Journal of Capital Market Analysis

Volume 4 Issue 2 Online ISSN: 2783-3488

Page: 67-96 https://jcma.aliabad.iau.ir

Design and Optimization of Distribution Stable Stock Portfolio Based on Kalmar and Rachoff Ratios

Mona Beyranvand
Department of Management, Dehaghan Branch, Islamic Azad University, Dehaghan, Iran.
Sayyed Mohammad Reza Davoodi (Corresponding Author)
Department of Management, Dehaghan Branch, Islamic Azad University, Dehaghan, Iran.
Smrdavoodi@ut.ac.ir
Mohammadreza Sharifi-Ghazvini
Department of Industrial Engineering,Dehaghan Branch, Islamic Azad University, Dehaghan, Iran.

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received: 03 Mar 2024
Accepted: 16 Jul 2024

Keywords:
Kalmar's ratio,Rachev's ratio, distributed stable basket, particle aggregation algorithm.

Abstract

The distributionally stable portfolio examines the uncertainty of the portfolio due to changes in the distribution of portfolio returns. In the current research, the goal of designing and maximizing the distribution stable stock portfolio is based on the Kalmar ratio and the Rachoff ratio, which are reward-risk ratios, and their calculation depends on the distribution of the stock portfolio returns. Risk-reward ratios are very important for risk-averse investors by simultaneously considering return and risk. The research strategy to stabilize the return distribution parameter is to consider all the returns that are located in a neighborhood of the empirical distribution of the portfolio, which has been used to determine such distributions using Wasserstein's metric criteria and K-L divergence. A sample portfolio of the research consists of 8 indices or industries from the Tehran Stock Exchange with the largest trading volume in the time period from the beginning of 2011 to the end of 2018 and in the weekly time horizon. The test data has been divided into 5 periods, and to evaluate the results of the stable distribution basket compared to the basket without this property, the result of dividing the average ratios of Kalmar and Rachev in the 5 periods by their standard deviation has been used. The results of the optimization with the help of particle aggregation algorithm show that the distribution stable basket of squid improves the mentioned ratio by 1.27 and in addition, the minimum ratio of squid in 5 periods in the distribution stable basket is higher than the basket without this feature. The stable distribution portfolio of Rachof improves this ratio by 1.40, and in addition, the minimum ratio of Rachof in 5 periods in the stable distribution portfolio is higher than the portfolio without this feature.

© The Author(s). Publisher: Islamic Azad Univercity of Aliabad Katoul Branch.

فصلنامه تحلیل بازار سرمایه

شاپا الکترونیک: ۲۷۸۳-۳٤۸۸ سال ٤ شماره ۲

صفحه: ٦۷-۹٦ https://jcma.aliabad.iau.ir

طراحی و بهینه سازی سبد سهام استوار توزیعی بر اساس نسبت های کالمار و راچف

منا بیرانوند

گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران.

سید محمدرضا داودی (نویسنده مسئول)

گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران.

smrdavoodi@ut.ac.ir

محمدرضا شریفی قزوینی

گروه مهندسی صنایع، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران.

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:
پژوهشی

تاریخچه مقاله:
تاریخ دریافت: ۱۳ اسفند ماه ۱٤۰۲
تاریخ پذیرش: ۲٦ تیرماه ۱٤۰۳

واژگان کلیدی:
نسبت کالمار، نسبت راچف، سبد استوار توزیعی،الگوریتم تجمعی ذرات

چکیده

سبدسهام استوار توزیعی، مسئله نااطمینانی سبدسهام، ناشی از تغییرات توزیع بازده سبد را بررسی می‌کند. در پژوهش حاضر هدف طراحی و بیشینه‌سازی سبد سهام استوار توزیعی براساس نسبت کالمار و نسبت راچف می‌باشد که از نسبت‌های پاداش-ریسک هستند و محاسبه آن‌ها به توزیع بازده سبدسهام وابسته است. نسبت‌های پاداش-ریسک با در نظر گرفتن همزمان بازده و ریسک برای سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز اهمیت فراوانی دارد. استراتژی پژوهش برای استوارسازی پارامتر توزیع بازده، در نظر گرفتن تمام بازده‌هایی می‌باشد که در یک همسایگی از توزیع تجربی سبد قرار دارد که برای تعیین چنین توزیع‌هایی از معیارهای متریک واسرشتن و واگرایی کی-ال استفاده شده است. سبد نمونه‌ای پژوهش متشکل از ۸ شاخص یا صنعت از بورس اوراق بهادار تهران با بیشترین حجم معاملاتی در بازه زمانی ابتدای ۱۳۸۹ تا انتهای ۱٤۰۰ و در افق زمانی هفتگی می‌باشد. داده‌های آموزش به ۵ دوره تقسیم شده است و برای ارزیابی نتایج سبد استوار توزیعی در مقایسه با سبد فاقد این خاصیت از حاصل تقسیم میانگین نسبت‌های کالمار و راچف در ۵ دوره مذکور به انحراف معیار آنها استفاده شده است. نتایج بهینه‌سازی به کمک الگوریتم تجمعی ذرات نشان می‌دهد که سبد استوار توزیعی کالمار نسبت مذکور را به میزان ۱/۲۷ بهبود می‌دهد و بعلاوه کمینه نسبت کالمار در ۵ دوره در سبد استوار توزیعی نسبت به سبد فاقد این خاصیت بیشتر می‌باشد. همچنین سبد استوارتوزیعی راچف این نسبت را به میزان ۱/٤۰ بهبود می‌دهد و بعلاوه کمینه نسبت راچف در ۵ دوره در سبد استوار توزیعی نسبت به سبد فاقد این خاصیت بیشتر می‌باشد. طراحی و بهینه‌سازی سبد سهام استوار توزیعی می‌تواند به بهبود عملکرد سرمایه‌گذاری، کاهش ریسک و افزایش بازدهی کمک کند.

ناشر: دانشگاه آزاد اسلامی واحد علی‌آبادکتول. © نویسندگان.

۱. مقدمه

زمانی سرمایه‌گذار تصمیم میگیرد تا سرمایه خود را بین چند دارایی مالی تقسیم کند، مسئله انتخاب سبدسهام بهینه خود را نشان میدهد. سوال اساسی این است که سرمایه اولیه به چه نسبتی بین داراییها تقسیم گردد تا سرمایه گذار بتواند به هدف خود دست یابد. این هدف غالباً رسیدن به یک حداقل سطح بازده یا ثروت مشخص در ضمن تحمل کمترین ریسک ممکن میباشد و مدل سبدسهام مارکویتز[1](مدل میانگین–واریانس) اولین بار به مدلسازی چنین مسئله ای پرداخت (ژانگ[2]،۲۰۲۲). پس از بسته شدن سبد، تغییرات قیمتی داراییهای سبد در گذر زمان رخ میدهد و برای سبد در انتهای افق زمانی سرمایه گذاری، بازده ای را حاصل میکند. این بازده ممکن است بعلت تغییرات شدید قیمتی تعدادی از داراییها، از بازده ای که در مرحله نظری مورد انتظار بوده، فاصله زیادی داشته باشد. در واقع آنچه رخ داده فاصله زیاد پیش بینی تا واقعیت است و از این رو با نوعی عدم استواری در انتخاب سبد سهام مواجه هستیم. در برنامه‌ریزی ریاضی معمولاً مسائل با پیش فرض قطعی بودن پارامترهای مدل بهینه می‌گردند. حال آنکه در دنیای واقعی اکثر داده‌ها دچار عدم قطعیت‌اند (جی و همکاران[3]،۲۰۲۲). در مسائل دنیای واقعی ممکن است با تغییر یکی از داده‌ها تعداد زیادی از محدودیت‌ها نقض شده و جواب بدست آمده غیر بهینه یا حتی غیرممکن باشد. در نتیجه این بحث سؤال اصلی ساخت جوابی برای مسئله پیش می‌آید که در مقابل این عدم قطعیت داده‌ها مقاوم باشد که اصطلاحاً این پاسخ‌ها را استوار و این دسته از بهینه‌سازی را بهینه‌سازی استوار[4]می‌نامند (لی،۲۰۲۳).

در کشور ایران همواره بازار سرمایه با ریسک‌های زیادی خصوصاً ریسک سیاسی و تغییر قوانین مواجه است که این ریسک‌ها می‌تواند دارایی‌های سبد سرمایه گذاران را با تغییرات قیمتی شدید

[1] Markowitz
[2] Zhang
[3] Ji et al.
[4] Robust Optimization

پیش‌بینی نشده‌ای مواجه کرده و احیاناً منجر به افت‌های شدیدی در ارزش سبدسهام گردد. بر این اساس، پژوهش حاضر به دنبال پاسخگویی به این سوال است که طراحی و بهینه سازی سبد سهام استوار توزیعی بر اساس نسبت‌های کالمار و راچف دارای چه مفروضاتی می باشند و عملکرد آن ها در بورس اوراق بهادار تهران چگونه است؟

۲. مبانی نظری

پارامترهای مورد استفاده در مدل‌های بهینه‌سازی سبدسهام غالباً بر اساس رفتار آماری دارایی‌های سبد در داده‌های تاریخی برآورد می‌گردد. منظور از رفتار آماری، توزیع بازده دارایی‌های تشکیل دهنده سبدسهام می‌باشد. زمانی که توزیع بازده دارایی‌ها مشخص باشد، پارامترهای اساسی سبدسهام همچون بازده، واریانس، چولگی، کشیدگی، ارزش در معرض ریسک، ریزش مورد انتظار و ... بعنوان چندک‌ها یا گشتاورهای توزیع بازده قابل محاسبه می‌باشد (حسینی نوده و همکاران،۲۰۲۲)

استوارسازی سبدسهام برای یک یا چند پارامتر بدین معنا می‌باشد که جواب بهینه به صورتی محاسبه گردد که در صورت انحراف پارامترهای برآورد شده از مقدار مورد انتظار (در یک محدوده انحراف مشخص)، سبدسهام با تغییرات شدید مواجه نشود. رویکرد کلی در استوارسازی بدین صورت است که برای پارامتر دارای عدم قطعیت، سناریوهایی در مجموعه ابهام[۵] یا عدم قطعیت در نظر گرفته شود و عملکرد سبدسهام در سناریوهای مختلف مورد ارزیابی قرار می‌گیرد (دوو و همکاران[۶]،۲۰۲۰). در این حالت، متداول ترین رویکرد در استوارسازی، رویکرد بدترین سناریو می‌باشد که بر اساس آن جواب بهینه به صورتی انتخاب می‌گردد که بیشترین ضرر حاصل شده در سناریوهای مختلف، کمینه گردد. در این صورت مسئله بهینه‌سازی به فرم یک مدل مکس-مین[۷] ظاهر می‌شود (جی و همکاران،۲۰۲۲).

[5] Biguity set
[6] Du et al.
[7] Max-min

پویایی بازار سهام می‌تواند موجب تغییر در بازده دارایی‌های سبدسهام برای دوره‌های زمانی مختلف شود و مسئله سبدسهام استوار توزیعی با توزیع بازده سبدسهام به صورت یک پارامتر دارای عدم قطعیت برخورد می‌کند. در پژوهش حاضر، توزیع بازده سبد سهام (نه تک تک دارایی‌ها) از دیدگاه توزیع تجربی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین صورت توزیع سبدسهام می‌تواند از مقدار برآوردی تجربی خود منحرف شود. این انحراف‌ها در واقع همان سناریوهایی هستند که در بهینه‌سازی استوار از آنها صحبت شد. برای این منظور نیاز است تا فاصله بین دو توزیع (توزیع تجربی و توزیع دارای انحراف از توزیع تجربی) مورد اندازه‌گیری قرار گیرد. برای این منظور پژوهش حاضر از معیارهای متریک واسرشتین و فاصله واگرایی کی–ال استفاده می‌کند. با اندازه گیری فاصله بین دو اندازه احتمال (که یکی از آنها همان توزیع تجربی بازده سبدسهام می‌باشد)، نااستواری سبدسهام توسط یک شعاع همسایگی حول بازده تجربی کنترل می‌شود. بدین صورت استوارسازی با اطمینان بالاتر با شعاع همسایگی بزرگتر حول توزیع تجربی کنترل می‌شود. بدین صورت شعاع بزرگتر در بردارنده سناریوهای بیشتر می باشد و تاثیر آنها در بهینه سازی سبد سهام در نظر گرفته می شود (لوپز و همکاران[8]،۲۰۲۳).

تا کنون بیان شد که سبد سهام پژوهش از نوع استوار توزیعی می‌باشد و در ادامه تابع هدف مدل سبد پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد. ریسک، عدم اطمینان پیرامون ارزش آتی یک دارایی یا سبد ابزارهای مالی تعریف می‌شود. اندازه گیری و کنترل ریسک برای بقا و حفظ یک سیستم مالی سالم و کارآمد ضروری است (کوبایاشی و همکاران[9]، ۲۰۲۱). نسبت اول در پژوهش نسبت کالمار[10] است که در آن میانگین بازده سبد بر حداکثر افت[11] تقسیم می‌شود و بزرگتر بودن نسبت کالمار مطلوب سرمایه‌گذاران می‌باشد. حداکثر افت بزرگترین مقدار کاهش در بازده سبدسهام را قبل از یک زمان مشخص اندازه گیری می‌کند. نسبت مهم دیگر، نسبت پاداش–ریسک راچف[12] می‌باشد که برای

[8] López et al
[9] Kobayashi et al.
[10] Calmar ratio
[11] Maximum drawdown
[12] Rachev ratio

اندازه‌گیری پتانسیل پاداش دنباله سمت راست نسبت به ریسک دم چپ در یک توزیع غالباً غیر گاوسی طراحی شده است و برای محاسبه مقادیر مذکور از ارزش در معرض ریسک شرطی برای توزیع‌های بازده و ضرر (قرینه توزیع بازده) استفاده می‌کند. محاسبه نسبت پاداش-ریسک راچف به توزیع بازده سبدسهام وابسته می‌باشد. تابع هدف مدل انتخاب سبدسهام پژوهش حاضر، بیشینه‌سازی نسبت‌های کالمار و راچف می‌باشد که به توزیع بازده سبدسهام وابسته می‌باشد. بعبارتی تغییر توزیع بازده می‌تواند این نسبت‌ها را از تغییر دهد و با نااستواری مواجه کند و هدف پژوهش حاضر استوار سازی مدل سبدسهام با در نظر گرفتن نسبت‌های کالمار و راچف با رهیافت استوارسازی توزیعی می‌باشد. و از این رو برای استوارسازی آن باید تغییرات بازده حول توزیع تجربی لحاظ شود. بدین صورت مدل سبدسهام پژوهش حاضر از نوع استوار توزیعی با تابع هدف بیشینه‌سازی نسبت‌های کالمار و راچف می‌باشد.

۱-۲. پیشینه تحقیق

حمیدیه و همکاران (۱۴۰۲) درپژوهشی تحت عنوان بهینه‌سازی استوار پرتفوی تحت معیار ارزش در معرض ریسک شرطی ـ فاصله‌ای در بورس تهران پرداختند. تاکنون روش‌های زیادی برای سنجش ریسک سرمایه‌گذاری مطرح شده است؛ اما قیمت دارایی‌های ریسکی، به‌دلیل پیچیدگی بازار مالی، به‌سرعت و به‌طور تصادفی تغییر می‌کند و فاصله تصادفی، ابزار مناسبی برای توصیف عدم قطعیت تصادفی و عدم دقت است. با توجه به عدم قطعیت در بازارهای مالی، این پژوهش از فواصل تصادفی برای توصیف بازده دارایی ریسکی استفاده کرده است و ریسک دنباله در نظر گرفته‌شده، ارزش در معرض ریسک شرطی ـ فاصله‌ای (ICVaR) نام‌گذاری شده است. ارزش فاصله‌ای در این مدل، بسط مدل پرتفوی کلاسیک است که می‌تواند به‌طور جامع، پیچیدگی بازار مالی و ریسک‌پذیری سرمایه‌گذاران را منعکس کند. با استناد بر نتایج به‌دست‌آمده از داده‌های واقعی ۱۰ شرکت، از بین ۳۰ شرکت بزرگ موجود در بازار بورس تهران، مدل ICVaR قابل تفسیر و سازگار با سناریوی عملی است و می‌تواند در سطوح مختلفی از ریسک و بسته به درجه ریسک‌پذیری سرمایه‌گذار، در

انتخاب پرتفوی بهینه مناسب باشد. این پژوهش از رویکرد بهینه‌سازی پرتفوی تحت معیار جدید ارزش در معرض ریسک شرطی ـ فاصله‌ای، از طریق قیمت پایانی، بالاترین قیمت و پایین‌ترین قیمت در هر روز معاملاتی استفاده کرده است. در این مدل، دامنه بازده دارایی پُرریسک به‌عنوان یک متغیر تصادفی با ارزش فاصله‌ای به‌دست آمده است. همچنین برای توصیف ریسک، از CVaR با مقدار فاصله‌ای، به‌جای واریانس در یک سطح معینی از بازده استفاده شده است.

شیرکوند و فدایی (۱۴۰۱) در پژوهشی به بهینه‌سازی سبدسهام استوار با به‌کارگیری مدل‌های چند متغیره و امگا- ارزش در معرض ریسک شرطی بر پایه ملاک حداقل حداکثر پشیمانی پرداختند. به‌منظور به‌دست‌آوردن سبدسهام بهینه، از سناریوبندی وضعیت‌های مختلف بازار، بر اساس بازده روزانه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و به‌کارگیری الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات و ملاک حداقل حداکثر پشیمانی استفاده شده است. همچنین در این پژوهش، توابع هدف چندمتغیره و امگا ـ ارزش در معرض ریسک شرطی، به‌عنوان توابع برازش در بهینه‌سازی توده ذرات به‌کار گرفته شده است. از داده‌های ۵۰ شرکت بورسی، طی سال‌های ۱۳۸۸ تا ۱۳۹۵، برای محاسبه سبدهای سهام بهینه و داده‌های سال ۱۳۹۶ به عنوان خارج از نمونه، برای آزمون سبدهای سهام به‌دست‌آمده استفاده شده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که در بازه ماهانه، سبدهای سهام بهینه استوار در مقایسه با سبدسهام معیار، نسبت اطلاعاتی بیشتر و خطای ردیابی کمتری دارند. نتیجه‌گیری: سناریوبندی بازار و به‌کارگیری ملاک حداقل حداکثر پشیمانی، عملکرد سبدهای سهام بهینه استوار را بهبود می‌دهد. همچنین، نتیجه مقایسه مدل معیار میانگین نیم‌واریانس با تابع چندمتغیره و ضریب امگا ـ ارزش در معرض ریسک شرطی برای بهینه‌سازی سبدسهام، نشان داد که تابع چندمتغیره و ضریب امگا ـ ارزش در معرض ریسک شرطی به بهبود بیشتری در عملکرد سبدهای سهام استوار منجر می‌شود.

حیدری و همکاران (۱۴۰۰) تلاش کردند که از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده برای حل مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار ارائه‌شده توسط امیری و حیدری (۱۳۹۹) در

ابعاد بزرگ‌تر و به‌منظور بهینه‌سازی سبدسهام استفاده شود. در این راستا ۱۵ مسئله معین با ابعاد (تعداد شرکت و دوره زمانی) مختلف طراحی شده و پردازش روی آن‌ها صورت می‌گیرد. نتایج حاصل از اجرای دو الگوریتم بر روی ۱۵ مسئله مذکور با استفاده از آزمون آماری T مورد مقایسه قرار گرفته است که بیانگر عدم تفاوت معنادار بین دو الگوریتم در انتخاب سبد سرمایه‌گذاری است اما رویکرد ترکیبی تاپسیس و وزن‌دهی آنتروپی، الگوریتم ژنتیک را به‌عنوان الگوریتم برتر انتخاب می‌کند.

لی[13](۲۰۲۳) یک نوع استوارسازی از مدل بهینه‌سازی سبدسهام کلی به نام بهینه‌سازی سبد کلی–وازرتین [14]را معرفی کردند. در این مدل یک استوارسازی توزیعی به مسئله اساسی خطای تخمین در بهینه‌سازی سبدسهام کلی با تعریف یک همسایگی از توزیع‌های نزدیک به توزیع بازگشتی تجربی با استفاده از متریک وازرتین می‌پردازد. مدل به صورت کارآمد به عنوان یک برنامه محدب قابل حل است. با استفاده از داده‌های مالی تجربی، مطالعه عددی نشان می‌دهد که سبد کلی–وازرتین می‌تواند در آزمایش‌های خارج از نمونه در چندین معیار عملکرد بهتر از سبدهای کلی عمل کند و ثبات بیشتری از خود نشان دهد.

برمین و هلم[15](۲۰۲۲) نشان دادند که معامله‌گران استراتژی کلی به طور طبیعی به گونه‌ای معامله می‌کنند که تعادلی را برای ماتریس کوواریانس آنی القا کنند. این تعادل، که به تنهایی از معاملات ناشی می شود، این ویژگی را دارد که همبستگی تعادل را می توان به عنوان نقطه زین یک بازی دیفرانسیل تصادفی توصیف کرد. با این حال، از آنجایی که بازی لزوماً یک بازی با مجموع صفر نیست، نوسانات تعادلی کمتر از آن چیزی است که از بازی پیش‌بینی می‌شود. تعادل کوواریانس به طور کامل توسط نرخ بازده لگاریتمی، نرخ بهره و تمایل کل به اهرمی که در بازار مشاهده می شود مشخص می شود.

[13] Li
[14] Wasserstein- Kelly
[15] Bermin & Holm

جی و همکاران[16](۲۰۲۲) مسئله بهینه‌سازی استوار توزیعی سبدسهام با نسبت بازده تعدیل شده با دم پایدار خطی شده را مطالعه کردند که در آن هدف به حداکثر رساندن معیار عملکرد نسبت مذکور در بدترین حالت تحت ابهام واسرشتن[17]مبتنی بر داده است. برای منعکس کردن محدودیت‌های بازار سهام، دو محدودیت به نام محدودیت‌های آستانه خرید و تنوع در نظر گرفته می‌شود. مسائل پیشنهادی به مسائل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط فرموله می‌شوند و در پایان نتایج اعتبارسنجی با استفاده از روش افق غلتشی، عملکرد برتر خارج از نمونه سبدهای پژوهش را نشان می‌دهد.

حسینی نوده و همکاران (۲۰۲۲) بهینه‌سازی سبدسهام با فرض توزیع ناشناخته بازده دارایی از نظر توزیع را با یک محدودیت تسلط تصادفی مبهم در نظر می‌گیرد. هدف، به حداکثر رساندن بازده مورد انتظار در بدترین حالت و مشروط به یک محدودیت غالب تصادفی مرتبه دوم مبهم است نشان داده شده است که بهینه‌سازی سبدسهام مبتنی بر ابهام واسرشتن را می‌توان به یک برنامه نیمه معین و برنامه‌ریزی مخروطی مرتبه دوم کاهش داد. مسائل با استفاده از راه‌حل‌های بهینه برنامه‌های بهینه‌سازی بر اساس تنظیمات مختلف به طور عمیق مورد بررسی قرار می‌گیرند.

شکاف تحقیقاتی

مشارکت اصلی این پژوهش را می‌توان در سه نکته زیر خلاصه کرد:

۱-طراحی مدل انتخاب سبدسهام جدید استوار توزیعی بر اساس نسبت کالمار با متریک واسرشتن و بررسی عملکرد آن در بورس اوراق بهادار تهران.

۲- طراحی مدل انتخاب سبدسهام جدید استوار توزیعی بر اساس نسبت راچف با واگرایی کی-ال و بررسی عملکرد آن در بورس اوراق بهادار تهران.

[16] Ji et al.
[17] Wasserstein

با بررسی پیشینه تحقیقات مشخص می‌شود که بهینه‌سازی استوار توزیعی برای سبدسهام با بیشینه‌سازی نسبت کالمار و بهینه‌سازی استوار توزیعی برای سبدسهام با بیشینه‌سازی نسبت راچف که از نسبت های پاداش-ریسک مهم و پرکابرد در دنیای مالی هستند تا کنون در ادبیات تحقیق مورد بررسی قرار نگرفته است. همچنین در پژوهش حاضر یک الگوریتم بهینه سازی فراابتکاری جدید برای دو مدل مذکور بر پایه الگوریتم تجمعی ذرات ارائه می شود. این دو مدل انتخاب سبدسهام در پژوهش حاضر معرفی و مورد ارزیابی عملکرد قرار می گیرند. شایان ذکر است سبدسهام استوار توزیعی تا کنون در تحقیقات داخلی مورد بررسی قرار نگرفته است.

۳. روش شناسی پژوهش

۱-۳. ابزار و روش پژوهش

روش پژوهش حاضر بر اساس هدف از نوع کاربردی و ازنظر نوع داده‌ها، پس رویدادی می‌باشد. پژوهش‌های کاربردی با استفاده از زمینه و بستر شناختی و معلوماتی که از طریق تحقیقات بنیادی فراهم‌شده برای رفع نیازمندی‌های بشر و بهبود و بهینه‌سازی ابزارها، روش‌ها، اشیاء و الگوها در جهت توسعه رفاه و آسایش و ارتقای سطح زندگی انسان مورداستفاده قرار می‌گیرند؛ هدف پژوهش‌های کاربردی، توسعه دانش کاربرد در یک زمینه خاص است.

در پژوهش‌های پس رویدادی، کشف علت‌ها یا عوامل بروز یک رویداد یا حادثه یا پدیده موردنظر است؛ بنابراین، پس‌ازآنکه واقعه‌ای روی داد، پژوهش دربارهٔ آن شروع می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که این پژوهش از نظر روش، جزء پژوهش‌های توصیفی همبستگی می‌باشد. در پژوهش حاضر برای تعیین یک همسایگی حول توزیع تجربی بازده سبدسهام از دو معیار واگرایی کی-ال و متریک واسرشتین استفاده می‌شود و مدل استوار توزیعی در نهایت به شکل یک مدل مین-مکس ظاهر می‌شود و با توجه به فرم غیر خطی آن از الگوریتم فراابتکاری تجمعی ذرات برای بهینه‌سازی آن استفاده می‌شود. در بخش عملی دو مدل به کمک یک سبدسهام نمونه‌ای در بورس اوراق بهادار تهران مورد پیاده سازی قرار می گیرد تا ، عملکرد سودآوری آنها مورد بررسی قرار

گیرد. برای سنجش سودآوری از دو معیار تغییر پذیری نسبت‌های مذکور در داده‌های تست و کمینه آنها استفاده می‌شود. برای اعتبارسنجی مدل از مدل‌های بیشینه‌سازی نسبت راچف و کالمار بدون خاصیت استوارسازی توزیعی استفاده می‌شود. برای پیاده سازی مدل از کدنویسی در نرم افزار متلب استفاده شده است.

۲-۳. جامعه آماری

سبد نمونه‌ای پژوهش حاضر از ۸ شاخص یا صنعت از بورس اوراق بهادار تهران با بیشترین حجم معاملاتی در بازه زمانی ابتدای ۱۳۸۹ تا انتهای ۱۴۰۰ تشکیل شده است.

۳-۳. مدل پژوهش

در این بخش به معرفی دو مدل سبدسهام جدید می پردازیم.

۱-۳-۳. مدل اول پژوهش

در ابتدا مدل اول یعنی سبدسهام استوار توزیعی بر اساس نسبت کالمار با متریک واسرشتن معرفی می‌شود. نخست به معرفی فاصله یا متریک واسرشتن پرداخته می‌شود. فاصله واسرشتن یا متریک کانترویچ-رابینشتن[18]یک تابع فاصله است که بین توزیع‌های احتمال در یک فضای متریک معین M تعریف می‌شود. بطور شهودی، اگر هر توزیع به عنوان یک تپه خاکی انباشته شده در M در نظر گرفته شود، متریک واسرشتن، حداقل هزینه تبدیل یک تپه به دیگری است که حاصلضرب مسافتی که باید جابجا شود در تفاوت بین میانگین‌های دو توزیع می‌باشد. در صورتی که (M,d) یک فضای متریک باشد و$P_p(M)$, p≥۱ فضای تمام اندازه‌هایی مانند μ تعریف می‌شود که P-امین گشتاور آنها متناهای می‌باشد یعنی نقطه x_0 موجود است که

$$\int_M d\,(x,x_.)^p d\mu(x) < \infty. \qquad (۱)$$

در صورتی که$\mu,\nu \in P_p(M)$, p-امین فاصله واسرشتن بین μ,ν به صورت

[18] Kantorovich-Rubinstein

$$W_p(\mu,\nu) := \left(\inf_{\gamma \in \Gamma(\mu,\nu)} \int_{M\times M} d\,(x,y)^p d\gamma(x,y) \right)^{1/p} \quad (۲)$$

تعریف می‌شود که $\Gamma(\mu,\nu)$ فضای تمام اندازه‌هایی روی $M \times M$ می‌باشد که توابع اندازه حاشیه‌ای آنها برابر μ, ν می‌باشد. تحت این شرایط می‌توان نشان داد که

$$W_p(\mu,\nu) = (inf\, \boldsymbol{E}\,[d(X,Y)^p])^{1/p} \quad (۳)$$

بعنوان نمونه برای دو اندازه اتمی $\mu_1 = \delta_{a_1}$ و $\mu_2 = \delta_{a_2}$در اعداد حقیقی، فاصله واسرشتن برابر $W_p(\mu_1,\mu_2) = |a_1 - a_2|$. می‌باشد. همچنین برای دو توزیع نرمال $\mu_1 = \mathcal{N}(m_1, C_1)$ و $\mu_2 = \mathcal{N}(m_2, C_2)$ که $C_1, C_2 \in R^{n\times n}$ فاصله واسرشتن عبارت است از:

$$W_2(\mu_1,\mu_2)^2 = \|m_1 - m_2\|_2^2 + \text{trace}(C_1 + C_2 - 2(C_2^{\frac{1}{2}} C_1 C_2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \quad (٤)$$

که در حالت نرمال یک بعدی به صورت $W_1(\mu_1,\mu_2) = \int_{\mathbb{R}} |F_1(x) - F_2(x)|\, dx$ می‌باشد. برای اندازه‌های گسسته و متناهی P, P_0 فاصله واسرشتن به صورت رابطه (۵) در می‌آید.

$$W(P,P_0) = \inf_{\pi \geq 0} \left(\sum_{i,j\in N} \pi_{i,j}\, ||\xi_j - \xi_i^0|| : \begin{matrix} \sum_{j\in N} \pi_{i,j} = p_i^0, \forall i \in N \\ \sum_{i\in N} \pi_{i,j} = p_j, \forall j \in N \end{matrix} \right) \quad (۵)$$

که در آن توزیع P , مقدار ξ_j را با احتمال p_j و توزیع P_0 مقدار ξ_i^0 را با احتمال p_i^0 کسب می‌کند. پس از معرفی متریک واسرشتن در ادامه به معرفی نسبت کالمار پرداخته می‌شود که برای محاسبه آن نیاز است تا حداکثر افت یا کاهش (MDD[19]) محاسبه شود. حداکثر افت یا کاهش بدترین ضرر متوالی در یک دوره زمانی مشخص است. حداکثر افت از سبدسهام توسط

$$MDD = -\min_{\tau\in(0,T)} \left(\min_{t\in(0,\tau)} r(t,\tau) \right) \quad (٦)$$

[19] Maximum drawdown

اندازه گیری می‌شود که که در آن $r(t,\tau)$ بازده در بازه زمانی بین t و τ است. حداکثر افت، بدترین عملکرد تحقق یافته از زمان آغاز به کار سبدسهام در طول یک افق سرمایه‌گذاری معین است. بنابراین دارایی‌هایی با کمترین میزان حداکثر افت بیشتر مورد علاقه سرمایه‌گذاران هستند. علاوه بر این، حداکثر کاهش نیز اطلاعات مربوط به تکامل زمانی یک سری بازده را در مقابل سایر معیارهای ریسک مبتنی بر چندک رمزگذاری می‌کند. بنابراین توزیع بازده سبدسهام در محاسبه این مقدار توزیع بازده سبد نقش اساسی دارد. نسبت کالمار نسبت بازگشت به حداکثر کاهش است یعنی:

$$Calmar = \frac{R}{MDD} \qquad (۷)$$

که در آن R میانگین بازده تحقق یافته است، و MDD حداکثر کاهش تحقق یافته معادله در یک افق زمانی سرمایه‌گذاری معین است. سرمایه‌گذاران دارایی‌هایی با نسبت‌های کالمار بالاتر را به دارایی‌هایی با نسبت‌های کالمار پایین تر ترجیح می‌دهند. همانطور که مشاهده می‌شود این نسبت به توزیع بازده حساس می‌باشد. پس از بیان متریک واسرشتن و نسبت کالمار، مدل استوار توزیعی پژوهش با هدف بیشینه‌سازی نسبت کالمار به صورت یک برنامه‌ریزی مکس–مین مطابق رابطه (۸) تعریف می‌شود.

$$\max_{x} \inf_{P\in D(w)} Calmar(x,r) = \frac{E(x^t r)}{MDD(x,r)}$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad (۸)$$
$$\forall i: x_i \geq 0$$

که در آن

$$D_w(P,P_0) = \{P \in P(\Omega) | W(P,P_0) < \theta\} \qquad (۹)$$

در رابطه(۸)، x بردار وزن سبدسهام، r بردار بازده دارایی‌ها، P_0 توزیع تجربی سبدسهام می‌باشد و پارامتر θ کنترل کننده شعاع همسایگی از توزیع تجربی می‌باشد. $D_W(P,P_0)$ نیز شامل تمام

اندازهایی می‌باشد که در همسایگی θ از توزیع تجربی قرار دارند. برای بهینه‌سازی مدل (۸) از الگوریتم تجمعی ذرات یا pso[۲۰] استفاده می‌باشد. این الگوریتم از توده‌ای از ذرات تشکیل شده است. هر ذره‌ای در ناحیه‌ای از فضای جستجو ساکن شده است. مقدار تابع هدف برای هر ذره میزان شایستگی یا برازندگی مکان آن ذره را نشان می‌دهد. ذرات در ناحیه جستجو با سرعت مشخصی حرکت می‌کنند. سرعت ذره(جهت و مقدار سرعت) تحت دو عامل قرار دارد. یکی بهترین تجربه‌ای که آن ذره تا کنون داشته است (بهترین مقدار برازندگی که تا کنون داشته است) و عامل دیگر بهترین تجربه‌ای که ذرات مجاور تا کنون داشته اند. و در نهایت حرکت ذرات به سمت نقطه بهینه همگرا خواهد شد. برای بهینه‌سازی مدل(۸) از ترکیب دو الگوریتم تجمعی ذرات استفاده می‌شود. الگوریتم PSO اول دارای تابع هدف بیشینه‌سازی می‌باشد، یک نسل از جواب‌ها را تولید می‌کند که هر ذره، یک سبدسهام می‌باشد و تابع هدف آن به شکل

$$f(x) = \min_{P \in D(w)} Kalmar(x,r) = \frac{E(x^t r)}{MDD(x,r)} \square \qquad (۱۰)$$

می‌باشد. در فرآیند محاسبه تابع هدف رابطه (۱۰)، یک مدل کمینه سازی وجود دارد که برای کمینه سازی اخیر نیز از یک الگوریتم pso استفاده می‌شود که متغیر تصمیم تابع اندازه می‌باشد که در یک شعاع همسایگی از تابع توزیع تجربی قرار دارد. در نهایت پس از بهینه‌سازی سبدسهام، عملکرد آن بر روی داده‌های آزمون مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲-۳-۳. مدل دوم پژوهش

در این بخش مدل دوم پژوهش یعنی سبدسهام استوار توزیعی بر اساس نسبت راچف با واگرایی کی–ال مدل‌سازی می‌شود. در ابتدا به معرفی واگرایی کی–ال می‌پردازیم. واگرایی کی–ال که آنتروپی نسبی[۲۱] و ال واگرایی نیز نامیده می‌شود و با $D_{\mathrm{KL}}(P \parallel Q)$ نشان داده می‌شود، نشان‌دهنده یک نوع فاصله آماری است: یعنی معیاری برای تفاوت یک توزیع احتمال P با توزیع احتمال دوم مرجع Q

[20] Particle swarm optimization
[21] relative entropy

می‌باشد. یک تفسیر ساده از واگرایی $D_{\mathrm{KL}}(P \parallel Q)$ غافلگیری بیش از حد مورد انتظار استفاده از اندازه Q به عنوان مدل است در حالیکه توزیع واقعی مدل برابر اندازه P است. کی–ال واگرایی در حالی که یک فاصله است، یک متریک(آشناترین نوع فاصله) نیست یعنی کی–ال واگرایی برای دو توزیع دارای خاصیت متقارن نیست و نابرابری مثلث را برآورده نمی‌کند. در عوض، از نظر هندسه اطلاعات[۲۲]، یک نوع واگرایی(تعمیم فاصله مربعی[۲۳]) است و برای کلاس‌های خاصی از توزیع‌ها (به ویژه خانواده نمایی)، قضیه فیثاغورث تعمیم یافته را برآورده می‌کند.

در حالت ساده، واگرایی کی–ال با مقدار صفر نشان می‌دهد که دو توزیع مورد نظر دارای مقادیر یکسانی از اطلاعات هستند. واگرایی کی–ال یک تابع غیرمنفی از دو توزیع یا اندازه است و دارای کاربردهای متنوعی مانند کاربردهای نظری شامل مشخص کردن آنتروپی (شانون) در سیستم‌های اطلاعاتی، تصادفی بودن در سری‌های زمانی پیوسته و کسب اطلاعات هنگام مقایسه مدل‌های آماری استنتاج و کاربردهای عملی مانند آمار کاربردی، مکانیک سیالات، علوم اعصاب و بیوانفورماتیک می‌باشد. دو توزیع احتمال P و Q را در نظر بگیرید. معمولاً P داده‌ها، مشاهدات یا توزیع احتمال اندازه گیری شده را نشان می‌دهد. توزیع Q در عوض یک نظریه، یک مدل، یک توصیف یا تقریبی از P را نشان می‌دهد. سپس واگرایی کی–ال به عنوان تفاوت میانگین تعداد بیت‌های مورد نیاز برای کدگذاری نمونه‌های P با استفاده از کد بهینه‌شده برای Q به جای کد بهینه‌شده برای Pتفسیر می‌شود. واگرایی کی–ال از اندازه Q تا P که با $D_{\mathrm{KL}}(P \parallel Q)$ نشان داده می‌شود به صورت

$$D_{\mathrm{KL}}(P \parallel Q) = \sum_{x \in \mathcal{X}} P(x) \log\left(\frac{P(x)}{Q(x)}\right) \qquad (۱۱)$$

تعریف می‌شود که در فرم پیوسته (توزیع پیوسته) به صورت رابطه (۱۲) تعریف می‌گردد.

$$D_{\mathrm{KL}}(P \parallel Q) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) dx \qquad (۱۲)$$

[22] Information geomrtry
[23] Squared distance

واگرایی کی–ال همواره مقداری مثبت است یعنی $D_{\mathrm{KL}}(P \parallel Q) \geq 0$ همچنین مطابق رابطه

$$D_{\mathrm{KL}}(P \parallel Q) = \sum_{x \in \mathcal{X}} p\,(x)\, log \frac{1}{q(x)} - \sum_{x \in \mathcal{X}} p\,(x)\, log \frac{1}{p(x)} \qquad (۱۳)$$
$$= H(P,Q) - H(P)$$

واگرایی کی–ال ، تفاضل آنتروپی شانون از آنتروپی توأم دو اندازه احتمال می‌باشد. بعنوان نمونه واگرایی کی–ال برای دو توزیع احتمال نرمال با میانگین‌های $\boldsymbol{\mu_0, \mu_1}$ و واریانس‌های $\boldsymbol{\Sigma_0, \Sigma_1}$ برابر

$$D_{\mathrm{KL}}(\mathcal{N}_0 \parallel \mathcal{N}_1) = \frac{1}{2}\Big(tr(\Sigma_1^{-1}\Sigma_0) - k + (\mu_1 - \mu_0)^T \Sigma_1^{-1}(\mu_1 - \mu_0) \qquad (۱۴)$$
$$+ ln\left(\frac{det\,\Sigma_1}{det\,\Sigma_0}\right)\Big).$$

محاسبه می‌شود که برای توزیع نرمال یک بعدی به صورت می‌باشد.

$$D_{\mathrm{KL}}(p \parallel q) = log \frac{\sigma_2}{\sigma_1} + \frac{\sigma_1^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2} - \frac{1}{2}\square \qquad (۱۵)$$

پس از معرفی واگرایی کی–ال در ادامه به معرفی نسبت راچف پرداخته می‌شود. نسبت راچف یک معیار عملکرد ریسک به بازده یک دارایی سرمایه‌گذاری، سبدسهام یا استراتژی است و به طور گسترده در امور مالی کمی مورد مطالعه قرار گرفته است. برخلاف نسبت‌های پاداش به نوسان(تغییر پذیری)، مانند نسبت شارپ و نسبت سورتینو، نسبت راچف یک نسبت پاداش به ریسک است که برای اندازه‌گیری پتانسیل پاداش دنباله سمت راست نسبت به ریسک دم چپ در یک توزیع غیر گاوسی طراحی شده است. نسبت راچف به طور شهودی، پتانسیل بازدهی بسیار مثبت را در مقایسه با خطر زیان شدید (بازده منفی)، در یک سطح اطمینانکه توسط کاربر تعریف شده است، اندازه‌گیری می‌کند. نسبت راچف[۲۴] مطابق رابطه (۱۶) تعریف می‌شود.

[24] Rachev

$$Rachev((1-\eta)100\%,(1-\zeta)100\%) = \frac{CVaR((1-\eta)100\%)for\ (r_f - r)}{CVaR((1-\zeta)100\%)for\ (r - rf)} \quad (۱۶)$$

که در آن $CVaR$، ارزش در معرض ریسک شرطی می‌باشد و $1-\eta$ و $1-\zeta$ سطوح اطمینان می‌باشد. با توجه به اینکه در مدل پژوهش، پارامتر دارای عدم اطمینان برابر توزیع بازده در نظر گرفته شده است، علاوه بر بازده تجربی که در محاسبه نسبت راچف نقش اساسی دارد، یک خانواده از اندازه‌های احتمال نیز در نظر گرفته می‌شود که این خانواده در یک همسایگی از اندازه تجربی قرار دارد. برای این منظور از یک تابع فاصله برای سنجش فاصله دو اندازه باید استفاده کرد که در پژوهش حاضر از واگرایی کی-ال[۲۵] استفاده می‌شود.

پس از معرفی واگرایی کی-ال و نسبت راچف، مدل استوار توزیعی پژوهش با هدف بیشینه‌سازی نسبت راچف به صورت یک برنامه ریزی مکس-مین مطابق رابطه (۱۷) مدل‌سازی می‌شود.

$$\max_{x} \inf_{P\in D_{KL}} \frac{CVaR_{۱-\alpha}(x^t r)}{CVaR_{۱-\eta}(-x^t r)} \quad (۱۷)$$
$$\sum_{i=۱}^{n} x_i = ۱$$
$$\forall i: x_i \geq ۰$$

که در آن

$$D_{KL}(P,P_.) = \{P \in P(\Omega) | D_{KL}(P,P_.) < \theta\} \quad (۱۸)$$

در رابطه(۱۷)، x بردار وزن سبدسهام، r بردار بازده دارایی‌ها و P_0 توزیع تجربی سبدسهام می‌باشد و پارامتر θ کنترل کننده شعاع همسایگی از توزیع تجربی می‌باشد. $D_{KL}(P,P_0)$ نیز شامل تمام اندازهایی می‌باشد که در همسایگی θ از توزیع تجربی قرار دارند. برای بهینه‌سازی مدل (۱۷) از

[25] Kullback–Leibler divergence

الگوریتم تجمعی ذرات یا pso[۲۶] استفاده می‌شود. برای بهینه‌سازی مدل(۱۷) از ترکیب دو الگوریتم تجمعی ذرات استفاده می‌شود. الگوریتم PSO اول دارای تابع هدف بیشینه‌سازی می‌باشد، یک نسل از جواب‌ها را تولید می‌کند که هر ذره، یک سبدسهام می‌باشد و تابع هدف آن به شکل

$$f(x) = \min_{P \in D(w)} Rachev(x,r) = \min_{P \in D(w)} \frac{CVaR_{1-\alpha}(x_{\square}^{t} r)}{CVaR_{1-\eta}(-x_{\square}^{t} r)} \qquad (۱۹)$$

می‌باشد. در فرآیند محاسبه تابع هدف رابطه(۱۹)، یک مدل کمینه سازی وجود دارد که برای کمینه سازی اخیر نیز از یک الگوریتم pso استفاده می‌شود که متغیر تصمیم تابع اندازه می‌باشد که در یک شعاع همسایگی از تابع توزیع تجربی قرار دارد. در نهایت پس از بهینه‌سازی سبدسهام، عملکرد آن بر روی داده‌های آزمون مورد بررسی قرار می‌گیرد.

٤. یافته های پژوهش

٤-١. یافته های پژوهش برای مدل اول

در این بخش به صورت عملی به تشکیل سبد سهام استوار توزیعی در بورس اوراق بهادار تهران اقدام می‌شود. سبد سهام پژوهش از ۸ شاخص یا صنعت از بورس اوراق بهادار تهران از ابتدای ۱۳۸۹ تا انتهای ۱٤۰۰ تشکیل شده است. استفاده از شاخص به مفهوم تشکیل یک سبد سهام متنوع از سهام موجود در آن صنعت می‌باشد. بعنوان نمونه استفاده از شاخص خودرو بعنوان یک دارایی به این معنی می‌باشد که زیر مجموعه این شاخص به صورت متنوع(متناسب با وزن آنها در شاخص) خریداری شود. افق زمانی سبد سهام یک هفته‌ای می‌باشد(برای دوره یک هفته بسته می‌شود) و هر هفته ۵ روز کاری در نظر گرفته شده است. آمار توصیفی مربوط به ٥٩٤ بازده هفتگی دارایی‌ها در جدول(۱) ارایه شده است.

[26] Particle swarm optimization

جدول(۱): آمار توصیفی بازده هفتگی دارایی های سبد

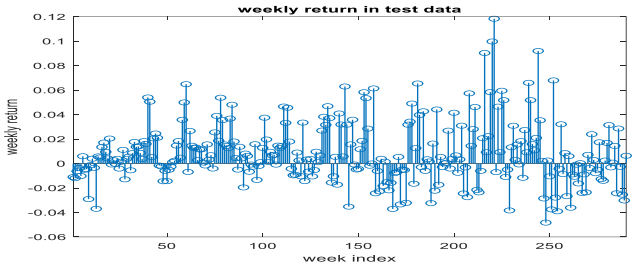
شاخص آماری / دارایی	میانگین	میانه	بیشینه	کمینه	انحراف معیار	آماره چارک برا	مقدار احتمال
۱-ک غیرفلزی	۰/۰۰۷	۰/۰۰۱	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۳۹	۳۰۱/۶۶۶	۰/۰۰۰
۲-ک فلزی	۰/۰۰۹	۰/۰۰۰	۰/۱۵۰	-۰/۱۳۶	۰/۰۴۷	۷۷/۵۱۰	۰/۰۰۰
۳-سیمان	۰/۰۰۹	۰/۰۰۰	۰/۱۵۰	-۰/۱۳۶	۰/۰۴۷	۷۷/۵۱۰	۰/۰۰۰
۴-دارو	۰/۰۱۰	۰/۰۰۲	۰/۱۵۰	-۰/۱۳۴	۰/۰۳۶	۶۵۶/۲۴۸	۰/۰۰۰
۵-ف نفتی	۰/۰۱۰	۰/۰۰۲	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۵۴	۳۸/۵۲۳	۰/۰۰۰
۶-ماشین آلات	۰/۰۰۹	۰/۰۰۳	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۳۸	۲۰۶/۲۹۵	۰/۰۰۰
۷-قند	۰/۰۱۱	۰/۰۰۳	۰/۱۵۰	-۰/۱۱۲	۰/۰۴۹	۵۹/۵۴۲	۰/۰۰۰
۸-خودرو	۰/۰۰۸	۰/۰۰۱	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۵۵	۲۴/۴۹۳	۰/۰۰۰

۵۹۴ بازده هفتگی پژوهش، به ۳۰۴ داده برای آموزش و بهینه‌سازی مدل های پژوهش و ۲۹۰ داده به منظور آزمون و بررسی عملکرد استواری و سودآوری مدل‌ها تقسیم گردید. مدل پژوهش از متریک واسرشتن به منظور مشخص سازی اندازه‌ها یا توزیع هایی که در شعاع مناسب از توزیع تجربی قرار دارند، استفاده می‌کند. برای تعیین شعاع گوی حول اندازه تجربی نیز داده های آموزشی به ۵ دسته تقسیم و شعاع گوی برابر یک دهم بیشترین فاصله واسرشتن ایجاد شده بین ۵ دسته انتخاب گردید که این مقدار برابر ۰/۰۰۲ می‌باشد. بر اساس روش تحقیق در بخش قبل، سبد سهام بهینه به کمک ترکیب دو الگوریتم تجمعی ذرات به منظور بهینه‌سازی مدل مکس-مین محاسبه گردید. به کمک الگوریتم تجمعی ذرات با ۱۰۰۰ تکرار و ۲۰۰ ذره، سبد بهینه استوار توزیعی با تابع هدف بیشینه سازی نسبت کالمار در مدل (۸)، به صورت جدول (۲) محاسبه گردید.

جدول(۲): سبد بهینه استوار توزیعی

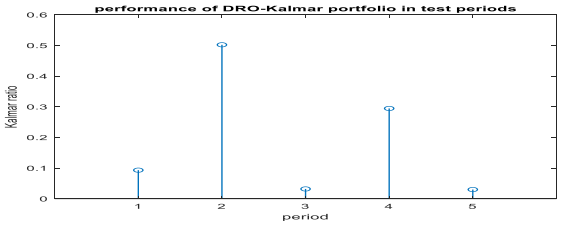
شماره دارایی	۱	۲	۳	٤	٥	٦	۷	۸
وزن	۰/۳۹۷۳	۰/۲٤۰۰	۰/۰۱۰٥	۰/۰۸۹۰	۰/۱٦۷٤	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۱٤۸۱

سپس عملکرد سبد بهینه بر روی هفته‌های آزمون جمع آوری گردید که عملکرد بازده هفتگی مدل استوار توزیعی بر روی هفته های تست در نمودار(۱) ارائه شده است.



نمودار(۱):بازده های هفتگی حاصل شده بر روی دوره تست

داده های تست به ۵ دوره که طول هر دوره ۵۸ هفته می‌باشد، تقسیم گردید و در هر دوره نسبت کالمار مورد محاسبه قرار گرفت که نتیجه در نمودار (۲) ارائه شده است.



نمودار(۲):نسبت کالمار در ۵ گروه ایجاد شده در داده های تست

برای بررسی عملکرد استواری مدل پژوهش در داده های تست از دو معیار استفاده می‌شود. برای محاسبه معیار اول دو کمیت مورد محاسبه قرار می‌گیرد. کمیت اول میانگین نسبت‌های کالمار حاصل شده در ۵ گروه داده تست(اندازه هر گروه ۵۸ هفته) است. کمیت دوم انحراف معیار نسبت‌های کالمار حاصل شده در ۵ گروه داده تست می‌باشد که نشان دهنده میزان پراکندگی داده‌ها حول میانگین می‌باشد. در نظر گرفتن همزمان دو معیار سودآوری و استواری نسبت کالمار را می‌توان در حاصل تقسیم دو کمیت اخیر جستجو کرد که معیار اول را تشکیل می‌دهد. مقدار بالاتر این نسبت نشان می‌دهد که نسبت کالمار بالاتر، ضمن تحمل ریسک کمتر حاصل شده است. معیار دوم مقدار کمترین نسبت کالمار حاصل شده در ۵ گروه داده تست می‌باشد. عملکرد مدل استوار توزیعی با معیار فاصله واسرشتن در جدول(۳) ارائه شده است.

جدول(۳): عملکرد مدل پژوهش

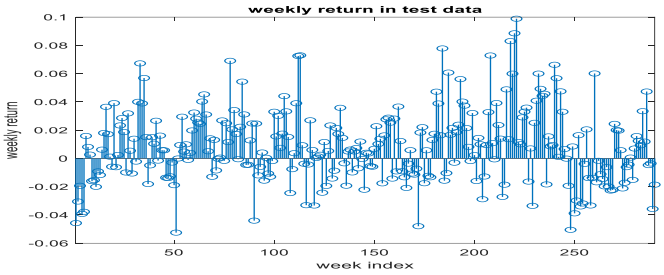
مقدار	معیار عملکرد
۰/۱۹۰۶	میانگین نسبت‌هایکالمار در ۵ دوره تست
۰/۲۰۵۱	انحراف معیار نسبت‌هایکالمار در ۵ دوره
۰/۹۲۹۳	تقسیم میانگین به انحراف معیار نسبت کالمار در ۵ دوره
۰/۰۳۰۳	کمترین نسبت کالمار در ۵ دوره تست

پس از بررسی مدل استوار توزیعی برای نسبت کالمار، در ادامه مدل بیشینه سازی نسبت کالمار بدون خاصیت استوار توزیعی مورد محاسبه قرار گرفت. در این حالت تنها از یک توزیع و آن هم توزیع تجربی داده‌ها استفاده گردید. سبد بهینه در این مدل به الگوریتم تجمعی ذرات مطابق جدول(٤) محاسبه گردید.

جدول(٤): سبد بهینه فاقد خاصیت استوار توزیعی

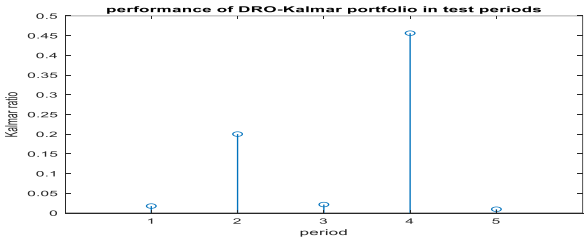
شماره دارایی	۱	۲	۳	٤	٥	٦	۷	۸
وزن	۰/۱۸٤٤	۰/۰۹۰۹	۰/۱۳۰۷	۰/۰۲۰٦	۰/۲۱٥٦	۰/۱۲۹۷	۰/۱۷۲٥	۰/۱۳٤۰

به مانند قبل، داده های تست به ۵ دوره که طول هر دوره ٥٤ هفته می‌باشد، تقسیم گردید و در هر دوره نسبت کالمار مورد محاسبه قرار گرفت که نتیجه در نمودار (۳) ارائه است.



نمودار(۳):بازده های هفتگی حاصل شده بر روی دوره تست

سپس در هر دوره نسبت کالمار مورد محاسبه قرار گرفت که نتیجه در نمودار (٤) ارائه است.



نمودار(٤):نسبت کالمار در ۵ گروه ایجاد شده در داده های تست

در نهایت عملکرد مدل فاقد خاصیت استوار توزیعی با بیشینه سازی نسبت کالمار در جدول(۵) ارائه شده است.

جدول(۵):عملکرد سبد بدون خاصیت استوار توزیعی

مقدار	معیار عملکرد
۰/۱٤۱۱	میانگین نسبت‌هایکالمار در ۵ دوره تست
۰/۱۹۳٤	انحراف معیار نسبت‌هایکالمار در ۵ دوره
۰/۷۲۹۲	تقسیم میانگین به انحراف معیار نسبت کالمار در ۵ دوره
۰/۰۰۹٦	کمترین نسبت کالمار در ۵ دوره تست

مقایسه جدول عملکرد مدل استوار توزیعی در جدول(۳) با مدل فاقد این خاصیت در جدول(۵) نشان می‌دهد که سبد استوار توزیعی، تقسیم میانگین به انحراف معیار نسبت کالمار در ۵ دوره را به میزان ۱/۲۷ بهبود می‌دهد و بعلاوه کمینه نسبت کالمار در ۵ دوره در سبد استوار توزیعی نسبت به سبد فاقد این خاصیت بیشتر می‌باشد.

۲-٤. یافته‌های پژوهش برای مدل دوم

در این بخش به صورت عملی به تشکیل سبد سهام استوار توزیعی در بورس اوراق بهادار تهران اقدام می‌شود. سبدسهام پژوهش از ۸ شاخص یا صنعت از بورس اوراق بهادار تهران از ابتدای ۱۳۸۹ تا انتهای ۱٤۰۰ تشکیل شده است. استفاده از شاخص به مفهوم تشکیل یک سبدسهام متنوع از سهام موجود در آن صنعت می‌باشد. بعنوان نمونه استفاده از شاخص خودرو بعنوان یک دارایی به این معنی می‌باشد که زیر مجموعه این شاخص به صورت متنوع(متناسب با وزن آنها در شاخص) خریداری شود. افق زمانی سبدسهام یک هفته‌ای می‌باشد(برای دوره یک هفته بسته می‌شود) و هر هفته ۵ روز کاری در نظر گرفته شده است. آمار توصیفی مربوط به ٥٩٤ بازده هفتگی دارایی‌ها در جدول(٦) ارایه شده است.

جدول(٦):آمار توصیفی بازده هفتگی دارایی‌های سبد

شاخص آماری / دارایی	میانگین	میانه	بیشینه	کمینه	انحراف معیار	آماره چارک برا	مقدار احتمال
۱-ک غیرفلزی	۰/۰۰۷	۰/۰۰۱	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۳۹	۳۰۱/٦٦٦	۰/۰۰۰
۲-ک فلزی	۰/۰۰۹	۰/۰۰۰	۰/۱۵۰	-۰/۱۳٦	۰/۰٤۷	۷۷/۵۱۰	۰/۰۰۰
۳-سیمان	۰/۰۰۹	۰/۰۰۰	۰/۱۵۰	-۰/۱۳٦	۰/۰٤۷	۷۷/۵۱۰	۰/۰۰۰
٤-دارو	۰/۰۱۰	۰/۰۰۲	۰/۱۵۰	-۰/۱۳٤	۰/۰۳٦	٦٥٦/۲٤۸	۰/۰۰۰
۵-ف نفتی	۰/۰۱۰	۰/۰۰۲	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰٥٤	۳۸/۵۲۳	۰/۰۰۰

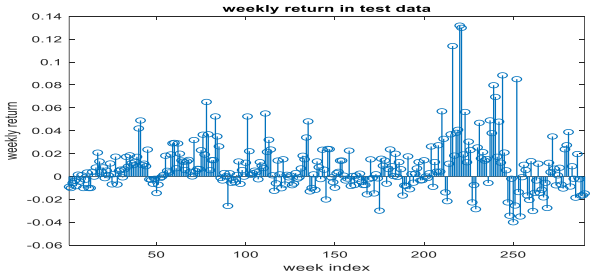
٦-ماشین آلات	۰/۰۰۹	۰/۰۰۳	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۳۸	۲۰٦/۲۹۵	۰/۰۰۰
۷-قند	۰/۰۱۱	۰/۰۰۳	۰/۱۵۰	-۰/۱۱۲	۰/۰٤۹	۵۹/۵٤۲	۰/۰۰۰
۸-خودرو	۰/۰۰۸	۰/۰۰۱	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۵۵	۲٤/٤۹۳	۰/۰۰۰

۵۹٤ بازده هفتگی پژوهش، به ۳۰٤ داده برای آموزش و بهینه‌سازی مدل‌های پژوهش و ۲۹۰ داده به منظور آزمون و بررسی عملکرد استواری و سودآوری مدل‌ها تقسیم گردید. مدل پژوهش از واگرایی کی-ال به منظور مشخص سازی اندازه‌ها یا توزیع‌هایی که در شعاع مناسب از توزیع تجربی قرار دارند، استفاده می‌کند. برای تعیین شعاع گوی حول اندازه تجربی نیز داده‌های آموزشی به ۵ دسته تقسیم و شعاع گوی برابر یک دهم بیشترین فاصله کی-ال ایجاد شده بین ۵ دسته انتخاب گردید که این مقدار برابر ۰/۰٤۲ استخراج شد. به کمک الگوریتم تجمعی ذرات با ۱۰۰۰ تکرار و ۲۰۰ ذره، سبد بهینه استوار توزیعی با تابع هدف بیشینه سازی نسبت راچف در مدل(۱۷)، به صورت جدول(۷) محاسبه گردید.

جدول(۷): سبد بهینه استوار توزیعی

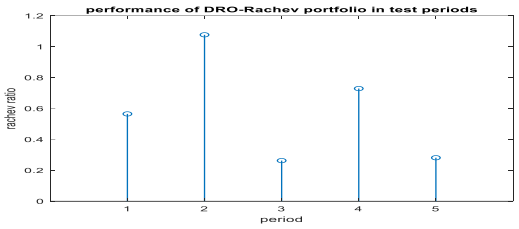
شماره دارایی	۱	۲	۳	٤	۵	٦	۷	۸
وزن	۰/۱۳۹	۰/۰۷٦	۰/۱٤٦	۰/۱۷۲	۰/۱۲٤	۰/۱۳۹	۰/۰۳٦	۰/۱٦٤

سپس عملکرد سبد بهینه بر روی هفته‌های تست (آزمون) جمع آوری گردید که عملکرد بازده هفتگی مدل استوار توزیعی بر روی ۲۹٤ هفته داده های تست در نمودار(۵) ارائه شده است.



نمودار(۵):عملکرد بازده‌ای سبد استوار توریعی در دوره تست

داده‌های تست به ۵ دوره که طول هر دوره ۵۸ هفته می‌باشد، تقسیم گردید و در هر دوره نسبت راچف مورد محاسبه قرار گرفت که نتیجه در نمودار (٦) ارائه است.



نمودار(٦):نسبت راچف در ۵ گروه ایجاد شده در داده‌های تست

برای بررسی عملکرد استواری مدل پژوهش در داده‌های تست از دو معیار استفاده می‌شود. برای محاسبه معیار اول، در ابتدا دو کمیت مورد محاسبه قرار می‌گیرد. کمیت اول میانگین نسبت‌های راچف حاصل شده در ۵ گروه داده تست(اندازه هر گروه ۵۸ هفته) است. کمیت دوم انحراف معیار نسبت‌های راچف حاصل شده در ۵ گروه داده تست می‌باشد که نشان دهنده میزان پراکندگی داده‌ها حول میانگین می‌باشد. در نظر گرفتن همزمان دو معیار سودآوری و استواری نسبت راچف را می‌توان در حاصل تقسیم دو کمیت اخیر جستجو کرد که معیار اول را تشکیل می‌دهد. مقدار بالاتر این نسبت نشان می‌دهد که نسبت راچف بالاتر، ضمن تحمل ریسک کمتر حاصل شده است. معیار دوم مقدار کمترین نسبت راچف حاصل شده در ۵ گروه داده تست می‌باشد. عملکرد مدل استوار توزیعی با در جدول(۸) ارائه شده است.

جدول(۸): عملکرد مدل استوار توزیعی پژوهش

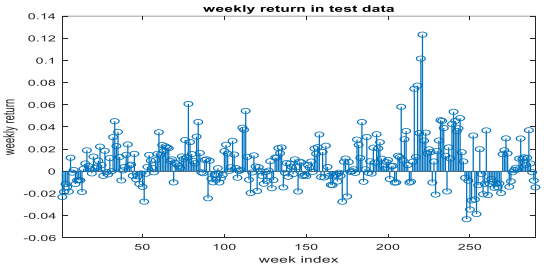
مقدار	معیار عملکرد
۰/۵۸۳۲	میانگین نسبت‌های راچف در ۵ دوره
۰/۳۳۸۸	انحراف معیار نسبت‌های راچف در ۵ دوره
۱/۷۲۱۰	تقسیم میانگین به انحراف معیار نسبت راچف در ۵ دوره
۰/۲٦۲۹	کمترین نسبت راچف در ۵ دوره

پس از بررسی مدل استوار توزیعی، در ادامه مدل بیشینه سازی نسبت راچف بدون خاصیت استوار توزیعی مورد محاسبه قرار گرفت. در این حالت تنها از یک توزیع و آن هم توزیع تجربی داده‌ها استفاده گردید. سبد بهینه در این مدل به کمک الگوریتم تجمعی ذرات مطابق جدول(۹) محاسبه گردید.

جدول(۹): سبد بهینه فاقد خاصیت استوار توزیعی

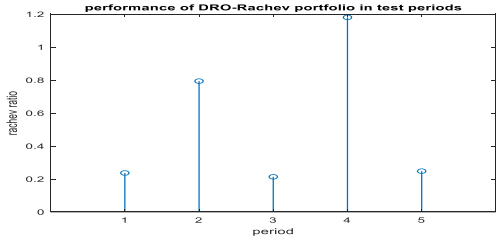
شماره دارایی	۱	۲	۳	٤	٥	٦	۷	۸
وزن	۰/۲۸۷	۰	۰/۰۸۷	۰/۲۹٤	۰/۰۸۲	۰/۱۰۱	۰/۰۰۷	۰/۱۳۸

عملکرد بازده هفتگی مدل استوار توزیعی بر روی هفته‌های تست در نمودار(۷) ارائه شده است.



نمودار(۷):بازده‌های هفتگی حاصل شده بر روی دوره تست

به مانند قبل، در هر ۵ دوره، نسبت راچف مورد محاسبه قرار گرفت که نتیجه در نمودار (۸) ارائه است.



نمودار(۸):نسبت راچف در ۵ گروه ایجاد شده در داده‌های تست

در نهایت عملکرد مدل استوار بدون خاصیت استوار توزیعی با بیشینه سازی نسبت راچف در جدول(۱۰) ارائه شده است.

جدول(۱۰):عملکرد سبد بدون خاصیت استوار توزیعی

مقدار	معیار عملکرد
۰/۵۳۴۳۱	میانگین نسبت‌های راچف در ۵ دوره
۰/۴۳۵۵	انحراف معیار نسبت‌های راچف در ۵ دوره
۱/۲۲۶۸	تقسیم میانگین به انحراف معیار نسبت راچف در ۵ دوره
۰/۲۱۳۳	کمترین نسبت راچف در ۵ دوره

مقایسه جدول عملکرد مدل استوار توزیعی در جدول(۸) با مدل فاقد این خاصیت در جدول(۱۰) نشان می‌دهد که سبد استوار توزیعی، تقسیم میانگین به انحراف معیار نسبت راچف در ۵ دوره را به میزان ۱/۴۰ بهبود می‌دهد و بعلاوه کمینه نسبت راچف در ۵ دوره در سبد استوار توزیعی نسبت به سبد فاقد این خاصیت بیشتر می‌باشد.

۵. نتیجه گیری و پیشنهادها

یکی از چالش‌های عمده در مدل‌های انتخاب سبدسهام بهینه، برآورد آماری پارامترهای مدل می‌باشد که زمینه را برای عدم پایداری نتایج مورد انتظار فراهم می‌کند و ممکن است به ضررهای بزرگ منجر شود. برنامه ریزی استوار کوششی برای کنترل پیامدهای حاصل از انتخاب یک مقدار به جای یک پارامتر دارای عدم اطمینان می‌باشد. مدل های سبدسهام استوار توزیعی که در پژوهش حاضر مورد بررسی قرار گرفت، استوارسازی سبدسهام را با در نظر گرفتن توزیع سبدسهام بعنوان یک پارامتر دارای نااطمینانی دنبال می‌کنند. مدل های پژوهش با هدف بیشینه سازی نسبت‌هایکالمارو راچف طراحی شده اند تا سود سرمایه گذاری را در واحد ریسک بیشینه کنند. بعبارت دیگر هدف این مدل های سبدسهام بیشینه سازی بازده تعدیل شده با ریسک می‌باشد. محاسبه نسبت کالماربا دو پارامتر بازده وحداکثر افت به توزیع سبد سهام وابسته می باشد و تغییرات توزیع بازده سبد می

تواند نتایج مورد انتظار را تحت تاثیر قرار دهد و محاسبه نسبت راچف بر اساس ارزش در معرض ریسک شرطی تعریف می‌شود و از این رو مقدار آن وابسته به توزیع بازده می‌باشد و تغییرات توزیع بازده سبد می‌تواند نتایج مورد انتظار را تحت تاثیر قرار دهد. از این رو پژوهش حاضر در بخش نظری خود به طراحی سبدهای سهام بهینه استوار توزیعی با نسبت‌هایکالمار و راچف اقدام کرد که برای مدل سازی استوار توزیعی از متریک واسرشتن و واگرایی کی–ال بهره می‌برد. متریک واسرشتن برای مشخص سازی اندازه های احتمال در همسایگی توزیع تجربی مورد استفاده قرار گرفت که شعاع همسایگی درجه و میزان استوارسازی را کنترل می‌کند و واگرایی کی–ال برای مشخص سازی اندازه‌های احتمال در همسایگی توزیع تجربی مورد استفاده قرار گرفت که شعاع همسایگی درجه و میزان استوارسازی را کنترل می‌کند. برای بررسی عملکرد استواری مدل های پژوهش در داده‌های تست از دو معیار استفاده می‌شود. برای محاسبه معیار اول دو کمیت مورد محاسبه قرار می‌گیرد. کمیت اول میانگین نسبت‌های کالمارو راچف حاصل شده در ۵ گروه داده تست است. کمیت دوم انحراف معیار نسبت‌های کالمار و راچف حاصل شده در ۵ گروه داده تست می‌باشد که نشان دهنده میزان پراکندگی داده‌ها حول میانگین می‌باشد. در نظر گرفتن همزمان دو معیار سودآوری و استواری نسبت‌هایکالمارو راچف را می‌توان در حاصل تقسیم دو کمیت اخیر جستجو کرد که معیار اول را تشکیل می‌دهد. مقدار بالاتر این نسبت نشان می‌دهد که نسبت کالمار و راچف بالاتر، ضمن تحمل ریسک کمتر حاصل شده است. معیار دوم مقدار کمترین نسبت کالمار و راچف حاصل شده در ۵ گروه داده تست می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که سبد استوار توزیعی این نسبت را به میزان۱/۲۷ درنسبت کالمار و در نسبت راچف۱/٤۰بهبود می‌دهد و بعلاوه کمینه نسبت‌های کالمار و راچف در ۵ دوره در سبد استوار توزیعی نسبت به سبد فاقد این خاصیت بیشتر می‌باشند.

۵.۱. پیشنهادات

پژوهش حاضر به معرفی دو سبدسهام جدید بر پایه بهینه‌سازی استوار توزیعی پرداخت. هر مدل سبدسهام دارای مفروضات خاص خود می‌باشد و از این رو برای گروهی از سرمایه‌گذاران مناسب

می‌باشد. بعنوان نمونه سبدسهام چند دوره‌ای برای سرمایه‌گذارانی مناسب است که دارای دیدگاه چند دوره‌ای نسبت به بازار هستد و تمایل دارند سبد خود را در دوره‌های زمانی منظم به روز رسانی کنند. سبدهای معرفی شده در پژوهش حاضر مناسب سرمایه‌گذاران ریسک گریزی می‌باشد که تمایل به سنجش سودآوری بر اساس نسبت‌های پاداش-ریسک کالمار و راچف دارند. اینگونه نسبت‌ها همزمان بازده و ریسک را در محاسبه سودآوری لحاظ می کنند و بنابراین معیاری برای ریسک به اندازه هستند. سرمایه‌گذاران ریسک گریز، گروهی از سرمایه‌گذاران هستند که تمایل دارند که به اندازه ریسکی که متحمل می‌شوند از عایدی متناسب با آن برخودار شوند. از این رو به سرمایه‌گذاران ریسک گریز توصیه می‌شود تا مدل پژوهش را در سبد نمونه‌ای خود مورد ارزیابی سودآوری قرار دهند و با تایید عملکرد آن در داده‌های آزمون نسبت به استفاده عملی از آن اقدام کنند.

همچنین مدل های معرفی شده در پژوهش برای سرمایه گذارانی مناسب است که تمایل به پایداری نتایج حاصل از بهینه‌سازی مدل‌های ریاضی دارند. مدل‌های بهینه‌سازی سبدسهام نتایجی را برای آینده سبد محتمل می دانند. کیفیت نتایج مورد انتظار مورد تردید می‌باشد زیرا پارامترهای سبدسهام غالباً با رویکردهای آماری محاسبه می‌شود. استوارسازی سبدسهام در جهت کاهش این عدم قطعیت می‌باشد. بدین صورت انتظار می رود تا تغییر پذیری نتایج حول مقادیر مورد انتظار کاهش یابد. نتایج آزمون عملکرد سبدهای پژوهش در داده های برون نمونه ای نشان می دهد که عملکرد حاصله دارای پایداری و استواری بیشتری نسبت به سبد فاقد ویژگی استواری توزیعی است.

از لحاظ مدل و رویکرد، نزدیک ترین پژوهش در پیشینه تحقیقات صورت گرفته، مربوط به پژوهش جی و همکاران[۲۷](۲۰۲۲) می باشد. جی و همکاران مسئله بهینه‌سازی استوار توزیعی سبدسهام با نسبت بازده تعدیل شده با دم پایدار خطی شده را مطالعه کردند که در آن هدف به

[27] Ji et al.

حداکثر رساندن معیار عملکرد نسبت مذکور در بدترین حالت تحت ابهام واسرشتن[۲۸] مبتنی بر داده است. پژوهش مذکور هر چند از لحاظ تابع هدف و نحوه بهینه سازی با پژوهش حاضر متفاوت می باشد اما پژوهش جی و همکاران نیز نشان می دهد که استوارسازی توزیعی نسبت مذکور می تواند پایداری عملکرد را در داده های برون نمونه ای افزایش دهد که با پژوهش حاضر هم جهت می باشد. با توجه به نتایج حاصل شده، به علاقمندان به مدل‌سازی مالی در انتخاب سبد سهام پیشنهاد می‌شود تا با ارزیابی مناسب مدل های سبد سهام استوار توزیعی از مزایای پایداری و استواری این مدل‌ها بهره ببرند.

منابع

حمیدیه'علیرضا؛ کاویانی, میثم؛ اخگری'بهاره. (۱۴۰۲). بهینه‌سازی استوار پرتفوی تحت معیار ارزش در معرض ریسک شرطی ـ فاصله ای (ICVaR) در بورس تهران. تحقیقات مالی, ۲۵(۳), ۵۰۸-۵۲۸.

حیدری، محمدسعید؛ ولیدی، جواد؛ ابراهیمی، سیدبابک. (۱۴۰۰). بهینه‌سازی سبدسهام مبتنی بر مدل برنامه ریزی امکانی استوار با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک و جهش قورباغه مخلوط شده، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار،۱۲(۴۷)، ۵۶۴-۵۸۶.

شیرکوند، سعید؛ فدائی، حمیدرضا. (۱۴۰۱). بهینه‌سازی سبدسهام استوار با به‌کارگیری مدل‌های چند متغیره و امگا- ارزش در معرض ریسک شرطی بر پایه ملاک حداقل حداکثر پشیمانی. تحقیقات مالی. ۲۴(۱)، ۱۷-۱.

Du, N., Liu, Y., & Liu, Y. (2020). A new data-driven distributionally robust portfolio optimization method based on wasserstein ambiguity set. IEEE Access, 9, 3174-3194.

Hosseini-Nodeh, Z., Khanjani-Shiraz, R., & Pardalos, P. M. (2022). Distributionally robust portfolio optimization with second-order stochastic dominance based on wasserstein metric. Information Sciences, 613, 828-852.

Ji, R., Lejeune, M. A., & Fan, Z. (2022). Distributionally robust portfolio optimization with linearized STARR performance measure. Quantitative Finance, 22(1), 113-127.

Kobayashi, K., Takano, Y., & Nakata, K. (2023). Cardinality-constrained distributionally robust portfolio optimization. European Journal of Operational Research, 309(3), 1173-1182.

[28] Wasserstein

Li, J. Y. M. (2023). Wasserstein-Kelly Portfolios: A Robust Data-Driven Solution to Optimize Portfolio Growth. arXiv preprint arXiv:2302.13979.
Zhang, X. (2022). Distributional Robust Portfolio Construction based on Investor Aversion. arXiv preprint arXiv:2203.13999.