

## تحلیل انتشار موج محوری در نانولوله‌های کربنی ثابت و متحرک حاوی سیال

سهیل اویسی<sup>۱</sup>، حسن نحوی<sup>۲\*</sup>، داود طغرابی<sup>۳</sup>

\* نویسنده مسئول: nahvi@iaukhsh.ac.ir

### واژه‌های کلیدی

انتشار موج محوری، نانولوله کربنی ثابت و دارای حرکت محوری، سرعت فاز، فرکانس طبیعی.

### چکیده

در این مقاله تأثیر نانو مقیاس بودن سازه و سیال عبوری از درون آن بر فرکانس طبیعی و نحوه انتشار موج محوری به طور هم‌زمان مورد بررسی قرار می‌گیرد. در اینجا دو حالت نانولوله کربنی تک جداره ثابت و دارای حرکت محوری در نظر گرفته می‌شوند؛ همچنین برای نانولوله ثابت، شرایط مرزی دو سر گیردار و یا دوسر لولا و برای نانولوله دارای حرکت محوری نیز، شرایط مرزی به صورت دو سر لولا که حرکت سمت چپ آن مهار شده است، در نظر گرفته می‌شوند. برای اعمال مقیاس نانوسیال، عدد نادسن در معادله حرکت سیال-سازه وارد شده و برای نانوسازه از مدل نانومیل و همچنین از تئوری الاستیسیته غیرمحلّی استفاده می‌شود. در ادامه با استفاده از روش تقریبی مانده وزنی گالرکین، معادله حرکت به دست آمده گسسته‌سازی و حل می‌شود. همچنین در این تحقیق نسبت فرکانس طبیعی و سرعت فاز به عدد موج و نیز تأثیر سرعت‌های سیال عبوری و حرکت محوری سازه بر فرکانس طبیعی مورد بررسی قرار می‌گیرد. مشاهده می‌شود که فرکانس طبیعی و سرعت انتشار موج به شدت به اندازه‌ی سازه و سیال در مقیاس نانو وابسته است؛ به طوری که با افزایش پارامتر غیرمحلّی، فرکانس طبیعی کاهش یافته و با افزایش عدد نادسن فرکانس سیستم افزایش و موج بزرگ‌تری حاصل خواهد شد.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، ایران، اصفهان.

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، ایران، اصفهان.

۳- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، ایران، اصفهان.

## ۱- مقدمه

که افزایش پارامتر غیرمحملی در اعداد موج بالاتر، در مقایسه با زمانی که تئوری الاستیسیته‌ی پیوسته محلی اعمال شده، موجب کاهش بیشتر فرکانس‌های مربوطه می‌شود.

در این تحقیق، انتشار موج طولی در نانولوله‌های کربنی ثابت با و بدون سیال و همچنین در نانولوله‌های کربنی دارای حرکت محوری با و بدون سیال عبوری مورد بررسی قرار خواهند گرفت. بدین منظور از مدل نانومیله برای مدل‌سازی ارتعاشات طولی استفاده شده و نیز برای در نظر گرفتن اثرات مقیاس نانو در سازه، تئوری پیوسته غیرمحملی و برای در نظر گرفتن اثرات مقیاس نانو در سیال، عدد نادسن به کار برده می‌شوند. همچنین برای گسسته‌سازی و حل معادلات حرکت از روش تقریبی مانده وزنی گالرکین استفاده می‌شود.

## ۲- مقیاس نانو در سازه

برای اندازه‌گیری خواص مکانیکی نانولوله‌ها، شبیه‌سازی محاسباتی یکی از ابزار قدرتمند و کارا می‌باشند و از آنجا که شبیه‌سازی دینامیک ملکولی بسیار گران‌قیمت، پیچیده و زمان‌بر است، تئوری‌های پیوسته‌ی مکانیکی به‌طور گسترده توسط محققین مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکی از این تئوری‌های الاستیسیته، تئوری غیرمحملی ارینگن است که طبق آن تنش در نقطه مبدأ  $x$  به عنوان تابعی از میدان کرنش در هر نقطه  $x'$  از کل جسم در نظر گرفته می‌شود [۱۱]. بر اساس تئوری غیرمحملی قانون هوک به صورت زیر ارائه می‌شود [۷]:

$$N - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} = EA \varepsilon_{xx}^0, \quad (1)$$

$$(\varepsilon_{xx}^0 = \frac{\partial U(x,t)}{\partial x})$$

نانولوله‌های کربنی استوانه‌های گرافیتی نازک و بلندی متشکل از ملکول‌های کربن با ساختار شش ضلعی منظم و تناوبی هستند [۱]. به دلیل ویژگی‌های ممتاز هندسی این استوانه‌های توخالی و نیز خصوصیات شگفت‌انگیز مکانیکی، الکتریکی و حرارتی آن‌ها، نانولوله‌های کربنی قابلیت استفاده در بسیاری از سیستم‌های کاربردی از قبیل وسایل درمان سرطان، ابزار نگهداری و حمل سیالات و انتقال دارو [۲]، سیستم‌های نانوالکترومکانیکی، حسگرهای بیولوژیکی و ملکولی و موارد بسیار دیگر را دارند [۳]. بیشتر کاربردهای بالقوه این سازه‌ها بستگی به فهم دقیقی از رفتار مکانیکی آن‌ها دارد؛ از این رو بررسی و تحلیل رفتار مکانیکی آنها مانند واکنش‌های ارتعاشی و دینامیکی این سازه‌ها تاکنون به صورت قابل توجهی موضوع بسیاری از تحقیقات بوده است. به عنوان مثال، یون و همکاران [۴] تأثیر جریان داخلی را بر ارتعاشات آزاد و ناپایداری نانولوله‌های کربنی حامل سیال را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که حرکت سیال داخلی اساساً در سرعت‌های بالاتر جریان سیال می‌تواند تحت تأثیر فرکانس‌های ارتعاشی به‌خصوص برای نانولوله‌های معلق، طویل و با شعاع داخلی بزرگ‌تر باشد. وانگ و همکاران [۵] ناپایداری کمانشی نانولوله‌های دوجداره حاوی سیال را با استفاده از مدل تیر الاستیک مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که تأثیر نیروی وان‌دروالس، نسبت باریکی و ثابت فنر در بستر الاستیکی بر سرعت بحرانی جریان عبوری قابل توجه خواهد بود. همچنین وانگ [۶] با بررسی انتشار موج در نانولوله‌های کربنی نشان داد که اعمال تئوری غیرمحملی ارینگن به منظور در نظر گرفتن مقیاس کوچک ماده، تأثیر قابل توجهی بر نحوه انتشار موج خواهد داشت؛ وی دریافت

$$U^e = \frac{1}{2} \int_A \sigma_x \varepsilon_x dA = \frac{1}{2} \sigma_x \varepsilon_x A = \quad (6)$$

$$= \frac{1}{2} EA \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \int_0^L (N^m U_{,x}) dx$$

در معادله (۵)  $u_f$  و  $u_c$ ،  $m_f$  به ترتیب جرم واحد طول سیال و سرعت محوری نانولوله و سرعت جریان سیال عبوری از درون سازه می‌باشند. با استفاده از تعریف سرعت مادی و نیز اعمال اصل همپلتون در بازه زمانی اختیاری، معادله حرکت نانولوله‌ی کربنی دارای حرکت محوری و حاوی سیال بر اساس تئوری غیرمحملی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$m_c \left( \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + 2u_c \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial x} + u_c^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) + \quad (7)$$

$$m_f \left( \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + 2u_f \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial x} + u_f^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \right) - \frac{\partial N}{\partial x} = 0$$

شرایط مرزی در نظر گرفته شده، متناسب با نانولوله‌های ایستا و نانولوله‌های دارای حرکت طولی، در اینجا به صورت دو تکیه گاه ساده‌ی غلتشی (رول) در دو انتها در نظر گرفته شده که در مورد نانولوله‌های دارای حرکت طولی انتهای سمت چپ آن مهار شده و به عنوان شرط مرزی هندسی در نظر گرفته می‌شود و سمت راست آن شرط مرزی طبیعی سیستم است. این شرایط مرزی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$U(0,t) = 0 \quad , \quad \frac{\partial U(L,t)}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

### ۳- مقیاس نانو در سیال

در اینجا تنها نیروی اعمالی خارجی که بر سازه وارد می‌شود، نیروی وارده از طرف سیال عبوری از درون نانولوله در نظر گرفته می‌شود که به صورت  $F_{ext}$  در معادله (۲) نمایش داده شده است. این نیرو به صورت نیرویی در واحد طول، با صرف نظر کردن از اثرات گرانش، میرایی

که در آن  $N$  نیروی محوری داخلی بوده و به صورت مجموع تنش‌های وارد شده بر المان تعریف می‌شود ( $N = \int \sigma_{xx} dA$ )،  $e_0$  مقدار ثابت مربوط به جنس نانوماده بوده و  $a$  طول مشخصه داخلی است. همچنین در معادله فوق  $EA$ ،  $U$  و  $\varepsilon$  به ترتیب بیان گر مدول یانگ، مساحت سطح مقطع، جابجایی محوری و کرنش هستند.

اگر طول نانولوله  $L$  در نظر گرفته شود، طبق معادله‌ی اوپلر-لاگرانژ، معادله‌ی حرکت در  $0 < x < L$  در مقیاس کلاسیک برای نانولوله ایستا به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial N}{\partial x} + F_{ext} = m_c \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} \quad (2)$$

که در آن  $m_c$  جرم واحد طول نانولوله و  $F_{ext}$  نیروی اعمالی خارجی است. بنابراین با استفاده از معادلات (۱) و (۲)، معادله حرکت نانولوله‌های کربنی برای ارتعاشات محوری و بر اساس تئوری الاستیسیته غیرمحملی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$EA \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + (e_0 a)^2 \left( m_c \frac{\partial^4 U}{\partial t^2 \partial x^2} - \frac{\partial^2 F_{ext}}{\partial x^2} \right) - m_c \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + F_{ext} = 0 \quad (3)$$

معادلات حرکت برای نانولوله دارای حرکت محوری را با استفاده از اصل همپلتون به صورت زیر می‌توان به دست آورد:

$$H = \int_{t_1}^{t_2} (\delta T(t) - \delta U^e(t)) dt = 0 \quad (4)$$

که در آن انرژی جنبشی ( $T$ ) و انرژی کرنشی الاستیک ( $U^e$ ) به ترتیب به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$T(t) = \frac{1}{2} \int_0^L (m_c u_c^2 + m_f u_f^2) dx \quad (5)$$

بنابراین با ضرب سرعت سیال  $u$  در معادله (۴) با فاکتور اصلاحی VCF، تأثیر مقیاس کوچک بودن جریان سیال عبوری اعمال خواهد شد.

#### ۴- معادلات حرکت حاکم

ارتعاشات محوری نانولوله‌های کربنی ثابت و بدون سیال طبق معادله‌ی (۳) ولی بدون نیروی اعمالی از طرف سیال، به صورت نوشته می‌شود:

$$EA \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} + (e_0 a)^2 m_c \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial t^2 \partial x^2} - m_c \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (11)$$

با در نظر گرفتن سیال عبوری درون نانولوله، معادله‌ی ارتعاش طولی سیستم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} (EA - m_f (VCF)^2 u_f^2) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} - (m_c + m_f) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} - 2m_f (VCF) u_f \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t \partial x} + (e_0 a)^2 (m_c + m_f) \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial t^2 \partial x^2} + (e_0 a)^2 m_f (VCF)^2 u_f^2 \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial x^4} + (e_0 a)^2 2m_f (VCF) u_f \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial t \partial x^3} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

همچنین معادله‌ی ارتعاشات طولی نانولوله‌های کربنی دارای حرکت محوری و بدون سیال، براساس مطالب ذکر شده و با استفاده از معادلات (۱) و (۷) به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} -(EA - m_c u_c^2) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} + m_c \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} + 2m_c u_c \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t \partial x} - (e_0 a)^2 m_c \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial t^2 \partial x^2} + (e_0 a)^2 m_c u_c^2 \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial x^4} + (e_0 a)^2 2m_c u_c \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial t \partial x^3} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

داخلی و نیروهای کششی و فشاری خارجی، براساس محاسبات پایدوسیسی [۱۲]، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_{ext} = -m_f \left( \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} + u^2 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} + 2u \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t \partial x} \right) \quad (9)$$

که در آن  $m_f$  جرم واحد طول سیال و  $u$  سرعت محوری متوسط جریان سیال عبوری از درون لوله است.

با در نظر گرفتن عدد نادسن برای نانوسیال، می‌توان تأثیر مقیاس کوچک جریان سیال عبوری از نانوسازه را محاسبه نمود. طبق تحقیق رشیدی و همکاران [۸]، می‌توان با اعمال فاکتور اصلاحی سرعت متوسط (VCF)، اثرات مقیاس نانو را برای سیال در نظر گرفت. مقدار این فاکتور اصلاحی در این تحقیق، به صورت نسبت سرعت متوسط جریان سیال در شرط مرزی لغزشی به سرعت متوسط جریان در شرط مرزی عدم-لغزش، به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$VCF = \frac{u_{avg-slip}}{u_{avg-noslip}} = \frac{1}{Cr(Kn)} \left( 4 \left( \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \right) \left( \frac{Kn}{1 - bKn} \right) + 1 \right) \quad (10)$$

که در آن  $Cr(Kn)$  بیان‌گر ضریب تراکم (رقیق‌شدگی) سیال بوده و به صورت نسبت لزجت دینامیکی به لزجت کل (بالک) سیال تعریف می‌شود؛ به عبارت دیگر، لزجت سیال بر اساس نرخ سیال عبوری از درون نانولوله در لایه‌ی نادسن به صورت تابعی از عدد نادسن تعریف می‌شود [۸]. همچنین  $\sigma_v$  ضریب انطباق ممنتوم مماسی است و در بیشتر اهداف کاربردی برابر با ۰/۷ در نظر گرفته می‌شود [۹] و  $Kn$  عدد نادسن است که بسته به جنس سیال برای نانو-مایعات مقداری بین ۰/۰۰۱ تا ۰/۰۱ و برای نانوگازها مقداری بین ۰/۰۰۱ تا ۲ دارد.

$$\begin{aligned} & (m_c(1+(e_0a)^2k^2))\omega^2 + \\ & (2m_cu_c k(1+(e_0a)^2k^2))\omega + \\ & \left( (EA - m_c u_c^2)k^2 - (e_0a)^2 m_c u_c^2 k^4 \right) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & ((m_c + m_f)(1+(e_0a)^2k^2))\omega^2 + \\ & (2k(m_c u_c + m_f(VCF)u_f) \\ & (1+(e_0a)^2k^2))\omega + \\ & \left( (EA - m_c u_c^2 - m_f(VCF)^2 u_f^2)k^2 - \right. \\ & \left. ((e_0a)^2(m_c u_c^2 + m_f(VCF)^2 u_f^2)k^4) \right) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

در اینجا با استفاده از روش تقریبی مانده وزنی گالریکین، و نیز با در نظر گرفتن آب به عنوان سیال عبوری، بر اساس خصوصیات مادی و هندسی ارائه شده در جدول (۱)، معادلات گسسته‌سازی و حل می‌شوند.

جدول (۱) خصوصیات مادی و هندسی نانولوله‌ی کربنی و سیال عبوری از درون آن.

مقدار	بعد	نماد	پارامتر
۱	Tpa	E	مدول یانگ نانولوله کربنی
۳/۴	nm	R <sub>out</sub>	شعاع خارجی نانولوله کربنی
۱	nm	h	ضخامت نانولوله کربنی
۲/۳	g cm <sup>-3</sup>	ρ <sub>c</sub>	چگالی نانولوله کربنی
۱	g cm <sup>-3</sup>	ρ <sub>w</sub>	چگالی آب

## ۶- نتایج و بحث

### ۶-۱- نسبت فرکانس طبیعی به عدد موج

در این بخش انتشار امواج محوری نانولوله‌های کربنی ثابت حاوی سیال، نانولوله‌های دارای حرکت محوری و نانولوله‌های دارای حرکت محوری حاوی سیال مورد بررسی قرار خواهند گرفت. همچنین مقادیر عدد ناسن و پارامتر غیرمحللی به ترتیب برابر با ۰٫۵ و ۰٫۱ در نظر گرفته می‌شوند. شکل (۱) انتشار موج و تغییرات فرکانس طبیعی را در ارتعاشات محوری سیستم در سه حالت ذکر شده، نسبت

و با در نظر گرفتن سیال عبوری از درون نانولوله، معادله‌ی نانولوله‌ی دارای حرکت محوری و حاوی سیال عبوری به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & -(EA - m_c u_c^2 - m_f u_f^2) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} \\ & + (m_c + m_f) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} + \\ & (2m_c u_c + 2m_f(VCF)u_f) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t \partial x} - \\ & (e_0a)^2 (m_c + m_f) \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial t^2 \partial x^2} + \\ & (e_0a)^2 (m_c u_c^2 + m_f(VCF)^2 u_f^2) \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial x^4} \\ & + 2(e_0a)^2 (m_c u_c + m_f(VCF)u_f) \frac{\partial^4 U(x,t)}{\partial t \partial x^3} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

## ۵- حل و گسسته‌سازی معادلات حاکم برای انتشار امواج

بر اساس مشخصات امواج جواب انتشار موج در سیستم را می‌توان به صورت رابطه زیر در نظر گرفت [۱۰]:

$$U(x,t) = U(x)e^{i(kx-\omega t)} \quad (15)$$

که در آن  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای،  $k$  عدد موج و  $i^2 = -1$  است. با جایگذاری معادله‌ی (۱۵) در معادلات حرکت (۱۱) تا (۱۴)، این معادلات براساس عدد موج  $k$  و فرکانس حرکت موج  $\omega$ ، به ترتیب به صورت زیر تنظیم و ارائه می‌شوند:

$$EAK^2 + m_c \omega^2 (1+(e_0a)^2k^2) = 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & -(m_c + m_f)(1+(e_0a)^2k^2))\omega^2 \\ & - ((2m_f(VCF)u_f k)(1+(e_0a)^2k^2))\omega \\ & + \left( (-EA - m_f(VCF)^2 u_f^2)k^2 + \right. \\ & \left. + ((e_0a)^2 m_f(VCF)^2 u_f^2 k^4) \right) = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

۶-۲- نسبت سرعت فاز به عدد موج

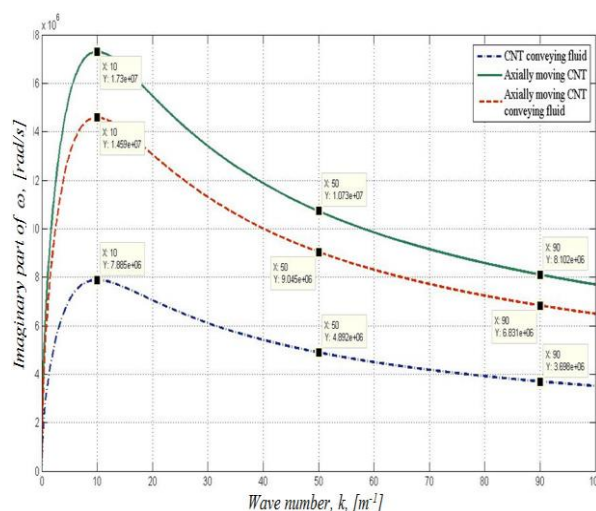
با توجه به اینکه مشخصه سرعت فاز (سرعت موج) به صورت نسبت فرکانس به عدد موج  $(v = \omega/k)$  بیان می‌شود، در این بخش نسبت تغییرات سرعت فاز به تغییر عدد موج در ارتعاش محوری سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. همان‌طور که در شکل (۲) دیده می‌شود، با افزایش عدد موج، سرعت فاز آن کاهش می‌یابد؛ این کاهش سرعت از عدد موج اول تا تقریباً عدد موج پانزدهم با شیب تندی صورت می‌پذیرد و سپس حالت یکنواختی برقرار شده و با شیب ملایم‌تری کاهش می‌یابد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود سرعت فاز نیز در نانولوله‌های دارای حرکت محوری بدون سیال دارای بیشترین مقدار است.

همان‌طور که در شکل (۲) دیده می‌شود، سرعت فاز برای ارتعاشات محوری در نانولوله‌های کربنی دارای حرکت محوری، نانولوله‌های دارای حرکت محوری حاوی سیال و نانولوله‌های ثابت حاوی سیال، به‌عنوان مثال در عدد موج اول، به ترتیب  $6.98 \times 10^6 / 7.491 \times 10^6$  و  $3.508 \times 10^6$  متر برثانیه، در عدد موج ۱۵ برابر با  $1.108 \times 10^6$ ،  $9.343 \times 10^5$  و  $5.051 \times 10^5$  متر برثانیه و در عدد موج ۴۵ برابر با  $2.501 \times 10^5$ ،  $2.109 \times 10^5$  و  $1.141 \times 10^5$  متر برثانیه است. این مقادیر نشان می‌دهند که مانند بخش قبل، مقدار سرعت فاز برای هر عدد موج، در نانولوله‌ی با حرکت محوری و حاوی سیال نسبت به نانولوله‌های با حرکت محوری بدون سیال  $15/7\%$  و در نانولوله‌های ثابت حاوی سیال نسبت به نانولوله‌های با حرکت محوری حاوی سیال، و  $45/9\%$  کاهش رخ می‌دهد.

از این نتایج می‌توان استنباط نمود که در هر عدد موج، عبور سیال از درون سازه باعث کاهش و حرکت محوری نانولوله

به تغییرات عدد موج نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیشترین فرکانس طبیعی در عدد موج ۱۰ واقع شده و سپس به صورت یکنواختی کاهش می‌یابد؛ همچنین می‌توان دریافت که بیشترین فرکانس طبیعی در هر عدد موج در نانولوله‌های کربنی با حرکت محوری و بدون سیال خواهد بود. ملاحظه می‌شود که فرکانس‌های طبیعی برای نانولوله‌های کربنی ثابت حاوی سیال کمتر از نانولوله‌های کربنی دارای حرکت محوری حاوی سیال است؛ لذا می‌توان اظهار داشت که اولاً سیال عبوری از درون نانولوله موجب کاهش فرکانس طبیعی می‌شود و ثانیاً حرکت محوری نانولوله و افزایش سرعت و انرژی جنبشی سیستم می‌تواند باعث افزایش فرکانس طبیعی سیستم شود.

می‌توان ملاحظه نمود که فرکانس طبیعی در هر مقدار از عدد موج، در نانولوله‌ی کربنی دارای حرکت محوری و حاوی سیال نسبت به نانولوله‌ی دارای حرکت محوری و بدون سیال تقریباً  $15/7\%$  و در نانولوله‌ی کربنی ثابت حاوی سیال نسبت به نانولوله‌ی دارای حرکت و حاوی سیال عبوری تقریباً  $45/9\%$  کاهش نشان می‌دهد.

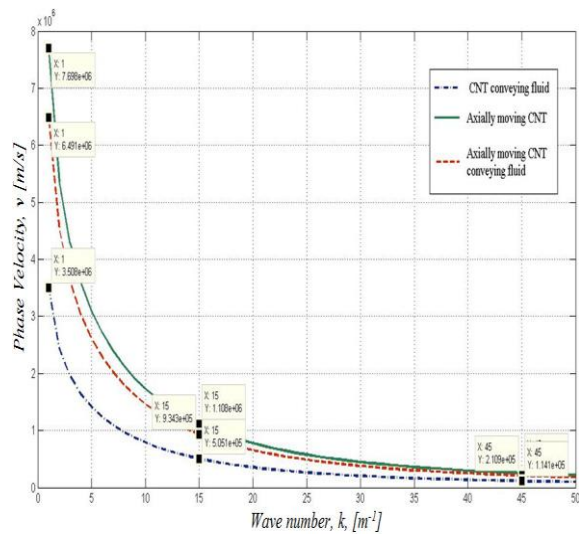


شکل (۱) تغییرات فرکانس طبیعی نانولوله‌های کربنی دارای حرکت محوری، نانولوله‌ی دارای حرکت محوری حاوی سیال و نانولوله‌ی کربنی ثابت حاوی سیال، نسبت به عدد موج برای ارتعاشات محوری.

حداکثر مقدار فرکانس طبیعی در هر سه نوع سیستم با پارامترهای غیرمحملی ۰/۱، ۰/۵ و ۱، به ترتیب در عدد موج های دهم، دوم و اول ایجاد می شود. این مقادیر برای نانولوله های کربنی دارای حرکت محوری به ترتیب برابر با  $1.73 \times 10^7$ ،  $7.737 \times 10^6$  و  $5.471 \times 10^6$  (rps) است، برای نانولوله های کربنی با حرکت محوری و حاوی سیال نیز این مقادیر به ترتیب  $1.459 \times 10^7$ ،  $6.524 \times 10^6$  و  $4.613 \times 10^6$  (rps)، و برای نانولوله های کربنی ثابت حاوی سیال به ترتیب برابر با  $7.885 \times 10^6$ ،  $3.526 \times 10^6$  و  $2.493 \times 10^6$  (rps) می باشند. ملاحظه می شود که با هر افزایش مقدار پارامتر غیرمحملی از ۰/۱ به ۰/۵ و از ۰/۵ به ۱، در هر سه نوع سیستم، مقدار حداکثر فرکانس طبیعی به ترتیب ۳/۵۵٪ و ۲۹/۳٪ کاهش خواهد داشت.

شکل (۴) تغییرات فرکانس طبیعی نانولوله های کربنی دارای حرکت محوری حاوی سیال و نانولوله های کربنی ثابت حاوی سیال را نسبت به عدد موج و برای عدد های نادسن مختلف ۰/۰۰۱، ۰/۰۱ و ۰/۰۵، در ارتعاشات طولی نشان می دهد. می توان ملاحظه نمود که با افزایش عدد نادسن که به معنی کاهش اثر شرط مرزی لغزشی بین سیال و سازه است، فرکانس سیستم افزایش و موج بزرگ تری حاصل خواهد شد. همچنین مشاهده می شود که با افزایش عدد نادسن از ۰/۰۰۱ به ۰/۰۱ برای نانولوله ای دارای حرکت محوری حاوی سیال و نانولوله ای ثابت حاوی سیال، مقدار حداکثر فرکانس طبیعی به ترتیب ۰/۹۵٪ و ۳/۱۶٪ افزایش داشته و با افزایش عدد نادسن از ۰/۰۱ به ۰/۰۵، نانولوله ای با حرکت محوری حاوی سیال و نانولوله ای ثابت حاوی سیال به ترتیب ۳/۹٪ و ۱۱/۲٪ افزایش مقدار حداکثر فرکانس طبیعی را به دنبال خواهد داشت.

موجب افزایش در فرکانس طبیعی و همچنین در سرعت فاز سیستم می شود.



شکل (۲) تغییرات سرعت فاز نانولوله های کربنی دارای حرکت محوری، نانولوله ای دارای حرکت محوری حاوی سیال و نانولوله ای کربنی ثابت حاوی سیال، نسبت به عدد موج برای ارتعاشات محوری.

### ۳-۶- تأثیر نانومقیاس بودن سازه و سیال عبوری بر فرکانس طبیعی

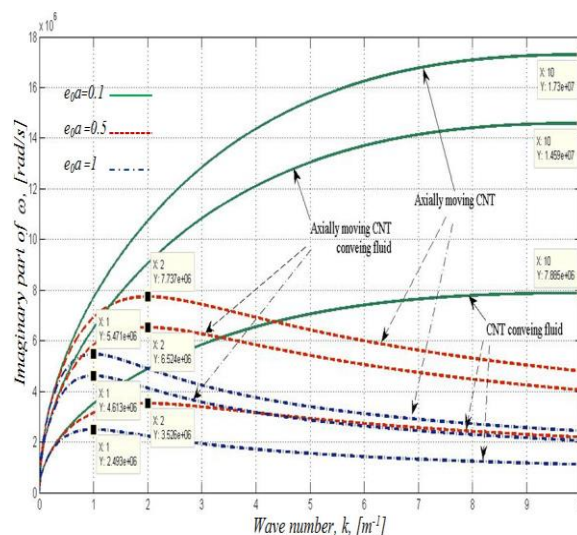
در این مقاله با در نظر گرفتن تئوری پیوسته ی غیرمحملی ارینگن و پارامتر غیرمحملی  $e_0a$  ظاهر شده در معادله ی حرکت اثر مقیاس کوچک در معادله حرکت بررسی می شود.

شکل (۳) تغییرات فرکانس طبیعی نانولوله کربنی دارای حرکت محوری، نانولوله های با حرکت محوری حاوی سیال و نانولوله های ثابت حاوی سیال را نسبت به تغییر عدد موج با سه مقدار مختلف پارامتر غیرمحملی ۰/۱، ۰/۵ و ۱ نشان می دهد. همان طور که می توان ملاحظه نمود ابتدا با افزایش عدد موج، فرکانس طبیعی به حداکثر مقدار خود رسیده و سپس کاهش می یابد؛ با افزایش پارامتر غیرمحملی، این مقدار حداکثر فرکانس طبیعی کاهش یافته و سیستم در عدد موج پایین تری به این مقدار می رسد. همان طور که در شکل (۳) نشان داده شده است، برای ارتعاشات محوری،

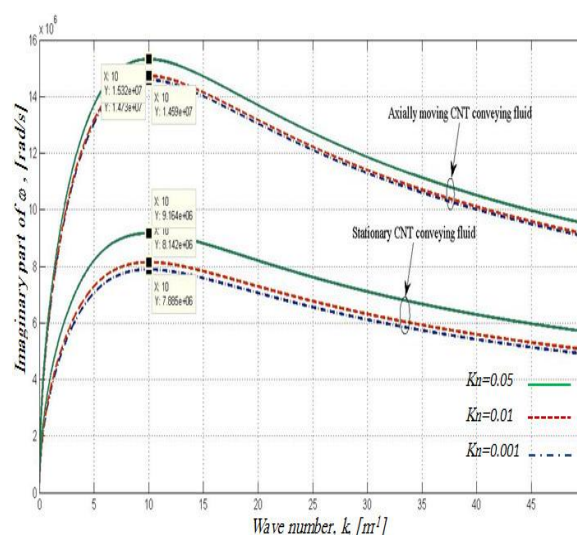
بودن سازه و سیال مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد که بیشترین فرکانس طبیعی در هر عدد موج در نانولوله‌های با حرکت محوری و بدون سیال خواهد بود لذا سیال عبوری از درون نانولوله موجب کاهش فرکانس طبیعی می‌شود و حرکت محوری نانولوله و افزایش سرعت و انرژی جنبشی سیستم می‌تواند باعث افزایش فرکانس طبیعی سیستم شود. همچنین نشان داده شد که در هر عدد موج، عبور سیال از درون سازه باعث کاهش و حرکت محوری نانولوله موجب افزایش در سرعت فاز سیستم می‌شود. همان‌طور که ملاحظه گردید ابتدا با افزایش عدد موج، فرکانس طبیعی به حداکثر مقدار خود رسیده و سپس کاهش می‌یابد؛ در این روند با افزایش پارامتر غیرمحملی، مقدار حداکثر فرکانس طبیعی کاهش یافته و سیستم در عدد موج پایین‌تری به این مقدار حداکثر می‌رسد. و نیز با افزایش عدد ناسن، فرکانس سیستم افزایش و موج بزرگ‌تری حاصل خواهد شد.

### مراجع:

- [1] Iijima S., Helical microtubules of graphitic carbon, *Nature*, 345, 1991, pp. 56-58.
- [2] Hummer, J. C., Rasaiah J. C., Noworyta J. P., Water conduction through the hydrophobic channel of a carbon nanotube, *Nature*, Vol 414, 2001, pp 188-190.
- [3] Craighead H.G., Nanoelectromechanical Systems, *Science*, Vol 290, 2000, pp 1532-1535.
- [4] Yoon J., Ru C.Q., Mioduchowski A., Vibration and instability of carbon nanotubes conveying fluid, *Composites Science and Technology*, Vol 65, 2005, pp 1326-1336.
- [5] Wang L., Ni Q., Li M., A reappraisal of the computational modeling of carbon nanotubes conveying viscous fluid, *Computational Materials Science*, Vol 44, 2008, p 821.
- [6] Wang Q., Wave propagation in carbon nanotubes via nonlocal continuum mechanics, *Journal of Applied Physics*, Vol 98, 2005, p 124301.



شکل (۳) فرکانس طبیعی نانولوله‌های کربنی دارای حرکت محوری، نانولوله‌ی دارای حرکت محوری حاوی سیال و نانولوله‌ی کربنی ثابت حاوی سیال، نسبت به عدد موج در ارتعاشات محوری و برای سه مقدار مختلف پارامتر غیرمحملی.



شکل (۴) فرکانس طبیعی نانولوله‌های کربنی دارای حرکت محوری حاوی سیال و نانولوله‌ی کربنی ثابت حاوی سیال، نسبت به عدد موج در ارتعاشات محوری و برای سه مقدار مختلف عدد ناسن.

### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله معادلات دینامیکی حاکم بر نانولوله‌های کربنی ثابت و نانولوله‌های کربنی دارای حرکت محوری در دو حالت با و بدون سیال بر اساس تئوری الاستیسیته غیرمحملی به‌دست آمد و با کمک روش تقریبی گالرکین اثرات سیال داخلی جاری، حرکت محوری نانولوله و نیز نانومقیاس



- [7] Reddy J.N., Nonlocal continuum theories of beams for the analysis of carbon nanotubes, *Journal of Applied Physics*, Vol 103, 2008, p 023511.
- [8] Rashidi V., Mirdamadi H.R., Shirani E., A Novel Model for Vibrations of Nanotubes Conveying Nanoflow, *Computational Materials Science*, 51, Vol. 1, 2012, pp 347–352.
- [9] Kaviani F., Mirdamadi H.R., Wave propagation analysis of carbon nano-tube conveying fluid including slip boundary condition and strain/inertia gradient theory, *Computers and Structures*, Vol 116, 2013, pp 75-87.
- [10] Aydogdu M., Longitudinal wave propagation in multi-walled carbon nanotubes, *Composite Structures*, Vol 107, 2014, pp 578–584.
- [11] Eringen A.C., Nonlocal continuum field theories, Springer-Verlag Inc, New York, 2002.
- [12] Paidoussis M.P., Price S.J., de Langre E., Fluid-Structure Interactions: Cross-Flow-Induced Instabilities, Cambridge University Press, New York, USA, 2005.

[۱۳] اویسی س، تحلیل انتشار موج تنش و ارتعاشات در

نانولوله‌های کربنی حاوی سیال براساس تئوری غیرمحلی،

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد

خمینی شهر، ۱۳۹۳.

