

بررسی رفتار ارتعاشی وابسته به اندازه برای تیر میکروسکوپ نیرو اتمی با رابط عمودی جهت روبش جداره

محمد عباسی^۱، اردشیر کرمی محمدی^{۲*}

* نویسنده مسئول : akaramim@shahroodut.ac.ir

واژه‌های کلیدی

میکروسکوپ نیرو اتمی، تیر مونتاژ شده، تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، رفتار وابسته به اندازه، حساسیت.

چکیده

در این مقاله، فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات یک نوع تیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی با استفاده از روش تنش-کوپل اصلاح شده مورد بررسی قرار گرفته است. تیر مذکور شامل یک تیر یک سردرگیر افقی، یک رابط عمودی و یک نوک در انتهای سر آزاد رابط بوده که ساختار آن امکان روبش جداره‌های نمونه نانو را برای میکروسکوپ نیرو اتمی فراهم می‌سازد. ابتدا با استفاده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و بهره‌گیری از اصل هامیلتون، معادله حرکت و شرایط مرزی، برای میکروتیر مذکور بدست آمده است. سپس رابطه‌ای برای فرکانس میکروتیر مورد نظر استخراج شده که به کمک آن حساسیت ارتعاشات نیز مورد تحلیل قرار گرفته است. نتایج حاصل از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده با نتایج بدست آمده از تئوری تیر کلاسیک مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که با نزدیک شدن ضخامت تیر به پارامتر طول مقیاس، اختلاف بین دو تئوری مذکور افزایش یافته و برای برخی از مقادیر سختی تماسی به حداکثر مقدار خود می‌رسد. همچنین معلوم شد که در مد اول ارتعاشات، کاهش ضخامت تیر و نزدیک‌تر شدن آن به پارامتر طول مقیاس، بر تغییرات فرکانس و تغییرات حساسیت که خود ناشی از تغییرات طول رابط نسبت به طول تیر می‌باشند، اثرگذار است.

۱- مربی، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شاهرود.

۲- استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود.

۱- مقدمه

ارتعاشی یک تیر ترک دار میکروسکوپ نیرو اتمی را در طی فرایند لیتوگرافی تحلیل کرده‌اند.

در حالت کلی، میکروسکوپ نیرو اتمی می‌تواند در دو حالت عمل نماید؛ حالت کنترل دامنه^۴ (AM-AFM) و حالت کنترل فرکانس^۵ (FM-AFM) [۱]. در AM-AFM تغییرات در دامنه نوسان نوک توسط یک سیستم کنترلی حلقه بسته ثبت شده و سعی می‌شود نوک با دامنه ثابت روبش نماید. از طرف دیگر، در FM-AFM بجای ثبت تغییرات دامنه، تغییرات فرکانس تحریک ناشی از برهم کنش‌های بین نوک و سطح نمونه توسط یک مدار کنترلی PLL^۶ مورد بررسی قرار می‌گیرد. در FM-AFM دامنه تحریک در حدود ۰/۱ تا ۱ نانومتر بوده و نیروهای برهم کنش بین نوک و سطح نمونه به طور تقریبی کوچک می‌باشند. از اینرو می‌توان رفتار ارتعاشی میکروتیر میکروسکوپ نیرو اتمی را در این حالت به صورت خطی مورد تحلیل قرار داد [۵].

رویش سطوح جداره نمونه‌ها در مقیاس نانو، یکی از موارد مهم و ضروری در علم نانو می‌باشد. در بعضی موارد، نوک میکروسکوپ نیرو اتمی، حتی اگر خیلی هم تیز باشد، هرگز نمی‌تواند به اندازه کافی به سطوح جداره نمونه نزدیک شود تا سطح آن را روبش کند. از این رو، دای و همکاران [۱۰]، انواع جدیدی از تیر میکروسکوپ نیرو اتمی، با نام تیر مونتاژ شده^۷ (ACP) را معرفی نموده‌اند که در آنها یک یا چند رابط عمودی بر روی تیر افقی یک سر درگیر نصب شده و جهت روبش سطوح جانبی مواد مورد استفاده قرار می‌گیرند. چانگ و گروهش [۱۱] حساسیت و فرکانس تشدید مدهای ارتعاشات خمشی یک نمونه از این تیر ACP را که شامل یک تیر یک سر درگیر و یک رابط عمودی در انتهای آزاد تیر می‌باشد را مورد مطالعه قرار دادند. اخیراً نیز، کهرباییان و همکاران [۱۲] رفتار ارتعاشی نوعی دیگر از تیر مونتاژ شده معرفی شده توسط دای و همکاران [۱۳] را که شامل دو

میکروسکوپ نیرو اتمی^۳ (AFM)، که از یک تیر یک سر درگیر و یک نوک مخروطی یا هرمی شکل تشکیل یافته است، یکی از ابزارالات مهم و اساسی برای بدست آوردن تصاویر سطوح و خصوصیات سطحی نانو مواد بوده و به صورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱-۲]. هنگامی که نوک تیر، سطح نمونه را روبش می‌نماید، نیروهای برهم کنش دینامیکی بین نوک و سطح نمونه بوجود می‌آید. این نیروهای دینامیکی بسیار پیچیده بوده، اما تحلیل دقیق آنها بر روی فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات تاثیر بسزایی دارد. فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات نیز از پارامترهای اساسی در تعیین سرعت و کیفیت تصویربرداری می‌باشند. از این رو، بررسی فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات تیر میکروسکوپ نیرو اتمی ضروری می‌نماید که در همین راستا مطالعات فراوانی صورت پذیرفته است [۳]. تورنر و همکاران [۴] ارتعاشات خمشی تیر AFM را به صورت خطی و غیر خطی با دو دیدگاه تیر الاستیک و مدل جرم نقطه‌ای تحلیل نموده و نتایج را با یکدیگر مقایسه کردند تا بتوانند محدودیت‌های مدل جرم متمرکز را در زمینه محدوده فرکانسی، میرایی و رفتار غیرخطی، مورد بررسی قرار دهند. وو و همکاران [۵] تاثیر ابعاد نوک و سختی‌های عمودی و جانبی را بر روی حساسیت و فرکانس تشدید مدهای ارتعاشات تیر میکروسکوپ نیرو اتمی بررسی نموده‌اند. چانگ و گروهش [۶] نیز تاثیر میرایی بر روی رفتار دینامیکی تیر میکروسکوپ را مورد تحلیل قرار داده و دریافته‌اند که تاثیر میرایی در سختی‌های کوچک بین نوک تیر و سطح نمونه قابل ملاحظه می‌باشد. شن، هورلی و تورنر [۷] رفتار ارتعاشی تیر خنجری شکل، از جمله حساسیت و فرکانس تشدید را مورد بررسی قرار دادند. عباسی و کرمی محمدی [۸] تاثیر عوامل مختلف نظیر زاویه تیر، میرایی و ممان اینرسی نوک را بر روی فرکانس تشدید تیر میکروسکوپ نیرو اتمی مورد مطالعه قرار داده‌اند. به تازگی نیز، لی و چانگ [۹] با استفاده از روش المان محدود، رفتار

4- Amplitude modulation

5- Frequency modulation

6- Phase Lock Loop

7- Assembled cantilever probe

3- Atomic force microscope

دادند. چانگ و گروهش [۲۳] نیز، حساسیت خمشی یک تیر میکروسکوپ نیرو اتمی V-شکل را بر پایه این تئوری مورد مطالعه قرار دادند.

در این مقاله، رفتار ارتعاشی وابسته به اندازه یک نمونه تیر مونتاژ شده ACP که توسط دای و همکاران [۱۰] معرفی شده است، با استفاده از روش تنش-کوپل اصلاح شده مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین تاثیر طول رابط بر فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات ACP برای مقادیر مختلف نسبت ضخامت تیر به پارامتر طول مقیاس، مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- مدل سازی دینامیکی تیر ACP

تیر ACP مورد نظر برای تحلیل در این مقاله، شامل یک تیر یک سردرگیر افقی، یک تیر عمودی و یک نوک تعبیه شده در انتهای تیر عمودی می باشد. هندسه این نوع تیر در شکل ۱ نشان داده شده است. مطابق شکل، تیر افقی با طول L ، دارای سطح مقطع یکنواخت با ضخامت h و عرض b می باشد. تیر عمودی نیز با سطح مقطع مشابه تیر افقی، و طول q می باشد. با توجه به نسبت صلبیت تیر عمودی به تیر افقی، ارتعاش تیر عمودی نسبت به تیر افقی ناچیز و قابل چشمپوشی می باشد. از این رو فرض شده است که تیر عمودی صلب بوده و برای پرهیز از اشتباه آن را رابط عمودی می نامیم. تیر افقی در مدت تماس با سطح، تحت ارتعاشات خمشی قرار می گیرد. مطابق شکل ۱، برای مدل سازی نیروهای بر هم کنش عمودی و جانبی نوک تیر ACP و سطح نمونه به ترتیب از دو فنر با ثابت های k_t و k_n استفاده شده است. محور x در امتداد طول تیر افقی بوده و $w(x,t)$ نیز معرف خیز تیر یک سر درگیر افقی می باشد.

نوک، یکی بر روی تیر یک سردرگیر و دیگری بر روی رابط عمودی بودند را مورد مطالعه قرار دادند.

تیرهای مورد استفاده در برخی دستگاهها، نظیر میکروسکوپ نیرو اتمی، دارای ابعادی در حد میکرون و پایین تر از آن می باشند. رفتار دینامیکی و استاتیکی وابسته به اندازه مواد در مقیاس میکرو و پایین تر از آن، از طریق آزمایشات متفاوت به اثبات رسیده است. به عنوان مثال، فلک و همکاران [۱۴] در سال ۱۹۹۴، در آزمایش پیچش یک میکروسیم مسی نازک، مشاهده کردند که کاهش قطر سیم از $170 \mu m$ به $12 \mu m$ ، سختی پیچشی آن را تا سه برابر افزایش می دهد. در آزمایش خمش یک میکروتیر نازک از جنس نیکل در سال ۱۹۹۸، استوکلن و ایوانز [۱۵] متوجه شدند که با کاهش ضخامت تیر از $50 \mu m$ به $12/5 \mu m$ ، سختی کار پلاستیک، به طور چشمگیری افزایش می یابد. همچنین در تست خمش یک میکروتیر اپوکسی پلیمر در سال ۲۰۰۲، لام و گروهش [۱۶] دریافتند که با کاهش ضخامت تیر از ۱۱۵ به ۲۰ میکرومتر، سختی پیچشی حدود $2/4$ برابر افزایش می یابد. نظریه کلاسیک مکانیک محیط پیوسته قادر به شرح رفتار وابسته به اندازه که در سازه هایی در حد میکرون و پایین تر اتفاق می افتد، نمی باشد. از این رو، نظریه های غیر کلاسیک محیط پیوسته که در معادلات ساختاری آنها یک یا چند پارامتر مقیاس طول علاوه بر دو پارامتر کلاسیک وجود دارد، ارائه شده اند [۱۷-۱۹]. نظریه تنش-کوپل اصلاح شده در سال ۲۰۰۲ توسط یانگ و همکاران [۲۰] ارائه گردید که در آن، معادلات ساختاری فقط شامل یک پارامتر مقیاس طولی اضافی می باشند. به وسیله این تئوری، کانگ و همکاران [۲۱] معادله حرکت و شرایط مرزی یک تیر اویلر برنولی را بدست آوردند. کهربایان و همکاران [۲۲] رفتار ارتعاشاتی وابسته به اندازه یک تیر متداول میکروسکوپ نیرو اتمی را به وسیله تئوری تنش-کوپل اصلاح شده مورد بررسی قرار

با توجه به روابط بدست آمده برای انرژی پتانسیل و جنبشی و با توجه به این که کار نیروهای غیرپایستار صفر می باشد، می توان با استفاده از اصل هامیلتون، معادله حرکت و شرایط مرزی را برای میکروتیر ACP مورد نظر بدست آورد. اصل هامیلتون بیان می دارد:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_{nc}) dt = 0 \quad (۴)$$

با جایگذاری معادلات (۲) و (۳) در معادله (۴) خواهیم داشت:

$$(EI + GAl^2) \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (۵)$$

$$w(0,t) = \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0 \quad (۶)$$

$$(EI + GAl^2) \frac{\partial^3 w(L,t)}{\partial x^3} = M_e \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t^2} + k_t w(L,t) \quad (۷)$$

$$(EI + GAl^2) \frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial x^2} = k_t s w(L,t) - k_n q^2 \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} \quad (۸)$$

در این معادلات $M_e = \rho_e A Q$ و $J_e = \frac{1}{3} M_e Q^2$ می باشد که ρ_e معرف دانسیته رابط عمودی است. شرایط مرزی (۶)

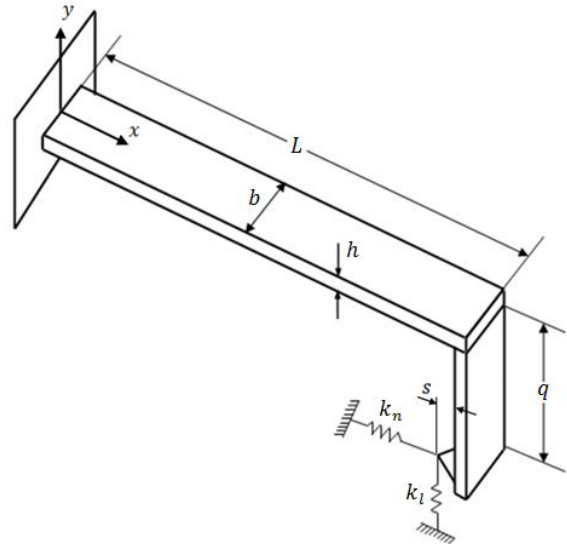
متناظر با شرایط بدون جابجایی و شیب صفر در سر درگیر تیر افقی می باشند. از طرف دیگر، شرایط مرزی نشان داده شده در معادلات (۷) و (۸) متناظر با تعادل نیرویی در سر آزاد تیر می باشند. لازم به ذکر است که با فرض $h/l = \infty$ ، روابط فوق متناظر با روابط بدست آمده برای تئوری کلاسیک خواهد گردید. با معرفی روابط زیر می توان جهت تحلیل جامع تر، معادله حرکت و شرایط مرزی بدست آمده در معادلات (۵) تا (۸) را بی بعد نمود:

$$X = \frac{x}{L} \quad W(X, \tau) = \frac{w(x,t)}{L} \quad \tau = t \times \left(\frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{\rho A}{EI}} \right)$$

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho_e}{\rho} \quad \lambda = \frac{GAl^2}{EI} = 12G/E \left(\frac{h}{l} \right)^2 \quad Q = \frac{q}{L} \quad (۹)$$

$$S = \frac{s}{L} \quad \beta_t = \frac{k_t L^3}{EI} \quad \beta_n = \frac{k_n L^3}{EI}$$

با جایگذاری معادله (۹) در معادلات (۵) تا (۸) و با فرض حلی هارمونیک به صورت $W(X, \tau) = V(X) e^{i\omega\tau}$ ، معادله



شکل (۱) طرح تیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی در تماس با سطح نمونه

با توجه به تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، انرژی پتانسیل برای یک تیر دو سر آزاد برابر است با [۱۵]

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L (EI + GAl^2) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (۱)$$

که در آن E و G به ترتیب مدولهای الاستیک و پیچشی می باشند و l پارامتر مقیاس طول ماده است که بیانگر رفتار وابسته به اندازه میکروتیر بر اساس تئوری تنش-کوپل می باشد.

A و I نیز به ترتیب مساحت سطح مقطع و گشتاور اینرسی سطح تیر افقی می باشند. با اضافه نمودن انرژی الاستیک میکروتیر ACP مورد نظر، انرژی پتانسیل کل سیستم به صورت زیر بدست می آید:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L (EI + GAl^2) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} k_n \left(q \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} k_t \left(w(L,t) - s \frac{\partial w(L,t)}{\partial x} \right)^2 \quad (۲)$$

با در نظر گرفتن M_e و J_e به عنوان جرم و ممان اینرسی جرمی رابط افقی و ρ به عنوان دانسیته تیر افقی، انرژی جنبشی سیستم برابر خواهد بود با

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \rho A \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dt + \frac{1}{2} M_e \left(\frac{\partial w(L,t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} J_e \left(\frac{\partial^2 w(L,t)}{\partial t \partial x} \right)^2 \quad (۳)$$

$$E_f = \frac{\omega_{cl} - \omega_{cs}}{\omega_{cs}} \times 100\% \quad (18)$$

$$E_S = \frac{S_{cl} - S_{cs}}{S_{cs}} \times 100\% \quad (19)$$

که در این روابط ω_{cl} و ω_{cs} فرکانس‌های بدست آمده از تئوری‌های تیر کلاسیک و تنش-کوپل اصلاح شده بوده و همچنین S_{cl} و S_{cs} بیانگر حساسیت‌های بدست آمده از تئوری‌های تیر کلاسیک و تنش-کوپل اصلاح شده می‌باشند.

۳- بررسی و تحلیل نتایج

در این مقاله، رابطه‌ای کلی برای بررسی فرکانس و حساسیت ارتعاشات خمشی یک نوع مشخص از تیر مونتاژ شده که برای روبش جداره مواد مورد استفاده قرار می‌گیرد، بر مبنای تئوری تنش-کوپل اصلاح شده ارائه شده است. در این بخش با استفاده از این رابطه، رفتار ارتعاشی وابسته به اندازه این نوع تیر را مورد بررسی قرار می‌دهیم. بدین منظور، ابعاد هندسی تیر و مشخصات مکانیکی مواد به صورت $E = 170 \text{ GPa}$ ، $G = 64/1 \text{ G}$ ، $\rho = 2330 \text{ kg/m}^3$ ، $\rho_e = 3440 \text{ kg/m}^3$ و $Q = 0/5$ و $S = 0/1$ در نظر گرفته شده

است. همچنین فرض شده که $\beta_n = 0/9 \beta_1$ [۱۱-۱۲].

شکل‌های (۲ و ۳)، تغییرات در فرکانس تشدید مدهای اول و دوم را به صورت تابعی از سختی تماسی جانبی، β_1 و به ازای مقادیر مختلف از نسبت ضخامت تیر به پارامتر طول مقیاس، h/l نشان می‌دهند. یادآور می‌شود که برای حالتی که $h/l = \infty$ باشد، روابط ناشی از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده به روابط ناشی از تئوری تیر کلاسیک تبدیل می‌شوند. با نگاهی به این دو شکل می‌توان دریافت که فرکانس تشدید از یک نقطه ای مربوط به مقادیر بسیار کم سختی تماسی جانبی β_1 ، آغاز شده و با افزایش سختی تماسی جانبی ابتدا روندی ثابت داشته و سپس به صورت ناگهانی افزایش یافته به طوری که به ازای مقادیر بسیار بالای سختی تماسی جانبی، به یک مقدار ثابت میل می‌نماید. برای تمامی مقادیر β_1

حرکت و شرایط مرزی را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\frac{d^4 V(X)}{dX^4} - \mu^4 V(X) = 0 \quad (10)$$

$$V(0) = \frac{dV(0)}{dX} = 0 \quad (11)$$

$$(1 + \lambda) \frac{d^3 V(1)}{dX^3} = (\beta_1 - \omega^2) V(1) \quad (12)$$

$$(1 + \lambda) \frac{d^2 V(1)}{dX^2} = \beta_1 Q V(1) + \left(\frac{1}{3} \tilde{\rho} Q^3 \omega^2 - \beta_n Q^2 \right) \frac{dV(1)}{dX} \quad (13)$$

که در روابط فوق، ω فرکانس طبیعی سیستم و $\mu^4 = \frac{\omega^2}{1 + \lambda}$ می‌باشد. برای معادله (۱۰) می‌توان حلی عمومی به صورت زیر در نظر گرفت:

$$V(X) = a_1 \sin \mu X + a_2 \sinh \mu X + a_3 \cos \mu X + a_4 \cosh \mu X \quad (14)$$

که در این رابطه a_i ($i=1-4$)، ثابتی می‌باشند که با توجه به شرایط مرزی تعیین می‌گردند. با جایگذاری معادله (۱۴) در شرایط مرزی (۱۱) تا (۱۳)، معادله مشخصه سیستم به صورت زیر بدست می‌آید:

$$C(\mu, \lambda, \omega) = F_1 G_2 - F_2 G_1 \quad (15)$$

به طوریکه:

$$F_1 = (1 + \lambda) \mu^3 (\cos \mu + \cosh \mu) + (\beta_1 - \omega^2) (\sin \mu - \sinh \mu)$$

$$F_2 = (1 + \lambda) \mu^3 (\sinh \mu - \sin \mu) + (\beta_1 - \omega^2) (\cos \mu - \cosh \mu)$$

$$G_1 = (1 + \lambda) \mu^2 (\sin \mu + \sinh \mu) + \beta_1 S (\sin \mu - \sinh \mu)$$

$$+ \left(\frac{1}{3} \tilde{\rho} q^3 \omega^2 - \beta_n q^2 \right) \mu (\cos \mu - \cosh \mu)$$

$$G_2 = (1 + \lambda) \mu^2 (\cos \mu + \cosh \mu) + \beta_1 S (\cos \mu - \cosh \mu)$$

$$+ \left(\frac{1}{3} \tilde{\rho} q^3 \omega^2 - \beta_n q^2 \right) \mu (\sin \mu + \sinh \mu) \quad (16)$$

حساسیت ارتعاشات نوک تیر میکروسکوپ، S به صورت مشتق فرکانس نسبت به سختی تماسی جانبی تعریف می‌شود:

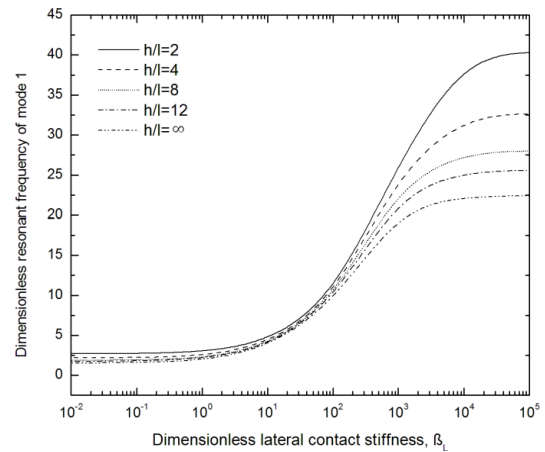
$$S = \frac{\partial \omega}{\partial \beta_1} = - \frac{\frac{\partial C}{\partial \beta_1}}{\frac{\partial C}{\partial \omega}} \quad (17)$$

برای درک بهتر تفاوت بین تئوری تنش-کوپل با تئوری تیر کلاسیک، روابطی برای خطای نسبی فرکانس و حساسیت به صورت زیر تعریف می‌نماییم:

ظاهر شده اما اگر برای تعیین ویژگی‌های ماده مورد استفاده قرار گیرد (مد دوم)، رفتار فرکانسی وابسته به اندازه برای تمامی مقادیر سختی ظاهر می‌شود [۲۴-۲۵].

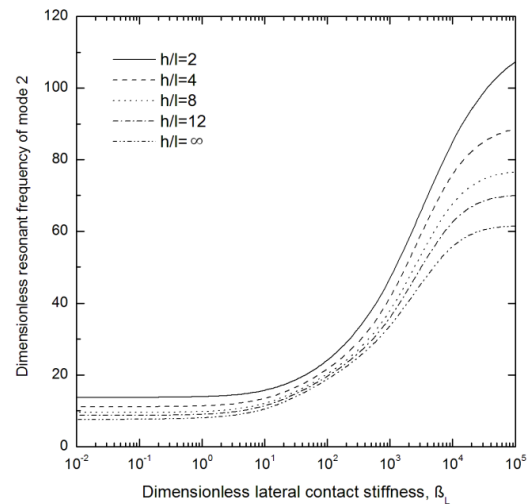
حساسیت ارتعاشات خمشی مد اول و دوم به صورت تابعی از سختی تماسی جانبی، β_1 نسبت به مقادیر مختلف h/l به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده است. با مشاهده این دو شکل می‌توان نتیجه گرفت که حساسیت از یک مقدار ماکزیمم در مقادیر پایین β_1 شروع شده و در مقادیر بسیار بالای β_1 به حداقل مقدار خود می‌رسد. این روند برای مد اول یکنواخت بوده و منحنی‌های مذکور به صورت یکنواخت این مسیر را طی می‌نمایند. همچنین مطابق شکل ۴، به ازای مقادیر پایین‌تر سختی، نزدیک شدن ضخامت تیر افقی به پارامتر مقیاس طول (کاهش h/l) حساسیت ارتعاشات را کاهش می‌دهد. این روند برای مقادیر بالاتر سختی تماسی جانبی برعکس می‌باشد. در مد اول، هنگامی که سختی جانبی در حدود ۶۰ می‌باشد، حساسیت مد اول مستقل از اندازه تیر می‌گردد. در مد دوم روند تغییرات حساسیت نسبت به تغییرات β_1 و h/l کمی متفاوت است (شکل ۵). در این مد با افزایش سختی تماسی جانبی β_1 ، حساسیت ابتدا به شدت کاهش یافته اما بعد از آن به یک نقطه بیشینه می‌رسد و سپس با ادامه روند افزایشی سختی تماسی جانبی، حساسیت به سمت صفر میل می‌کند. همچنین با افزایش h/l روند تغییرات منحنی شدت گرفته به طوری که برای $h/l = \infty$ ، یعنی حالت اعمال تئوری تیر کلاسیک، منحنی تغییرات حساسیت قبل از تمایل به سمت صفر، به طور چشمگیری افت کرده و سپس به شدت افزایش می‌یابد و منحنی حساسیت مربوط به $h/l = \infty$ دارای بیشترین مقدار افت حساسیت در مقایسه با منحنی‌های حساسیت مربوط به مقادیر دیگر h/l می‌باشد. با نگاهی اجمالی به شکل ۵ همچنین می‌توان دریافت که اگر چه به ازای $\beta_1 = 10$

کاهش h/l باعث افزایش فرکانس تشدید می‌شود. از شکل ۲ پیداست که رفتار فرکانسی مد اول، به ازای مقادیر کوچک β_1 تقریباً مستقل از اندازه می‌باشد. اما با افزایش β_1 رفتار فرکانسی وابسته به اندازه در این نوع تیر به طور کامل پیداست. از طرف دیگر، رفتار فرکانسی وابسته به اندازه در مد دوم به ازای



شکل (۲) فرکانس تشدید بی‌بعد مد اول به صورت تابعی

از سختی تماسی جانبی β_1



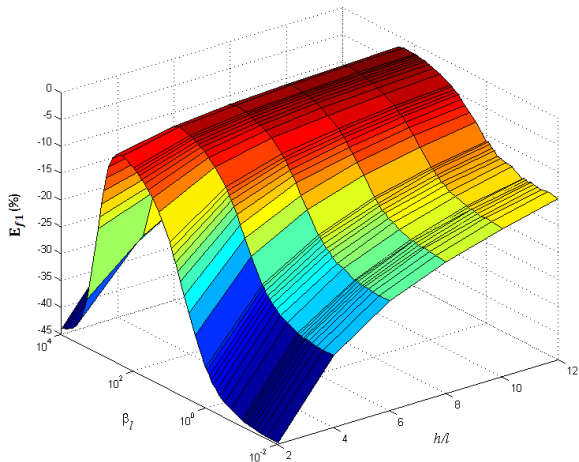
شکل (۳) فرکانس تشدید بی‌بعد مد دوم به صورت تابعی

از سختی تماسی جانبی β_1

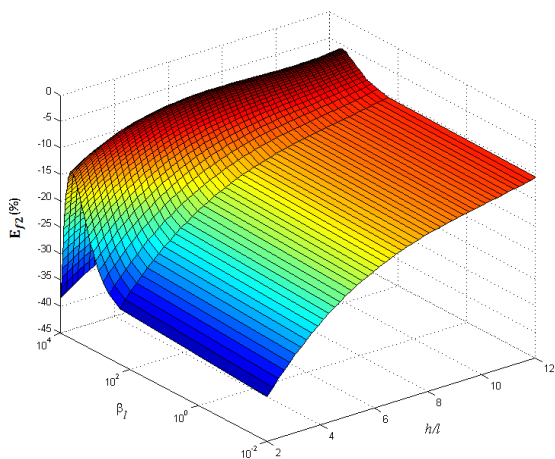
مقادیر β_1 بطور کامل آشکار از این نتایج می‌توان این گونه برداشت نمود که هرگاه این نوع ACP برای تهیه تصاویر از سطح نمونه (مد اول) مورد استفاده قرار گیرد، رفتار فرکانسی وابسته به اندازه به ازای مقادیر بالای سختی بین نوک و نمونه

بوده و همچنین مقادیر سختی تماسی جانبی یا بسیار کم یا بسیار زیاد باشد. در هر دو مد، اختلاف دو تئوری برای تمامی مقادیر h/l و به ازای یک مقدار خاص از β_i به حداقل مقدار خود می‌رسد. این مقدار برای مد اول حدود $\beta_i = 10^2$ بوده و برای مد دوم به سمت سختی‌های بالاتر میل می‌کند و در حدود $\beta_i = 10^3$ می‌باشد.

درصد خطای نسبی حساسیت مد اول و دوم بر اساس تغییرات سختی تماسی جانبی، β_i و نسبت ضخامت تیر به پارامتر طول مقیاس، در شکل‌های ۸ و ۹ قابل مشاهده می‌باشد. با توجه به این دو شکل می‌توان نتیجه گرفت که بیشترین اختلاف بین دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و



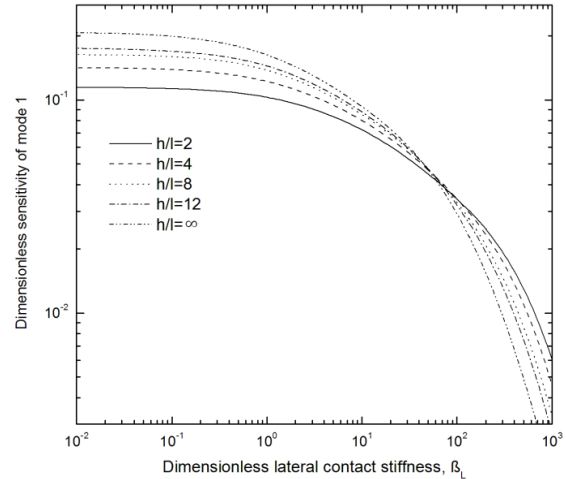
شکل (۶) درصد خطای نسبی فرکانس مد اول



شکل (۷) درصد خطای نسبی فرکانس مد دوم

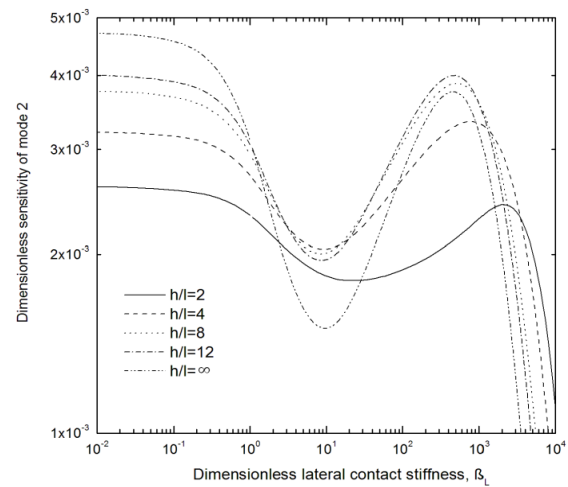
کلاسیک در پیش‌بینی مقادیر حساسیت مد اول و دوم به ازای مقادیر بالای β_i به ویژه هنگامی که h/l کوچک است،

حساسیت برای حالت $h/l = \infty$ کمتر از حساسیت برای مقادیر دیگر h/l است، اما در حالت کلی کاهش h/l در مقادیر پایین تر β_i ، حساسیت را کاهش داده و در مقادیر بسیار بالای β_i ، حساسیت را افزایش می‌دهد.



شکل (۴) حساسیت خمشی بی‌بعد مد اول به صورت

تابعی از سختی تماسی جانبی β_i



شکل (۵) حساسیت خمشی بی‌بعد مد دوم به صورت

تابعی از سختی تماسی جانبی β_i

شکل‌های (۶) و (۷) درصد خطای نسبی فرکانس اول و دوم را به صورت تابعی از سختی تماسی جانبی، β_i و نسبت ضخامت تیر به پارامتر طول مقیاس، h/l نشان می‌دهد. با توجه به این دو شکل می‌توان دریافت که بیشترین تفاوت بین دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و تیر کلاسیک هنگامی است که ضخامت تیر به پارامتر طول مقیاس نزدیک

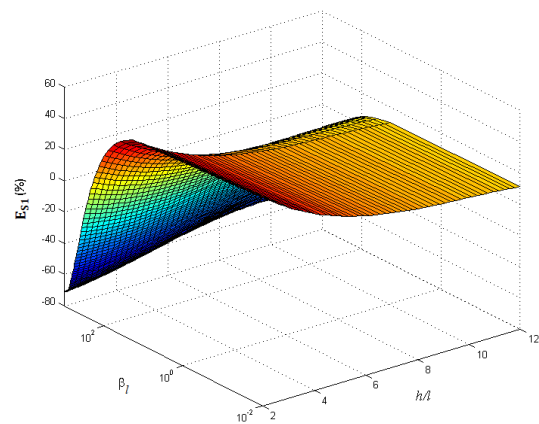
می‌باشد. در مقادیر پایین تر β_1 و به ازای $h/l > 8$ ، اختلاف بین دو تئوری مذکور ناچیز می‌باشد.

در ادامه، برای بررسی تاثیر تغییرات طول رابط نسبت به طول تیر افقی، Q ، بر روی فرکانس تشدید و حساسیت ارتعاشات در مقادیر متفاوت نسبت ضخامت تیر به پارامتر طول مقیاس، h/l ، رابطه‌ای برای تغییرات فرکانس و حساسیت به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

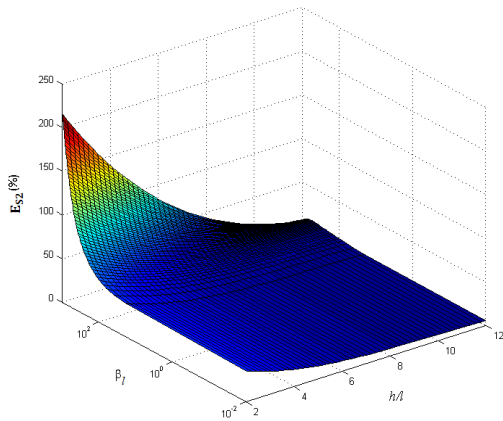
$$E_{fn} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} \times 100\% \quad (20)$$

$$E_{Sn} = \frac{S_2 - S_1}{S_1} \times 100\% \quad (21)$$

که در رابطه بالا $\omega_1, \omega_2, S_1, S_2$ به ترتیب فرکانس‌ها و حساسیت‌های بدست آمده از تئوری تیر کلاسیک برای دو حالت متفاوت از طول بی‌بعد رابط، Q ، می‌باشند. در حالت اول $Q = 0.8$ و در حالت دوم $Q = 0.5$ در نظر گرفته شده است.

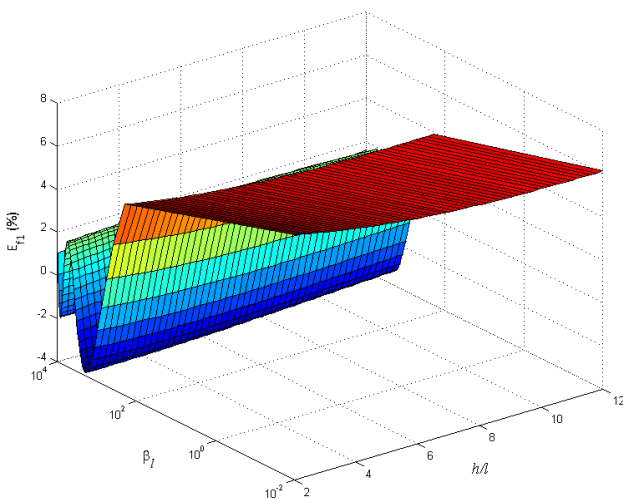


شکل (۸) درصد خطای نسبی حساسیت مد اول

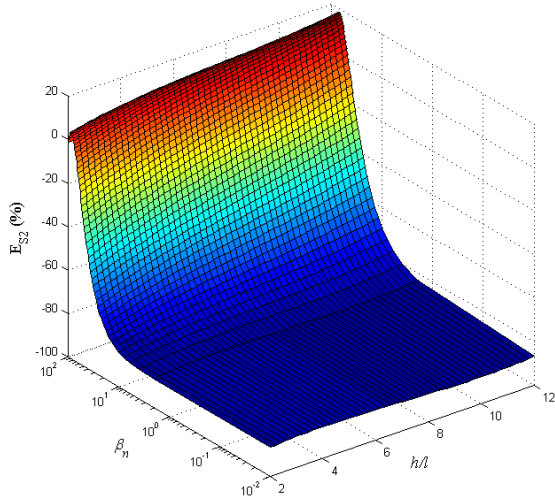


شکل (۹) درصد خطای نسبی حساسیت مد دوم

شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نشان دهنده تغییرات فرکانسی اول و دوم در اثر 0.3 تغییر در طول بی‌بعد رابط، و به صورت تابعی از h/l و β_1 می‌باشند. همانطور که آشکار است، روند تغییرات نمودار برای هر دو مد فرکانسی به طور تقریبی یکسان است. برای مد اول، 0.3 تغییر در Q ، فرکانس را حدود ۸ درصد جابجا می‌کند، که حداکثر مقدار این جابجایی هنگامی است که مقادیر h/l و β_1 هر دو کوچک باشند. همچنین در مد اول، تاثیر رفتار وابسته به اندازه در تغییرات فرکانسی ناشی از تغییرات طول بی‌بعد



شکل (۱۰) تغییرات فرکانس مد اول در اثر تغییرات طول بی‌بعد رابط

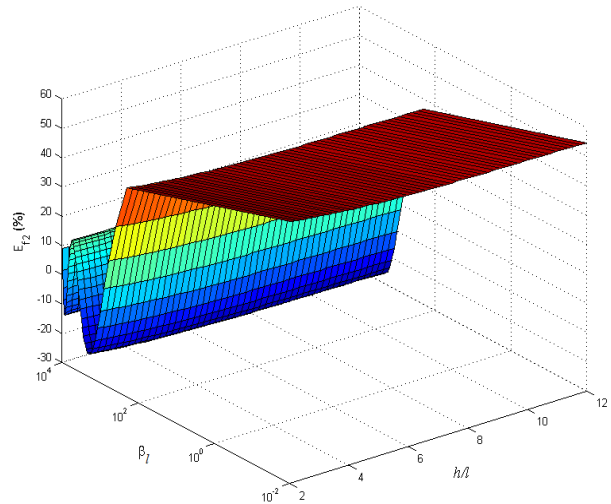


شکل (۱۳) تغییرات حساسیت مد دوم در اثر تغییرات طول بی‌بعد رابط

با توجه به دو شکل مذکور، بیشترین تاثیر تغییرات Q بر حساسیت برای مقادیر بسیار پایین سختی بوده و با افزایش سختی تماسی جانبی، تاثیر تغییرات Q کاهش یافته تا جایی که برای مقادیر بسیار بالای β_1 ، تغییرات حساسیت به صفر میل می‌نماید. در مد اول برای مقادیر حدود $\beta_1 < 10$ ، نزدیک شدن ضخامت تیر به پارامتر مقیاس طول، تغییرات حساسیت را کاهش داده اما برای مقادیر حدود $\beta_1 > 10$ برعکس عمل می‌کند.

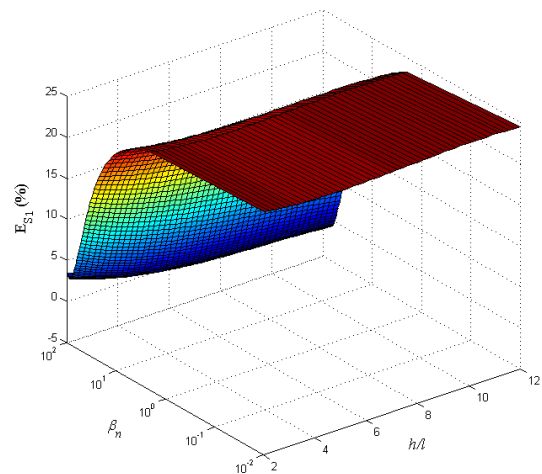
۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، رفتار وابسته به اندازه برای یک نمونه تیر مونتاژ شده میکروسکوپ نیرو اتمی (ACP) با استفاده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده مورد بررسی قرار گرفته است. تیر (ACP) مذکور، شامل یک تیر افقی، یک رابط عمودی و یک نوک در انتهای آزاد رابط بوده به طوری که میکروسکوپ را قادر به روبش جداره نانو مواد می‌نماید. ابتدا توسط تئوری مذکور، معادله حرکت و شرایط مرزی بدست آمده است. سپس رفتار وابسته به اندازه دو مد اول فرکانس و حساسیت ارتعاشات برای مقادیر مختلف سختی تماسی جانبی مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین رفتار وابسته به اندازه تغییرات فرکانس و حساسیت ارتعاشات دو مد اول در اثر



شکل (۱۱) تغییرات فرکانس مد دوم در اثر تغییرات طول بی‌بعد رابط

رابط، هنگامی آشکارتر است که سختی تماسی کوچک باشد. از طرف دیگر، در مد دوم، تغییرات طول رابط، بر فرکانس بسیار تاثیر گذار بوده و می‌تواند آن را تا حدود ۶۰ درصد جابجا نماید که مانند مد اول، تغییرات فرکانس در مقادیر پایین تر سختی تماسی بیشتر است. اما برعکس مد اول، فرکانس مد دوم نسبت به تغییرات Q ، مستقل از ضخامت تیر افقی عمل کرده و تغییرات h/l تاثیری بر رفتار آن ندارد. تاثیر ۰/۳ تغییرات طول بی‌بعد رابط، Q ، بر حساسیت ارتعاشات مدهای اول و دوم نیز به صورت تابعی از β_1 و h/l در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است.



شکل (۱۲) تغییرات حساسیت مد اول در اثر تغییرات طول بی‌بعد رابط

- [4] Turner J.A., Hirsekorn S., Rabe U., Arnold W., High-frequency response of atomic-force microscope cantilevers, *Journal of Applied Physics*, Vol. 82(3), 1997, pp. 966-979.
- [5] Wu T.S., Chang W.J., Hsu J.C., Effect of tip length and normal and lateral contact stiffness on the flexural vibration responses of atomic force microscope cantilevers, *Micro electron Engineering*, Vol. 71, 2004, pp. 15-20.
- [6] Chang W.J., Fang T.H., Chou H.M., Effect of interactive damping on sensitivity of vibration modes of rectangular AFM cantilevers, *Physics Letters A*, Vol. 312, 2003, pp. 158-165.
- [7] Shen K., Hurley D.C., Turner J.A., Dynamic behaviour of dagger-shaped cantilevers for atomic force microscopy, *Nanotechnology*, Vol. 15, 2004, pp. 1582-1589.
- [8] Abbasi M., Mohammadi A.K., A new model for investigating the flexural vibration of an atomic force microscope cantilever, *Ultramicroscopy*, Vol. 110, 2010, pp. 1374-1379.
- [9] Lee H.L., Chang W.J., Dynamic response of a cracked atomic force microscope cantilever used for nanomachining, *Nanoscale Research Letters*, Vol.7, 2012, pp. 131.
- [10] Dai G., Wolff H., Pohlenz F., Danzebrink U.H., Wilkening G., Atomic force probe for sidewall scanning of nano- and microstructures, *Applied Physics Letters*, Vol. 88, 2006; pp. 171908.
- [11] Chang W.J., Lee H.L., Chen T.Y.F., Study of the sensitivity of the first four flexural modes of an AFM cantilever with a sidewall probe, *Ultra microscopy*, Vol. 108, 2008, pp. 619-624
- [12] Kahrobaiyan M.H., Ahmadian M.T., Haghghi P., Haghghi A., Sensitivity and resonant frequency of an AFM with sidewall and top-surface probes for both flexural and torsional modes, *International Journal of Mechanical Science*, Vol. 52, 2010, pp.1357-1365.
- [13] Dai G., Wolff H., Weimann T., Xu M., Pohlenz F., Danzebrink H.U., Nanoscale surface measurements at sidewalls of nano- and micro-structures, *Measurement Science and technology*, Vol. 18, 2007, pp. 334.
- [14] Fleck N.A., Muller G.M., Ashby M.F., Hutchinson J.W., Strain gradient plasticity: theory and experiment, *Acta Metallurgical et Materialia*, Vol. 42, No. 2, 1994, pp. 475-487.
- [15] Stolken J.S., Evans A.G., Microbend test method for measuring the plasticity length scale, *Acta Materialia*, Vol. 46, No. 14, 1998, pp. 5109-5115.
- [16] Lam D.C.C., Yang F., Chong A.C.M., Wang J., Tong P., Experiments and theory in strain gradient elasticity, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 51(8), 2003 pp. 1477 1508.

تغییرات طول رابط نسبت به طول تیر عمودی مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج بدست آمده از تئوری تنش-کوپل اصلاح شده با نتایج تئوری کلاسیک مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که کم شدن ضخامت تیر و نزدیک شدن آن به پارامتر طول مقیاس در تمامی مقادیر سختی تماس و به ویژه مقادیر بالای سختی تماس، فرکانس اول و دوم را افزایش می‌دهد. کاهش نسبت ضخامت تیر به پارامتر طول مقیاس در مقادیر بالای سختی تماس، تاثیر مشابه‌ای بر روی حساسیت ارتعاشات مدهای اول و دوم دارد اما اثر آن در مقادیر پایین برعکس می‌باشد. همچنین لازم به ذکر است که مد دوم فرکانس و حساسیت نسبت به تغییر ضخامت تیر بسیار حساس‌تر از مد اول آنها می‌باشند. همچنین نتایج بیانگر این واقعیت است که تفاوت بین دو تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و کلاسیک هنگامی که ضخامت تیر در نزدیکی پارامتر طول مقیاس قرار می‌گیرد بسیار چشمگیر است. در این حالت تفاوت دو تئوری در پیش‌بینی فرکانس برای مقادیر خیلی بالا یا خیلی پایین سختی تماس، و برای پیش‌بینی حساسیت در مقادیر بالای سختی تماس به حداکثر مقدار خود می‌رسد. با بررسی تاثیر رفتار وابسته به اندازه بر روی تغییرات فرکانس و حساسیت ناشی از تغییر طول رابط نسبت به تیر عمودی روشن گردید که رفتار وابسته به اندازه در تغییرات فرکانس و نیز حساسیت مد اول آشکارتر می‌باشد.

مراجع

- [1] Garcia R., Perez R., Dynamic atomic force microscopy methods, *Surface Science Report*, Vol. 47, 2002, pp. 197-301.
- [2] Holmberg K., Matthews A., *Coatings Tribology: Properties, Techniques and Applications in Surface Engineering*, Second Ed., New York, Elsevier, 1994.
- [3] Mahdavi M.H., Farshidianfar A., Tahani M., Mahdavi S., Dalir H., A more comprehensive modeling of atomic force microscope cantilever, *Ultra microscopy*, Vol. 109, 2008, pp. 54-60.

- [17] Mindlin R.D., Micro-structure in linear elasticity, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Vol. 16(1), 1964, pp. 51–78.
- [18] Toupin R.A., Elastic materials with couple-stresses, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, Vol. 11(1), 1962, pp. 385–414.
- [19] Fleck N.A., Hutchinson J.W., Strain gradient plasticity, *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 33, 1997, pp. 296–358.
- [20] Yang F., Chong A.C.M., Lam D.C.C., Tong, P., Couple stress based strain gradient theory for elasticity, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, 2002, pp. 2731.
- [21] Kong S., Zhou S., Nie Z., Wang K., The size-dependent natural frequency of Bernoulli–Euler micro-beams, *International Journal of Engineering science*, Vol. 46, 2008, pp. 427.
- [22] M.H. Kahrobaiyan, M. Asghari, M. Rahaeifard, M.T. Ahmadian, Investigation of the size-dependent dynamic characteristics of atomic force microscope microcantilevers based on the modified couple stress theory, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 48, 2010, pp.1985–1994.
- [23] Lee H.W., Chang W.J., Sensitivity of V-shaped atomic force microscope cantilevers based on a modified couple stress theory, *Microelectronic Engineering*, Vol. 88, 2011, pp. 3214.
- [24] Sommerhalter C.h., Glatzel T.h., Mattes T.W., Waldau A.J., Steiner M.C., *Applied Surface Science*, Vol. 157, 2000, pp. 32.
- [25] Lin S.M., Liauh C.T., Wang W.R., Ho S.H., Analytical solutions of the first three frequency shifts of AFM non-uniform probe subjected to the Lennard–Jones force, *Ultra microscopy*, Vol. 106, 2006, pp. 508–515.