

بررسی رفتار دینامیکی (ارتعاشات عرضی) و تحلیل ناپایداری نانولوله های کربنی سه جداره حاوی نانو سیال

سهیل اویسی^۱، حسن نحوی^{۲*}، داود طغرایبی^۳

* نویسنده مسئول: nahvi@iaukhsh.ac.ir

چکیده

واژه‌های کلیدی

نانولوله کربنی، نانوسیال، ارتعاشات عرضی، روش تقریبی گالرکین.

در این تحقیق، بحث بر روی رفتار دینامیکی نانولوله‌های کربنی شامل ارتعاشات، انتشار موج و برهم‌کنش سیال-سازه متمرکز شده‌است. در تحقیق جاری، ارتعاشات عرضی نانولوله‌های کربنی بررسی خواهد شد. بدین منظور بر اساس تئوری‌های الاستیسیته پیوسته‌ی غیرمحلّی و گرادیان کرنش-اینرسی و نیز با استفاده از مدل‌های میله و تیر اویلر-برنولی رفتار دینامیکی سیستم مدل‌سازی شده و معادلات حرکت با استفاده از روش تقریبی مانده وزنی گالرکین گسسته‌سازی و حل می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند که سیال عبوری از درون نانولوله‌ها می‌تواند فرکانس‌های طبیعی آن را به‌ویژه در نانولوله‌های طویل با شعاع داخلی بزرگ و در سرعت‌های بالای سیال به‌طور قابل توجهی کاهش دهد. همچنین فرکانس‌های طبیعی و پایداری سیستم به‌خصوص در ارتعاشات محوری، به‌شدت به پارامتر مقیاس طول ماده (نانومقیاس) وابسته هستند.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی‌شهر، اصفهان، ایران.

۲- دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

۳- استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی‌شهر، اصفهان، ایران.

۱- مقدمه

در این تحقیق، با استفاده از مدل تیر اویلر-برنولی، مدلی برای ارتعاشات نانولوله‌های کربنی سه‌جداره حاوی سیال با در نظر گرفتن اثرات مقیاس کوچک هم برای سازه و هم برای سیال با استفاده از عدد نادسن و تئوری گرادیان کرنش-اینرسی، پیشنهاد می‌شود. بدین ترتیب اثرات مقیاس کوچک و نسبت ابعادی بر فرکانس‌های طبیعی سیستم مورد بررسی قرار خواهند گرفت. برای حل عددی معادلات حرکت سیستم سیال-سازه، از روش تقریبی مانده وزنی گالرکین استفاده می‌شود. همچنین نشان داده می‌شود که در نظر گرفتن اثرات اندازه تأثیر قابل توجهی بر سرعت بحرانی جریان خواهد داشت. علاوه بر آن، میزان تأثیر طول و شعاع نانولوله‌های کربنی بر فرکانس‌های طبیعی سیستم و سرعت بحرانی جریان سیال عبوری مشخص و بیان می‌شوند.

۲- تئوری گرادیان کرنش-اینرسی

تئوری ترکیبی گرادیان کرنش-اینرسی توسط آسکس و ایفنتیس در سال ۲۰۰۹ توسعه داده شد [۱۰]. آن‌ها نشان دادند که ترکیب معادله حرکت و رابطه ساختاری گرادیان کرنش-اینرسی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\rho(\ddot{u}_i - l_m^2 \ddot{u}_{i,mm}) = C_{ijkl}(u_{k,jl} - l_s^2 \ddot{u}_{k,jlmm}) \quad (1)$$

که ρ چگالی جرمی نانوسازه، C_{ijkl} مؤلفه‌های کارترین تانسور الاستیسیته و u بیانگر تغییر مکان است. همچنین در معادله (۱) دو اندازه طولی l_s و l_m به ترتیب به گرادیان‌های اینرسی و کرنش مربوط هستند که بیانگر اندازه المان حجمی در مسائل الاستوستاتیک و الاستودینامیک هستند.

طبق این تئوری، نانولوله کربنی حاوی سیال در مقایسه با تئوری‌های کلاسیک دارای پایداری بیشتری خواهد بود [۱۱]. با قرار دادن $i=3$ و نیز با استفاده از رابطه کرنش-جابجایی در تئوری تیر اویلر-برنولی، رابطه ساختاری مدل یک بعدی تیر اویلر-برنولی حاصل می‌شود.

نانولوله‌های کربنی به دلیل خصوصیات شگفت‌انگیزی که دارند در بسیاری از حوزه‌ها از قبیل نانولوله‌های حاوی سیال [۱]، دستگاه‌های نانوفلوئیدی [۲]، ابزار انتقال دارو [۳]، نوسان‌گرهای میکرومکانیکی [۴] و حسگرها دارای کاربرد هستند. بدین منظور تاکنون بسیاری از محققین بر روی خصوصیات جالب توجه دینامیکی سیستم‌های سیال-سازه در مقیاس کوچک متمرکز شده‌اند [۵-۶]. با توجه به این واقعیت که شبیه‌سازی‌های ملکولی پیچیده و زمان‌بر هستند، استفاده از تئوری‌های کلاسیک مکانیک پیوسته می‌تواند روشی مفید و مؤثر برای بررسی رفتار مکانیکی نانولوله‌های کربنی تک‌جداره و چندجداره باشد.

رفیعی و همکاران [۷] اثرات باریک‌شدگی و پارامتر مقیاس کوچک را بر ارتعاشات نانولوله‌های کربنی غیریکنواخت مورد بحث و بررسی قرار دادند. آن‌ها بیان کردند که فرکانس‌های بی‌بعد با استفاده از تئوری غیرمحملی کوچکتر از مقادیر به دست آمده با تئوری کلاسیک (محملی) خواهند بود.

وانگ [۸] برای مدل‌سازی نانولوله‌های حاوی سیال، تئوری الاستیسیته غیرمحملی را با تئوری الاستیسیته سطح ترکیب کرده و نشان داد که فرکانس‌های اساسی پیش‌بینی شده به‌طور کلی از مقادیر به دست آمده با استفاده از مدل تیر اویلر برنولی بدون در نظر گرفتن اثرات سطحی بیشتر است.

یان و همکاران [۹] مشخصات دینامیکی نانولوله‌های کربنی چندجداره حاوی سیال را با استفاده از تئوری الاستیسیته پیوسته کلاسیک مورد بررسی قرار داده و گزارش دادند که نیروهای برهم‌کنش وان‌دروالسی تأثیر چندانی بر سیستم‌های چندشاخه نخواهند داشت.

تراکم پذیری است که براساس پیشنهاد پلارد برای سیالات لزج به صورت زیر تعریف می شود [۱۲]،

$$Cr = \frac{1}{1 + \alpha Kn} \quad (۶)$$

که α مقداری ثابت است که از رابطه زیر به دست می آید،

$$\alpha = \frac{2}{\pi} \alpha_0 \left[\tan^{-1}(\alpha_1 Kn^B) \right] \quad (۷)$$

در رابطه (۷)، $\alpha_0 = 64/3\pi(1 - (4/b))$ و مقادیر α_1 و B هر دو ثابت های آزمایشگاهی و برابر با ۰/۴ هستند. در معادله (۵)، پارامتر تأثیرگذار، عدد نادسن (Kn)، یعنی نسبت بی بعد پویس آزاد میانگین ملکول های سیال به طول مشخصه ای از هندسه سیال است که از آن به عنوان یک شاخص برای تشخیص رژیم های مختلف سیال استفاده می شود. محدوده مقدار عدد نادسن برای جریان نانومایعات بین ۰/۰۱ تا ۰/۰۱ متغیر است.

۴- معادلات حرکت

در اینجا ارتعاشات خمشی مدل تیر اوایلر-برنولی با استفاده از معادله حرکت نانولوله های کربنی سه جداره مورد بررسی قرار می گیرد. همان طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، نانولوله های کربنی سه جداره شامل سه نانولوله تک جداره با نیروهای وان دروالسی بین هر دو لوله هستند. همچنین، نیروی خارجی را به صورت نیروی وارده از سیال غیرقابل تراکم، آرام و لزج جاری در داخلی ترین لوله می توان در نظر گرفت. بر اساس تئوری گرادیان کرنش-اینرسی معادله حرکت یک بعدی برهم کنش سیال-سازه برای نانولوله ای سه جداره حاوی سیال را می به صورت زیر توان به دست می آورد،

مطابق با تئوری گرادیان کرنش-اینرسی، رابطه تنش-کرنش به صورت زیر بیان می شود،

$$\sigma = E \left(\varepsilon - l_s^2 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} \right) + \rho_c l_m^2 \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \quad (۲)$$

که σ و ε به ترتیب تنش و کرنش خمشی تیر هستند. همچنین طبق رابطه انحنا کرنش-خمشی یک بعدی، عبارت زیر برقرار است،

$$\varepsilon = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (۳)$$

در نهایت گشتاور خمشی بر اساس تئوری مذکور به صورت زیر ارائه خواهد شد،

$$M = \int_A z \sigma dA = -EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - l_s^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) - \rho_c I_m^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} \quad (۴)$$

۳- تأثیر مقیاس نانو سیال

در معادله برهم کنش سیال-سازه، با ضرب ضریب تصحیح سرعت (VCF) در سرعت سیال، اثرات مقیاس کوچک نانوجریان اعمال خواهد شد. با در نظر گرفتن پارامتر (VCF)، شرط مرزی لغزشی را در معادله حرکت می توان اعمال کرد. این پارامتر به صورت زیر تعریف می شود [۱۱]،

$$VCF = \frac{V_{slip}}{V_{no-slip}} = \frac{1}{Cr(Kn)} \times \left(4 \left(\frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} \right) \left(\frac{Kn}{1 - bKn} \right) + 1 \right) \quad (۵)$$

که $V_{no-slip}$ و V_{slip} سرعت های سیال به ترتیب با و بدون شرط مرزی لغزشی هستند. همچنین σ_v و b به ترتیب ضرایب انطباق مماسی و شیب کلی هستند که در اینجا برابر با ۰/۷ و ۱- در نظر گرفته می شوند [۱۱]. در این رابطه Cr ضریب

$$E_{ij}^n = (R_i + R_j)^{-n} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{[1 - K_{ij} \cos \theta]^{n/2}} \quad (11)$$

که،

$$K_{ij} = \frac{4R_i R_j}{(R_i + R_j)^2} \quad (12)$$

معادله حرکت (۸) را به صورت بی بعد می توان ارائه کرد؛

بدین منظور متغیرهای بی بعد زیر تعریف می شوند،

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \eta_1 = \frac{W_1}{L}, \quad \eta_2 = \frac{W_2}{L}, \quad \eta_3 = \frac{W_3}{L},$$

$$\tau = \left[\frac{EI_1}{m_f + m_{c_1}} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{t}{L^2}, \quad u_n = \left(\frac{m_f}{EI_1} \right)^{\frac{1}{2}} LU,$$

$$\beta_1 = \frac{m_f}{m_f + m_{c_1}}, \quad \beta_2 = \frac{m_2 I_1}{(m_f + m_{c_1}) I_2},$$

$$\beta_3 = \frac{m_3 I_1}{(m_f + m_{c_1}) I_3}, \quad \lambda_m = \frac{l_m}{L}, \quad \lambda_s = \frac{l_s}{L}, \quad (13)$$

$$\bar{c}_{12} = \frac{c_{12} L^4}{EI_1}, \quad \bar{c}_{13} = \frac{c_{13} L^4}{EI_1}, \quad \bar{c}_{21} = \frac{c_{21} L^4}{EI_2},$$

$$\bar{c}_{23} = \frac{c_{23} L^4}{EI_2}, \quad \bar{c}_{31} = \frac{c_{31} L^4}{EI_3}, \quad \bar{c}_{32} = \frac{c_{32} L^4}{EI_3},$$

$$\psi_1 = \frac{\rho_c I_1}{L^2(m_f + m_{c_1})}, \quad \psi_2 = \frac{\rho_c I_2}{L^2(m_{c_2})}, \quad \psi_3 = \frac{\rho_c I_3}{L^2(m_{c_3})}$$

لذا معادله حرکت بی بعد به صورت زیر به دست می آید،

$$\frac{\partial^4 \eta_1}{\partial \xi^4} - \lambda_s^2 \frac{\partial^6 \eta_1}{\partial \xi^6} + \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial \tau^2} + (VCF)^2 u_n^2 \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial \xi^2}$$

$$+ 2\sqrt{\beta_1} (VCF) u_n \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial \tau \partial \xi} + \psi_1 \lambda_m^2 \frac{\partial^6 \eta_1}{\partial \tau^2 \partial \xi^4}$$

$$- \bar{c}_{12}(\eta_1 - \eta_2) - \bar{c}_{13}(\eta_1 - \eta_3) = 0$$

$$\frac{\partial^4 \eta_2}{\partial \xi^4} - \lambda_s^2 \frac{\partial^6 \eta_2}{\partial \xi^6} + \beta_2 \frac{\partial^2 \eta_2}{\partial \tau^2} + \psi_2 \lambda_m^2 \frac{\partial^6 \eta_2}{\partial \tau^2 \partial \xi^4}$$

$$- \bar{c}_{21}(\eta_2 - \eta_1) - \bar{c}_{23}(\eta_2 - \eta_3) = 0$$

$$\frac{\partial^4 \eta_3}{\partial \xi^4} - \lambda_s^2 \frac{\partial^6 \eta_3}{\partial \xi^6} + \beta_3 \frac{\partial^2 \eta_3}{\partial \tau^2} + \psi_3 \lambda_m^2 \frac{\partial^6 \eta_3}{\partial \tau^2 \partial \xi^4}$$

$$- \bar{c}_{31}(\eta_3 - \eta_1) - \bar{c}_{32}(\eta_3 - \eta_2) = 0 \quad (14)$$

$$EI_1 \left(\frac{\partial^4 W_1}{\partial x^4} - l_s^2 \frac{\partial^6 W_1}{\partial x^6} \right) + (m_{c_1} + m_f) \frac{\partial^2 W_1}{\partial t^2}$$

$$+ m_f (VCF)^2 U^2 \frac{\partial^2 W_1}{\partial x^2} + 2m_f (VCF) U \frac{\partial^2 W_1}{\partial t \partial x}$$

$$+ \rho_c I_m^2 \frac{\partial^6 W_1}{\partial t^2 \partial x^4} = f_1 \quad (8)$$

$$EI_2 \left(\frac{\partial^4 W_2}{\partial x^4} - l_s^2 \frac{\partial^6 W_2}{\partial x^6} \right) + m_{c_2} \frac{\partial^2 W_2}{\partial t^2} = f_2$$

$$EI_3 \left(\frac{\partial^4 W_3}{\partial x^4} - l_s^2 \frac{\partial^6 W_3}{\partial x^6} \right) + m_{c_3} \frac{\partial^2 W_3}{\partial t^2} = f_3$$

که w, m, I و f به ترتیب جابجایی خمشی، جرم واحد طول، ممان اینرسی و نیروی وارده بر نانولوله هستند و زیرنویس های ۱، ۲، ۳ و f به ترتیب به لایه های داخلی، میانی و خارجی نانولوله و سیال عبوری از درون آن مربوط هستند. همچنین E و U به ترتیب مدول یانگ نانولوله و سرعت جریان سیال هستند. در رابطه (۸) نیروهای وارده بین هر دو جداره، نیروهای برهم کنشی وان دروالس اند که به صورت زیر تعریف می شوند،

$$f_i(x, 0) = \sum_{j=1, i \neq j}^3 c_{ij} (w_j - w_i) \quad , \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (9)$$

که c_{ij} ضریب نیروی وان دروالس برای جداره نانولوله کربنی بوده و اثر اندازه را لحاظ می کند. مقدار این ضریب به صورت زیر قابل محاسبه است،

$$c_{ij} = -R_i \left[\frac{1001\pi\epsilon\sigma^{12}}{3a^4} E_{ij}^{13} - \frac{1120\pi\epsilon\sigma^6}{9a^4} E_{ij}^7 \right] R_j \quad (10)$$

که ϵ, σ و a پارامترهای ضریب وان دروالس برای نانولوله ی کربنی هستند و به ترتیب با (meV) ۲/۹۶۸،

(Å) ۳/۴۰۷ و (Å) ۱/۴۲ برابر هستند. R_i و R_j شعاع

نانولوله های مجاور هم مرکز بوده و E_{ij}^n به صورت زیر

محاسبه می شود:

۵- گسسته‌سازی و حل تقریبی

در اینجا برای حل معادله دیفرانسیل بی‌بعد (۱۴)، از روش تقریبی گالرکین استفاده می‌شود. بنابراین، جواب این معادله به صورت زیر تقریب زده می‌شود،

$$\begin{aligned} \eta_1(\xi, \tau) &\cong \sum_{r=1}^N q_r(\tau) \phi_r(\xi) \\ \eta_2(\xi, \tau) &\cong \sum_{r=1}^N q_{r+N}(\tau) \phi_r(\xi) \\ \eta_3(\xi, \tau) &\cong \sum_{r=1}^N q_{r+2N}(\tau) \phi_r(\xi) \end{aligned} \quad (15)$$

که $q_r(\tau)$ ، $q_{r+N}(\tau)$ و $q_{r+2N}(\tau)$ به ترتیب مختصات تعمیم یافته لوله‌های گسسته‌سازی شده‌ی داخلی، میانی و بیرونی هستند و $\phi_r(\xi)$ توابع ویژه بی‌بعد نانو لوله‌ها هستند که باید شرایط مرزی طبیعی و هندسی را که در اینجا به صورت تکیه‌گاه ساده در دو انتها و یا تکیه‌گاه دوسر لولا در نظر گرفته می‌شود، ارضاء کند. شکل بی‌بعد این شرایط مرزی به صورت زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} = 0, \quad \eta(\xi, 0) = 0 \quad r = 0, 1 \quad (16)$$

برای داشتن حرکت ساده هارمونیک با شرایط مرزی معادله (۱۶)، توابع آزمون $\phi_r(\xi)$ و مختصات تعمیم یافته $q_r(\tau)$ به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند،

$$\phi_r(\xi) = \sin(r\pi\xi), \quad q_r(\tau) = A_r \exp(s_r \tau) \quad (17)$$

که A_r دامنه ثابت بی‌بعد r امین مختصات تعمیم یافته و s_r بیانگر مقدار r امین مود مختلط فرکانس ویژه است. به منظور گسسته‌سازی معادله حرکت، با برابر ۱ قرار دادن عدد موج و جایگذاری روابط (۱۵) تا (۱۷) در معادله (۱۴)، مقدار مانده به دست می‌آید. سپس با ضرب این مقدار مانده در تابع وزنی که آن را برابر با تابع آزمون (مقایسه) می‌توان در نظر گرفت. مقدار مانده وزنی به دست خواهد آمد. با

انتگرال‌گیری از مانده وزنی در سراسر دامنه سازه و سپس با برابر صفر قرار دادن آن، معادلات حاکم گسسته‌سازی شده حاصل می‌شوند.

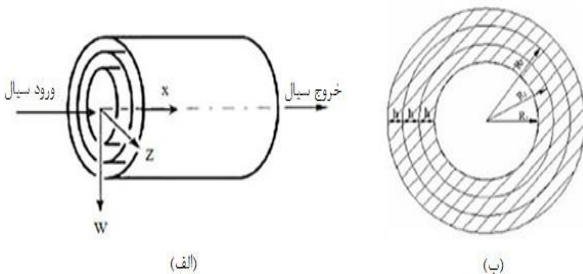
۶- نتایج و بحث

خصوصیات هندسی و مادی نانولوله کربنی و سیال عبوری از درون آن که در اینجا آب فرض شده‌است، در جدول (۱) نمایش داده شده‌اند. نتایج به دست آمده براساس پارامترها و معادلات بی‌بعد و با استفاده از برنامه نویسی در محیط نرم افزار متلب استخراج شده‌اند. در این بخش، تأثیر نسبت ابعادی، عدد نادسن و طول‌های مشخصه بر سرعت بحرانی جریان مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

جدول (۱) پارامترهای هندسی و پارامترهای ضریب وان‌دروالس.

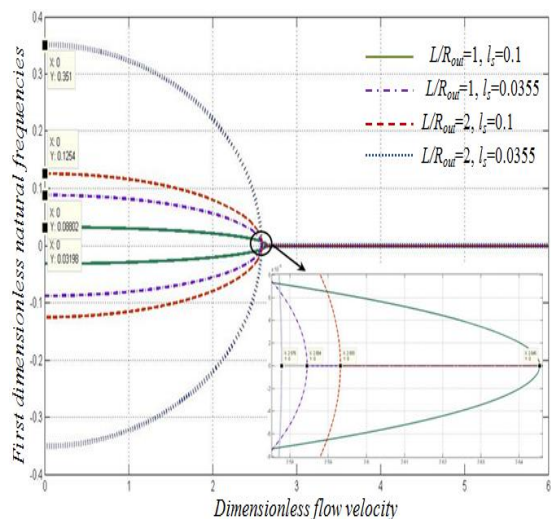
پارامتر	نماد	بعد	مقدار
شعاع داخلی لوله درونی	R_1	nm	۱۱/۹
شعاع داخلی لوله میانی	R_2	nm	۱۲/۲۴
شعاع داخلی لوله بیرونی	R_3	nm	۱۲/۵۸
ضخامت	h	nm	۰/۳۴
مدول یانگ	E	Tpa	۱
چگالی جرمی سازه	ρ_c	g cm ^{-۳}	۲/۳
چگالی جرمی سیال	ρ_f	g cm ^{-۳}	۱

ضخامت و شعاع‌های داخلی لوله‌های درونی، میانی و بیرونی در شکل (۱-ب) نشان داده شده‌اند.



شکل (۱) (الف) نانولوله‌ی کربنی سه‌جداره‌ی حاوی سیال، (ب) نمای

سطح مقطع نانولوله‌ی کربنی سه‌جداره.



شکل (۳) فرکانس طبیعی بی‌بعد اول نسبت به سرعت بی‌بعد سیال برای نسبت‌های ابعادی و طول‌های مشخصه‌ی مختلف.

طبق نظریات آسکس و آیفینتس [۱۰]، برای مقیاس طول‌های l_m و l_s محدوده‌ی بزرگی قابل تصور است و در اینجا $l_m = 10 l_s$ برای نانولوله‌ی کربنی (۲۰ و ۲۰) مورد استفاده قرار می‌گیرد. می‌توان مشاهده کرد که در یک نسبت ابعادی معین، با کاهش طول مشخصه، سرعت بحرانی جریان افزایش می‌یابد. به عنوان مثال، برای نسبت‌های شیب برابر با ۱ و ۲ به ترتیب تقریباً ۲/۳۰٪ و ۰/۵۸٪ در اندازه‌ی سرعت بحرانی جریان کاهش رخ می‌دهد. این بدین معنی است که ناپایداری دیورژانس در سرعت بحرانی پایین‌تری واقع می‌شود.

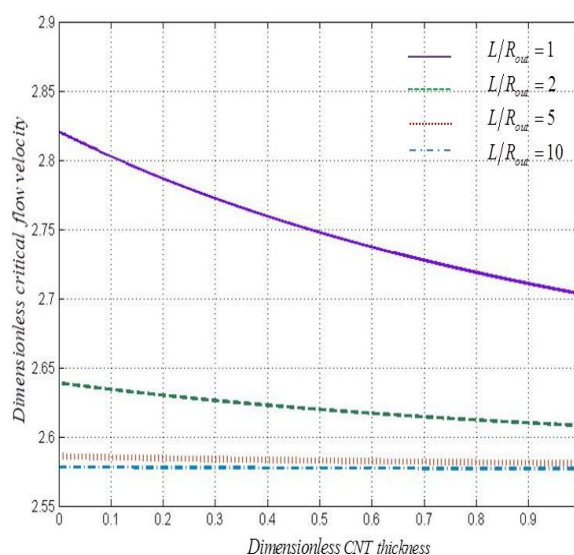
۴-۲- تأثیر عدد نادسن در نانوسیال

شکل‌های (۴) و (۵) به ترتیب فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد اول و دوم را در مقابل سرعت بی‌بعد جریان سیال سه‌جداره مقدار مختلف عدد نادسن نشان می‌دهند. با مقایسه‌ی مقادیر سرعت‌های بحرانی جریان برای اعداد نادسن برابر با ۰، ۰/۰۱ و ۰/۰۱، می‌توان نتیجه گرفت که پدیده‌های مود دیورژانس و مود کوپل فلاتر با افزایش عدد نادسن، در سرعت بحرانی کمتری رخ می‌دهند. همان‌طور که در شکل‌های (۴) و (۵) مشاهده می‌شود، با افزایش عدد نادسن

۶-۱- اثرات مقیاس اندازه‌ی تئوری گرادیان کرنش-

اینرسی و نسبت ابعادی

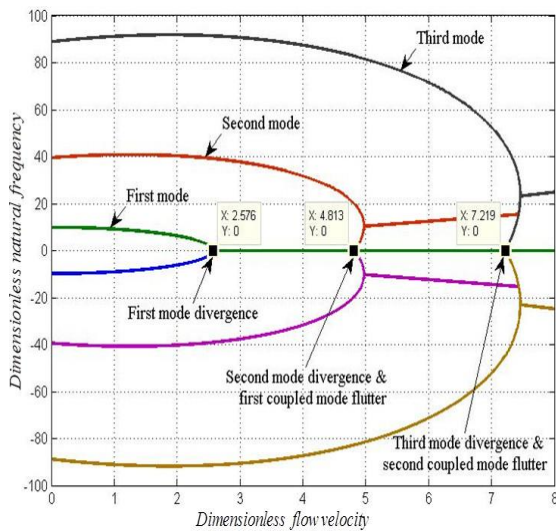
در این بخش اثرات تئوری پیوسته‌ی وابسته به اندازه^۱ و نسبت‌های ابعادی مختلف بر سرعت بحرانی جریان و رفتار ارتعاشی نانولوله‌های کربنی حاوی سیال مورد بررسی قرار می‌گیرند. شکل (۲) تغییرات سرعت بحرانی بی‌بعد جریان سیال را نسبت به ضخامت نانولوله برای چهار مقدار نسبت ابعادی ۱، ۲، ۵ و ۱۰ نشان می‌دهد. می‌توان ملاحظه کرد که با افزایش ضخامت نانولوله، سرعت بحرانی جریان کاهش می‌یابد. علاوه بر این، اثر نسبت ابعادی بر سرعت بحرانی جریان با کاهش ضخامت نانولوله افزایش می‌یابد. شکل (۳) بخش‌های موهومی فرکانس‌های ویژه‌ی بی‌بعد اساسی نانولوله را در مقابل سرعت بی‌بعد جریان برای نسبت‌های ابعادی برابر با ۱ و ۲ و مقیاس طول مشخصه بی‌بعد برابر با ۰/۳۵۵ و ۰/۱ نشان می‌دهد.



شکل (۲) سرعت بحرانی بی‌بعد جریان سیال نسبت به ضخامت بی‌بعد نانولوله‌ی کربنی برای نسبت‌های ابعادی مختلف.

¹ Size dependent continuum theory

به منظور صحت سنجی این نتایج، آن را با نتایج پایدوسیسی [۱۳] می‌توان مورد مقایسه قرار داد؛ از آنجا که پایدوسیسی تئوری جریان درپوش (پلاگ) را برای سیال مد نظر قرار داده است، در اینجا عدد ناسن برابر با صفر قرار داده می‌شود، یعنی مقدار پارامتر VCF در معادله حرکت (۱۴) با مقدار ۱ جایگزین می‌شود. از شکل‌های (۴) و (۵) می‌توان مشاهده کرد که با افزایش سرعت جریان از صفر تا مقدار بحرانی آن، فرکانس طبیعی به صفر نزدیک شده و در سرعت بحرانی برابر با صفر می‌شود؛ در نتیجه، سختی سیستم ناپدید شده و مود دیورژانس واقع می‌شود. طبق شکل (۴)، اولین مود دیورژانس برابر با π است که این منطبق با مشاهدات پایدوسیسی می‌باشد.

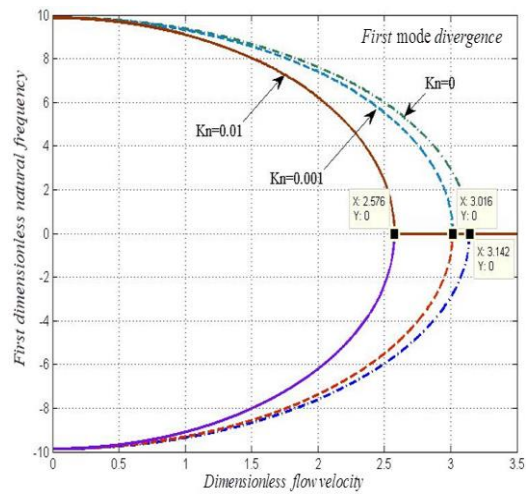


شکل (۶) سه فرکانس طبیعی بی‌بعد نخست نانولوله کربنی سه‌جداره‌ی حاوی نانوسیال در مقابل سرعت بی‌بعد جریان نانوسیال.

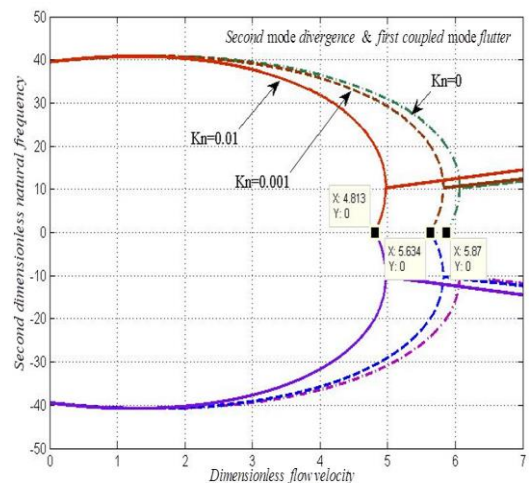
۳-۶- شبیه‌سازی ناپایداری‌های دیورژانس و فلاتر

شکل (۶) فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد سیستم را نسبت به سرعت بی‌بعد جریان سیال در سه مود نخست نشان می‌دهد. در اینجا در معادله حرکت، عدد ناسن برابر با $0/01$ و مقدار طول مشخصه مربوط به گرا دیان کرنش I_s برابر با $0/0355$ قرار داده می‌شود. همچنین مانند بخش قبلی، نسبت ابعادی

از صفر تا $0/01$ و از $0/01$ تا $0/01$ ، در اندازه سرعت بحرانی به ترتیب تقریباً $4/2\%$ و $17/1\%$ کاهش رخ می‌دهد. بنابراین، به جز اثر کاهنده عدد ناسن بر فرکانس طبیعی که موجب می‌شود ناپایداری‌های دیورژانس و فلاتر زودتر واقع شوند، مقدار سرعت بحرانی جریان با هر عدد ناسن و در هر مودی نیز قابل پیش‌بینی است. همچنین از شکل‌های (۴) و (۵) می‌توان دریافت که اثر اندازه‌ی کوچک نانوسیال بر فرکانس‌های طبیعی با افزایش سرعت جریان، افزایش می‌یابد.



شکل (۴) فرکانس طبیعی بی‌بعد اول در مقابل سرعت جریان بی‌بعد برای سه مقدار مختلف عدد ناسن برابر با $0/01$ و $0/001$.



شکل (۵) فرکانس طبیعی بی‌بعد دوم در مقابل سرعت جریان بی‌بعد برای سه مقدار مختلف عدد ناسن برابر با $0/01$ و $0/001$.

گرفت. نشان داده شد که برخلاف نیروهای وان‌دروالسی که باعث افزایش میزان پایداری سیستم می‌شوند، سیال جاری در داخلی‌ترین نانولوله، فرکانس طبیعی سیستم را کاهش داده و این بدین معنی است که سیال جاری می‌تواند سیستم سیال-سازه را ناپایدار و بی‌ثبات سازد. همچنین نشان داده شد که با افزایش عدد نادسن سیال عبوری، سیستم زودتر ناپایدار می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که اندازه سرعت بحرانی جریان با کاهش ضخامت نانولوله، افزایش و با افزایش طول نانولوله و یا افزایش شعاع خارجی آن، کاهش می‌یابد.

مراجع:

- [1] Hummer G., Rasaiah J.C., Noworyta J.P., Water conduction through the hydrophobic channel of a carbon nanotube, *Nature*, vol. 414, 2001, pp. 188-190.
- [2] Mattia D., Gogotsi Y., Review: static and dynamic behavior of liquids inside carbon nanotubes, *Microfluidics and Nanofluidics*, vol. 5, 2008, pp. 289-305.
- [3] Rao C.N.R., Cheetham A.K., Science and technology of nanomaterials: current status and future prospects, *Journal of Materials Chemistry*, vol. 11, 2001, pp. 2887-2894.
- [4] Dong K., Liu B.Y., Wang X., Wave propagation in fluid-filled multi-walled carbon nanotubes embedded in elastic matrix, *Computational Materials Science*, vol. 42, 2008, pp. 139-148.
- [5] Yan Y., Wang W.Q., Zhang J.M., Zhang L.X., Free vibration of the water-filled single-walled carbon nanotubes, *Procedia Engineering*, vol. 31, 2012, pp. 647-653.
- [6] Chang W.J., Lee H.L., Free vibration of a single-walled carbon nanotube containing a fluid flow using Timoshenko beam model, *Physics Letters A*, vol. 373, 2009, pp. 982-985.
- [7] Rafiei M., Mohebpour S.R., Daneshmand F., Small-scale effect on the vibration of non-uniform carbon nanotubes conveying fluid and embedded in viscoelastic medium, *Physica E*, vol. 44, 2012, pp. 1372-1379.

به صورت $L/R_{out} = 1000$ در نظر گرفته می‌شود. با توجه به اینکه نیروهای وان‌دروالسی در معادلات (۸) و (۹) ضریبی از جمله W هستند، لذا با در نظر گرفتن این نیروها، انتظار می‌رود که سختی معادل سیستم افزوده شود. با برابر صفر قرار دادن عبارت سختی معادل سیستم، می‌توان مشاهده کرد که مقدار سرعت بحرانی جریان سیال افزایش می‌یابد. این بدین معنی است که در نظر گرفتن نیروهای وان‌دروالسی، سیستم را پایدارتر می‌سازد. علاوه بر این، فرکانس طبیعی بی‌بعد در هر سه مود نخست با افزایش سرعت جریان سیال، کاهش می‌یابد. با افزایش سرعت جریان، فرکانس طبیعی اول در مقدار سرعت بحرانی برابر با $2/576$ به صفر رسیده و سیستم ناپایدار می‌شود، این حالت به صورت ناپایداری دیورژانس شناخته می‌شود. سپس با افزایش سرعت جریان تا $4/813$ ، سیستم مجدداً پایدار می‌شود. در این نقطه، فرکانس‌های طبیعی مودهای اول و دوم با یکدیگر کوپل شده و ناپایداری فلاتر رخ می‌دهد. پدیده مشابهی در سرعت جریان بحرانی برابر با $7/219$ اتفاق می‌افتد که در آن ناپایداری دیورژانسی سوم و فلاتر دوم واقع می‌شود.

۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق ارتعاشات آزاد جانبی و ناپایداری‌های نانولوله‌های کربنی سه‌جداره حاوی جریان سیال با در نظر گرفتن اثرات مقیاس کوچک برای سیال و سازه و براساس تئوری گرادیان کرنش-اینرسی بررسی شد. برای دریافت چگونگی پاسخ ارتعاشی سیستم، مدل تیر اوایلر-برنولی اعمال و نیز برای حل معادله حرکت برهم‌کنش سیال-سازه از روش تقریبی مانده وزنی گالرکین استفاده شد. همچنین تغییرات سرعت بحرانی بی‌بعد جریان سیال و فرکانس‌های بی‌بعد برای نسبت‌های ابعادی و طول‌های مشخصه مربوط به تئوری گرادیان کرنش-اینرسی استخراج و مورد بحث قرار

- [8] Wang L., Vibration analysis of fluid-conveying nanotubes with consideration of surface effects, *Physica E: Low-Dimensional Systems and Nanostructures*, vol. 43, 2010, pp. 437-439.
- [9] Yan Y., Wang W.Q., Zhang L.X., Dynamical behaviors of fluid-conveying multi-walled carbon nanotubes, *Applied Mathematical Modelling*, vol. 33, 2009, pp. 1430-1440.
- [10] Askes H., Aifantis E.C., Gradient elasticity and flexural wave dispersion in carbon nano-tubes, *Physical Review B*, vol. 80, 2009, p. 195412.
- [11] Rashidi V., Mirdamadi H.R., and Shirani E., A Novel Model for Vibrations of Nanotubes Conveying Nanoflow, *Computational Materials Science*, vol. 51 (1), 2012, pp. 347-352.
- [12] Polard W.G., Present R.D., On gaseous self-diffusion in long capillary tubes, *Physics Review*, vol. 73, 1948, pp. 762-74.
- [13] Paidoussis M.P., Fluid-Structure interactions: Slender Structures and Axial Flow, Vol. 1, Academic Press, London, 1998.

[۱۴] اویسی س.، تحلیل انتشار موج تنش و ارتعاشات در نانولوله‌های کربنی حاوی سیال براساس تئوری غیرمحلی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، ۱۳۹۳.

