



پیش‌بینی مود II نرخ رهایی انرژی کرنشی در کامپوزیت‌های چندلایه‌ای چندجهته

افشین زین‌الدینی^{۱*}، منصور علیزاده^۳

zeinedini@iust.ac.ir *

واژه‌های کلیدی

شروع جدایش بین‌لایه‌ای، کامپوزیت،
مود دوم، نرخ رهایی انرژی کرنشی.

چکیده

جهت‌گیری الیاف یکی از مهم‌ترین پارامترهای مؤثر بر مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع جدایش بین‌لایه‌ای است. از تیری با شکاف انتهایی برای اندازه‌گیری نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع جدایش بین‌لایه‌ای کامپوزیت‌های لایه‌ای استفاده شده است. در واقع هدف از این تحقیق، پیش‌بینی مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه‌ی چندجهته از روی نتایج تجربی مربوط به قطعه‌ی تک‌جهته می‌باشد، بدون اینکه مستقیماً به آزمایش‌های تجربی و مدل‌سازی اجزاء محدود قطعه‌ی کامپوزیتی لایه‌ای چندجهته نیاز شود. در این زمینه، روشی پیشنهاد شده که ترکیبی از روش‌های پیش‌بینی و تحلیلی است. ضمناً نتایج بدست آمده از این روش با نتایج مدل‌سازی عددی و نتایج تحلیلی مقایسه شده است. این روش، حجم محاسبات عددی و تحلیلی و نیز هزینه‌ی مطالعات آزمایشگاهی را به مقدار چشم‌گیری کاهش می‌دهد.

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- مربی، مهندسی مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

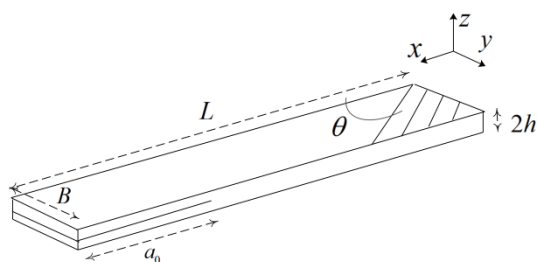
۱- مقدمه

یکی از مهم‌ترین مکانیزم‌هایی که باعث تخریب مواد کامپوزیتی می‌شود، جدایش بین لایه‌ای است. جدایش بین لایه‌ای پدیده‌ای است که باعث گسیختگی بین ماتریس و تقویت کننده‌های کامپوزیت می‌شود. دلیل رخ دادن جدایش بین لایه‌ای، فقدان تقویت کننده در راستای ضخامت است. عوامل ایجاد کننده تورق عبارتند از:

- لبه‌ی آزاد،
- ناپیوستگی‌های موجود در سازه،
- عیوب موضعی به وجود آمده در فرایند تولید یا شرایط کارکرد مانند سوراخکاری، ضربه و تغییرات دما و رطوبت. درک مفهوم جدایش بین لایه‌ای از شکست‌های فاجعه‌بار ممانعت می‌کند. گسترش ترک‌های بین لایه‌ای می‌تواند در سه مود شکست یا ترکیبی از آن‌ها بوجود آید. یکی از این مودها، مود دوم شکست نام دارد. مؤلفه‌ای که رشد ترک را پیش‌بینی می‌کند، نرخ رهایی انرژی کرنشی (G)، $SERR^1$ نامیده می‌شود. اگر این نرخ برابر یک مقدار بحرانی (G_c) شود، ترک رشد می‌کند. در مواد مرکب لایه‌ای چندجهته بدلیل تأثیر عوامل مختلف، بدست آوردن نرخ رهایی انرژی کرنشی در محل ترک دشوار است. لازم به ذکر است که پارامترهای مختلفی بر روی مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی تأثیر گذارند و تعداد این پارامترها برای مواد کامپوزیتی افزایش می‌یابند. روش ساخت، بخیه‌زنی، کسر حجمی الیاف، شکل، زاویه، جنس و ابعاد الیاف، طول یا سطح اولیه‌ی ترک، جنس ماتریس، نوع بارگذاری (دینامیکی یا استاتیکی)، نرخ بارگذاری، وجود حباب‌ها، تنش‌های پسماند و عوامل محیطی از جمله دمای محیط، رطوبت، خوردگی و... ممکن است از عوامل مؤثر بر نرخ رهایی انرژی کرنشی باشند. یکی از مهم‌ترین پارامترها، اثر زوایای الیاف مجاور ترک بر مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی (G_{II}) در کامپوزیت‌های لایه‌ای می‌باشد. برای بررسی اثر این پارامتر لازم است که آزمایشات تجربی انجام گیرد. تنوع چیدمان لایه‌ها در مواد مرکب لایه‌ای و تغییر

رفتار قطعه با تغییر چیدمان لایه‌ها، باعث افزایش آزمایش‌های تعیین خواص، برای مشخصه سازی مواد مرکب لایه‌ای شده است. بنابراین لازم است که روش‌هایی برای تخمین و پیش‌بینی پارامترهایی همچون نرخ رهایی انرژی کرنشی ارائه شوند.

آزمایش نمونه‌ی تیر یکسرگیردار دو لبه $^{2}(DCB)$ ، که در شکل (۱) نشان داده شده است، مرسوم‌ترین روش برای مطالعه‌ی جدایش بین لایه‌ای مود I می‌باشد و تنها آزمایش برای مطالعه‌ی تورق در مواد مرکب لایه‌ای استاندارد شده ($ASTM-D 5528$) می‌باشد [۱]. سادگی و خاصیت مود I داشتن آزمایش نمونه‌ی DCB ، آن را به‌طور طبیعی به عنوان اولین گزینه جهت مطالعه‌ی جدایش بین لایه‌ای مود I در مواد مرکب لایه‌ای مطرح می‌کند. در دهه‌ی ۱۹۸۰ تعدادی از محققان از نمونه‌ی DCB برای بررسی تخریب بین لایه‌ای در مواد مرکب با الیاف پیوسته استفاده کردند.



شکل (۱) شمای کلی نمونه DCB

در مورد مود دوم، هیچ توافقی بر روی آزمایشی خاص انجام نشده است. بعضی ایرادهای اساسی به دنبال این موضوع بوجود آمده که بیان می‌شود طراحی آزمایش مود II غیرممکن و شکست مود I همیشه بر این مود غلبه می‌کند. ترک‌های اولیه در مود II توسط لغزش بین دو سطح افقی تولید می‌شود و مقدار چقرمگی شکست به بار اعمالی و باز شدن ترک وابسته است [۲]. یک روش بسیار متداول، آزمایش قطعه با شکاف پایانی تحت خمش $^{3}(ENF)$ بوده که برای چوب هم استفاده شده است [۳]. نمونه‌ی ENF ارائه شده برای کامپوزیت، شبیه آزمایش DCB است و بصورت خمش سه نقطه‌ای بارگذاری می‌شود [۲]. هندسه‌ی این نمونه‌ی آزمایش، در شکل (۲) نمایش داده شده است.

2- Double cantilever beam
3- End Notch Flexure

1- Strain energy release rate

چندجهتهی ENF بوده که از مقادیر معلوم نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع تورق مود دوم چیدمانهای $[0^\circ]_{2n}$ استفاده می‌شود. روش پیشنهادی براساس ترکیب دو روش خطی سازی معکوس منحنی توزیع مود II نرخ رهایی انرژی کرنشی (G_{II}) در راستای عرض نمونه و روش جمع آثار، توسعه یافته است. برای ایجاد این روش از ترکیب چند روش که در ادامه معرفی می‌شوند، استفاده شده است:

- روابط تحلیلی محاسبه‌ی مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی
- رابطه‌ی تغییر شکل در سطح مقطع عرضی
- رابطه‌ی بین ممان خمشی و انحنا
- روش رگرسیون
- روش جمع آثار
- رابطه‌ی جابجایی دهانه‌ی ترک

در شکل (۳) نمودار جریان^۱ روش مذکور نشان داده شده است. مراحل و روش‌هایی که برای توسعه این روش به کار گرفته شده‌اند به ترتیب در این نمودار جریان مشاهده می‌شوند. همانطور که ذکر شد هدف از ارائه‌ی این روش، تخمین نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه‌های چندجهته ENF با استفاده از مقدار معلوم نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه‌ی تک جهته است. این مقدار معلوم، از آزمایش قطعه‌ی ENF تک‌جهته در نمونه‌ای که جهت‌گیری لایه‌های آن صفر درجه هستند، محاسبه می‌شود.

۲-۱- روابط تحلیلی

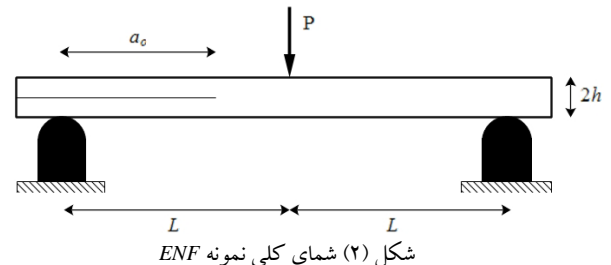
برای محاسبه مود II نرخ رهایی انرژی کرنشی در جدایش بین لایه‌ای قطعه ENF روش‌هایی تحلیلی زیر ارائه شده‌اند.

۲-۱-۲- تئوری تیر کلاسیک (CBT)

کاربرد تحلیل تئوری تیر کلاسیک تنها در موادی با صلبیت برشی بالا و نسبت ضخامت به طول ترک (h/a) کم معتبر است. مقدار مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$G_{ENF} = \frac{9P^2 a^2}{16E_{fs} B^2 h_1^3} \quad (1)$$

در این نمونه تقریباً مود II در نوک ترک ایجاد می‌شود. اگرچه استفاده و آنالیز نمونه‌ی فوق ساده است لیکن عیب اساسی آن این است که در این آزمایش ترک دارای رشد ناپایدار می‌باشد و چنانچه $a/L > 0.7$ انتخاب گردد، این عیب برطرف می‌شود [۷]. در مواد مرکب لایه‌ای چندجهته بدلیل تأثیر عوامل مختلف، بدست آوردن نرخ رهایی انرژی کرنشی در محل ترک و سایر مشخصات مانند چقرمگی شکست، دشوارتر است. محققانی همچون آراس و همکاران [۸]، برونر و همکاران [۹]، بلیکمن و همکاران [۱۰]، میگاوا و همکاران [۱۱]، جر و همکاران [۱۲]، و گالاخر و همکاران [۱۳] مود دوم جدایش بین لایه‌ای را به صورت تجربی و عددی مورد مطالعه قرار داده‌اند.



شکل (۲) شمای کلی نمونه ENF

با توجه به تنوع و گستردگی چیدمان لایه‌ها در کامپوزیت-های لایه‌ای و هزینه‌ی زیاد آزمایش خواص هر چیدمان، به ارائه‌ی روش‌های کارآمدتر برای تخمین خواص چیدمان لایه‌ها نیاز است. در این تحقیق سعی می‌شود که نرخ رهایی انرژی کرنشی قطعه، بدون نیاز مستقیم به آزمایش‌های تجربی و نیز مدل‌سازی المان محدود قطعه در نرم افزار، از روی نتایج مربوط به آزمایش قطعات تک‌جهته پیش‌بینی شود. این مدل از ترکیب روش‌های ارائه شده در مقالات قبلی پیشنهاد شده است. همچنین نمونه‌های ENF در نرم‌افزار $ABAQUS$ مدل‌سازی شده و در نهایت نتایج بدست آمده از روش بیان شده با نتایج مدل‌سازی عددی مقایسه می‌گردد. این روش، حجم محاسبات عددی و نیز هزینه‌ی مطالعات آزمایشگاهی را به مقدار چشم‌گیری کاهش می‌دهد.

۲- ارائه مدل پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی

هدف از این تحقیق، تعیین و پیش‌بینی مقدار بحرانی نرخ رهایی انرژی کرنشی شروع جدایش بین لایه‌ای در قطعات

تعریف می شود:

$$\varphi = 1 + 0.2 \frac{E_{fx}}{G_{xz}} \left(\frac{h_1}{a} \right)^2 \quad (4)$$

۲-۲- انحنا ی تیر کامپوزیتی سه بعدی

رابطه ی بین بارهای خمشی و انحنا ی یک تیر

کامپوزیتی بصورت زیر قابل بیان است [۱۵]:

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_6 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

از آنجایی که تنها بار وارد شده بر قطعات ENF بار خمشی M_1 می باشد لذا ماتریس فوق برای این قطعات بصورت زیر

نوشته می شود:

$$\begin{Bmatrix} M_1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ D_{61} & D_{62} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_6 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

از آنجایی که تنها بار وارد شده بر قطعه ENF بار خمشی M_1 می باشد لذا رابطه ی فوق برای این قطعات بصورت زیر

نوشته می شود:

$$M_1 = D_{11}k_1 + D_{12}k_2 + D_{16}k_6 \quad (7)$$

به عبارتی

$$\frac{Pa}{2B} = D_{11}k_1 + D_{12}k_2 + D_{16}k_6 \quad (8)$$

با استفاده از رابطه ی (۶) می توان نوشت:

$$\begin{cases} D_{11}k_1 + D_{12}k_2 + D_{16}k_6 = M_1 \\ D_{21}k_1 + D_{22}k_2 + D_{26}k_6 = 0 \\ D_{61}k_1 + D_{62}k_2 + D_{66}k_6 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

از دو عبارت پایینی رابطه ی (۹) می توان انحنا ی مقطع عرضی (انحنا ی زین اسبی) ناشی از خمش و پیچش در صفحه YZ را برای مواد کامپوزیتی، شکل (۴)، بصورت زیر بیان نمود:

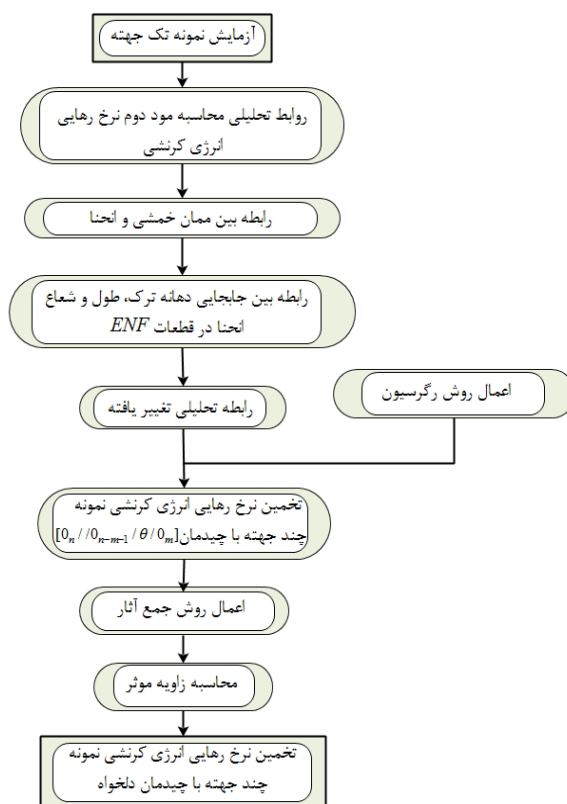
$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{D_{16}D_{26} - D_{12}D_{66}}{D_{22}D_{66} - D_{26}^2} \quad (10)$$

$$\frac{k_6}{k_1} = \frac{D_{12}D_{26} - D_{16}D_{22}}{D_{22}D_{66} - D_{26}^2} \quad (11)$$

رابطه (۸) را می توان بصورت زیر نوشت:

$$\frac{Pa}{2B} = D_{11}k_1 \left(1 + \frac{D_{12}k_2}{D_{11}k_1} + \frac{D_{16}k_6}{D_{11}k_1} \right) \quad (12)$$

که E_{fx} سفتی خمشی مؤثر در راستای الیاف است، B عرض نمونه، h_1 نصف ضخامت تیر و P بار اعمالی است [۱۴].



شکل (۳) نمودار جریان روش ارائه شده (محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه چند جهته با استفاده از آزمایش نمونه تک جهته)

۲-۱-۳- تئوری تیر تیموشنکو

با در نظر گرفتن نرمی برشی تیر و اعمال تئوری تیر تیموشنکو نرخ رهایی انرژی کرنشی کل برابر می شود با [۱۴]:

$$G_{ENF} = \frac{9P^2 a^2}{16E_{fx} B^2 h_1^3} \left[1 + 0.2 \frac{E_{fx}}{G_{xz}} \left(\frac{h_1}{a} \right)^2 \right] \quad (2)$$

که E_{fx} سفتی خمشی مؤثر در راستای الیاف است، B عرض نمونه، G_{xz} مدول برشی خارج صفحه ای، h_1 نصف ضخامت تیر و P بار اعمال شده است. با دقت در این روابط می توان دریافت که اغلب این روش های تحلیلی قابل بیان براساس مضربی از رابطه CBT هستند. بنابراین می توان این روابط تحلیلی را بصورت زیر نوشت:

$$G_{ENF} = \frac{9P^2 a^2}{16E_{fx} B^2 h_1^3} \varphi \quad (3)$$

که در تئوری تیر تیموشنکو [۱۴]، φ به صورت زیر

افزایش تعداد لایه‌های صفر و نود درجه کاهش می‌یابد، در این صورت توزیع نرخ رهایی انرژی یکنواخت‌تر خواهد بود، همچنین خواص مکانیکی ماده‌ی مرکب در مقدار نسبت D_C تأثیر گذارند، به عنوان مثال نسبت E_{11}/E_{33} تأثیر زیادی در مقدار D_C دارد. اکنون به معرفی نسبت بدون بعد D_{GC} پرداخته می‌شود که این مقدار برابر است با:

$$D_{GC} = \left| \frac{D_{12} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)}{D_{11} \left(\frac{k_2}{k_1} \right)} \right| \quad (14)$$

این نسبت در واقع حالت کلی نسبت بدون بعد D_C است که در رابطه‌ی (۱۳) تعریف گردید. اگر به رابطه D_C توجه شود می‌توان دریافت که نسبت بدون بعد D_C فقط برای کامپوزیت‌های لایه‌ای که مقادیر D_{16} و D_{26} در آن‌ها صفر است کاربرد دارد. اما نسبت بدون بعد D_{GC} برای هر چیدمانی قابل تعریف است. با جایگذاری رابطه‌ی مربوط به انحناى مقطع عرضی خمشی در رابطه‌ی (۱۴)، می‌توان نوشت:

$$D_{GC} = \left| \frac{D_{12} D_{16} D_{26} - D_{12}^2 D_{66}}{D_{11} D_{22} D_{66} - D_{26}^2 D_{11}} \right| \quad (15)$$

اگر در رابطه‌ی (۱۵) مقادیر D_{16} یا D_{26} صفر فرض شود (به عنوان مثال نمونه‌هایی که فقط دارای زوایای صفر و نود هستند)، همان پارامتر بدون بعد D_C بدست می‌آید.

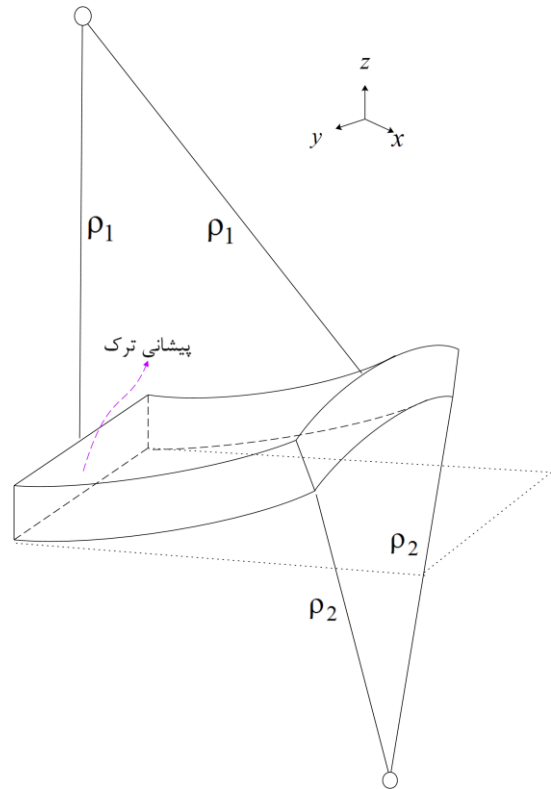
۲-۴- اصلاح و تعمیم نسبت بدون بعد β_t

سان و ژانگ [۱۷] نسبت بدون بعد β_t را به عنوان مقداری که توزیع نامتقارن منحنی نرخ رهایی انرژی کرنشی در راستای عرض نمونه را نشان می‌دهد، بصورت زیر تعریف نمودند:

$$\beta_t = \frac{D_{16}}{D_{11}} \quad (16)$$

سان و ژانگ [۱۷] اظهار داشتند که هر چه این مقدار بزرگتر باشد منحنی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در راستای عرض نمونه عدم تقارن بیشتری را بروز می‌دهد. اکنون به معرفی نسبت بدون بعد β_{Gt} پرداخته می‌شود که این مقدار برابر است با:

که نسبت‌های $\frac{D_{12} k_2}{D_{11} k_1}$ و $\frac{D_{16} k_6}{D_{11} k_1}$ در ادامه معرفی شده‌اند.



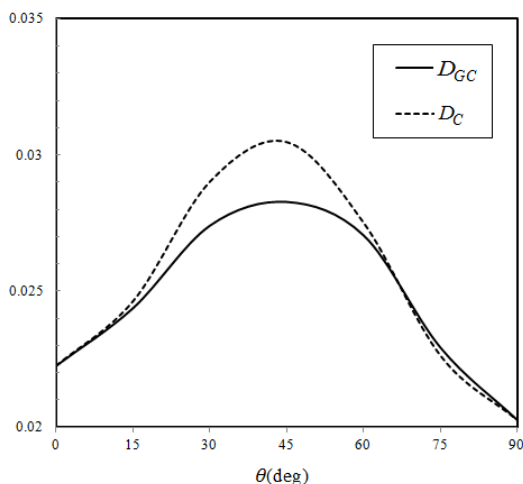
شکل (۴) شعاع‌های انحنا در تیر کامپوزیتی ناشی از بار خمشی M_1

۲-۳- اصلاح و تعمیم نسبت بدون بعد D_c

داویدسون^۱ و همکاران [۱۶] نسبت بدون بعد D_C معرفی نمودند که طبق تعریف آنها، این نسبت بی بعد در حقیقت بیانگر تفاوت نسبی تغییر شکل نمونه ENF در دو حالت تنش صفحه‌ای و کرنش صفحه‌ای می‌باشد و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$D_c = \frac{D_{12}^2}{D_{11} D_{22}} \quad (13)$$

لازم بذکر است که با توجه به تئوری کلاسیک لایه‌ای ماتریس D مدول خمشی چندلایه‌ای می‌باشد. با توجه به نتایج بدست آمده و منابع موجود نسبت D_C به چندین عامل بستگی دارد که از مهم‌ترین آنها می‌توان چینه‌ساز لایه‌ها در یک چندلایه‌ای و همچنین خواص مکانیکی ماده را نام برد. غیر یکنواخت بودن توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در طول نوک ترک بسیار وابسته به نسبت D_C می‌باشد و با افزایش آن افزایش می‌یابد. در حالت کلی مقدار D_C با

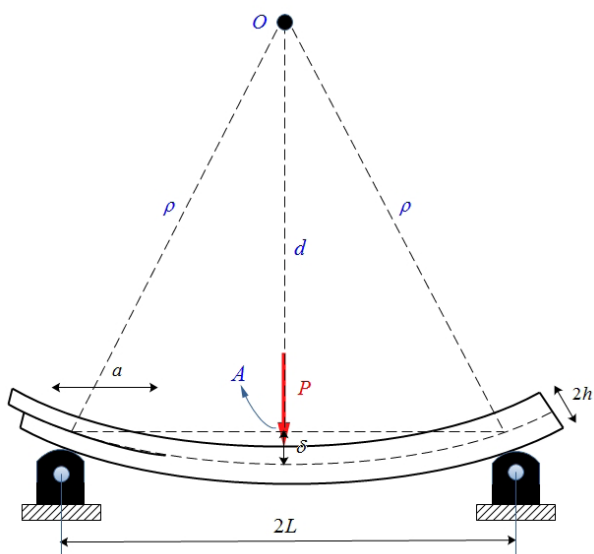


شکل (۶) اثر تغییر زاویه θ بر پارامترهای D_{GC} و D_C در چیدمان

$$[0_{12} // \theta / 0_{11}]$$

۵-۲- رابطه بین شعاع انحنا ی قطعه ENF و جابجایی در محل اعمال بار

رابطه‌ی بین شعاع انحنا ی قطعه ENF و جابجایی در محل اعمال بار را می‌توان با استفاده از هندسه‌ی بارگذاری نشان داده شده در شکل (۷) بدست آورد.



شکل (۷) هندسه‌ی قطعه‌ی ENF هنگام بارگذاری

مقدار d با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$d = \sqrt{\rho^2 - L^2} \tag{۲۰}$$

رابطه‌ی بین جابجایی در محل اعمال بار، شعاع انحنا و d به صورت زیر است:

$$\delta = \rho - d \tag{۲۱}$$

با استفاده از دو رابطه‌ی اخیر می‌توان نوشت:

$$\beta_{Gt} = \left| \frac{D_{16}}{D_{11}} \left(\frac{k_6}{k_1} \right) \right| \tag{۱۷}$$

این نسبت در واقع حالت کلی نسبت بدون بعد β_t است که توسط سان و ژنگ معرفی شد. با جایگذاری رابطه مربوط به انحنا ی مقطع عرضی پیچشی در رابطه فوق، می‌توان نوشت:

$$\beta_{Gt} = \left| \frac{D_{12}D_{16}D_{26} - D_{16}^2D_{22}}{D_{11}D_{22}D_{66} - D_{26}^2D_{11}} \right| \tag{۱۸}$$

$$\beta_{Gt} = \left| \frac{D_{16}}{D_{11}} \left(\frac{k_6}{k_1} \right) \right| \tag{۱۷}$$

این نسبت در واقع حالت کلی نسبت بدون بعد β_t است که توسط سان و ژنگ معرفی شد. با جایگذاری رابطه‌ی مربوط به انحنا ی مقطع عرضی پیچشی در رابطه فوق، می‌توان نوشت:

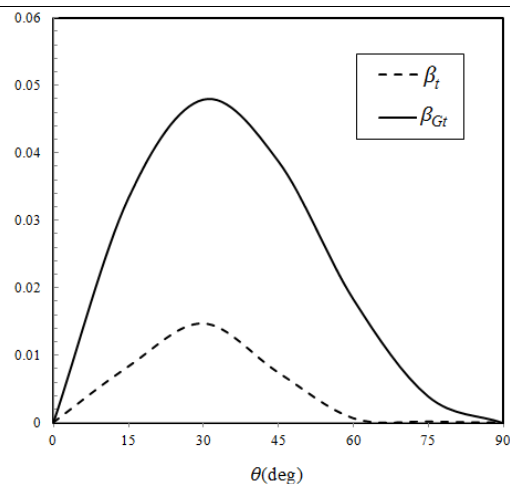
$$\beta_{Gt} = \left| \frac{D_{12}D_{16}D_{26} - D_{16}^2D_{22}}{D_{11}D_{22}D_{66} - D_{26}^2D_{11}} \right| \tag{۱۸}$$

اثر تغییر زاویه θ در چیدمان $[0_{12} // \theta / 0_{11}]$ بر پارامترهای D_{GC} و D_C ، β_{Gt} ، β_t شکل‌های (۵) و (۶) مشاهده می‌شوند که خواص مکانیکی این کامپوزیت در جدول (۱) خلاصه شده‌اند. بنابراین طبق تعاریف فوق، رابطه (۱۲) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{Pa}{2B} = D_{11}k_1(1 + D_{GC} + \beta_{Gt}) \tag{۱۹}$$

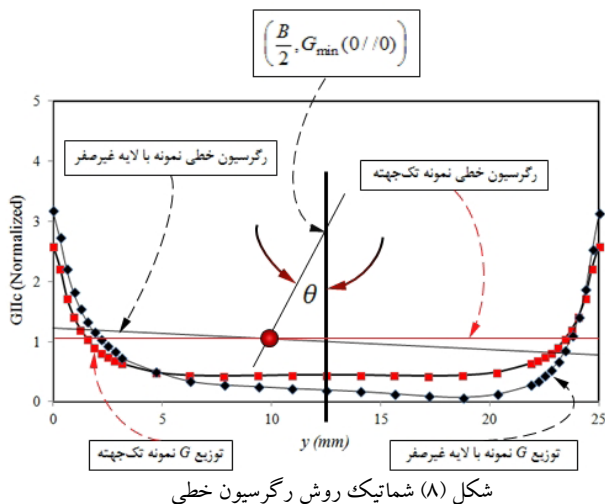
جدول (۱) خواص الاستیک ای-شیشه/اپوکسی [۱۸]

مدول کششی در راستای الیاف (E_1)	مدول برشی (G_{12})	مدول کششی عمود بر الیاف (E_2)	نسبت پواسون (ν_{12})
۳۳/۵GPa	۴/۲۶GPa	۱۰/۲۳GPa	۰/۲۷



شکل (۵) اثر تغییر زاویه θ بر پارامترهای β_{Gt} و β_t در چیدمان

$$[0_{12} // \theta / 0_{11}]$$



به عنوان مثال اگر در چیدمانی $m = 11$, $n = 12$ باشد و در چیدمان دیگری $m = 5$, $n = 12$ باشد، مقدار زاویه‌ی بوجود آمده همان θ خواهد بود و اما باید توجه داشت که هر چیدمان معادله‌ی خط مربوط به خود را داراست و این خط را می‌توان به عنوان یکی از خواص رفتاری ماده‌ی کامپوزیتی، هنگام شروع رشد ترک در آن فرض نمود. از جایگذاری مقدار $B/2$ در معادله‌ی خط رگرسیون خطی مقدار میانگین نرخ رهایی انرژی کرنشی بدست می‌آید که با تقریب خوبی، برابر با مقدار بدست آمده از تئوری تیر تیموشنکو [۱۴] است. لازم بذکر است که برای بی‌بعد کردن منحنی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در راستای عرض نمونه از رابطه‌ی (۱) استفاده می‌شود. با جایگذاری مقدار $B/2$ در معادله‌ی خط رگرسیون خطی، مقدار میانگین نرخ رهایی انرژی کرنشی بدست می‌آید که با تقریب خوبی برابر با مقدار بدست آمده از رابطه‌ی (۲۹) بوده که خود توسط رابطه‌ی (۳۰) بی‌بعد شده است. اگر معادله‌ی رگرسیون خطی برابر $R_G = Ky + Z$ باشد، لذا می‌توان نوشت:

(۲۷)

$$K\left(\frac{B}{2}\right) = \frac{\left| \frac{9\varphi}{4E_{fx}h^3} \left(\frac{2\delta D_{11}}{L^2 + \delta^2} \right)^2 \left[(1 + D_{Gc} + \beta_{Gt})^2 - (1 + D_{Gc})^2 \right] \right|}{G_{II-UD}}$$

$$Z = \frac{\frac{9\varphi}{4E_{fx}h^3} \left(\frac{2\delta D_{11}}{L^2 + \delta^2} \right)^2 (1 + D_{Gc})^2}{G_{II-UD}} \quad (28)$$

$$\rho = \frac{\delta^2 + L^2}{2\delta} \quad (22)$$

از آنجایی که:

$$k_1 = \frac{1}{\rho_1} \quad (23)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۲۲) در رابطه (۲۳) می‌توان نوشت:

$$k_1 = \frac{2\delta}{\delta^2 + L^2} \quad (24)$$

رابطه (۳) را به صورت زیر نیز می‌توان نوشت:

$$G_{II} = \frac{9}{4E_{fx}h^3} \left(\frac{Pa}{2B} \right)^2 \varphi \quad (25)$$

با جایگذاری روابط (۱۹) و (۲۴) در رابطه‌ی (۲۵) می‌توان نوشت:

(۲۶)

$$G_{II} = \frac{9}{4E_{fx}h^3} \left[\left(\frac{2\delta D_{11}}{\delta^2 + L^2} \right) (1 + D_{Gc} + \beta_{Gt}) \right]^2 \varphi$$

۲-۶- اعمال روش رگرسیون

روش رگرسیون که بر مبنای خطی‌سازی منحنی بی‌بعد شده-ی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در راستای عرض نمونه، پایه‌گذاری شده، بیان می‌کند که معادله‌ی خط ناشی از خطی‌سازی منحنی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در راستای عرض نمونه بیانگر توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی است. به عبارتی شیب این خط، مقدار نامتقارنی این منحنی را نشان می‌دهد. همچنین از دیگر مزایای روش رگرسیون آنست که برای نمونه‌ای با چیدمان $[0_n // \theta / 0_{n-1}]$ اگر از نقاطی یکی به مختصات $(B/2, G_{II-max-norm}[0^\circ]_{2n})$ و دیگری نقطه‌ی برخورد رگرسیون خطی دو منحنی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در راستای عرض نمونه، خطی عبور داده شود، آنگاه زاویه‌ی بین این خط و خط عمودی گذرنده از نقطه‌ی $(B/2, 0)$ بیانگر همان زاویه‌ی θ در چیدمان $[0_n // \theta / 0_{n-1}]$ است، در شکل (۸) موضوع به خوبی نشان داده شده است. نکته‌ی قابل توجه آنست که زاویه‌ی بوجود آمده در اثر خطی‌سازی به ترتیب لایه‌چینی الیاف با جهت‌گیری θ در چیدمان $[0_n // \theta / 0_{n-1}]$ بستگی ندارد.

با استفاده از رابطه‌ی (۲۷)، شیب معادله‌ی رگرسیون خطی منحنی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ قابل محاسبه است. توجه شود که در روابط فوق هم‌ه‌ی پارامترها بجز P و δ (بار و جابجایی بدست آمده از آزمایش نمونه‌ی تک‌جهته) در مخرج کسرهای مربوط به نمونه با چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ هستند. در رابطه‌ی (۲۸) بایستی توجه گردد که:

$$K[\psi_f / \gamma_e // \xi_p / \lambda_q] = K[\psi / 0_{f-1} / 0_e // 0_p / 0_q] + K[0 / \psi / 0_{f-2} / 0_e // 0_p / 0_q] + K[0_2 / \psi / 0_{f-3} / 0_e // 0_p / 0_q] + \dots + K[0_{f-1} / \psi / 0_e // 0_p / 0_q] + K[0_f / \gamma / 0_{e-1} // 0_p / 0_q] + \dots + K[0_f / 0_e // 0_p / 0_{q-1} / \lambda]$$

عبارت فوق به این معناست که شیب رگرسیون خطی مربوط به منحنی بی‌بعد شده‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ برابر است با مجموع شیب رگرسیون خطی مربوط به منحنی بی‌بعد شده‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی هر چیدمان، زمانی که فقط و فقط یک جهت‌گیری الیاف غیر صفر دارد. برای محاسبه‌ی مقدار Z مربوط به چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ کفایت از فرمول زیر تبعیت شود:

$$\Phi = \frac{f\psi + e\gamma + p\xi + q\lambda}{f + e + p + q} \quad (31)$$

این مقدار، بیانگر زاویه‌ی مؤثر یا جهت‌گیری معادل الیاف کل نمونه با چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ است. حال برای بدست آوردن نقطه‌ی تلاقی رگرسیون خطی نمونه با چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ روش زیر پایه‌گذاری شده است. این روش بر این اصل پایه‌گذاری شده که نقاط تلاقی رگرسیون خطی نرخ رهایی انرژی کرنشی برای همه جهت‌گیری‌ها بر روی یک خط قرار دارند این خط همان مقدار میانگین نرخ رهایی انرژی کرنشی چیدمان تک‌جهته $[0^\circ]_{f+e+p+q}$ با الیاف صفر درجه بوده که از آزمایش بدست آمده است. پس می‌توان با محاسبه‌ی مقادیر K و Z ، روابط (۲۷) و (۲۸)، مربوط به چیدمان $[0_{f+e} / 0_{p+q-u-1} / \theta / 0_u]$ که در آن $0^\circ < \theta < 90^\circ$ و $0 \leq u \leq (p+q-1)$ هستند و سپس محاسبه‌ی نقطه‌ی تلاقی این خط و خط افقی (مقدار بی‌بعد شده‌ی میانگین

با استفاده از رابطه‌ی (۲۷)، شیب معادله‌ی رگرسیون خطی منحنی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ قابل محاسبه است. توجه شود که در روابط فوق هم‌ه‌ی پارامترها بجز P و δ (بار و جابجایی بدست آمده از آزمایش نمونه‌ی تک‌جهته) در مخرج کسرهای مربوط به نمونه با چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ هستند. در رابطه‌ی (۲۸) بایستی توجه گردد که:

$$\begin{cases} \frac{9\chi}{4E_{\beta}h^3} \left(\frac{2\delta D_{11}}{L^2 + \delta^2} \right)^2 \left[(1 + D_{Gc} + \beta_{Gt})^2 - (1 + D_{Gc})^2 \right] \geq 0 & 0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \\ G_{II-UD} \\ \frac{9\chi}{4E_{\beta}h^3} \left(\frac{2\delta D_{11}}{L^2 + \delta^2} \right)^2 \left[(1 + D_{Gc} + \beta_{Gt})^2 - (1 + D_{Gc})^2 \right] \leq 0 & -90^\circ < \theta \leq 0 \end{cases}$$

مفهوم عبارت اخیر آنست که برای جهت‌گیری الیاف (θ) مثبت در چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ ، شیب معادله‌ی رگرسیون خطی منحنی بی‌بعد شده‌ی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی، مقداری مثبت و برای جهت‌گیری الیاف (θ) منفی در چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ ، شیب معادله‌ی رگرسیون خطی منحنی توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی مقداری منفی است. با استفاده از روابط (۲۷) و (۲۸) می‌توان معادله‌ی خط رگرسیون خطی منحنی بی‌بعد شده نرخ رهایی انرژی کرنشی را محاسبه نمود. لازم بذکر است که در روابط فوق بار و جابجایی دهانه‌ی ترک، مربوط به شروع جدایش بین لایه‌ای مود دوم چیدمان $[0^\circ]_{2n}$ هستند. برای محاسبه مقدار δ فرض زیر را در نظر گرفت:

از آنجایی که جابجایی دهانه‌ی ترک مربوط به چیدمان $[0_n / 0_{n-m-1} / \theta / 0_m]$ مورد نظر است، می‌توان با تقریب خوبی آن را برابر جابجایی دهانه‌ی ترک چیدمان $[0^\circ]_{2n}$ در نظر گرفت یعنی آنکه $\delta_{MD} \cong \delta_{UD}$.

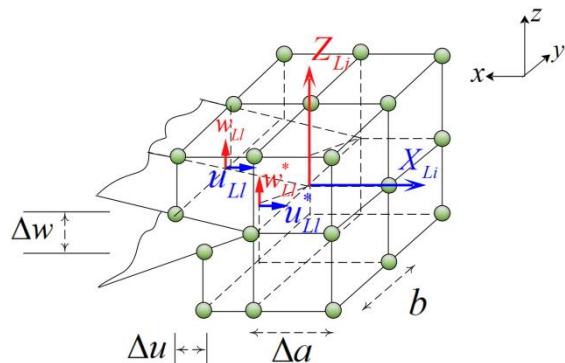
۲-۲- اعمال روش جمع آثار

با استفاده از روش جمع آثار می‌توان روش فوق را برای پیش‌بینی مقدار G هر چیدمانی بکار برد. برای این کار با محاسبه‌ی جداگانه‌ی مقادیر K و Z برای هر چیدمان

دو سطح تعریف می‌شود. گره‌ها در سطوح بالایی و پایینی مختصات یکسانی دارند اما متصل نیستند. در شکل (۹) قسمتی از ناحیه‌ی جدایش بین لایه‌ای نشان داده شده است که با المان ۸ گرهی مدل‌سازی شده است [۲۲]. مؤلفه‌ی اول $SERR$ یعنی G_{II} به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$G_{II} = -\frac{1}{2\Delta A} \cdot X_{Li} \cdot (u_{Ll} - u_{Ll}^*) \quad (32)$$

که در این رابطه $\Delta A = \Delta a \times b$ ، مساحتی است که به صورت مجازی بسته می‌شود و b پهنای هر شبکه است. X_{Li} نشان دهنده‌ی نیروهای نوک ترک در ستون L و سطر i می‌باشد. جابجایی‌های متناظر پشت جدایش بین لایه‌ای در سطح بالایی و در سطح پایینی مطابق شکل (۹) نشان داده شده‌اند.



شکل (۹) روش $VCCT$ برای شبکه ۸ گرهی سه بعدی

۴- مدل‌سازی المان محدود

هندسه‌ی نمونه‌ی مدل‌سازی شده همانند نمونه‌ی آزمایش شده توسط شکریه و همکاران [۱۸] است. مدل‌سازی با استفاده از نرم افزار $ABAQUS$ به صورت سه بعدی و با در نظر گرفتن ۱۴۲۰۸ المان آجری هشت گرهی انجام شده است. خواص الاستیک کامپوزیت ای-شیشه/اپوکسی برای هر لایه مطابق جدول (۱) می‌باشند.

شرایط مرزی بدین صورت بر قطعه‌ی ENF اعمال شده است که از تغییر مکان‌های لبه‌های پایینی در جهت x و z ممانعت می‌شود یعنی $u = w = 0$. برای جلوگیری از حرکت جسم صلب، تغییر مکان در جهت y ، جابه‌جایی دو گره در گوشه‌های پایینی صفر در نظر گرفته می‌شوند، شکل (۱۰).

نرخ رهایی انرژی کرنشی چیدمان تک‌جهته $[0^\circ]_{f+e+p+q}$ و نهایتاً ترسیم خطی از این نقطه‌ی تلاقی با شیب $tg(90^\circ + \theta)$ که نقطه برخورد آن با خطی به معادله $y = B/2$ ، همان نقطه به مختصات $(B/2, G_{II-min-norm}[0^\circ]_{2n})$ است. سپس خطی با زاویه Φ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت نسبت به خط عمودی گذرنده از میانه محور افقی رسم می‌شود.

۳- مطالعات عددی

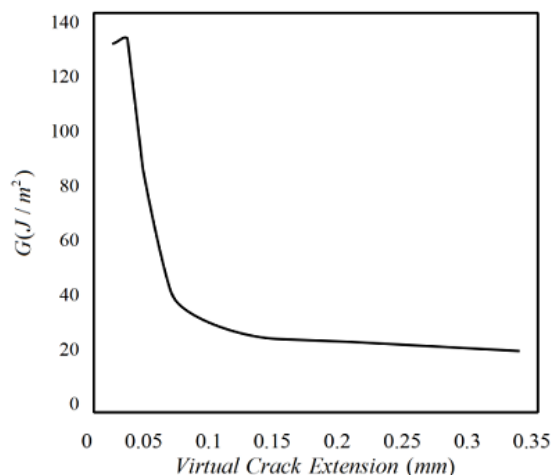
روش‌های عددی گوناگونی برای محاسبه‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی براساس نتایج بدست آمده از تجزیه و تحلیل اجزاء محدود استفاده شده است. تفاوت بین روش‌های اجزاء محدود به‌طور کلی ناشی از روش محاسبه‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی می‌باشد. یکی از پر کاربردترین روش‌های پیش‌بینی چقرمگی شکست در مواد مرکب روش بسته شدن مجازی ترک ($VCCT^1$) است، که روشی تقریبی بر پایه‌ی مکانیک شکست است [۱۹ و ۲۰] و در این مطالعه به‌عنوان روش عددی محاسبه‌ی $SERR$ مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش بر پایه‌ی دو فرض عمده بنا شده است:

- (۱) زمانی که ترک رشد می‌کند، مقدار انرژی آزاد شده برابر با مقدار انرژی لازم برای بستن دهانه‌ی ترک است.
- (۲) در زمان رشد ترک، حالت تنش در نوک ترک به صورت یکنواخت فرض می‌شود.

در روش $VCCT$ که توسط ریپیکی و کنین [۲۱] پیشنهاد شده است، نرخ رهایی انرژی از نیروهای گرهی و جابجایی‌های بدست آمده از مدل اجزاء محدود قابل محاسبه است. این فرآیند هنگامی کارآیی محاسباتی دارد که شبکه‌بندی باندازه‌ی کافی ریز باشد و همه‌ی جزء‌های نوک ترک ابعاد یکسانی در راستای رشد ترک داشته باشند. تحت این شرایط، نرخ آزاد شدن انرژی فقط از یک تحلیل قابل محاسبه است. در یک مدل اجزاء محدود سه بعدی که از المان‌های سه‌بعدی توپر^۳ تشکیل شده است، جدایش بین لایه‌ای به طول a به صورت یک ناپیوستگی دو بعدی بین

1- Virtual crack closure technique
2- Element
3- Solid

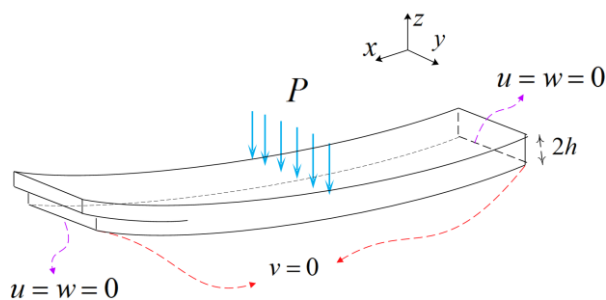
کرنشی افزایش می‌یابد اما این افزایش تا محدوده‌ی خاصی ادامه دارد و پس از آن مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی بدست آمده با استفاده از روش بسته شدن مجازی ترک کاهش و سپس ثابت باقی می‌ماند. لازم بذکر است که نتایج ارائه شده برای $\Delta a = t/20$ بدست آورده شده‌اند.



شکل (۱۲) اثر اندازه‌ی المان بر مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی

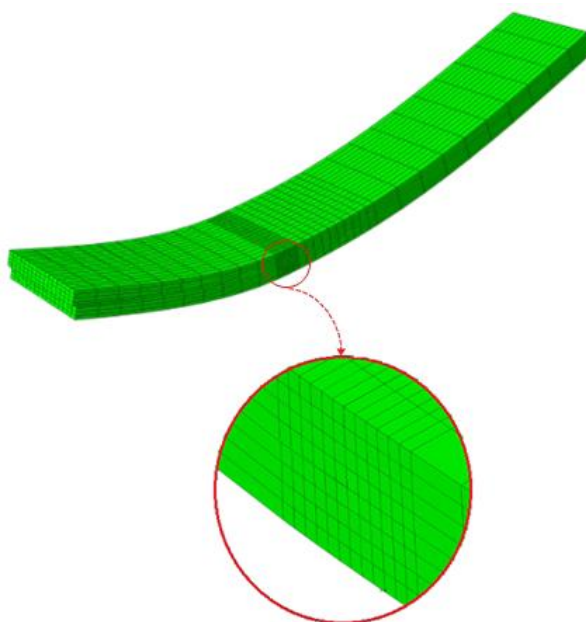
۵- نتایج

در محاسبه‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی با استفاده از روش‌های تحلیلی بایستی سفتی خمشی مؤثر چندلایه‌ای محاسبه شود. در جدول (۲) استحکام خمشی مؤثر هر بازوی نمونه‌ی *ENF* با استفاده از روش‌های ارائه شده در مرجع [۱۵] تخمین زده و سپس استحکام خمشی مؤثر چندلایه‌ای کل نمونه محاسبه شده است. در جدول (۳) نرخ رهایی انرژی کرنشی با استفاده از روش‌های اجزا محدودی، پیش‌بینی و مدل تئوری تیر تیموشنکو شده آورده شده‌اند. نتایج این جدول با استفاده از خواص و ابعاد کامپوزیت شیشه/اپوکسی مطالعه شده توسط شکریه و همکاران [۱۸] بدست آمده‌اند. در این جدول خطای روش پیش‌بینی نسبت به روش اجزا محدودی محاسبه و با خطای ناشی از تخمین نرخ رهایی انرژی کرنشی با روش تحلیلی مقایسه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود خطای روش پیش‌بینی کمتر از خطای روش تئوری است. همانطور که از نتایج جدول (۳) بر می‌آید، روش ارائه شده قادر به پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی برای هر نوع چیدمان و هر نوع کامپوزیت لایه‌ای تقویت شده با الیاف بلند است.



شکل (۱۰) شرایط مرزی و بارگذاری نمونه مدل‌سازی شده

شکل (۱۱) شبکه‌بندی در مدل اجزا محدود و بزرگنمایی نزدیک نوک ترک برای نمونه را نشان می‌دهند. در اکثر مناطق نمونه، دو لایه‌ی بالایی و پایینی هر بازوی نمونه به وسیله‌ی المان‌های لایه‌ای آجری هشت‌گره‌ی (*C3D8R*) با یک نقطه‌ی انتگرالی^۱ در هر لایه مدل شده است.



شکل (۱۱) شبکه‌بندی در مدل اجزا محدودی نمونه *ENF* و بزرگنمایی مدل در نوک ترک

در مجاورت ترک، میدان تنش رفتاری نوسانی دارد، به این دلیل مقادیر بدست آمده از *VCCT* برای نرخ رهایی انرژی کرنشی نسبت به اندازه المان در نوک ترک حساسیت دارند. بنابراین در ابتدا، آنالیز حساسیت به اندازه المان انجام شده است.

اثر تغییر Δa بر نرخ رهایی انرژی کرنشی در شکل (۱۲) نشان داده شده است. نتیجه آنکه با افزایش تعداد المان‌ها یا عبارتی کوچکتر شدن المان، مقدار نرخ رهایی انرژی

1- Integration point

جدول (۲) سفتی خمشی موثر نمونه‌های مختلف

چیدمان	$E_{fx}(GPa)$ بازوی پایینی	$E_{fx}(GPa)$ بازوی بالایی	$E_{fx}(GPa)$ کل نمونه
$[0^{\circ}_5/30^{\circ}_4]_s$	۲۲/۲۱	۲۲/۲۱	۲۲/۲۱۰
$[0^{\circ}_5/45^{\circ}_4]_s$	۲۱/۹۴	۲۱/۹۴	۲۱/۹۴۰
$[30^{\circ}_4/0^{\circ}_5]_s$	۱۵/۰۳	۱۵/۰۳	۱۵/۰۳۰
$[45^{\circ}_4/0^{\circ}_5]_s$	۱۲/۴۶	۱۲/۴۶	۱۲/۴۶۰
$[(0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // 45^{\circ} / (0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۶	۲۰/۸۷	۲۰/۸۵۵
$[(0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // 45^{\circ} / (0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۱۷	۲۰/۱۸	۲۰/۱۷۵
$[(0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // 45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۶	۲۰/۸۷	۲۰/۸۵۵
$[(0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // 45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۱۷	۲۰/۱۸	۲۰/۱۷۵
$[(0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۶	۲۰/۸۷	۲۰/۸۶۵
$[(0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۱۷	۲۰/۱۸	۲۰/۱۷۵
$[(0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۶	۲۰/۸۷	۲۰/۸۶۵
$[(0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۱۷	۲۰/۱۸	۲۰/۱۷۵
$[(0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -30^{\circ} / (0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۷	۲۰/۸۷	۲۰/۸۷۰
$[(0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -30^{\circ} / (0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۷	۲۰/۱۸	۲۰/۵۱۹
$[(0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -30^{\circ} / (0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۷	۲۰/۸۷	۲۰/۸۷۰
$[(0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -30^{\circ} / (0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۱۸	۲۰/۱۸	۲۰/۱۸۰
$[(0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/45^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۶	۲۰/۸۶	۲۰/۸۶۰
$[(0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/45^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۱۷	۲۰/۱۷	۲۰/۱۷۰
$[(0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/45^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۶	۲۰/۸۶	۲۰/۸۶۰
$[(0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/45^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۱۷	۲۰/۱۷	۲۰/۱۷۰
$[(0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -30^{\circ} / (0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۸۷	۲۰/۸۷	۲۰/۸۷۰
$[(0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$	۲۰/۱۷	۲۰/۱۷	۲۰/۱۷۰

جدول (۳) مقایسه مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی (J/m^2) با استفاده از روش‌های مختلف برای کامپوزیت شیشه/اپوکسی (خطاها نسبت به روش

مدلسازی عددی محاسبه شده‌اند)

خطا (-%)	رابطه تحلیلی (۲)	خطا (-%)	روش ارائه شده	VCCT	چیدمان
۵/۳	۱۲۴	---	---	۱۳۱	$[0^{\circ}]_{18}$
۶/۸	۱۷۶	۲/۶	۱۸۴	۱۸۹	$[0^{\circ}_5/30^{\circ}_4]_s$
۷/۵	۱۸۶	۴/۵	۱۹۲	۲۰۱	$[0^{\circ}_5/45^{\circ}_4]_s$
۷/۸	۱۷۵	۲/۶	۱۸۵	۱۹۰	$[30^{\circ}_4/0^{\circ}_5]_s$
۸/۹	۱۸۵	۵/۴	۱۹۲	۲۰۳	$[45^{\circ}_4/0^{\circ}_5]_s$
۹/۹	۱۴۶	۴/۳	۱۵۵	۱۶۲	$[(0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // 45^{\circ} / (0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۷/۷	۱۵۶	۴/۷	۱۶۱	۱۶۹	$[(0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // 45^{\circ} / (0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۸/۱	۱۳۶	۶/۱	۱۳۹	۱۴۸	$[(0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // 45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۸/۷	۱۳۶	۶/۷	۱۳۹	۱۴۹	$[(0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // 45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۵/۲	۱۴۴	۴/۶	۱۴۵	۱۵۲	$[(0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۳/۸	۱۵۱	۳/۲	۱۵۲	۱۵۷	$[(0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۷/۶	۱۴۶	۳/۸	۱۵۲	۱۵۸	$[(0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۸/۶	۱۴۹	۵/۸	۱۵۴	۱۶۳	$[(0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/-45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۵/۲	۱۴۶	۳/۲	۱۴۹	۱۵۴	$[(0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -30^{\circ} / (0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۶/۴	۱۴۶	۲/۶	۱۵۲	۱۵۶	$[(0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -45^{\circ} / (0^{\circ}_2/45^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$
۵/۲	۱۴۵	۲/۶	۱۴۹	۱۵۳	$[(0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2/30^{\circ} // -30^{\circ} / (0^{\circ}_2/30^{\circ})_2/0^{\circ}_2]$

۸/۱	۱۴۷	۴/۴	۱۵۳	۱۶۰	$[(0_{2/30})_2/0_{2/30} // -30/(0_{2/30})_2/0_2]$
۵/۲	۱۴۶	۳/۲	۱۴۹	۱۵۴	$[(0_{2/45})_2/0_{2/30} // -30/(0_{2/45})_2/0_2]$
۸/۲	۱۴۶	۳/۸	۱۵۳	۱۵۹	$[(0_{2/30})_2/0_{2/45} // -45/(0_{2/30})_2/0_2]$
۵/۹	۱۴۴	۲/۶	۱۴۹	۱۵۳	$[(0_{2/45})_2/0_{2/45} // -45/(0_{2/45})_2/0_2]$
۸/۸	۱۴۶	۴/۴	۱۵۳	۱۶۰	$[(0_{2/30})_2/0_{2/45} // -45/(0_{2/30})_2/0_2]$
۷/۱	۱۳۱	۴/۳	۱۳۵	۱۴۱	$[(0_{2/45})_2/0_{2/45} // -45/(0_{2/45})_2/0_2]$
۷/۰	۱۳۳	۴/۹	۱۳۶	۱۴۳	$[(0_{2/30})_2/0_{2/30} // -30/(0_{2/30})_2/0_2]$
					$[(0_{2/45})_2/0_{2/45} // -45/(0_{2/45})_2/0_2]$

خطی‌سازی معکوس منحنی توزیع G در راستای عرض نمونه، روش جمع آثار و روش هندسی توسعه یافت. از مقایسه‌ی نتایج روش معرفی شده، اجزاء محدود و مدل‌های تحلیلی می‌توان نتیجه گرفت که مدل ارائه شده روشی ساده برای پیش‌بینی مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی کامپوزیت‌های لایه‌ای است. همانطور که در جدول (۳) قابل مشاهده است برای انواع چیدمان‌ها روش ارائه شده در این مقاله نتایج قابل قبولی را برای مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی پیش‌بینی کرده است. به عنوان مثال برای نمونه‌ی کامپوزیتی با چیدمان $[(0_{2/45})_2/0_{2/45} // -45]$

$45/(0_{2/45})_2/0_2]$ مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی 136 j/m^2 پیش‌بینی شده که دارای خطای بسیار کمی نسبت به روش مدل‌سازی است. همچنین مشاهده گردید روش $VCCT$ روشی ساده اما بسیار کاربردی، در زمینه‌ی مطالعه قطعات کامپوزیتی تحت شکست است. بنابراین می‌توان موارد زیر را از مهمترین مزایای روش به شمار آورد:

۱. کاهش هزینه‌ی ناشی از ساخت قطعات ENF و هزینه‌ی مطالعات آزمایشگاهی
۲. کاهش محاسبات مربوط به مدل‌سازی عددی
۳. خطای بسیار کمتر نسبت به روش تحلیلی
۴. قابل استفاده برای همه سیستم‌های (جنس) کامپوزیتی لایه‌ای
۵. مستقل بودن این روش از ابعاد هندسی نمونه

اعتبار سنجی و مقایسه‌ی دوم، براساس مطالعه‌ی انجام شده توسط مورایس و پیرا [۲۳] صورت گرفته است. پیرا و مورایس قطعه‌ی ENF ساخته شده از الیاف کربن و رزین اپوکسی را مورد مطالعه قرار دادند. ابعاد هندسی و خواص مکانیکی این نمونه در جدول‌های (۴) و (۵) آورده شده‌اند.

جدول (۴) خواص الاستیک کربن/اپوکسی [۲۳]

مدول کششی	مدول	مدول کششی نسبت پواسون
در راستای الیاف (E_1)	برشی (G_{12})	عمود بر الیاف (E_2)
130 GPa	$4/8 \text{ GPa}$	$8/2 \text{ GPa}$
		$0/33$

جدول (۵) ابعاد هندسی قطعه ساخته شده از کربن/اپوکسی [۲۳]

طول نمونه (mm)	طول ترک عرض نمونه	ضخامت نمونه (mm)
۵۵	۳۰	۲۰
		۳/۶

جدول (۶) نرخ رهایی انرژی کرنشی را با استفاده از دو روش مدل‌سازی عددی و روش ارائه شده در این تحقیق نشان می‌دهد. همانطور که برای کامپوزیت‌های شیشه/اپوکسی این روش مقادیر خوبی را برای مود II نرخ رهایی انرژی کرنشی ارائه می‌دهد، برای کامپوزیت‌های کربن/اپوکسی نیز نتایج قابل قبولی تخمین می‌زند.

۵- جمع بندی

در این مقاله روشی برای پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی توسعه یافت. در این روش مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی شروع جدایش بین لایه‌ای انواع چیدمان‌ها و هر جنس از قطعات ENF با استفاده از مقادیر معلوم نرخ رهایی انرژی کرنشی در شروع جدایش بین لایه‌ای مود دوم چیدمان‌های $[0^0]_{2n}$ پیش‌بینی شد. این روش براساس ترکیب روش‌های

مراجع

- [12] Jar P.Y.B., Dick T.M., Kuboki T., Comparison of testing methods for fibre-reinforced polymers (FRP) in resistance to in-plane sliding mode of delamination (Mode II), *Journal Material Science*, Vol. 40, 2005, pp. 1481–1484.
- [13] Gallagher E., Kuboki T., Jar P.Y.B., Cheng J.J.R., in Proceedings CD of ANTEC, Society of Plastics Engineers, 2004.
- [14] Gdoutos E.E., Pilakoutas K., Chris A., Rodopoulos., Failure Analysis of Industrial Composite Materials, *McGraw-Hill Professional*, 2000, pp. 553.
- [15] Tsai S.W., Introduction to Composite Materials, *Technomic Publishing Company*, 1980.
- [16] Davidson B.D., Kruger R., Konig M., Effect of stacking sequence on energy release rate distributions in multidirectional DCB and ENF specimens, *Engineering Fracture Mechanism*, Vol. 55, 1996, pp. 557–569.
- [17] Sun C.T., Zheng S., Delamination characteristics of double-cantilever beam and end-notched flexure composite specimens, *Composite Science and Technology*, Vol. 56(4), 1996, pp. 451–459.
- [18] Shokrieh M.M., Heidari-Rarani M., Ayatollahi M.R., Delamination R-curve as a material property of unidirectional glass/epoxy composites, *Materials and Design*, 2012.
- [19] Chang. F.K., Chang. K.Y., A Progressive Damage Model for Laminated Composites Containing Stress Concentrations, *Journal Composite Material*, Vol. 21, 1987, pp. 834–855.
- [20] Olsson R.A., “A simplified improved beam analysis of the DCB specimen”, *Composites Science and Technology*, Vol. 43, 1992, pp. 329–338.
- [21] Rybicki E.F., Kanninen M.F., A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 9, 1997, pp. 931–938.
- [22] Krueger R., Goetze D., Influence of Finite Element Software on Energy Release Rates Computed Using the Virtual Crack Closure Technique: History, Approach and Applications, NASA/CR-2006-214523.
- [23] De Morais AB., Pereira AB., Application of the effective crack method to mode I and mode II interlaminar fracture of carbon/epoxy unidirectional laminates, *Composites Part A* Vol. 38, 2007, pp. 785–794.
- [1] ASTM D5528. Standard test method for mode I interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber-reinforced polymer matrix composites, *Annual book of ASTM standards*, Vol. 15, 2007, pp. 1-12.
- [2] Sriharan S., Delamination Behavior of composite, Published by Woodhead Publishing and Maney Publishing on behalf of The Institute of materials, Mainerals & Mining, CRC Press Boca Raton Boston New York Washington, (2008).
- [3] Sheinman I., Kardomateas G.A., Energy release rate and stress intensity factors for delaminated composite laminates, *International Journal Solids Structure*, Vol. 34(4), 1997, pp. 451–9.
- [4] Sela N., Ishai O., Interlaminar fracture toughness and toughening of laminated composite materials, *a review Composites*, Vol. 20(5), 1989, pp. 416.
- [5] Barrett J.D., Foschi R.O., Mode II stress intensity factors for cracked wood beams, *Engineering Fracture Mechanism*, Vol. 9(3), 1977, pp. 371–387.
- [6] O'Brien T.K., Characterization of delamination onset and growth in a composite laminate, *In: Reifsnider KL, editor. Damage in composite materials, American Society for Testing and Materials, ASTM STP*, Vol. 775, 1982, pp. 140–167.
- [7] Davies P., Casari P., Carlsson LA., Influence of fibre volume fraction on mode II interlaminar fracture toughness of glass/epoxy using the 4ENF specimen, *Composite Science Technology*, Vol. 65, 2005, pp. 295–300.
- [8] Arrese A., Carbajal N, Vargas G., Mujika F., A new method for determining mode II R-curve by the End-Notched Flexure test, *Engineering Fracture Mechanism*, Vol. 77, 2010, pp. 51–70.
- [9] Brunner AJ., Blackman BRK., Davies P., An status report on delamination resistance testing of polymer–matrix composites, *Engineering Fracture Mechanism*, Vol. 75, 2008, pp. 2779–2794.
- [10] Blackman BRK., Kinloch AJ., Paraschi M., The determination of the mode II fracture resistance, GIIC, of structural adhesive joints: an effective crack length approach, *Engineering Fracture Mechanism*, Vol. 72, 2005, pp. 877–897.
- [11] Miyagawa H., Chiaki S., Ikegami, K., Experimental Determination of Fracture Toughness of CFRP in Mode II by Raman Spectroscopy, *Applied Composite Materials*, Vol. 8, 2001, pp. 25–41.