجموعه فازی نام‌گذاری کرد (Zadeh, 1965).

محاسبات گرانولی (GRC) یک الگوی محاسباتی جدید برای پردازش موجودیت‌های اطلاعاتی پیچیده‌ای بنام "گرانول اطلاعات" است،

فرض کنید  $X=\{1,2,3,4,5,100\}$  باشد، یک زیر مجموعه معمولی از مجموعه  $X$  شامل اعداد کوچکتر از عدد ۳ به صورت  $A=\{1,2\}$  است. اکنون یک زیر مجموعه فازی از  $X$  که "کوچک بودن" را نشان می‌دهد، می‌تواند به وسیله تابع عضویت زیر تعریف شود:

$$s(\beta) = (\mu_\beta)^2 - (v_\beta)^2 \quad (۴)$$

فرض کنید  $X=\{1,2,3,4,5,100\}$  باشد،  $P$  زیر مجموعه فازی فیثاغورثی از  $X$  که "کوچک بودن" را نشان می‌دهد و با توابع عضویت و عدم عضویت زیر تعریف شود:

$x$	1	2	3	4	5	100
$\mu_A(x)$	1	0.7	0.5	0.3	0.1	0
$v_p(x)$	0.1	0.2	0.31	0.33	0.36	0.5

در اینجا مثلاً درجه عضویت عدد پنج در زیرمجموعه فازی  $P$  برابر 0.1 و درجه عدم عضویت آن 0.36 است، چون  $0.1^2 + 0.36^2 \leq 1$  بنابراین عدد فیثاغورثی  $\langle 5, 0.1, 0.36 \rangle$  در زیرمجموعه فازی فیثاغورثی  $P$  قرار دارد. اما عدد فیثاغورثی  $\langle 1, 1, 0.1 \rangle$  عضو زیرمجموعه فازی فیثاغورثی  $P$  نیست.

## ۲- گرانول

همانطور که در بالا ذکر شد، محاسبات گرانول یک الگوریتم یا فرآیند نیست. هیچ روش خاصی وجود ندارد که "محاسبات گرانول" نامیده شود.

به‌طور کلی، گرانول‌های اطلاعاتی، مجموعه‌ای از موجودیت‌ها هستند که معمولاً به دلیل شباهت،

فرض کنید  $X=\{1,2,3,4,5,100\}$  باشد، یک زیر مجموعه معمولی از مجموعه  $X$  شامل اعداد کوچکتر از عدد ۳ به صورت  $A=\{1,2\}$  است. اکنون یک زیر مجموعه فازی از  $X$  که "کوچک بودن" را نشان می‌دهد، می‌تواند به وسیله تابع عضویت زیر تعریف شود:

$x$	1	2	3	4	5	100
$\mu_A(x)$	1	0.7	0.5	0.3	0.1	0

در اینجا مثلاً  $\mu_A(2) = 0.7$  یعنی عدد ۲ با درجه عضویت ۰.۷، عضو مجموعه فازی  $A$  و عدد ۱۰۰ با درجه عضویت صفر متعلق به مجموعه فازی  $A$  نیست.

تعریف ۲،۱ با در نظر گرفتن مجموعه مرجع  $X$  یک مجموعه فازی فیثاغورثی  $P$  به صورت زیر تعریف می‌شود (Yager, 2013):

$$P = \{ \langle x, (\mu_p(x), v_p(x)) \rangle \mid x \in X \} \quad (۱)$$

که  $\mu_p: X \rightarrow [0,1]$  تابع عضویت و  $v_p: X \rightarrow [0,1]$  تابع عدم عضویت در مجموعه  $P$  را نشان می‌دهد، بطوریکه برای هر  $x \in X$  معادله زیر برقرار باشد:

$$(\mu_p(x))^2 + (v_p(x))^2 \leq 1 \quad (۲)$$

برای هر  $x \in X$  درجه تردید  $\pi_p(x)$ ،  $x \in X$  در  $P$  نامیده شده و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi_p(x) = \sqrt{1 - [(\mu_p(x))^2 + (v_p(x))^2]} \quad (۳)$$

یک از این ویژگی‌ها، مجموعه‌ای از حالات و مقادیر قابل قبول را در بر دارند، که بطور متناظر با  $c_i$  ها نمایش داده می‌شوند. به عبارتی  $c_i$  مجموعه حالات و مقادیر قابل قبول ویژگی  $\alpha_i$  است. بنابراین گلها براساس این ویژگی‌ها بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$F = \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_l) \mid x_i \in c_i, i = 1, 2, 3, \dots, l\} \quad (5)$$

هر یک از طبقات نیز براساس ویژگی‌های مجموعه  $A$  تعریف می‌شوند. به این معنی که هر ویژگی در هر طبقه دارای یک مجموعه حالات و مقادیر قابل قبول است که بطور متناظر با  $b_i$  ها نمایش داده می‌شوند. بنابراین هر طبقه از گلها را می‌توان بر اساس ویژگی‌ها مجموعه  $A$  بصورت زیر تعریف کرد:

$$K_i = \{(b_1, b_2, b_3, \dots, b_l) \mid b_j \subseteq c_j, j = 1, 2, 3, \dots, l\}_{i=1,2,3,\dots,m}$$

برای توضیح هر چه بیشتر فرآیند، روش پیشنهادی گام به گام در مورد طبقه‌بندی گل‌های زنبق پیاده سازی می‌شود.

فیشر در سال ۱۹۳۶ تعداد ۱۵۰ گل زنبق<sup>۹</sup> را مورد بررسی میدانی قرار داد. او با تجربیات شهودی خود، این گلها را بر اساس چهار خصوصیت:

$$A = \{\text{عرض گلبرگ, طول گلبرگ, عرض کاسبرگ, طول کاسبرگ}\}$$

در سه طبقه، طبقه‌بندی کرد:

$$K = \{\text{رنگارنگ, ویرجینیا, نوک‌زبر}\}$$

نزدیکی عملکردی، انسجام یا موارد مشابه، به عنوان یک واحد کل در یک سطح عددی قرار می‌گیرند (Pedrycz, 2018). یک گرانول علاوه بر اینکه خودش می‌تواند یک دانه مستقل باشد می‌تواند بعنوان عضوی از یک گرانول دیگر باشد. در این‌صورت خانواده‌ای از گرانول‌ها را خواهیم داشت که بعنوان یک کل در نظر گرفته می‌شود. گرانول‌ها در یک سطح، اگر چه ممکن است نسبتاً مستقل باشند، اما به نوعی با درجه خاصی با یکدیگر ارتباط دارند و در مجموع ساختار خاصی را نشان دهند که این نمایش ساختار داخلی گرانول است. در حال حاضر، محاسبات گرانول بیش از یک مجموعه منسجم از روش‌ها یا اصول بوده و بمنظور کشف ارتباط داده‌ای، رویکردی را برای تحلیل داده‌ها در سطوح مختلف پیشنهاد می‌کند.

محاسبات گرانول رویکردی برای بررسی داده‌ها است که تشخیص می‌دهد چگونه قوانین مختلف در داده‌ها می‌توانند در سطوح مختلف دانه‌بندی ظاهر شوند. با توسعه نظریه محاسبات گرانول، مدل‌های مختلف محاسبات دانه‌ای پیشنهاد و بررسی شده است. در این بین مدل‌های مجموعه‌های فازی، مجموعه‌های ناهموار و فضای خارج قسمتی بعنوان مدل‌های محاسباتی اصلی وجود دارد (Yao et al., 2003).

### ۳- روش پیشنهادی

در روش پیشنهادی گردایه گل‌ها مورد نظر را با  $F$  و مجموعه طبقات گلها را با  $K = \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_m\}$  نمایش می‌دهیم. همچنین  $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_l\}$  را مجموعه عناوین ویژگی‌های موثر در طبقه‌بندی در نظر می‌گیریم. هر

با (۵) مجموعه ۱۵۰ گل زنبق به صورت ذیل  
تعریف می‌شود:

$$F = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \mid x_i \in c_i, i = 1, 2, 3, 4\}.$$

برای مثال مقادیر  $x_1$  بعنوان طول کاسبرگ از  
مجموعه  $c_1 = [4, 8]$  قابل انتخاب است (جدول ۱).

جدول ۱- ویژگی‌های طبقه‌بندی

نماد ویژگی	نام ویژگی	بازه اندازه cm
$a_1$	طول کاسبرگ	$c_1 = [4, 8]$
$a_2$	عرض کاسبرگ	$c_2 = [2, 4.5]$
$a_3$	طول گلبرگ	$c_3 = [1, 7]$
$a_4$	عرض گلبرگ	$c_4 = [0.1, 3]$

طبقات براساس ویژگی‌ها بصورت ذیل قابل تعریف  
هستند:

$$K_i = \{(b_1, b_2, b_3, b_4) \mid b_j \subseteq c_j, j = 1, 2, 3, 4\}_{i=1,2,3}$$

توضیح اینکه برای مثال در طبقه  
"نوک‌زبر"،  $b_1 = [4, 5.8]$  مجموعه حالات و مقادیر  
قابل قبول "طول کاسبرگ" برای گل زنبق نوک‌زبر  
است (جدول ۲). در ادامه زیرمجموعه‌های فازی  
فیثاغورثی  $P_{ij}$  از  $F$  که "شبه بودن ویژگی‌های گلها  
به ویژگی طبقات" را بیان می‌کنند به وسیله توابع  
عضویت  $\mu_{ij}$  و توابع عدم عضویت  $\nu_{ij}$  تعریف  
می‌شوند.

بدین ترتیب برای هر یک از گلها میزان شباهت  
به هر یک از طبقات محاسبه شده و طبقه‌ای که گل  
به آن تعلق دارد تعیین می‌گردد.

در شرح روند روش پیشنهادی، زیر  
مجموعه‌های فازی فیثاغورثی روی مجموعه  
گل‌های زنبق تعریف می‌شود. نمونه گل  
 $f_1 = (5.1, 3.5, 1.4, 0.2)$  را در نظر می‌گیریم.

زیرمجموعه فازی فیثاغورثی  $P_{11}$  که "شباهت  
طول کاسبرگ را با طول کاسبرگ طبقه نوک‌زبر" را  
نشان می‌دهد با تابع عضویت  $\mu_{11}(x) = e^{\frac{(x-4.9)}{0.18 \times 0.9^2}}$   
و تابع عدم عضویت:

$$\nu_{11}(x) = \max \left\{ e^{\frac{(x-5.95)}{0.18 \times 1.05^2}}, e^{\frac{(x-6.45)}{0.18 \times 1.55^2}} \right\}$$

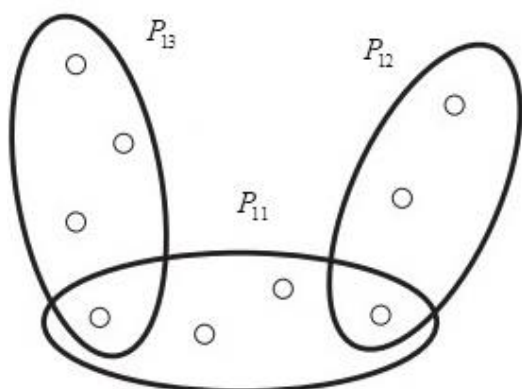
تعریف می‌شود، عدد فیثاغورثی  
 $\beta_{11} = P(\mu_{11}(x), \nu_{11}(x))$  و امتیاز آن  
بعنوان درجه تعلق، براساس تعریف ۱-۳ بدست  
می‌آید. به همین ترتیب برای سایر ویژگی‌ها امتیاز  
اعداد فیثاغورثی متناظر تخصیص داده می‌شود.  
میانگین امتیاز فیثاغورثی گل نمونه درجه شباهت به  
طبقه "نوک‌زبر" را تعیین می‌کند.

جدول ۲- طبقات و مقادیر ویژگی‌های آنها

نماد طبقه	نام طبقه	$a_1$ ویژگی	$a_2$ ویژگی	$a_3$ ویژگی	$a_4$ ویژگی
$k_1$	نوک‌زبر	[4,5,8]	[2,3,4]	[1,1,9]	[0.1,0.6]
$k_2$	ویرجینیا	[4,9,7]	[2,2,3,8]	[3,5,1]	[1,1,8]
$k_3$	رنگارنگ	[4,9,8]	[2,3,4,5]	[4,5,7]	[1,4,2,5]

## نتایج و بحث

هر یک از زیرمجموعه‌های فازی فیثاغورثی که بر پایه شباهت عناصر شکل گرفته‌اند بعنوان یک گرانول دیده می‌شوند. برای مثال زیرمجموعه‌های فازی فیثاغورثی  $P_{11}$  و  $P_{12}$  و  $P_{13}$  که شباهت طول کاسبرگ گل‌ها را در سه طبقه نشان می‌دهند هر کدام یک گرانول هستند که در شکل ۱ مشخص می‌باشد.



شکل ۱- نمایش سه گرانول

نتایج محاسبات انجام شده برای نمونه  $f_1$  نشان می‌دهد که درجه تعلق این گل به طبقه "نوک‌زبر" برابر  $0/49$  و درجه تعلق به طبقه "ویرجینیا" برابر  $0/12$  می‌باشد. همچنین این نمونه براساس مقادیر ویژگی‌ها متعلق به طبقه "رنگارنگ" نیست. از آنجا که درجه تعلق به طبقه "نوک‌زبر" بیشتر است این نمونه در این طبقه قرار می‌گیرد.

بررسی نتایج پیاده‌سازی روش پیشنهادی نشان می‌دهد طبقه‌بندی صورت گرفته بیش از ۹۵ درصد با طبقه‌بندی شهودی مشابهت دارد. برخی نتایج در جدول ۴ آورده شده است. همچنین در مواردی نتایج طبقه‌بندی صورت گرفته با طبقه‌بندی شهودی متفاوت است که این موارد در جدول ۳ ارائه شده و مورد بحث قرار می‌گیرد.

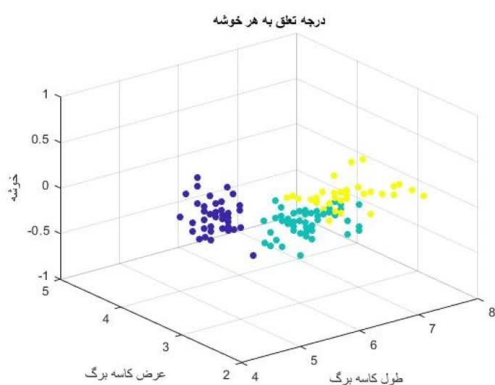
جدول ۳- نمونه گل‌هایی که در طبقاتی متفاوت از طبقه‌بندی شهودی، طبقه‌بندی شده‌اند

شماره نمونه	مشخصات نمونه‌ها			نتایج پیاده‌سازی روش پیشنهادی		
	طول کاسبرگ	عرض کاسبرگ	طول گلبرگ	عرض گلبرگ	طبقه‌بندی شهودی	طبقه‌بندی پیشنهادی
14	4.3	3	1.1	0.1	نوک‌زبر	رنگارنگ
15	5.8	4	1.2	0.2	نوک‌زبر	رنگارنگ
21	5.4	3.4	1.7	0.2	نوک‌زبر	ویرجینیکا
23	4.6	3.6	1	0.2	نوک‌زبر	ویرجینیکا
25	4.8	3.4	1.9	0.2	نوک‌زبر	ویرجینیکا
37	5.5	3.5	1.3	0.2	نوک‌زبر	ویرجینیکا
55	6.5	2.8	4.6	1.5	رنگارنگ	ویرجینیکا
57	6.3	3.3	4.7	1.6	رنگارنگ	ویرجینیکا
58	4.9	2.4	3.3	1	رنگارنگ	نوک‌زبر
61	5	2	3.5	1	رنگارنگ	نوک‌زبر
71	5.9	3.2	4.8	1.8	رنگارنگ	ویرجینیکا
78	6.7	3	5	1.7	رنگارنگ	ویرجینیکا

جدول ۴- تعدادی از نمونه گل‌هایی که طبقه‌بندی انجام شده منطبق بر طبقه‌بندی شهودی است

شماره نمونه	مشخصات نمونه‌ها			نتایج پیاده‌سازی روش پیشنهادی		
	طول کاسبرگ	عرض کاسبرگ	طول گلبرگ	عرض گلبرگ	طبقه‌بندی شهودی	طبقه‌بندی پیشنهادی
46	4.8	3	1.4	0.3	نوک‌زبر	نوک‌زبر
47	5.1	3.8	1.6	0.2	نوک‌زبر	نوک‌زبر
48	4.6	3.2	1.4	0.2	نوک‌زبر	نوک‌زبر
49	5.3	3.7	1.5	0.2	نوک‌زبر	نوک‌زبر
50	5	3.3	1.4	0.2	نوک‌زبر	نوک‌زبر
51	7	3.2	4.7	1.4	رنگارنگ	رنگارنگ
52	6.4	3.2	4.5	1.5	رنگارنگ	رنگارنگ
53	6.9	3.1	4.9	1.5	رنگارنگ	رنگارنگ
98	6.2	2.9	4.3	1.3	رنگارنگ	رنگارنگ
100	5.7	2.8	4.1	1.3	رنگارنگ	رنگارنگ
101	6.3	3.3	6	2.5	ویرجینیکا	ویرجینیکا
102	5.8	2.7	5.1	1.9	ویرجینیکا	ویرجینیکا
103	7.1	3	5.9	2.1	ویرجینیکا	ویرجینیکا
104	6.3	2.9	5.6	1.8	ویرجینیکا	ویرجینیکا

عرض کاسبرگ ۳ سانتیمتر می‌تواند در هر سه گروه طبقه‌بندی شود.



شکل ۲- نمایش سه زیرمجموعه فازی فیثاغورثی

مدیریت اصل عدم قطعیت در طبقه‌بندی این نوع تنوع داده‌ای حائز اهمیت است. انعطاف پذیری منطق فازی در کنار ساختار فیثاغورثی مطرح شده، گرانول‌هایی را ارائه می‌کند که در محاسبات

سپس محاسبات نرم‌فازی بروی گرانول‌های اولیه منجر به تولید گرانول‌ها جدید بعنوان طبقات می‌شود. با این محاسبات تحت عنوان محاسبات گرانولی طبقه‌بندی مورد نظر را انجام می‌شود.

سه زیرمجموعه فازی فیثاغورثی که بر اساس میزان شباهت دو ویژگی طول و عرض کاسبرگ با ویژگی مشابه در طبقات تعریف می‌شوند نیز هر کدام یک گرانول را به نمایش می‌گذارند. این مفهوم در شکل ۲ نمایش داده شده است.

## نتیجه‌گیری

همانطور که در بازه مقادیر جدول ۲ مشخص است، بازه مقادیر ویژگی‌ها در طبقات کاملاً تفکیک شده نیستند و این شباهت ویژگی‌ها در طبقات فرآیند طبقه‌بندی را بشدت چالش برانگیز می‌کند. برای مثال یک گل با طول کاسبرگ ۵ سانتیمتر و



گرانولی با رویکرد محاسبات نرم‌فازی، بخوبی عدم قطعیت را مدیریت کرده و چالش برانگیزترین داده‌های پراکنده را طبقه‌بندی می‌کند.

مقادیر ویژگی‌های نمونه ۵۱ در جدول ۴ پراکندگی زیادی دارد اما روش پیشنهادی نمونه را در طبقه مناسب قرار داده است (هر چند با درجه تعلق پایین).

برای نمونه‌های آورده شده در جدول ۳ که در طبقاتی متفاوت از طبقه‌بندی شهودی قرار گرفته‌اند درجه تعلق به طبقه شهودی توسط روش پیشنهادی بدست آمده است و این درجات اختلاف کمی با یکدیگر دارند که در نظر گرفتن یک میزان خطای قابل قبول آنها نیز در طبقه شهودی قرار می‌گیرند.

### پیشنهاد

برای بهبود روش پیشنهادی می‌توان از مفهوم  $\alpha$ -برش زیرمجموعه‌های فازی استفاده و میزان خطای قابل قبول را تعیین کرد.

### REFERENCES

- Arun, C. H., Emmanuel, W. R. S., & Durairaj, D. C. (2013). Texture feature extraction for identification of medicinal plants and comparison of different classifiers. *International Journal of Computer Applications*, 62(12), 1–9.
- Beghin, T., Cope, J. S., Remagnino, P., & Barman, S. (2010). Shape and texture based plant leaf classification. *Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems: 12th International Conference, ACIVS 2010, Sydney, Australia, December 13-16, 2010, Proceedings, Part II 12*, 345–353.
- De Angelis, L., & Dias, J. G. (2014). Mining categorical sequences from data using a hybrid clustering method. *European Journal of Operational Research*, 234(3), 720–730.
- Ding, S., Du, M., & Zhu, H. (2015). Survey on granularity clustering. *Cognitive Neurodynamics*, 9(6), 561–572.
- Kadir, A., Nugroho, L. E., Susanto, A., & Santosa, P. I. (2013). Leaf classification using shape, color, and texture features. *ArXiv Preprint ArXiv:1401.4447*.

- Pedrycz, W. (2018). *Granular computing: analysis and design of intelligent systems*. CRC press.
- Rashad, M. Z., El-Desouky, B. S., & Khawasik, M. S. (2011). Plants images classification based on textural features using combined classifier. *AIRCC's International Journal of Computer Science and Information Technology*, 93–100.
- Sumathi, C. S., & Kumar, A. V. S. (2012). Edge and texture fusion for plant leaf classification. *International Journal of Computer Science and Telecommunications*, 3(6), 6–9.
- Yager, R. R. (2013). Pythagorean fuzzy subsets. *2013 Joint IFSA World Congress and NAFIPS Annual Meeting (IFSA/NAFIPS)*, 57–61.
- Yao, Y. Y. Y., Liao, C.-J., & Zhong, N. (2003). Granular computing based on rough sets, quotient space theory, and belief functions. *International Symposium on Methodologies for Intelligent Systems*, 152–159.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3), 338–353.
- Zhang, X., & Xu, Z. (2014). The TODIM analysis approach based on novel measured functions under hesitant fuzzy environment. *Knowledge-Based Systems*, 61, 48–58.



## Application of Granular Calculations Based on Pythagorean Fuzzy in the Classification of Flowering Plants

Abdolreza Zarandi Baghini<sup>1</sup>, Hojat Babaei<sup>2</sup> and Ramin Tabatabaei Mirhosseini<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup> PhD student, Department of Mathematics Islamic Azad University, Kerman Branch, Kerman, Iran

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Mathematics Islamic Azad University, Kerman Branch, Kerman, Iran

<sup>3\*</sup> Associate Professor, Department of Civil Engineering Islamic Azad University, Kerman Branch, Kerman, Iran

\* Corresponding Author's Email: [tabatabaei@iauk.ac.ir](mailto:tabatabaei@iauk.ac.ir)

(Received: June. 9, 2024– Accepted: June. 20, 2024)

### ABSTRACT

In the science of botany, the classification of plants is very important. Classification is also an effective way of organizing data, helps us to understand plants better, and get more information about them. By classifying plants, we can identify more patterns and relationships between species. This information helps us in choosing the best methods of growing and maintaining plants. Knowledge of various properties and characteristics of plants is essential for classification. The multiplicity of effective features in classification makes it more accurate. But the increase of parameters challenges the decision maker and the role of uncertainty in decision-making becomes prominent. To manage uncertainty, a flexible structure is needed. In this article, a flexible structure for classification of flowering plants is presented using granular calculations based on Pythagorean fuzzy. Reviewing and comparing the classification of iris flowers based on the presented model with intuitive classification shows that the proposed model has an acceptable accuracy in the clustering of flowering plants.

**Keywords:** Fuzzy, Pythagorean fuzzy, Classification, Granule