



بررسی اثر قطر نانوذرات بر جابجایی آزاد نانوسیال آب- اکسید آلومینیوم با استفاده از مدل های تک فاز و دوفازی

میشم اسفندیاری^۱، بابک مهباندوست^{۲*}، آرش کریمی پور^۳

* نویسنده مسئول: mehmandoust@iau khsh.ac.ir

چکیده

در این پژوهش، اثر قطر نانوذرات در جابجایی آزاد نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک محفظه با مدل دوفازی و تک فاز بررسی شده است. محدوده عدد رایلی 10^5 تا 10^7 در کسر حجمی های 0.01 تا 0.03 برای نانوذرات با قطرهای گوناگون (۲۵، ۳۳، ۵۰ و ۱۰۰) نانومتر در نظر گرفته شده است. در این مطالعه، از دیدگاه اویلری-اویلری و مدل مخلوط با توجه به اثرات حرکت براونی و ترموفورسیس استفاده شده است. حرکت براونی و ترموفورسیس به ترتیب تحت اثرات گرادیان کسر حجمی و گرادیان دما بوجود می آیند که سبب بوجود آمدن لغزش میان نانوذرات و سیال پایه می شوند؛ بنابراین، نوعی ناهمگنی در رفتار میان نانوذرات و سیال پایه بوجود می آید. این ناهمگنی منجر به اثرات قابل توجهی در نتایج مدل سازی دوفازی می شود که تطابق بهتری نسبت به مدل سازی تک فاز با نتایج تجربی ایجاد می کند. نتایج نشان می دهند که مدل دوفازی جابجایی کمتری نسبت به مدل تک فاز پیش بینی می کند. همچنین، با کاهش عدد رایلی و افزایش عدد رایلی اختلاف میان دو مدل کاهش می یابد. افزایش در قطر و مقدار کسر حجمی نانوذرات انتقال حرارت را کاهش می دهد؛ در واقع، افزایش در ناهمگنی عاملی است که منجر به کاهش انتقال حرارت می شود. همچنین، اثر قطر نانوذرات بر جریان و انتقال حرارت محسوس است.

واژه های کلیدی

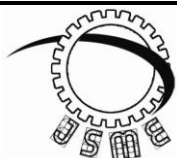
نانوسیال، جابجایی آزاد، ترموفورسیس، حرکت براونی، مطالعه عددی

تاریخ ارسال:	۹۴/۰۹/۳۰
تاریخ بازنگری:	۹۴/۱۰/۱۵
تاریخ پذیرش:	۹۴/۱۱/۰۵

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، ایران.

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، ایران.

۳- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.



Journal of
Solid Mechanics
in Engineering

Journal of Solid Mechanics in Engineering

<http://jsme.iaukhsh.ac.ir>



Investigation of Nanoparticles Diameter on Free Convection of Aluminum Oxide-Water Nanofluid by Single Phase and Two Phase Models

Meissam Esfandiary¹, Babak Mehmandoust^{2,*}, Arash Karimipour³

* Corresponding Author: mehmandoust@iaukhsh.ac.ir

Abstract:

In this research, effect of nanoparticles diameter on free convection of aluminum oxide-water was investigated in a cavity by single phase and two phase models. The range of Rayleigh number is considered 10^5 - 10^7 in volume fractions of 0.01 to 0.03 for nanoparticles with various diameters (25, 33, 50 and 100 nm). Given that the two phase nature of nanofluids, necessity of modeling by this method is increasing. Single phase approach (in contrary of two-phase modeling) for nanofluids is based on that the behaviors of each two solid phase (nanoparticles) and liquid phase (base fluid) are completely similar. In this study, Eulerian-Eulerian approach and mixture model was used given that Brownian motion and thermophoresis effects. Brownian motion and thermophoresis creates under influences of volume fraction gradient and temperature gradient, respectively that cause to creating slip between nanoparticles and base fluid; thus, kind of non-uniformity creates on behavior between nanoparticles and base fluid. This non-uniformity leads to significant effects on results of two phase modeling that creates better agreement to single phase modeling with experimental results. Results indicate that heat transfer decreases with increasing diameter and volume fraction of nanoparticles. Also, effect of nanoparticle diameter on flow and heat transfer is tangible.

Key words:

Nanofluid, Free Convection, Thermophoresis, Brownian motion, Numerical study

1- MSc Student, Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University of Khomeini Shahr Branch, Iran.

2- Assis. Prof., Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University of Khomeini Shahr Branch, Iran.

3- Assist. Prof., Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran.

۱- مقدمه

درصد کربوکسی متیل سلولز دریافتند که انتقال حرارت در کسر حجمی پایین به ترتیب تا ۱ و ۰/۵ درصد افزایش و از ۱ و ۰/۵ تا ۱/۵ درصد کاهش می‌یابد. هو و همکاران^۲ [۲۴] انتقال حرارت نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم نسبت به سیال پایه آب را به ترتیب برای کسر حجمی‌های ۱، ۲ و ۳ درصد دارای افزایش، بدون اثر و کاهش عنوان کردند.

پژوهشگران [۲۵-۳۱] با بررسی تجربی، کاهش انتقال حرارت در جابجایی طبیعی نانوسیال‌های مختلف با افزایش کسر حجمی را گزارش کردند.

بسیاری از پژوهش‌های عددی و تحلیلی نیز نشان از کاهش انتقال حرارت در جابجایی طبیعی دارد. پژوهشگران [۳۲-۳۴] نشان دادند که استفاده از مدل لزجت برینکمن^۳ [۳۵] قادر به پیش‌بینی صحیح برای انتقال حرارت جابجایی نیست؛ برای اعداد رایلی^۴ ۱۰^۴ و بیشتر، با افزایش کسر حجمی و استفاده از مدل برینکمن انتقال حرارت افزایش پیدا می‌کند. ابوعلی و احمدی [۳۶] و اسماعیل‌پور و عبدالله-زاده [۳۷] با استفاده از مدل لزجت گرشوننه^۴ [۳۸]، کاهش انتقال حرارت با افزایش کسر حجمی را نشان دادند.

یکی از رایج‌ترین فرضیات در مطالعه رفتار نانوسیالات، فرض عدم وجود سرعت لغزشی بین سیال پایه و نانوذرات است. این فرض در مخلوط همگن نانوذرات در سیال برقرار است. مکانیزم‌های متعددی مانند حرکت براونی^۵ و ترموفورسیس^۶ برای انتقال ذرات در سوسپانسیون وجود دارد. گرادیان کسر حجمی می‌تواند انتقال حرارتی بنام گرمای پخشی یا اثر دو فور^۷ تولید کند. اثر دو فور معمولاً کوچک و قابل صرف‌نظر است [۳۹].

بونجیورنو^۸ [۴۰] هفت نوع مکانیزم انتقال نانوذرات که باعث لغزش میان نانوذرات و سیال پایه می‌شود را معرفی کرد و نشان داد که حرکت براونی و ترموفورسیس از اهمیت بیشتری نسبت به سایر مکانیزم‌ها برخوردار است. او به

محیط‌های انتقال حرارت معمولاً از سیالاتی نظیر آب، اتیلن گلیکول یا روغن تشکیل شده‌اند. بنابراین تاثیر ضریب انتقال حرارت سیالات قابل توجه است. این سیالات ضریب انتقال حرارت بسیار پایینی در مقایسه با فلزات و اکسیدهای فلزی دارند (ضریب انتقال حرارتی مس ۷۰۰، اکسید آلومینیوم ۷۰ و نانو لوله‌های کربنی ۵۷۰۰ برابر ضریب هدایت حرارتی آب است). بنابراین انتظار می‌رود با اضافه شدن این مواد به سیال پایه در انتقال حرارت بهبود حاصل شود. مفهوم نانوسیال، سوسپانسیون‌های حاوی ذرات نانو (ذرات با اندازه کمتر از ۱۰۰ نانومتر)، مواد فلزی و غیرفلزی را شامل می‌شود که به عنوان محیط‌های انتقال حرارت استفاده می‌شوند [۱-۴].

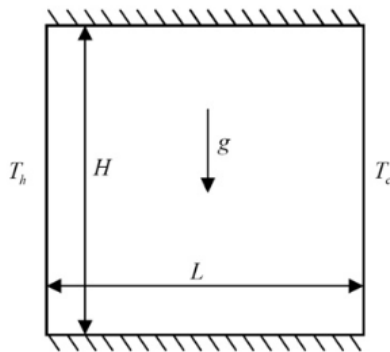
بسیاری از نتایج پژوهش‌های تجربی [۵-۹] و عددی [۱۰-۱۳] در مورد انتقال حرارت جابجایی اجباری و جابجایی ترکیبی حاکی از افزایش انتقال حرارت با اضافه شدن نانوذرات به سیال پایه و افزایش کسر حجمی است. همچنین بسیاری از پژوهش‌های عددی انجام شده بر روی جابجایی طبیعی در محفظه‌های مربعی یا مستطیلی، افزایش انتقال حرارت با افزایش کسر حجمی نانوذرات را گزارش کرده‌اند [۱۴-۲۱]. نکته قابل توجه، عدم اعتبارسنجی نتایج ارائه شده با نتایج تجربی در جابجایی طبیعی است و در بهترین حالت ابتدا برای سیال پایه اعتبارسنجی شده است.

برخی نتایج پژوهش‌های تجربی انجام شده بر روی جابجایی طبیعی، حاکی از افزایش انتقال حرارت نسبت به سیال پایه در کسر حجمی‌های کمتر از ۰/۰۱ و کاهش آن در کسر حجمی‌های بیشتر از ۰/۰۱ دارد [۲۲-۲۴].

نانا^۱ [۲۲] افزایش انتقال حرارت نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم را برای کسر حجمی نانوذرات در محدوده ۰/۲ تا ۲ درصد و کاهش انتقال حرارت را برای کسر حجمی نانوذرات بیشتر از ۲ درصد گزارش کرده است. ماهرود و همکاران [۲۳] برای دو نوع نانوسیال با نانوذرات اکسید آلومینیوم و اکسید تیتانیوم و سیال پایه یکسان آب حاوی ۵

^۲ Hu et al.^۳ Brinkman^۴ Corcione^۵ Brownian motion^۶ Thermophoresis^۷ Dufour^۸ Buongiorno^۱ Nnanna

پژوهش حاضر از بررسی انتقال حرارت نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک محفظه مربعی شکل با توجه به اثر حرکت براونی و پدیده ترموفریسیس است. محفظه با توجه به مدل تجربی ارائه شده توسط هو و همکاران [۳۰] در شکل (۱) نشان داده شده است؛ دو وجه افقی آدیاباتیک و دو وجه عمودی در دو دمای ثابت گرم و سرد، با عرض و ارتفاع ۲۵ میلیمتر فرض شده است. محدوده عدد رایلی برای اعتبارسنجی محدوده $\phi_{ave}=0.01$ تا $\phi_{ave}=0.03$ با قطر ۳۳ نانومتر در نظر گرفته شده است. همچنین از نانوذرات با قطر ۱۰۰ نانومتر در محدوده عدد رایلی 10^5 تا 10^7 برای بررسی کامل تر استفاده شده است.



شکل (۱) شماتیک مسئله.

۳- روابط خواص ترموفیزیکی

در محاسبات مهندسی و حل معادلات اساسی حاکم بر مسئله، خواص فیزیکی مانند چگالی (ρ)، ظرفیت گرمایی ویژه (c_p)، ضریب هدایت حرارتی (k) و لزجت (μ) که تابع متغیر-های موثری (مانند: کسر حجمی نانوذرات، دما، قطر نانوذرات و سیال پایه و غیره) هستند از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند، از این رو انتخاب صحیح روابط جهت محاسبه این خواص الزامی است [۴۴].

خواص ترموفیزیکی آب (به عنوان سیال پایه) و اکسید آلومینیوم (به عنوان نانوذرات) در جدول (۱) ارائه شده است. چگالی نانوسیال از رابطه خانافر و وفایی [۴۴] که بر مبنای نتایج تجربی هو و همکاران [۳۰] بدست آمده، محاسبه می‌شود:

صورت تحلیلی افزایش غیرعادی عدد ناسلت در جابجایی اجباری نانوسیال را در یک کانال بررسی کرد و توضیح داد که افزایش انتقال حرارت جابجایی در اثر کاهش لزجت در اثر انتقال نانوذرات در لایه مرزی بوجود می‌آید. بونجیورنو اثر دوفور بر انتقال حرارت را بررسی نکرد. همچنین، او نتیجه‌گیری کرد که پراکندگی نانوذرات که به صورت یک جمله به معادله انرژی اضافه می‌شود، اثری بر انتقال حرارت ندارد.

مکانیزم‌های انتقال ذرات در مسائل مختلف انتقال حرارت و جرم برای سیالات مختلف بررسی شده است. ویور و ویسکانتا [۴۱] انتقال حرارت جابجایی طبیعی و انتقال جرم یک مخلوط برای یک مخلوط دوتایی در یک محفظه را مورد مطالعه قرار دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که ترموفریسیس و دوفور انتقال حرارت را افزایش می‌دهند. نیثادوی و یانگ [۴۲] به بررسی انتقال حرارت طبیعی دوگانه در یک محفظه مربعی با منابع گرمایی همراه با تاثیر ترموفریسیس و دوفور پرداختند. آنها به این نتیجه رسیدند که برای حالتی که غلظت دیوار گرم کمتر از دیوار سرد است، ترموفریسیس انتقال حرارت را کاهش و دوفور انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. شیخزاده و همکاران [۴۳] جابجایی طبیعی با جریان آرام در یک محفظه را با مدل انتقال بررسی کردند ولی اعتبارسنجی از دقت خوبی برخوردار نیست.

در این پژوهش انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال حاوی آب به عنوان سیال و اکسید آلومینیوم به عنوان نانوذرات (با قطرهای مختلف) در یک محفظه مربعی شکل دوبعدی بررسی می‌شود، برای حل این مسئله از مدل مخلوط با در نظر گرفتن اثر سرعت لغزشی بین سیال پایه و نانوذرات ناشی از دو مکانیزم مهم لغزشی (حرکت براونی و پدیده ترموفریسیس) استفاده شده است. همچنین، خواص ترموفیزیکی علاوه بر کسر حجمی نانوذرات، تابع دما نیز هستند.

۲- بیان مسئله

^۱ Weaver and Viskanta

^۲ Nithyadevi and Yang

شود. برای حل معادلات اساسی حاکم از مدل دو جزئی مخلوط استفاده شده است.
معادله پیوستگی:

$$\nabla \cdot (\rho_{nf} \mathbf{v}_{nf}) = 0 \quad (۸)$$

معادله مومنتوم:

$$\nabla \cdot (\rho_{nf} \mathbf{v}_{nf} \mathbf{v}_{nf}) = -\nabla p_{nf} + \rho_{nf} \mathbf{g} + \nabla \cdot \left(\mu_{nf} \left[(\nabla \mathbf{v}_{nf}) + (\nabla \mathbf{v}_{nf})^T \right] \right) \quad (۹)$$

$$-\nabla \cdot \left(\frac{\varphi}{1-\varphi} \frac{\rho_f \rho_b}{\rho_{nf}} \mathbf{v}_{pj} \mathbf{v}_{pj} \right)$$

معادله انرژی:

$$\nabla \cdot (\rho_{nf} h_{nf} \mathbf{v}_{nf}) = -\nabla \cdot \mathbf{q}_{nf} + \frac{Dp_{nf}}{Dt} \quad (۱۰)$$

$$-\nabla \cdot \left(\varphi \frac{\rho_f \rho_b}{\rho_{nf}} \mathbf{v}_{pj} (h_p - h_f) \right)$$

\mathbf{q}_{nf} شار حرارتی برابر است با:

$$\mathbf{q}_{nf} = -k_{nf} \nabla T \quad (۱۱)$$

سرعت مخلوط از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\rho_{nf} \mathbf{v}_{nf} = (1-\varphi) \rho_f \mathbf{v}_f + \varphi \rho_p \mathbf{v}_p \quad (۱۲)$$

سرعت رانشی در معادلات (۹) و (۱۰) از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\mathbf{v}_{pj} = \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} \mathbf{v}_{p,nf} = \frac{\rho_{nf}}{\rho_f} (\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_{nf}) \quad (۱۳)$$

معادله کسر حجمی:

$$\nabla \cdot (\varphi \mathbf{v}_{nf}) = -\frac{1}{\rho_p} \nabla \cdot \mathbf{j}_p \quad (۱۴)$$

\mathbf{j}_p رانشی نانوذرات در معادله (۱۳) در ادامه تعریف می شوند.

۴-۲- اعداد و متغیرهای بی بعد

متغیرهای بی بعد به صورت زیر تعریف می شوند:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{u}{\alpha_{nf} / L} \quad (۱۵)$$

$$V = \frac{v}{\alpha_{nf} / L}, \theta = \frac{T - T_c}{\Delta T}, \phi = \frac{\varphi}{\varphi_{ave}}$$

ضریب جابجایی موضعی و اعداد بی بعد رایلی و ناسلت موضعی به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\rho_{nf} = 1001.064 + 2738.6191\varphi - 0.2052T \quad (۱)$$

$$0 \leq \varphi \leq 0.04$$

$$5 \leq T(^{\circ}C) \leq 40$$

ظرفیت گرمایی ویژه نانوسیال از رابطه زیر محاسبه می شود [۴۴]:

$$(\rho c_p)_{nf} = (1-\varphi)(\rho c_p)_f + \varphi(\rho c_p)_p \quad (۲)$$

حرکت براونی یک عامل مهم در روابط ضریب هدایت حرارتی و لزجت نانوسیال است. به همین دلیل نمی توان از مدل های کلاسیک که تنها تابع کسر حجمی نانوذرات می شوند استفاده کرد. به همین منظور از مدل گرشونیه [۳۸] برای محاسبه ضریب هدایت حرارتی و لزجت استفاده می شود:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + \quad (۳)$$

$$4.4Re^{0.4} Pr^{0.66} \left(\frac{T}{T_{fr}} \right)^{10} \left(\frac{k_p}{k_f} \right)^{0.03} \varphi^{0.66}$$

Re و Pr به صورت زیر تعریف می شوند:

$$Pr = \frac{\mu_f}{\rho_f \alpha_f} \quad (۴)$$

$$Re = \frac{2\rho_f k_b T}{\pi \mu_f^2 d_p} \quad (۵)$$

$k_b = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ ثابت بولتزمن است.

رابطه لزجت کورشینیه:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = \frac{1}{1 - 34.87 \left(\frac{d_p}{d_f} \right)^{-0.3} \varphi^{1.03}} \quad (۶)$$

لزجت سیال پایه از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$\mu_f = 562.77 \left(\ln(T + 62.756) \right)^{-8.9137} \quad (۷)$$

۴-۳- معادلات اساسی حاکم

۴-۱- مدل دو جزئی مخلوط

معادلات اساسی حاکم شامل معادلات پیوستگی، مومنتوم، بقای انرژی و معادله کسر حجمی هستند.

نانوسیال به عنوان مخلوط دو جزئی، مخلوط رقیق، نیوتونی با خواص فیزیکی متغیر با دما و کسر حجمی در نظر گرفته می -

مگنس، تخلیه سیال و گرانش بررسی کرد که حرکت براونی و ترموفورسیس موثرترین عوامل در بین هفت مکانیزم بودند.

۴-۳-۱- نفوذ براونی

حرکت تصادفی نانوذرات درون سیال پایه را حرکت براونی گویند. در واقع این حرکت ناشی از برخورد پیوسته ی نانوذرات با مولکول های سیال پایه است.

ضریب نفوذ براونی، D_B ، که توسط معادله ی اینشتین-استوکس [۴۰] بدست می آید تشریح کننده ی حرکت براونی است.

$$D_B = \frac{k_b T}{3\pi\mu_f d_p} \quad (25)$$

k_b ثابت بولتزمن و T دمای نانوسیال است.

شار رانشی ناشی از نفوذ براونی از رابطه زیر محاسبه می شود [۴۰]:

$$j_{p,B} = -\rho_p D_B \nabla \varphi \quad (26)$$

۴-۳-۲- ترموفورسیس

به ذرات معلق درون سیالی که در آن گرادیان دما وجود دارد، نیروی ترموفرتیک وارد می شود. این نیرو در جهت این گرادیان دما بوده و سبب انتقال ذرات از ناحیه ی با دمای بالاتر به سمت ناحیه ی با دمای پایین تر می شود. به این پدیده ترموفورسیس گفته می شود. همچنین به سرعت انتقال ذرات، سرعت ترموفرتیک گفته می شود و از رابطه زیر محاسبه می شود [۴۰]:

$$V_T = -S_T \frac{\mu_f}{\rho_f} \frac{\nabla T}{T} \quad (27)$$

در اینجا S_T پارامتر بی بعد ترموفرتیک است و وابسته به خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات است. برخی از مطالعات [۴۵ و ۴۰] برای ذرات با ابعاد میلیمتر یا میکرون پارامتر ترموفرتیک S_T را به صورت زیر تعریف کردند:

$$S_T = -C_s \frac{ak_f + bk_p}{ck_f + k_p} \quad (28)$$

در اینجا k_f و k_p ضرایب انتقال حرارت هدایتی سیال پایه و نانوذرات هستند. رابطه مشابه دقیقی برای نانوسیالات موجود نیست.

$$Ra = \frac{g\beta_{nf}\Delta TL^3}{\alpha_{nf}U_{nf}} \quad (16)$$

$$Nu_y = \frac{hx}{k_{nf}} \quad (17)$$

$$h_y = \frac{-k_{nf} \frac{\partial T}{\partial X} \Big|_{X=0}}{\Delta T} \quad (18)$$

عدد ناسلت میانگین به صورت زیر تعریف می شود و ضریب جابجایی میانگین از انتگرال گیری معادله (۱۸) محاسبه می شود:

$$Nu_{ave} = \frac{h_{ave}L}{k_{nf}} \quad (19)$$

$$h_{ave} = \frac{1}{L} \int_0^L h_y dy \quad (20)$$

عدد ناسلت موضعی و ضریب جابجایی موضعی بر حسب ترم-های بی بعد به صورت زیر تعریف می شوند:

$$Nu_Y = \frac{h_Y XL}{k_{nf}} \quad (21)$$

$$h_Y = \frac{-k_{nf} \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=0}}{L} \quad (22)$$

عدد ناسلت میانگین به صورت زیر تعریف می شود و ضریب جابجایی میانگین از انتگرال گیری معادله (۲۲) محاسبه می شود:

$$Nu_{ave} = \frac{h_{ave}XL}{k_{nf}} \quad (23)$$

$$h_{ave} = \int_0^L h_Y dY \quad (24)$$

جدول (۱) خواص ترموفیزیکی آب و اکسید آلومینیوم.

خواص	آب	Al ₂ O ₃
c_p (J/kg K)	۴۱۷۹	۷۶۵
ρ (kg/m ³)	۹۹۷٫۸	۳۹۷۰
k (W/mK)	۰٫۵۹	۴۰
$d_p \times 10^{-9}$	۰٫۳۸۴	۲۵-۱۰۰

۴-۳-۳- شار رانشی

مکانیزم های لغزشی بسیاری برای ایجاد ناهمگنی در توزیع نانوذرات در نانوسیال وجود دارند. بونجیورنو [۴۰] هفت مکانیزم لغزشی لختی، نفوذ براونی، ترموفورسیس، دیفیوزورسیس، اثر

استفاده شده است. این مقدار برای تمامی معادلات پیوستگی، مومنتوم، انرژی و کسر حجمی برابر 10^{-6} در نظر گرفته شده است.

۷- استقلال شبکه

برای حل مسئله از شبکه منظم چهار گوش مربعی با تعداد نقاط مختلف گزارش شده در جدول (۲) استفاده شده است. همچنین از عدد ناسلت میانگین به عنوان معیار استفاده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، اختلاف عدد ناسلت میانگین در شبکه‌های با تعداد نقاط 200×200 و 250×250 ناچیز است. بنابراین با توجه به اینکه دقت نتایج، زمان و هزینه محاسباتی کمتر نیاز است، شبکه 200×200 برای تمام محاسبات انتخاب شده است.

جدول (۲) بررسی شبکه‌بندی ($Ra=1 \times 10^5$ و $\phi_{ave}=0.02$)

نقاط شبکه	Nu_{ave}
100×100	۴,۲۰۸۶
150×150	۳,۹۷۱۱
170×170	۳,۷۳۳۴
200×200	۳,۵۵۳۹
240×240	۳,۵۵۰۶

۸- نتایج و بحث

در این بخش به اعتبارسنجی مدل انتقال با نتایج تجربی، اختلاف نتایج مدل انتقال با مدل تک فاز، اثر کسر حجمی و قطر نانوذرات پرداخته شده است.

۸-۱- اعتبارسنجی با نتایج تجربی

در این قسمت برای اعتبارسنجی از نتایج تجربی هو و همکاران [۳۰] استفاده شده است. آنها در کار تجربی خود از سه محفظه با ابعاد 25×25 ، 40×40 و 80×80 در مقیاس میلیمتر استفاده کردند. همچنین، آنها از نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در محدوده کسر حجمی 0.1 تا 4 درصد استفاده کردند. در این مطالعه محدوده عدد رایلی برای اعتبارسنجی $Ra=3.6 \times 10^5$ تا 2.55×10^6 و کسر حجمی میانگین نانوذرات در محدوده

شار رانشی ناشی از ترموفریسیس از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۴۰]:

$$j_{p,T} = -\phi S_T \frac{\rho_p \mu_f}{\rho_f T} \nabla T \quad (29)$$

در نهایت شار کلی برابر می‌شود با:

$$j_p = \sum_{i=1} j_{p,i} \quad (30)$$

زیرنویس i مربوط به مکانیزم لغزشی است؛ در اینجا دو مکانیزم لغزشی ناشی از حرکت براونی و ترموفریسیس است، بنابراین:

$$j_p = -\rho_p D_B \nabla \phi - \phi S_T \frac{\rho_p \mu_f}{\rho_f T} \nabla T \quad (31)$$

۵- شرایط مرزی

شرایط مرزی برای معادلات (۸-۱۰) و (۱۴) به صورت زیر

می‌باشد:

سرعت:

$$x=0, x=L, y=0, y=L: \quad (32)$$

$$u=v=0$$

دما:

$$x=0: T=T_h$$

$$x=L: T=T_c$$

(۳۳)

$$y=0, y=L: \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

کسر حجمی:

هیچگونه شاری در دیواره‌ها وجود ندارد. با توجه به معادله (۳۲)

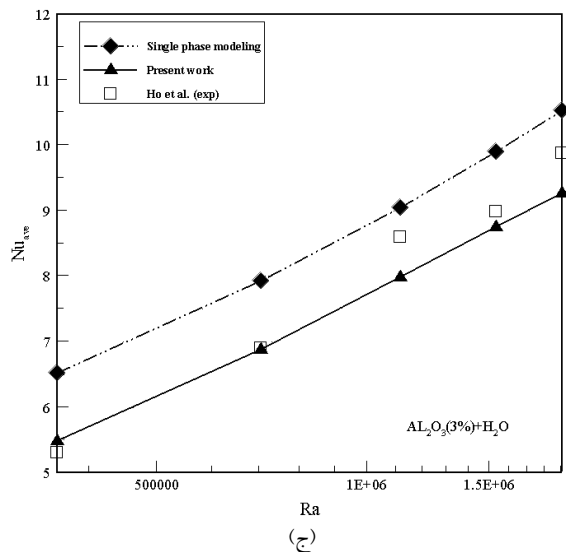
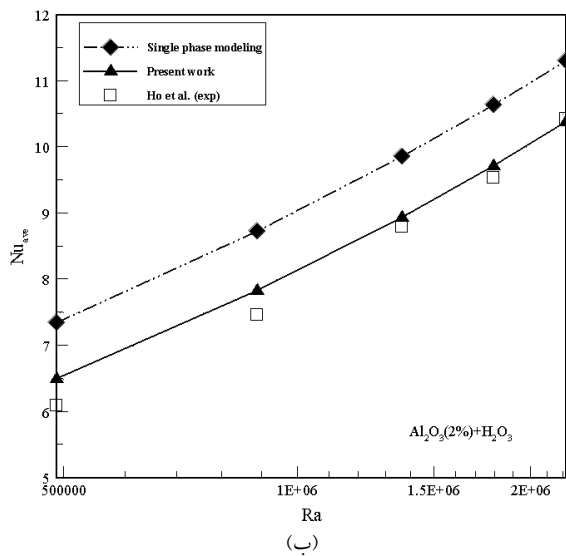
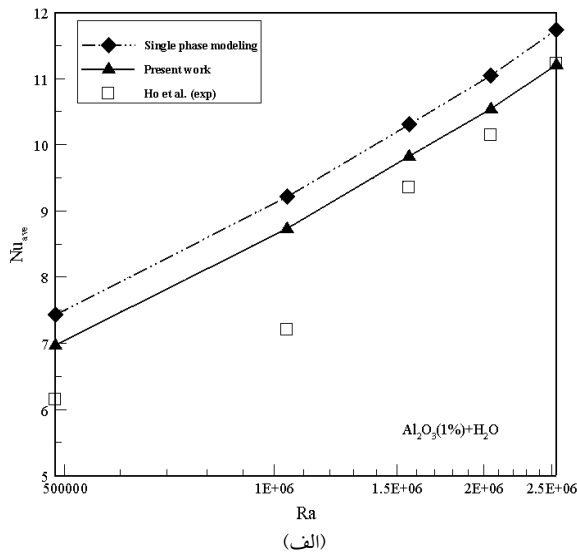
داریم:

$$x=0, x=L: j_{p_n} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{D_T}{D_B} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (34)$$

۶- حل عددی

معادلات حاکم به روش حجم کنترل حل شده‌اند. برای گسسته‌سازی تمامی ترم‌های معادلات، از روش طرح اختلاف بالادست مرتبه اول استفاده شده و از الگوریتم سیمپل برای کوپل فشار-سرعت استفاده شده است. همچنین از مقدار میزان مقیاس باقیمانده، به عنوان معیاری برای حل تمامی معادلات



شکل (۲) مقایسه نتایج تجربی با مدل انتقال و مدل تک فازی برای تغییرات عدد ناسلت بر حسب عدد رایلی تک فازی برای نانوسیال (الف) ۱٪، (ب) ۲٪ و (ج) ۳٪.

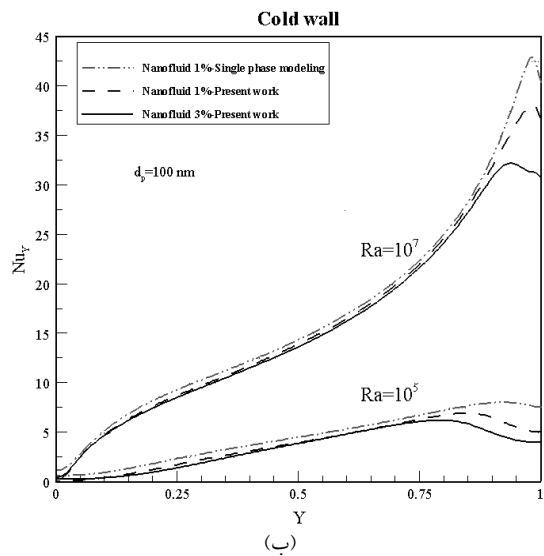
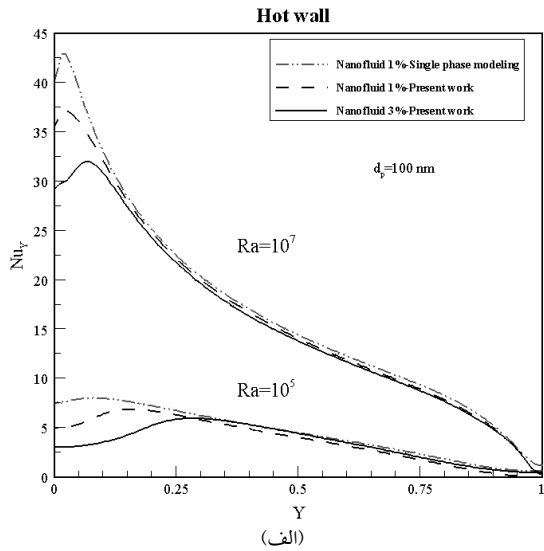
$\phi_{ave}=0.1$ تا $\phi_{ave}=0.3$ با قطر نانومتر برای محفظه با ابعاد (25×25) در مقیاس میلیمتر در نظر گرفته شده است. شکل (۲) تغییرات عدد ناسلت میانگین بر حسب عدد رایلی را برای (الف) $\phi_{ave}=0.1$ ، (ب) $\phi_{ave}=0.2$ و (ج) $\phi_{ave}=0.3$ را نشان می‌دهد. همانطور که مشخص است نتایج مربوط به مدل انتقال از تطابق بهتری با نتایج تجربی نسبت به نتایج مربوط به مدل تک-فازی برخوردار هستند.

برای پیدا کردن مقدار بهینه پارامتر ترموفسیس S_T در معادله (۳۰)، از مقایسه نسبت ضریب جابجایی نانوسیال به سیال پایه استفاده شده است. این مقدار تابع کسر حجمی نانوذرات بوده و برای $\phi_{ave}=0.1$ ، $\phi_{ave}=0.2$ و $\phi_{ave}=0.3$ به ترتیب برابر با 0.03 ، 0.022 و 0.016 است.

همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود، مقدار خطای نسبی ضریب جابجایی تجربی و مدل انتقال حداقل ۰.۳۱٪ و حداکثر ۱۲.۵۱٪ است. در حالیکه این مقادیر در تجربی و مدل تک‌فازی برابر ۲.۰۱٪ و ۱۹.۰۸٪ است. همچنین، با افزایش اختلاف دما (ΔT)، مقدار خطای نسبی (E) برای هر دو مدل کاهش می‌یابد.

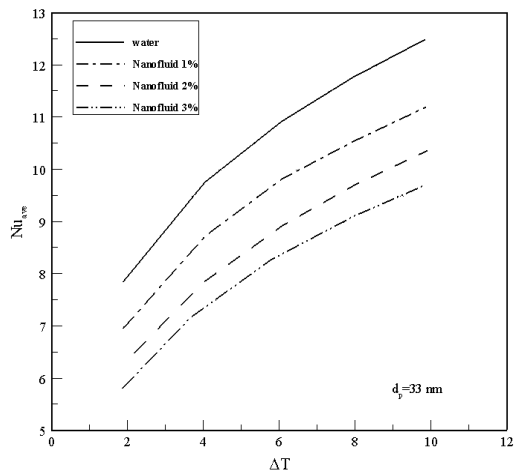
۸-۲- اثر تغییرات عدد رایلی و کسر حجمی

تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیوار گرم و سرد با مدل انتقال و مدل تک فازی برای کسر حجمی های $\phi_{ave}=0.1$ و نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود عدد ناسلت موضعی در مدل انتقال نسبت به مدل تک‌فازی کاهش یافته است که این اختلاف در ناحیه پایینی دیوار گرم و ناحیه بالایی دیوار سرد بیشتر است؛ همچنین با افزایش عدد رایلی این اختلاف کمتر می‌شود. همانطور که مشاهده می‌شود ناسلت موضعی با افزایش کسر حجمی کاهش می‌یابد که این امر نیز در ناحیه پایینی دیوار گرم و ناحیه بالایی دیوار سرد بیشتر است.

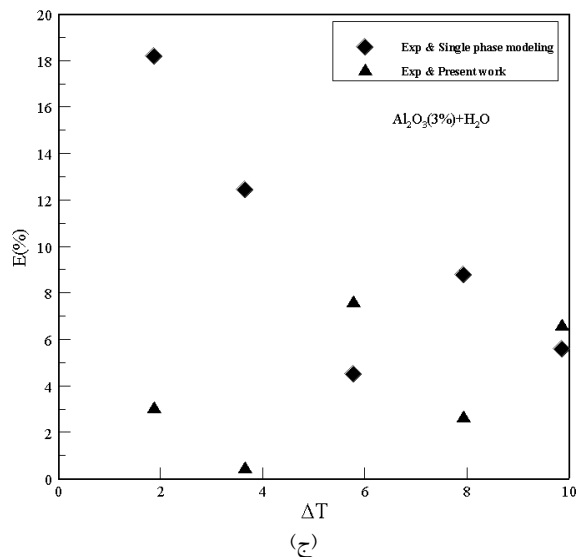
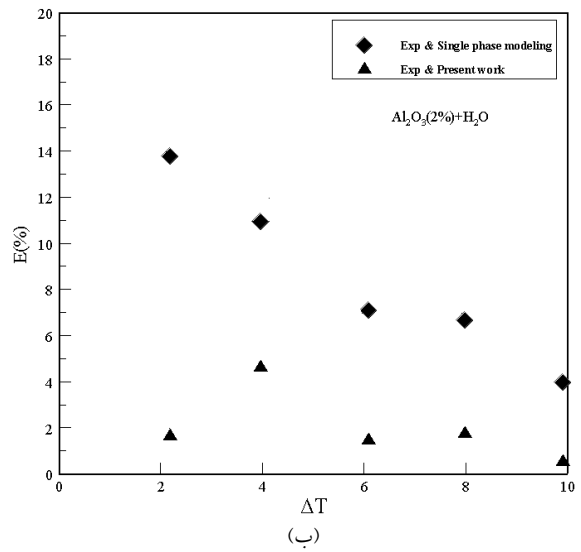
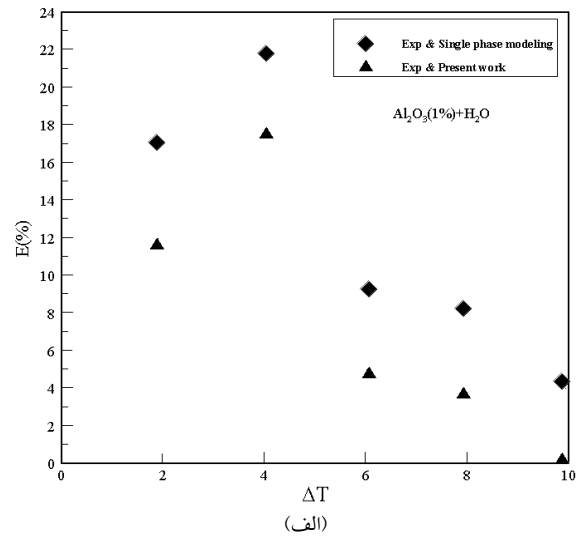


شکل (۴) عدد ناسلت موضعی روی دیوار گرم و سرد.

شکل (۵) تغییرات عدد ناسلت میانگین را بر حسب تغییرات دما برای کسر حجمی های مختلف نشان می دهد.



شکل (۵) تغییرات عدد ناسلت میانگین با تغییرات عدد رایلی در کسر حجمی های مختلف.



شکل (۳) مقایسه خطای مطلق ضریب جابجایی تجربی با مدل انتقال و مدل تک فازی برای نانوسیال (الف) ۱٪، (ب) ۲٪ و (ج) ۳٪.

همچنین، اختلاف میان اعداد ناسلت کسر حجمی های گوناگون با افزایش اختلاف دما افزایش می یابد.

در شکل (۶) خطوط جریان برای کسر حجمی $\phi_{ave}=0.02$ و عدد رایلی $Ra=5 \times 10^5$ برای دو مدل تک فاز و انتقال رسم شده است. در مدل انتقال شکل (۶-ب)، گردابه های در بالا سمت راست و پایین سمت چپ بوجود می آیند که منجر به تضعیف چرخش اصلی نانوسیال در مرکز در مقایسه با مدل تک فاز شکل (۶-الف) می شود که دلیل کاهش ضریب انتقال حرارت نسبت به مدل تک فاز است.

همچنین با افزایش d_p گردابه ها افزایش پیدا می کنند (شکل (۶-ج)) که این امر را تشدید می کند. همانطور که از مقایسه شکل های (۴) و (۶) مشخص است، در جاییکه گردابه ها بیشتر است انتقال حرارت کاهش چشمگیری داشته است. با افزایش کسر حجمی و قطر نانوذرات گردابه ها نیز افزایش می یابند که منجر به تضعیف بیشتر جریان اصلی و جابجایی می شود.

همانطور که در جدول (۳) مشاهده می شود عدد ناسلت با افزایش قطر نانوذرات کاهش پیدا می کند که به دلیل افزایش گردابه ها در دو ناحیه بالایی و پایینی محفظه خصوصاً در گوشه های بالایی سمت راست و پایینی سمت چپ است.

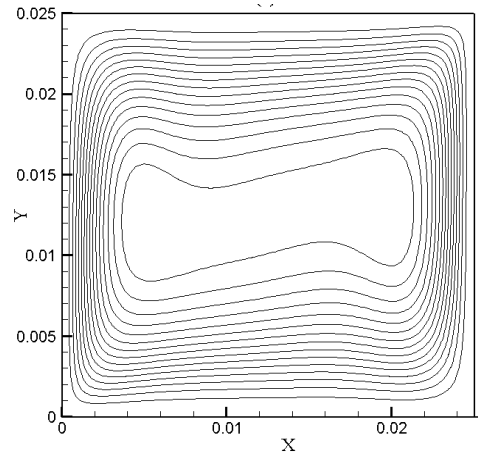
جدول (۳) عدد ناسلت برای قطر گوناگون نانوذرات، $Ra=5 \times 10^5$

$$\phi_{ave}=0.02$$

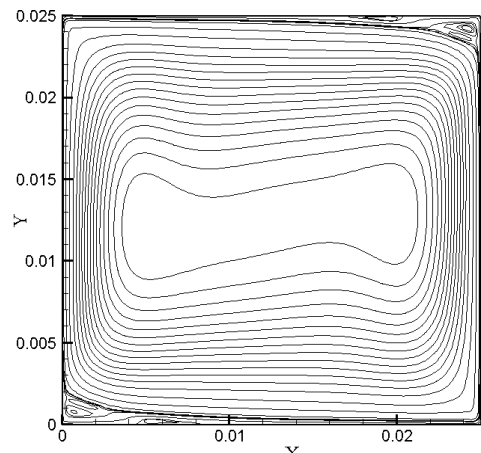
مدل دوفازی	$d_p (nm)$
۶,۴۸	۲۵
۶,۴۴	۵۰
۶,۳۹	۱۰۰

با فرض دو فاز بودن مدل انتقال و ناهمگن بودن نانوسیال، تجمع حداکثری و حداقلی نانوذرات و سیال پایه در محفظه قابل بررسی است. شکل (۷-الف) نمایانگر خطوط کسر حجمی ثابت نانوذرات برای کسر حجمی میانگین $\phi_{ave}=0.02$ و شکل (۷-ب) نمایانگر خطوط کسر حجمی ثابت سیال پایه برای کسر حجمی میانگین 0.98 و عدد رایلی $Ra=5 \times 10^5$ است. حداقل و حداکثر مقدار نانوذرات به ترتیب در ناحیه گوشه بالایی سمت چپ و ناحیه گوشه پایینی سمت راست و

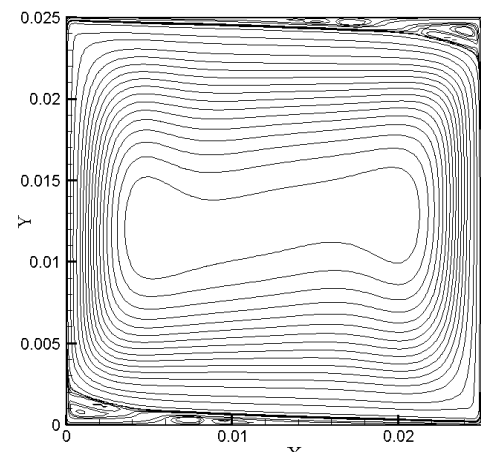
همانطور که مشاهده می شود عدد ناسلت با افزایش اختلاف دما، افزایش و با افزایش کسر حجمی، کاهش می یابد؛ این کاهش نیز توسط هو و همکاران [۳۰] نیز گزارش شده است.



(الف)



(ب)

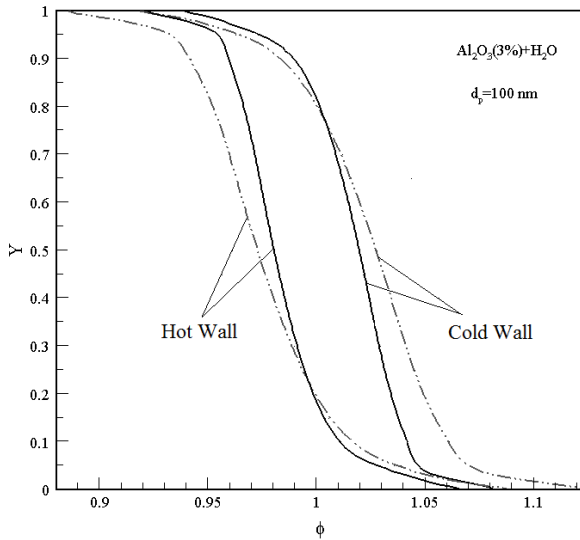


(ج)

شکل (۶) خطوط جریان برای $\phi_{ave}=0.02$ و $Ra=5 \times 10^5$ و مدل تک-

فازی (الف) و مدل انتقال (ب) برای $d_p=25nm$ و مدل انتقال (ج) برای

$$d_p=100nm$$



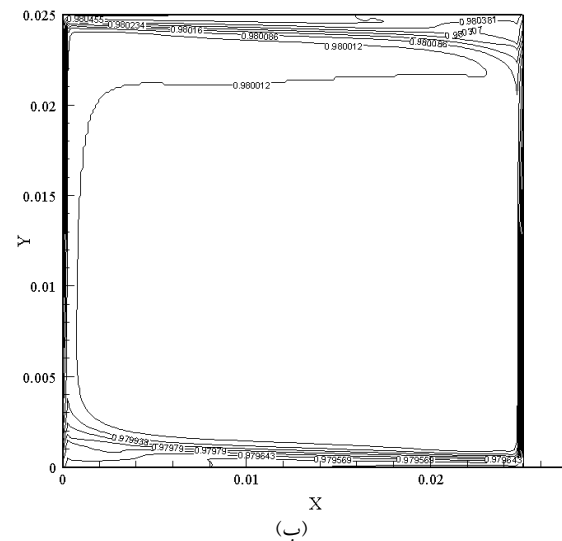
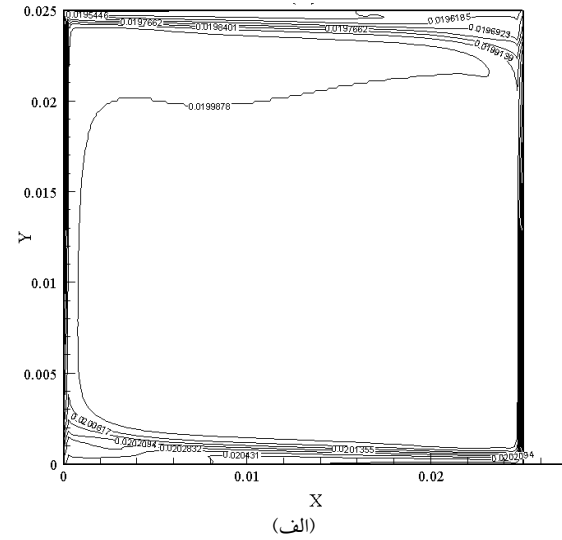
شکل (۸) نسبت کسر حجمی به کسر حجمی میانگین برای $Ra=1 \times 10^7$ (خطوط چین نقطه نقطه) و $Ra=5 \times 10^6$ (خطوط پر).

توزیع نانوذرات تحت اثر سه عامل پدیده ترموفریسیس، نفوذ براونی و جابجایی رخ می‌دهد. در اثر پدیده ترموفریسیس نانوذرات از دیوار گرم به دیوار سرد انتقال پیدا می‌کنند و منجر به ایجاد گرادیان کسر حجمی در اثر نفوذ براونی می‌شود، در حالی که به دلیل نیروی شناوری حاصل از جابجایی این انتقال به صورت ساعتگرد انجام می‌شود. در واقع به دلیل کاهش گرادیان دما از پایین به بالا در دیوار گرم و بالا به پایین در دیوار سرد در اثر نیروی شناوری، گرادیان کسر حجمی نیز کاهش می‌یابد و ضخامت لایه مرزی افزایش می‌یابد. در دیوارهای عایق به دلیل عدم وجود گرادیان دما نیروی شناوری عامل انتقال نانوذرات هستند. بنابراین مقدار نانوذرات در قسمت بالای دیوار گرم حداقل و در قسمت پایین دیوار سرد حداکثر است.

۹- نتیجه‌گیری

در این پژوهش انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک محفظه مربعی شکل بررسی شد. مدل دوفازی مخلوط برای نشان دادن اثر سرعت لغزشی ناشی از حرکت براونی و ترموفریسیس بکار گرفته شده است. نتایج با دقت بسیار خوبی با نتایج تجربی اعتبارسنجی شده‌اند. برخی از نتایج مهم این پژوهش عبارت است از:

به ترتیب برابر 0.1940 و 0.2058 است؛ همچنین همانطور که انتظار می‌رود در جاییکه نانوذرات حداقل است سیال پایه حداکثر و بالعکس است و مقدار آن به ترتیب برابر 0.9806 و 0.9794 است.



شکل (۷) خطوط کسر حجمی ثابت برای $Ra=5 \times 10^5$ و $d_p=100 \text{ nm}$ و نانوذرات (الف) و سیال پایه (ب).

همانطور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود، با افزایش دما ناهمگنی و اختلاف کسر حجمی افزایش پیدا می‌کند. کاهش و افزایش کسر حجمی به وضوح با رابطه (۳۰) توجیه‌پذیر است و به دلیل افزایش گرادیان دما شار رانشی افزایش پیدا می‌کند که باعث اختلاف بیشتر مقدار نانوذرات در نواحی تجمع حداکثری و حداقلی می‌شود.

t	زمان (s)	- مهاجرت و توزیع غیریکنواخت نانوذرات اثر
T	دما (K)	مهمی در جابجایی طبیعی دارد، بنابراین فرض
$v(u, v)$	بردار سرعت ($m s^{-1}$)	همگن بودن نانوسیال در بسیاری از پژوهش‌های
(U, V)	مولفه بی‌بعد سرعت در راستای $y-x$ (بی‌بعد)	انجام شده صحیح نیست.
V	سرعت رانشی ($m s^{-1}$)	- عدد ناسلت با در نظر گرفتن مکانیزم‌های لغزشی
	علائم یونانی	حرکت براونی و پدیده ترموفورسیس کاهش می‌یابد.
α	ضریب پخش گرمایی ($m^2 s^{-1}$)	- با افزایش قطر نانوذرات انتقال حرارت کاهش می‌یابد.
β	ضریب انبساط گرمایی (K^{-1})	
θ	دمای بی‌بعد (بی‌بعد)	- افزایش دما ناهمگنی و اختلاف کسر حجمی در
μ	لزجت دینامیکی (Pa.s)	محفظه را افزایش می‌دهد.
ν	لزجت سینماتیکی ($m^2 s^{-1}$)	
ρ	چگالی ($kg m^{-3}$)	
φ	کسر حجمی نانوذرات (بی‌بعد)	
ϕ	کسر حجمی نسبی نانوذرات (بی‌بعد)	

۱۰- فهرست علائم

c_p	گرمای ویژه ($J kg^{-1} K^{-1}$)	
d	قطر ذره (m)	
D_B	ضریب نفوذ براونی ($m^2 s^{-1}$)	
E	خطای نسبی (بی‌بعد)	
g	شتاب گرانشی ($m s^{-2}$)	
h	ضریب انتقال حرارت جابجایی ($W m^{-2} K^{-1}$)	
h_i	آنتالپی آامین جزء ($J kg^{-1}$)	
j	شار رانشی ($kg m^{-2} s^{-1}$)	
k	ضریب هدایت حرارتی ($W m^{-1} K^{-1}$)	
k_b	ثابت بولتزمن ($J K^{-1}$)	
L	طول (m)	
Nu	عدد ناسلت (بی‌بعد)	
P	فشار (Pa)	
Pr	عدد پرنتل (بی‌بعد)	
q	شار حرارتی (W/m^2)	
Ra	عدد رایلی (بی‌بعد)	
Re	عدد رینولدز	
S_T	پارامتر ترموفورسیس (بی‌بعد)	

مراجع:

- [1] Karimipour A., Esfe M.H., Safaei M.R., Semiromi T.D., Jafari S., Kazi S.N., Mixed convection of copper-water nanofluid in a shallow inclined lid driven cavity using the lattice Boltzmann method, *Physica A*, 150, 2014, pp. 150-168.
- [2] Rahman M.M., Mojumder S., Saha S., Mekhilef S., Saidur R., Effect of solid volume fraction and tilt angle in a quarter circular solar thermal collectors filled with CNT-water nanofluid,

- International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46, 2003, pp. 3639-3653.
- [15] Oztop H.F., Abu-Nada E., Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29, 2008, pp. 1326-1336.
- [16] Ogut E.B., Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source, *International Journal of Thermal Sciences*, 48, 2009, pp. 2063-2073.
- [17] Kefayati G.H.R., Hosseinizadeh S.F., Gorji M., Sajjadi H., Lattice Boltzmann simulation of natural convection in tall enclosures using water/SiO₂ nanofluid, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38, 2011, pp. 798-805.
- [18] Sheikhzadeh G.A., Arefmanesh A., Kheirkhah M.H., Abdollahi R., Natural convection of Cu-water nanofluid in a cavity with partially active side walls, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 30, 2011, pp. 166-176.
- [19] Sheikhzadeh G.A., Nikfar M., Fattahi A., Numerical study of natural convection and entropy generation of Cu-water nanofluid around an obstacle in a cavity, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 26, 2012, pp. 3347-3356.
- [20] Sheikhzadeh G.A., Nikfar M., Aspect ratio effects of an adiabatic rectangular obstacle on natural convection and entropy generation of a nanofluid in an enclosure, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 27, 2013, pp. 3495-3504.
- [21] Cho Ch.Ch., Heat transfer and entropy generation of natural convection in nanofluid-filled square cavity with partially-heated wavy surface, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 77, 2014, pp. 818-827.
- [22] Nnanna A.G.A., Experimental Model of Temperature-Driven Nanofluid, *Journal of Heat Transfer*, 129, 2007, pp. 697-704.
- [23] Kh. Mahrood M.R., Etemad S.Gh., Bagheri R., Free convection heat transfer of non Newtonian nanofluids under constant heat flux condition, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 38, 2011, pp. 1449-1454.
- [24] Hu Y., He Y., Qi C., Jiang B., Inaki Schlaberg H., Experimental and numerical study of natural convection in a square enclosure filled with nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 78, 2014, pp. 380-392.
- [25] Putra N., Roetzel W., Das S.K., Natural convection of nano-fluids, *Heat and Mass Transfer*, 39, 2003, pp. 775-784.
- [26] Wen D., Ding Y., Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer applications, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 26, 2005, pp. 855-864.
- [27] Wen D., Ding Y., Natural Convective Heat Transfer of Suspensions of Titanium Dioxide Nanoparticles (Nanofluids), *IEEE Transactions on nanotechnology*, 5, 2006, pp. 220-227.
- International Communications in Heat and Mass Transfer*, 57, 2014, pp. 79-90.
- [3] Karimipour A., New correlation for Nusselt number of nanofluid with Ag / Al₂O₃/Cu nanoparticles in a microchannel considering slip velocity and temperature jump by using lattice Boltzmann method, *International Journal of Thermal Sciences*, 91, 2015, pp. 146-156.
- [4] Karimipour A., H. Nezhad A., D'Orazio A., Esfe M.H., Safaei M.R., Shirani E., Simulation of copper-water nanofluid in a microchannel in slip flow regime using lattice Boltzmann method, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 49, 2015, pp. 89-99.
- [5] Xuan Y., Li Q., Investigation on Convective Heat Transfer and Flow Features of Nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, 125, 2003, pp. 151-155.
- [6] Wen D., Ding Y., Experimental investigation into the pool boiling heat transfer of aqueous based γ -alumina nanofluids, *Journal of Nanoparticle Research*, 7, 2005, pp. 265-274.
- [7] Ding Y., Alias H., Wen D., Williams R.A., Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids), *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49, 2006, pp. 240-250.
- [8] Zeinali Heris S., Nasr Esfahany M., Etemad S.Gh., Experimental investigation of convective heat transfer of Al₂O₃ /water nanofluid in circular tube, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 28, 2007, pp. 203-210.
- [9] Guo Sh.Zh., Li Y., Etemad S.Gh., Jiang J.S., Xie H.Q., Nanofluids Containing γ -Fe₂O₃ Nanoparticles and Their Heat Transfer Enhancements, *Nanoscale Res Lett*, 5, 2010, pp. 1222-1227.
- [10] Santra K.A., Sen S., Chakraborty N., Study of heat transfer due to laminar flow of copper-water nanofluid through two isothermally heated parallel plates, *International Journal of Thermal Sciences*, 48, 2009, pp. 391-400.
- [11] He Y., Men Y., Zhao Y., Lu H., Ding Y., Numerical investigation into the convective heat transfer of TiO₂ flowing through a straight tube under the laminar flow conditions nanofluids, *Applied Thermal Engineering*, 29, 2009, pp. 1965-1972.
- [12] Khorasanizadeh H., Nikfar M., Amani J., Entropy generation of Cu-water nanofluid mixed convection in a cavity, *European Journal of Mechanics B/Fluids*, 37, 2013, pp. 143-152.
- [13] Togun H., Safaei M.R., Sadri R., Kazi S.N., Badarudin A., Hooman K., Sadeghinezhad E., Numerical simulation of laminar to turbulent nanofluid flow and heat transfer over a backward-facing step, *Applied Mathematics and Computation*, 239, 2014, pp. 153-170.
- [14] Khanafer Kh., Vafai K., Lightstone M., Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids,

- Dufour Effects, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34, 1991, pp. 3121-3133.
- [42] Nithyadevi N., Yang R.J., Double Diffusive Natural Convection in a Partially Heated Enclosure with Soret and Dufour Effects, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30, 2009, pp. 902-910.
- [43] Sheikhzadeh G.A., Dastmalchi M., Khorasanizadeh H., Effects of nanoparticles transport mechanisms on Al₂O₃-water nanofluid natural convection in a square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, 66, 2013, pp. 51-62.
- [44] Khanafer Kh., Vafai K., A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54, 2011, pp. 4410-4428.
- [45] Brenner H., Bielenberg J.R., A continuum approach to phoretic motions: thermophoresis, *Phys. A*, 355, 2005, pp. 251-273.
- [28] Chang B.H., Miis A.F., Hernandez E., Natural convection of microparticle suspensions in thin enclosures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51, 2008, pp. 1332-1341.
- [29] Li C.H., Peterson G.P., Experimental Studies of Natural Convection Heat Transfer of Al₂O₃/DI Water Nanoparticle Suspensions (Nanofluids), *Advances in Mechanical Engineering*, Article ID 742739, 2010, 10 pages.
- [30] Ho C.J., Liu W.K., Chang Y.S., W.K., Lin C.C., Natural convection heat transfer of alumina-water nanofluid in vertical square enclosures: An experimental study, *International Journal of Thermal Sciences*, 49, 2010, pp. 1345-1353.
- [31] Hu Y., He Y., Wang Sh., Wang Q., Schlaberg H.I., Experimental and Numerical Investigation on Natural Convection Heat Transfer of TiO₂-Water Nanofluids in a Square Enclosure, *Journal of Heat Transfer*, 136, 2014, pp. 1-8.
- [32] Ho C.J., Chen M.W., Li Z.W., Numerical simulation of natural convection of nanofluid in a square enclosure: Effects due to uncertainties of viscosity and thermal conductivity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51, 2008, pp. 4506-4516.
- [33] Abouali O., Falahatpisheh A., Numerical investigation of natural convection of Al₂O₃ nanofluid in vertical annuli, *Heat Mass Transfer*, 46, 2009, pp. 15-23.
- [34] Abu-Nada E., Chamkha A.J., Effect of nanofluid variable properties on natural convection in enclosures filled with a CuO-EG-Water nanofluid, *International Journal of Thermal Sciences*, 49, 2010, pp. 2339-2352.
- [35] Brinkman H.C., The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions, *Journal of Chemical Physics*, 20, 1952, p. 571.
- [36] Abouali O., Ahmadi G., Computer simulations of natural convection of single phase nanofluids in simple enclosures: A critical review, *J Applied Thermal Engineering*, 36, 2012, pp. 1-13.
- [37] Esmaeilpour M., Abdollahzadeh M., Free convection and entropy generation of nanofluid inside an enclosure with different patterns of vertical wavy walls, *International Journal of Thermal Sciences*, 52, 2012, pp. 127-136.
- [38] Corcione M., Heat transfer features of buoyancy-driven nanofluids inside rectangular enclosures differentially heated at the sidewalls, *International Journal of Thermal Sciences*, 49, 2010, pp. 1536-1546.
- [39] Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot, E. N., Transport Phenomena, Wiley, New York, 1960.
- [40] Buongiorno J., Convective Transports in Nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, 128, 2006, pp. 240-250.
- [41] Weaver J.A., Viskanta R., Natural Convection due to Horizontal Temperature and Concentration Gradients e 2. Species Interdiffusion, Soret and

