فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی و هشتم/ بهار ۱۳۹۸

ارزش‌گذاری تعهدات بدهی وثیقه‌دار ساختگی و سوآپ kامین نکول با استفاده از مدل کاپیولا

علیرضا سارنج[۱]

تاریخ دریافت مقاله :۹۷/۰۵/۰۳ تاریخ پذیرش مقاله :۹۷/۰۹/۰۷

چکیده

در این مقاله، رویکردی برای ارزش‌گذاری سوآپ نکول اعتباری (CDS)، طبقات مختلف تعهدات بدهی وثیقه‌دار (CDO) ساختگی و سوآپ kامین نکول ارائه می‌شود. برای مدل‌سازی همبستگی نکول در محصولات چندنام از رویکرد کاپیولای گوسی یک عاملی استفاده شده است. در این تحقیق، تجزیه و تحلیل حساسیت مربوط به تأثیر همبستگی نکول و نیز نرخ خطر شرکت‌ها بر هزینه حمایت محصولات اعتباری چندنام انجام شده است. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد در CDO ساختگی، زمانی که همبستگی پایین است طبقه مالکیت زیرین بسیار ریسکی و طبقات ارشد بسیار ایمن هستند. زمانی که همبستگی افزایش می‌یابد، ریسک طبقات زیرین کم‌تر شده و ریسک طبقات ارشد بیشتر می‌گردد. همچنین تجزیه و تحلیل مربوط به ارزش‌گذاری سوآپ kامین نکول نیز نشان می‌دهد افزایش نرخ خطر شرکت‌ها، هزینه خرید حمایت را در همه سوآپ‌ها افزایش می‌دهد. همچنین افزایش همبستگی‌های میان شرکت‌ها با فرض ثابت بودن نرخ خطر در صورتی که k کوچک باشد منجر به پایین آمدن هزینه حمایت و در صورتی که k بزرگ باشد منجر به افزایش آن می‌شود.

کلمات کلیدی

تعهدات بدهی وثیقه‌دار ساختگی، سوآپ نکول سبد، همبستگی نکول، نرخ خطر

۱ استادیار گروه مالی، دانشکده مدیریت و حسابداری، پردیس فارابی، دانشگاه تهران، تهران، ایران.alisaranj@ut.ac.ir

مقدمه

بیشتر نهادهای مالی منابع قابل توجهی را برای اندازه‌گیری و مدیریت ریسک اعتباری اختصاص می‌دهند. تنظیم‌گران و قانون‌گذاران[1] بانک‌ها را مجبور به حفظ حداقل سرمایه جهت مواجهه با ریسک‌های اعتباری می‌کنند. ریسک اعتباری از احتمال نکول وام‌گیرندگان و طرفین در معاملات مشتقه ناشی می‌شود (هال، ۲۰۱۸). بحران مالی اخیر نشان داد که یکی از مشکلات اصلی نهادهای مالی، مدیریت ریسک اعتباری بوده است. مشتقات اعتباری برای سرمایه‌گذاران به ویژه شرکت‌های بیمه، صندوق‌های مشترک سرمایه‌گذاری و صندوق‌های بازنشستگی و نیز بانک‌هایی که نیاز به پوشش ریسک سرمایه‌گذاری‌هایشان و برآورده نمودن الزامات سرمایه‌ای هستند بسیار مهم و جذاب‌اند (ایرسبرگر و همکاران، ۲۰۱۸). بازار مشتقات اعتباری نوآورانه‌ترین و سریع‌ترین رشد را در بازار مشتقه از اواخر دهه ۱۹۹۰ تجربه کرده است. در سال ۲۰۰۰ کل مبلغ فرضی قراردادهای مشتقات اعتباری در حدود ۸۰۰ میلیارد دلار بود. تا بحران اعتباری ۲۰۰۷، این مبلغ به ۵۰ هزار میلیارد دلار رسید. بعد از بحران اندازه این بازار افت کرد به طوری که کل این مبلغ در دسامبر ۲۰۱۵ در حدود ۱۲ هزار میلیارد دلار شد (هال، ۲۰۱۸). مشتقات اعتباری قراردادهایی هستند که عایدی آن‌ها به اعتبار یک یا چند شرکت یا کشور وابسته است. مشتقات اعتباری به شرکت‌ها اجازه می‌دهند تا ریسک‌های اعتباری را درست شبیه ریسک‌های بازار مورد معامله قرار دهند. بانک‌ها و سایر نهادهای مالی قبلاً در موقعیتی بودند که در زمان مواجهه با ریسک‌های اعتباری کاری به غیر از انتظار (و امید به بهبود) نمی‌توانستند انجام دهند. امروزه نهادهای مالی می‌توانند پرتفوی‌های ریسک اعتباری‌شان را به طور فعال مدیریت کنند. آن‌ها می‌توانند برخی از این ریسک‌های اعتباری را حفظ کرده و برخی را از طریق وارد شدن به قراردادهای مشتقه اعتباری واگذار نمایند. به لحاظ تاریخی بانک‌ها بزرگترین خریداران حمایت اعتباری و شرکت‌های بیمه بزرگترین فروشندگان بوده‌اند. مشتقات اعتباری را می‌توان به صورت «تک‌نام» و «چندنام» طبقه‌بندی نمود. معروف‌ترین مشتقه اعتباری تک‌نام، سوآپ نکول اعتباری است. از طرف دیگر، یک مشتقه اعتباری چندنام، تعهدات بدهی وثیقه‌دار است. در این ابزار، پرتفویی از ابزارهای بدهی تعیین شده و ساختار پیچیده‌ای شکل می‌گیرد که در آن جریانات نقدی ناشی از آن پرتفوی به طبقات مختلفی از سرمایه‌گذاران اختصاص می‌یابد. معروف‌ترین اوراق‌بهادارهای معامله شده در بازارهای مشتقات اعتباری سوآپ‌های نکول اعتباری (CDS)، سوآپ‌های نکول سبد و CDOهای ساختگی هستند. ارزش‌گذاری این محصولات مشتقه اعتباری مسئله مهمی برای مدیریت ریسک اعتباری به ویژه نهادهای مالی مختلف است (اورتیز – گارسیا،

۲۰۱۶). قیمت‌گذاری محصولات اعتباری چندنام در مقایسه با محصولات اعتباری تک‌نام نسبتاً پیچیده‌تر است زیرا مستلزم مدل‌سازی پویای نکول پرتفویی از نهادهای مرجع است. هدف از این مقاله در ابتدا توصیف تکنیکی و کاربردی برای قیمت‌گذاری کارای محصولات مشتقه اعتباری تک‌نام و نیز چندنام که تعداد زیادی از محصولات اعتباری وجود دارند و سپس ارائه مدلی جهت ارزش‌گذاری و کمی‌نمودن زمان (یا زمان‌های) نکول است. برای چنین امری در این تحقیق از مدل کاپیولای گوسی استفاده شده است. این مدل به خوبی می‌تواند همبستگی میان توزیع‌های احتمال زمان‌های نکول دو یا چند شرکت مختلف را مدل‌سازی و کمی نماید.

پیشینه تحقیق

مطالعات خارجی

مطالعات گوناگون در مدیریت ریسک شرکتی نشان می‌دهد که مشتقه‌ها ابزارهای مناسبی برای پوشش ریسک هستند (اسمیت و استالز، ۱۹۸۵؛ راجرز، ۲۰۰۲؛ آرتز و بارترام، ۲۰۱۰). مدیریت ریسک اعتباری موضوع کلیدی برای همه شرکت‌ها و در همه زمان‌ها است ولی برای صنعت بانکداری به طور ویژه اهمیت دارد. این حقیقت به ویژه در زمان بحران‌های مالی نمایان‌تر می‌شود. به همین دلیل مقامات و ناظران مالی، بانک‌ها و سایر نهادهای مالی را مجبور به نظارت بر ریسک اعتباری‌شان می‌کنند (گارسیا، قیمنز و گوجارو، ۲۰۱۳). مدل‌سازی احتمالات نکول به کار آلتمن (۱۹۶۸) باز می‌گردد. او شاخصی (Z-score) برای پیش‌بینی نکول مبتنی بر ترکیبی از متغیرهای حسابداری تشکیل داد (جانسن، داس و فابوزی، ۲۰۱۸). در سالیان اخیر ابزارهای جدیدی برای مدیریت ریسک اعتباری توسعه یافته‌اند. نقش مشتقه‌های اعتباری به عنوان ابزارهای مدیریت ریسک در بانک‌ها و سایر نهادهای مالی به خوبی شناخته شده است (هیرتل، ۲۰۰۹؛ نیجسکینز و واگنر، ۲۰۱۱). سوآپ نکول اعتباری (CDS) مرسوم‌ترین مشتقه اعتباری مورد استفاده به ویژه بانک‌ها در جهان می‌باشند (مؤسسه بانکداران بریتانیا، ۲۰۱۰؛ مینتون و همکاران، ۲۰۰۹؛ مؤسسه سوآپ‌ها و مشتقات بین‌المللی، ۲۰۱۰). بانک‌ها با خرید حمایت CDS ریسک‌های اعتباری خود را با هزینه معینی (صرف) واگذار می‌نمایند. از دیدگاه خریدار، اثر اقتصادی قرارداد CDS مشابه اثر بیمه‌نامه است زیرا این قرارداد از خریدار در مقابل نکول دارایی پایه در طی عمر قرارداد حمایت می‌کند (دافی و ژو، ۲۰۰۱). این حمایت برای بانک‌هایی که مرتباً با ریسک‌های اعتباری یا نکول دارایی‌های ریسکی (همانند انواع وام‌ها و تسهیلات) مواجه هستند بسیار مهم است (ال-اون و همکاران، ۲۰۱۸). سوآپ‌های نکول اعتباری، محصولات مالی نقدینه‌ای هستند که می‌توانند در بازارهای ثانویه خارج بورسی معامله شده

و نمایان‌گر ریسک اعتباری شرکت پایه هستند و فوراً به اطلاعات عمومی جدید عکس‌العمل نشان می‌دهند. در مقایسه با اوراق قرضه‌هایی که هم ریسک اعتباری و هم ریسک نرخ بهره دارند، CDS فقط منعکس کننده ریسک اعتباری است. سرمایه‌گذاران اصلی در بازار CDS شامل بانک‌ها، بانک‌های سرمایه‌گذاری، صندوق‌های پوشش ریسک و صندوق‌های مشترک سرمایه‌گذاری هستند (راتنر و چیو، ۲۰۱۳). پتانسیل تنوع‌سازی ریسک از طریق مشتقات اعتباری بسیار مورد بحث قرار گرفته و شناخته شده است (هیرتل، ۲۰۰۹). CDS به عنوان بزرگترین بخش بازار مشتقات اعتباری ابزارهای مهمی هستند که بانک‌ها را قادر به مدیریت پرتفوی ریسک‌های اعتباری‌شان به شکل کاراتری می‌کنند (مینتون و همکاران، ۲۰۰۹). راتنر و چیو (۲۰۱۳) پوشش ریسک بازار سهام با استفاده از سوآپ‌های نکول اعتباری را مورد بررسی قرار دادند. تحقیقات آن‌ها نشان داد که CDS می‌تواند به عنوان پوشش مؤثری در مقابل ریسک در همه بخش‌های سهام عمل نماید. این ابزارها فرصت‌های پوشش ریسک جدید به همراه راه جدید و کم‌هزینه پوشش یا انتقال ریسک اعتباری به سایر نهادها را ایجاد می‌کنند (اشکراف و سانتوس، ۲۰۰۹). در سالیان اخیر مشتقات اعتباری سبد که عایدی آن‌ها به زیان اعتباری در سبد متصل است رشد قابل توجهی داشته است. تحقیقات زیادی در زمینه ویژگی اصلی این نوع دارایی‌ها تحت عنوان وابستگی نکول انجام شده است. بحران اعتباری اخیر ضرورت مدل‌هایی که بتوانند داده‌های بازار را از یک طرف و نیز اثرات سرایت را از طرف دیگر در نظر بگیرند آشکار نمود (هربرتسون، جانگ و اشمیت، ۲۰۱۱). آسکو و کرینین (۲۰۰۷) به ارزش‌گذاری تعهدات بدهی وثیقه‌دار (CDO) ساختگی پرداخته و شیوه‌ای جهت تخمین صحیح شکاف‌های اعتباری آن‌ها ارائه نمودند. ارزش‌گذاری CDOهای ساختگی مسئله مهمی در مدیریت ریسک اعتباری است. CDO ساختگی اوراق بهادار مشتقه اعتباری است که وثیقه پایه آن پرتفویی از سوآپ‌های نکول اعتباری است (فابوزی و گودمن، ۲۰۰۱؛ لاندو، ۲۰۰۹). مدیریت ریسک و قیمت‌گذاری CDOها از موضوعات داغ در میان فعالان و محققان است (کارهای لاندو، ۲۰۰۹؛ شانبکر، ۲۰۰۳؛ گوردی و جونز، ۲۰۰۳؛ هال و وایت، ۲۰۰۴؛ اندرسون و همکاران، ۲۰۰۳؛ برش، ۲۰۰۵ را ببینید). مسئله مهم در قیمت‌گذاری محصولات اعتباری چندنام مدل‌سازی ساختار وابستگی زمان‌های نکول دارایی‌های پایه با توجه به شرایط بازار است. ابزار معروف و کارا در مدیریت ریسک، تابع کاپیولا معرفی شده توسط اسکلر (۱۹۵۹) است. مزیت کاپیولاها توانایی بدست آوردن توزیع چندمتغیره مشترک نهفته در ساختار وابستگی متغیر است. مدل کاپیولای گوسی یک عاملی رویکرد مناسبی برای قیمت‌گذاری این ابزارهای همبسته اعتباری است (واسیچک، ۱۹۸۷؛ لی، ۲۰۰۰، هال و وایت، ۲۰۰۴؛ هال، ۲۰۱۸).

برتشل، گرگوری و لارنت (۲۰۱۵) انواع گوناگون تابع کاپیولا (کاپیولای گوسی، کاپیولای t و کاپولای کلایتون) را جهت توصیف ساختار مشترک نکول مبتنی بر مدل عاملی مقایسه نمودند. یافته‌های آن‌ها نشان داد که توابع کاپیولای نام‌برده در قیمت‌گذاری مشتقه‌های اعتباری رفتار مشابهی دارند. لی و همکاران (۲۰۱۵) نیز از مدل کاپیولای عاملی جهت شبیه‌سازی کل توزیع نمونه و همبستگی میان دارایی‌های پایه استفاده کرده و سپس سوآپ‌های نکول سبد را قیمت‌گذاری نمودند. والی و همکاران (۲۰۱۶) نیز در مقاله خود با استفاده از ساختارهای کاپیولا احتمال نکول شرکت و ارزش-گذاری آن را با بکارگیری شبیه‌سازی مونت‌کارلو مورد بررسی قرار دادند.

مطالعات داخلی

مطالعات گوناگونی در ایران در زمینه ریسک اعتباری صورت گرفته است. بخش عمده این مطالعات به پیش‌بینی و اندازه‌گیری ریسک نکول (اعتباری) و یا ریسک ورشکستگی بر اساس مدل‌های گوناگون پرداخته‌اند (برای مثال، فلاح‌پور و طادی، ۱۳۹۵؛ قاسمی و دنیایی، ۱۳۹۵؛ محمدیان، اصغرزاده، امام‌دوست، ۱۳۹۵؛ قالیباف و افشار، ۱۳۹۳؛ پویان‌فر، فلاح‌پور، عزیزی، ۱۳۹۲ را ببینید). ولی مطالعات نسبتاً کمی در مورد مشتقه‌های اعتباری و ارزش‌گذاری آن‌ها انجام شده است. موسویان و موسوی بیوکی (۱۳۸۸) مدیریت ریسک اعتباری در بانکداری اسلامی از طریق سوآپ نکول اعتباری را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها امکان تطبیق سوآپ نکول اعتباری با قراردادهای بیمه و ضمان را مورد تأیید قرار دادند. خوانساری، سیاهکارزاده و اصغری (۱۳۹۱) نیز به بررسی امکان به کارگیری سوآپ نکول اعتباری و ورقه اعتباری در مدیریت ریسک اعتباری بانک‌ها پرداختند و در مورد CDS به نتیجه مشابهی با مطالعه قبل رسیدند. عباسی و جلیلوند (۱۳۹۴) نیز به امکان‌سنجی استفاده از سوآپ نکول اعتباری در بازار پول پرداختند و نشان دادند که امکان استفاده از این ابزار در بازار پولی ایران در قالب قرارداد جدیدی از عقد ضمان همراه با اجرت و نیز در قالب قرارداد بیمه وجود دارد. موسویان و موسوی بیوکی (۱۳۸۹) در مقاله‌ای دیگر امکان استفاده از سوآپ بازده کامل جهت مدیریت ریسک اعتباری در بانکداری اسلامی را مورد بررسی قرار دادند. توحیدی (۱۳۹۲) به بررسی مشتقه اعتباری تعهدات بدهی وثیقه‌دار (CDO) بر اساس فقه امامیه در بانکداری بدون ربا پرداخت و نشان داد این ابزار با موازین قراردادهای اسلامی بر اساس راه‌کار بیمه به شرط قرض، وکالت عام به شرط بیمه، اجاره و مرابحه به شرط ضمان منطبق است. همچنین توحیدی (۱۳۹۳) در مقاله‌ای دیگر به بررسی فقهی انتشار اوراق اجاره و مرابحه چندطبقه اعتباری پرداخت و نشان داد چند طبقه کردن اوراق اجاره و مرابحه با فقه امامیه بر اساس قراردادهای ضمان، بیمه، صلح و شرط

ضمن عقد سازگار است. همان طور که مشاهده می‌شود تقریباً همه این مطالعات محدود مشتقه‌های مالی را از منظر فقهی مورد توجه قرار داده و وارد مباحث و جزئیات ارزش‌گذاری آن‌ها نشده‌اند.

معرفی انواع محصولات مشتقه اعتباری

سوآپ‌های نکول اعتباری

سوآپ نکول اعتباری[۲] (CDS) پایه‌ای‌ترین ابزار مشتقه اعتباری است. سوآپ نکول اعتباری (CDS) نوعی بیمه در مقابل ریسک اعتباری است. این ابزار قراردادی دوجانبه با هدف انتقال ریسک اعتباری وام‌گیرنده (شرکتی یا دولتی) از یک فعال بازار (خریدار حمایت) به فعال بازار دیگر (فروشنده حمایت) است. خریدار حمایت کارمزد (یا صرف[۳]) ثابتی را به صورت دوره‌ای به فروشنده حمایت برای مدت زمان معین می‌پردازد. اگر *رخداد اعتباری* معین از پیش‌تعیین شده‌ای رخ دهد، فروشنده حمایت خسارت خریدار حمایت را می‌پردازد. خریدار حمایت در طی عمر قرارداد و تا زمان بقای اعتبار مرجع پرداخت‌های دوره‌ای موسوم به شکاف‌های CDS را می‌پردازد. در صورت رخداد نکول، فروشنده حمایت، مبلغ فرضی منهای نرخ بازیابی دارایی مرجع ([۱-R]×مبلغ فرضی) را به خریدار حمایت می‌پردازد. نرخ بازیابی[٤] (R) میزانی از اصل و فرع بدهی نکول شده است که می‌توان بازیابی کرد و به صورت درصدی از ارزش اسمی بیان می‌شود (هیرسا و نفچی، ۲۰۱۳).

سوآپ‌های نکول سبد

سوآپ نکول سبد[۵] مشابه سوآپ نکول تک‌نام[٦] است با این تفاوت که پایه این قرارداد به جای یک نهاد مرجع سبدی از نهادهای مرجع است. انواع گوناگونی از سوآپ‌های نکول سبد وجود دارد. معروف‌ترین آن‌ها سوآپ‌های اولین نکول، nامین نکول، n نکول از m نکول و تماماً نکول هستند. در سوآپ نکول تک‌نام، رخداد اعتباری معمولاً نکول آن نهاد مرجع است. در سوآپ نکول اولین نکول[۷]، رخداد اعتباری اولین باری است که هر یک از نهادهای مرجع نکول کنند. این قرارداد، حمایتی در مقابل زیان‌های مربوط به اولین نکول فراهم خواهد کرد. در این قرارداد به محض این که هر یک از نهادهای در سبد مرجع نکول کند، خریدار پرداخت صرف سوآپ را متوقف کرده و تفاوت اصل مبلغ نهاد نکول شده و ارزش بازیابی را از فروشنده دریافت می‌کند. اگر هر یک از طرفین سوآپ نکول نمایند، پرداخت‌های صرف متوقف شده و هر دوی خریدار و فروشنده از قرارداد خارج می‌شوند. تعریف مشابهی برای سوآپ nامین نکول[۸] وجود دارد. در این سوآپ، هر زمان که نکول nام در سبد مرجع رخ دهد، خریدار پرداخت صرف را متوقف کرده و تفاوت اصل مبلغ آخرین (nامین) نهاد نکول شده

و ارزش بازیابی را از فروشنده دریافت می‌کند. توجه نمایید که پرداخت صرف تا زمان نکول nام و تا زمانی که طرفین نکول نکرده باشند، متوقف نمی‌شود. سوآپ n نکول از m نکول[۹] خریدار را در مقابل زیان‌های مربوط به n نکول اول سبد m نهادی حمایت می‌کند. در این قرارداد، فروشنده تفاوت مبلغ اصل و ارزش بازیابی را برای هر یک از n نکول اول پرداخت می‌کند و خریدار نیز پرداخت صرف را صرفاً بعد از نکول nام متوقف می‌نماید. به طور مشابه، سوآپ تماماً نکول[۱۰] حمایتی در مقابل زیان‌های ناشی از رخدادهای اعتباری همه نهادهای در سبد دارد. در این قرارداد، خریدار تا زمانی که نهاد (نهادهای) نکول نکرده‌ای در سبد وجود داشته باشد و طرفین نکول نکرده باشند به پرداخت صرف ادامه می‌دهد و هر گونه زیانی را بر روی اصل مبلغ سبد دریافت می‌کند (هال، ۲۰۱۸؛ هیرسا و نفچی، ۲۰۱۳).

تعهدات بدهی وثیقه‌دار (CDO) ساختگی

به طور کلی تعهدات بدهی وثیقه‌دار[۱۱] را می‌توان به دو حالت کلی CDO نقدی و CDO ساختگی طبقه‌بندی نمود. CDOهای نقدی شامل پرتفویی از دارایی‌های نقدی از قبیل وام‌ها، اوراق قرضه‌های با عایدی بالاتر مثل اوراق قرضه‌های شرکتی، اوراق بهادار با پشتوانه دارایی (ABS) یا اوراق بهادار با پشتوانه وام رهنی (MBS) است. در این ساختار، پرتفویی از دارایی‌های درآمدزا شامل انواع وام‌ها و اوراق قرضه‌ها توسط بانک‌های مبدأ به نهاد واسط (SPE یا SPV) فروخته شده و سپس جریانات نقدی ناشی از آن دارایی‌ها به طبقات CDO تخصیص می‌یابند. ریسک زیان بر این دارایی‌ها نیز در میان طبقات بر عکس مرتبه ارشدیت تقسیم می‌شود (هال، ۲۰۱۸).موقعیت خرید در اوراق قرضه شرکتی ریسک مشابهی با موقعیت فروش در CDSای دارد که نهاد مرجع آن، شرکت ناشر آن اوراق قرضه است. این منجر به ساختار جایگزینی موسوم به CDO ساختگی[۱۲] می‌شود. CDO ساختگی تحت پشتوانه جریانات نقدی دارایی‌ها نیست بلکه در عوض از طریق مشتقات اعتباری مثل سوآپ نکول اعتباری به نهادهای مرجع آن‌ها مرتبط می‌شود. عواید اکثر CDOهای ساختگی فقط تحت تأثیر رخدادهای اعتباری نهادهای مرجع هستند و ربطی به جریان‌های نقدی واقعی پرتفوی ندارند. سازمان‌دهنده[۱۳] CDO ساختگی پرتفویی از شرکت‌ها و سررسیدی (برای مثال، ۵ سال) را برای ساختار CDO انتخاب می‌کند. او حمایت CDS هر شرکت در پرتفوی را با سررسیدهای CDS برابر سررسید ساختار می‌فروشد. اصل CDO ساختگی برابر مجموع اصل‌های فرضی[۱۴] CDSهای پایه است. سازمان‌دهنده (فروشنده) جریانات نقدی ورودی برابر شکاف‌های CDS (موسوم به صرف‌ها)

خواهد داشت. همچنین زمانی که شرکت‌های در پرتفوی نکول کنند (یا رخداد اعتباری دیگری داشته باشند) او جریانات نقدی خروجی خواهد داشت و متعهد به پذیرش ریسک زیان بر آن دارایی‌های پایه است. در این ساختار طبقاتی تشکیل شده و جریانات ورودی و جریانات خروجی نقدی به آن‌ها تخصیص می‌یابند. قوانین تعیین جریانات نقدی ورودی و جریانات نقدی خروجی طبقات CDO ساختگی ساده‌تر از CDO نقدی است. تصور کنید تنها سه طبقه وجود دارد: طبقه مالکیت[۱۵]، طبقه میانی[۱۶] و طبقه ارشد[۱۷]. هر طبقه پرداخت دوره‌ای (صرف سوآپ) دریافت می‌کند به گونه‌ای که طبقات زیرین صرف‌های بالاتری خواهند داشت. برای درک چگونگی عملکرد CDO ساختگی تصور کنید که اصل آن ۱۰۰ میلیون دلار است. اصل‌های طبقات مالکیت، میانی و ارشد به ترتیب ۵، ۱۵ و ۸۰ میلیون دلار هستند. این طبقات در ابتدا شکاف‌های معین بر اصل‌های فرضی‌شان را بدست می‌آورند. تصور کنید که بعد از ۱ سال، نکول شرکت‌های در پرتفوی منجر به پرداخت (زیان) ۲ میلیون دلاری بر آن CDSها می‌گردد. دارندگان طبقه مالکیت مسئول این پرداخت‌ها خواهند بود. اصل طبقه مالکیت به ۳ میلیون دلار کاهش یافته و شکاف آن از آن پس بر روی ۳ میلیون دلار به جای ۵ میلیون دلار خواهد بود. اگر بعداً در میان عمر CDO ۴ میلیون دلار دیگر بر CDSها پرداخت (زیان ناشی از نکول) وجود داشته باشد، پرداخت تجمعی طبقه مالکیت ۵ میلیون دلار خواهد شد به طوری که اصل آن صفر می‌شود. دارندگان طبقه میانی نیز باید ۱ میلیون دلار پرداخت کنند و بنابراین اصل این طبقه به ۱۴ میلیون دلار کاهش می‌یابد (هال، ۲۰۱۸؛ هیرسا و نفچی، ۲۰۱۳).

ارزش‌گذاری محصولات مشتقه اعتباری

قیمت‌گذاری سوآپ‌های نکول اعتباری

قیمت CDS برای شرکت خاص (نهاد مرجع) اغلب برای اندازه‌گیری اعتبار[۱۸] آن شرکت مورد استفاده قرار می‌گیرد زیرا قیمت CDS در واکنش به ارزیابی بازار از اعتبار آن شرکت به سرعت تغییر خواهد کرد. چندین بانک بزرگ به عنوان بازارساز در بازار CDS عمل نموده و مظنه‌های قیمتی پیشنهادی خرید و فروش ارائه می‌کنند. درست همانند بازارسازان سایر اوراق بهادار، قیمت پیشنهادی خرید مبلغی است که بازارساز تمایل به خرید حمایت CDS دارد و قیمت پیشنهادی فروش مبلغی است که او تمایل به فروش چنین حمایتی دارد. با این فرض که دو طرف ماهرانه وارد قرارداد شده باشند، ارزش CDS در بازار ثانویه در ابتدای ایجاد صفر است. پس از آن با توجه به تغییرات بازار، CDS ارزش بازار بدست می‌آورد. دو رویکرد اصلی در قیمت‌گذاری سوآپ‌های نکول اعتباری وجود

دارد. این دو به ترتیب *رویکرد ساختاری* و *رویکرد کوتاه شده*[۱۹] نامیده می‌شوند. در رویکرد ساختاری فرض می‌شود رویداد نکول با افتادن ارزش بازار بدهکار[۲۰] به زیر تعهداتش بوجود می‌آید. در رویکرد کوتاه شده، رویداد نکول به طور مستقیم به عنوان ورودی (غیرمنتظره) تصادفی[۲۱] مدل‌سازی می‌شود. در قرارداد CDS، معمولاً دو سری جریان نقدی بالقوه داریم: بخش ثابت[۲۲] و بخش مشروط[۲۳]. در سمت بخش ثابت، خریدار حمایت سری پرداخت‌های ثابت و دوره‌ای صرف CDS را تا سررسید یا نکول (هر کدام که زودتر واقع شوند) پرداخت می‌کند. در سمت بخش مشروط، فروشنده حمایت صرفاً در صورت نکول نهاد مرجع یک پرداخت انجام می‌دهد. مبلغ پرداخت مشروط معمولاً مبلغ فرضی ضرب‌در (R-۱) است که R نرخ بازیابی به صورت درصدی از مبلغ فرضی است. بنابراین ارزش قرارداد CDS برای خریدار حمایت در هر نقطه زمانی معین تفاوت میان ارزش فعلی بخش مشروط (که خریدار حمایت انتظار دریافت دارد) و ارزش فعلی بخش ثابت (که انتظار پرداخت دارد) است:

ارزش CDS (برای خریدار حمایت) = PV[بخش مشروط] - PV[بخش ثابت]

به منظور محاسبه این ارزش‌های فعلی باید احتمال نکول (که منحنی اعتباری اعتبار مرجع است)، نرخ بازیابی در صورت نکول و عوامل تنزیل بدون ریسک (منحنی عایدی) را بدانیم. عامل کم اهمیت‌تر ریسک طرف مقابل[۲۴] است. برای سادگی فرض می‌کنیم ریسک طرف مقابل وجود ندارد و ارزش فرضی سوآپ ۱۰ میلیون دلار است. در ابتدا بخش ثابت را مورد توجه قرار می‌دهیم. در هر تاریخ پرداخت، پرداخت دوره‌ای به صورت صرف CDS سالانه s ضرب‌در Δ_t (تعداد روزهای بین دو تاریخ پرداخت که به صورت کسری از ۱ سال بیان می‌شود) محاسبه می‌شود. برای مثال، اگر صرف CDS ۲۰۰ نقطه پایه[۲۵] در سال باشد و پرداخت‌ها به صورت فصلی صورت گیرد، پرداخت دوره‌ای $\Delta_t s = \frac{200}{4} = 50$ نقطه پایه خواهد بود. با وجود این، این پرداخت صرفاً در صورتی انجام می‌شود که نهاد مرجع تا آن تاریخ پرداخت، نکول نکرده باشد. بنابراین باید احتمال بقا[۲۶] یا احتمال نکول نکردن نهاد مرجع تا آن تاریخ پرداخت را مورد توجه قرار دهیم. برای مثال، اگر احتمال بقای نهاد مرجع در سه ماه اول ۹۵٪ باشد، پرداخت مورد انتظار در t_1 یا ۳ ماه بعد $q(t_1)\Delta_1 s = \frac{0.95\times200}{4} = 47.5$ نقطه پایه خواهد بود که $q(t_1)$ احتمال بقا در زمان t_1 است. بنابراین با استفاده از عامل تنزیل برای تاریخ پرداخت مورد نظر ($P(t_0,t_i)$)، ارزش فعلی این پرداخت $P(t_0,t_i)q(t_i)\Delta_i s$ خواهد بود. با جمع زدن ارزش فعلی همه این پرداخت‌ها داریم:

$$\sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_i) q(t_i) \Delta_i s \qquad (۱)$$

اگر شکاف s را از معادله بالا حذف کنیم، به ارزش فعلی سری جریان نقدی یک نقطه پایه بر همه تاریخ‌های پرداخت به شرط عدم نکول نهاد مرجع می‌رسیم. این کمیت در قیمت‌گذاری CDS مهم است و معمولاً به صورت $PV01$ ریسکی یا قسط ریسکی[۲۷] شناخته می‌شود. به عبارت دقیق‌تر، در زمان وقوع نکول در میان تاریخ‌های پرداخت دوره‌ای در بخش ثابت باید صرف تعهدی[۲۸] پرداختی تا تاریخ نکول را نیز حساب کنیم. این پرداخت تعهدی را می‌توان با فرض وقوع نکول (اگر رخ دهد) در میانه فاصله تاریخ‌های پرداخت متوالی تقریب زد. بنابراین زمانی که نهاد مرجع بین تاریخ پرداخت t_{i-1} و تاریخ پرداخت t_i نکول می‌کند، مبلغ پرداخت تعهدی $\frac{\Delta_i}{2} s$ خواهد بود. این پرداخت تعهدی باید با احتمال رخداد نکول در این فاصله زمانی تعدیل گردد. این احتمال، $q(t_{i-1}) - q(t_i)$ است. به عبارت دیگر، اعتبار مرجع تا تاریخ پرداخت t_{i-1} باقی ولی تا تاریخ پرداخت بعدی t_i باقی نمی‌باشد. از این رو، پرداخت صرف تعهدی مورد انتظار در این فاصله زمانی $\left(q(t_{i-1}) - q(t_i)\right)\frac{\Delta_i}{2} s$ است. بنابراین، ارزش فعلی همه این پرداخت‌های تعهدی مورد انتظار عبارت است از:

$$\sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_i)\left(q(t_{i-1}) - q(t_i)\right)\frac{\Delta_i}{2} s \qquad (۲)$$

با جمع نمودن این دو جزء از بخش ثابت با یکدیگر به ارزش فعلی بخش ثابت به صورت زیر می‌رسیم:

$$\sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_i) q(t_i) \Delta_i s + \sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_i)\left(q(t_{i-1}) - q(t_i)\right)\frac{\Delta_i}{2} s = \sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_i)\left(\frac{q(t_i) + q(t_{i-1})}{2}\right)\Delta_i s \qquad (۳)$$

سپس ارزش فعلی بخش مشروط را محاسبه می‌کنیم. فرض کنید نهاد مرجع بین تاریخ پرداخت t_{i-1} و تاریخ پرداخت t_i نکول می‌کند. خریدار حمایت، پرداخت مشروط (R-۱) را دریافت خواهد کرد. این پرداخت فقط در صورت نکول نهاد مرجع انجام شده و بنابراین باید با $q(t_{i-1}) - q(t_i)$

که در واقع احتمال نکول در این دوره زمانی است تعدیل گردد. با تنزیل هر پرداخت مورد انتظار و جمع نمودن آن‌ها در طی مدت قرارداد، ارزش فعلی بخش مشروط به صورت زیر خواهد بود:

$$(1-R)\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)\big(q(t_{i-1})-q(t_i)\big) \qquad (۴)$$

با تعیین ارزش فعلی بخش ثابت و بخش مشروط به فرمولی برای محاسبه ارزش CDS می‌رسیم:

$$\begin{aligned} PV(CDS) = &\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)q(t_i)\Delta_i s \\ &+\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)\big(q(t_{i-1})-q(t_i)\big)\frac{\Delta_i}{2}s \\ &-(1-R)\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)\big(q(t_{i-1})-q(t_i)\big) \end{aligned} \qquad (۵)$$

زمانی که دو طرف وارد معامله CDS می‌شوند، شکاف CDS به گونه‌ای تعیین می‌شود که ارزش CDS صفر شود (ارزش بخش ثابت برابر ارزش فعلی بخش مشروط گردد). از این رو، تساوی زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)q(t_i)\Delta_i s+\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)\big(q(t_{i-1})-q(t_i)\big)\frac{\Delta_i}{2}s \\ &\qquad =(1-R)\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)\big(q(t_{i-1})-q(t_i)\big) \end{aligned} \qquad (۶)$$

با توجه به همه پارامترها، صرف سالانه s به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\mathrm{s}=\frac{(1-R)\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)\big(q(t_{i-1})-q(t_i)\big)}{\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)q(t_i)\Delta_i+\sum_{i=1}^{n} P(t_0,t_i)\big(q(t_{i-1})-q(t_i)\big)\frac{\Delta_i}{2}} \qquad (۷)$$

قیمت‌گذاری محصولات اعتباری چندنام

بسیاری از مشتقه‌های اعتباری از قبیل CDOهای ساختگی بر مدل‌سازی پویای نکول پرتفویی از نهادهای مرجع به جای فقط یک نهاد مرجع یکتا متکی هستند. در نتیجه، در این محصولات باید علاوه بر پویایی نکول هر نهاد مرجع، همبستگی نکول همه دارایی‌های در پرتفوی را نیز مدل‌سازی نمود. این مدل‌سازی به لحاظ سنتی از طریق استفاده از مدل‌های ساختاری به همراه کاپیولا برای تعیین خودهمبستگی نکول انجام می‌شود. با دانستن متدولوژی‌های مختلف برای همبستگی نکول می‌توان محصولات همبسته را قیمت‌گذاری کرد. محصولات همبسته‌ای که مورد بررسی قرار خواهیم داد سوآپ‌های نکول سبد و طبقات CDO ساختگی هستند.

همبستگی نکول

واژه همبستگی نکول برای توصیف تمایل نکول دو شرکت در زمان حدوداً یکسان بکار می‌رود. همبستگی نکول در تعیین توزیع‌های احتمال زیان‌های نکول ناشی از پرتفویی از مواجهه‌های با طرفین معاملاتی مختلف اهمیت دارد. راه‌های متنوعی در ادبیات برای مدل‌سازی نکول‌های همبسته و قیمت‌گذاری مشتقه‌های اعتباری با چندین دارایی وجود دارد. مدل هال و وایت زمان‌های نکول وابسته را توسط فرآیند انتشار همبسته[۲۹] و با ایجاد آستانه‌های نکول[۳۰] جهت ارائه مجموعه احتمالات نکول حاشیه‌ای معین ایجاد می‌کند. بیشتر مدل‌های چند دارایی مستلزم شبیه‌سازی هستند. محققان دیگر شبیه فینگر (۱۹۹۹) و گرگوری و لارنت (۲۰۰۵) از مدل‌هایی استفاده می‌کنند که نیازی به شبیه‌سازی ندارند و رویکردشان شبه‌تحلیلی مبتنی بر ساختار عاملی با بعد پایین و استقلال شرطی است.

مدل کاپیولای گوسی برای زمان نکول

مدل کاپیولای گوسی[۳۱] دیوید لی (۲۰۰۰) رویکرد ساده‌ای برای شبیه‌سازی نکول‌های همبسته ارائه می‌کند. این رویکرد مبتنی بر این فرض است که توزیع چندمتغیره زمان‌های نکول و توزیع چندمتغیره بازده‌های پایه، ساختار همبستگی مشابهی دارند. فرض این است که ساختار همبستگی گوسی است و کل ساختار همبستگی به طور کامل مشخص است. مدل کاپیولای گوسی برای زمان نکول ابزار عملی و محبوبی است. t_1 را به عنوان زمان نکول شرکت ۱ و t_2 را به عنوان زمان نکول شرکت ۲ تعریف کنید. اگر توزیع‌های احتمال t_1 و t_2 نرمال بودند می‌توانستیم فرض کنیم که توزیع احتمال مشترک t_1 و t_2 نرمال دومتغیره است. ولی توزیع احتمال زمان نکول شرکت حتی تقریباً

نرمال نیز نیست. این جایی است که مدل کاپیولای گوسی بکار می‌آید. t_1 و t_2 را به متغیرهای جدید x_1 و x_2 با استفاده از

$$x_1 = \Phi^{-1}\big(F_1(t_1)\big), \qquad x_2 = \Phi^{-1}\big(F_2(t_2)\big)$$

تبدیل می‌کنیم که F_1 و F_2 توزیع‌های احتمال تجمعی t_1 و t_2 و Φ^{-1} معکوس توزیع نرمال استاندارد تجمعی است. نقطه صدک ۵ام در توزیع احتمال برای t_1 به $x_1 = -1.645$ (نقطه صدک پنجم در توزیع نرمال استاندارد) تبدیل می‌شود؛ نقطه صدک ۱۰ام در توزیع احتمال برای t_1 به $x_1 = -1.282$ (نقطه صدک دهم در توزیع نرمال استاندارد) تبدیل می‌شود؛ و به همین ترتیب. تبدیلات t_2 به x_2 نیز مشابه است. x_1 و x_2 توزیع‌های نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار واحد دارند. این مدل فرض می‌کند که توزیع مشترک x_1 و x_2 نرمال دومتغیره است. این فرض با استفاده از *کاپیولای گوسی* انجام می‌شود. این فرض مناسب است زیرا به این معنی است که توزیع احتمال مشترک t_1 و t_2 به طور کامل توسط توزیع‌های احتمال تجمعی نکول $F_1(t_1)$ و $F_2(t_2)$ به همراه پارامتر همبستگی منحصر به فردی که همبستگی میان x_1 و x_2 را نشان می‌دهد تعریف می‌شود. جذابیت مدل کاپیولای گوسی این است که می‌تواند به شرکت‌های زیادی بسط داده شود. تصور کنید که در حال بررسی n شرکت هستیم و t_i زمان نکول شرکت iام است. هر t_i را به متغیر جدید x_i که دارای توزیع نرمال استاندارد است تبدیل می‌کنیم. این تبدیل تبدیل صدک به صدک $x_i = \Phi^{-1}\big(F_i(t_i)\big)$ است که F_i توزیع احتمال تجمعی برای t_i است. سپس فرض می‌شود که x_i نرمال چندمتغیره است. همبستگی نکول میان t_i و t_j به صورت همبستگی میان x_i و x_j اندازه‌گیری می‌شود. این همبستگی به عنوان همبستگی *کاپیولا* شناخته می‌شود. کاپیولای گوسی راه مفیدی برای ارائه ساختار همبستگی میان متغیرهایی است که توزیع نرمال ندارند.

مدل کاپیولای گوسی یک عاملی شبه-تحلیلی

برای اجتناب از تعریف همبستگی متفاوت میان x_i و x_j برای هر جفت شرکت i و j در مدل کاپیولای گوسی اغلب از مدل تک عاملی استفاده می‌شود. فرض این است که

$$x_i = a_i z_m + \sqrt{1 - a_i^2}\, z_i \qquad (۸)$$

در این معادله z_m عامل مشترک تأثیرگذار بر نکول همه شرکت‌ها و z_i عامل اثرگذار فقط بر شرکت i است. متغیر z_m و متغیرهای z_i توزیع‌های نرمال استاندارد مستقل دارند. a_i گاهی اوقات پارامترهای ثابت بین ۱- و ۱+ هستند. همبستگی میان x_i و x_j ، $a_i a_j$ است. تصور کنید که احتمال

نکول شرکت i تا زمان خاص T برابر $F_i(T)$ است. تحت مدل کاپیولای گوسی، نکول تا زمان T زمانی رخ می‌دهد که $\Phi(x_i) < F_i(T)$ یا $x_i < \Phi^{-1}[F_i(T)]$ باشد. مطابق فرمول (۸)، این شرط عبارت است از

$$a_i z_m + \sqrt{1-a_i^2}\, z_i < \Phi^{-1}[F_i(T)]$$

یا

$$z_j < \frac{\Phi^{-1}[F_i(T)] - a_i z_m}{\sqrt{1-a_i^2}}$$

بنابراین احتمال نکول به شرط ارزش عامل z_m عبارت است از:

$$F_i(T|z_m) = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}[F_i(T)] - a_i z_m}{\sqrt{1-a_i^2}}\right) \qquad (۹)$$

حالت خاص مدل کاپیولای گوسی تک عاملی این است که توزیع‌های احتمال نکول همه iها یکسان و همبستگی میان x_i و x_j برای همه iها و jها مشابه است. تصور کنید که برای همه iها $F_i(T) = F(T)$ و همبستگی مشترک ρ باشد به طوری که برای همه iها $a_i = \sqrt{\rho}$ است. معادله (۹) به صورت زیر می‌شود:

$$F(T|z_m) = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}[F(T)] - \sqrt{\rho} z_m}{\sqrt{1-\rho}}\right) \qquad (۱۰)$$

ارزش‌گذاری CDO ساختگی

تصور کنید تاریخ‌های پرداخت طبقه CDO ساختگی در زمان‌های $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_m$ $(\tau_0 = 0)$ است. E_j را به عنوان اصل مورد انتظار طبقه در زمان τ_j و $v(\tau)$ را به عنوان ارزش فعلی ۱ دلار دریافتی در زمان τ تعریف می‌کنیم. تصور نمایید شکاف بر طبقه خاص s در سال است. این شکاف بر اساس اصل باقی‌مانده آن طبقه پرداخت می‌شود. بنابراین ارزش فعلی پرداخت‌های مورد انتظار شکاف بر CDO، sA است که A عبارت است از:

$$A = \sum_{j=1}^{m} (\tau_j - \tau_{j-1})\, E_j v(\tau_j) \qquad (۱۱)$$

زیان مورد انتظار میان زمان‌های τ_{j-1} و τ_j برابر $E_{j-1} - E_j$ است. فرض کنید که زیان در نقطه میانی این فاصله زمانی (یعنی در زمان $0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j$) رخ می‌دهد. ارزش فعلی پرداخت‌های (زیان‌های) مورد انتظار طبقه CDO عبارت است از:

$$C = \sum_{j=1}^{m} (E_{j-1} - E_j)\, v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \qquad (۱۲)$$

پرداخت شکاف تعهدی بر CDO برابر sB است که

$$B = \sum_{j=1}^{m} 0.5(\tau_j - \tau_{j-1})\, (E_{j-1} - E_j) v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \qquad (۱۳)$$

ارزش این طبقه برای خریدار حمایت C-sA-sB است. شکاف سربه‌سری این طبقه زمانی اتفاق می‌افتد که ارزش فعلی پرداخت‌های شکاف برابر ارزش فعلی پرداخت‌های زیان ناشی از نکول نهادهای مرجع CDO گردد:

$$C = sA + sB \qquad (۱۴)$$

بنابراین شکاف سربه‌سری عبارت است از:

$$s = \frac{C}{A + B} \qquad (۱۵)$$

معادلات (۱۱) تا (۱۳) نقش کلیدی اصل مورد انتظار طبقه را در محاسبه شکاف سربه‌سری طبقه نشان می‌دهد. اگر اصل مورد انتظار طبقه در همه تاریخ‌های پرداخت شکاف را بدانیم و نیز منحنی عایدی بدون کوپن معلوم باشد، شکاف سربه‌سری طبقه را می‌توان از معادله (۱۵) محاسبه نمود. اگر پیش‌پرداخت و شکاف ثابت s^* وجود داشته باشد، پیش‌پرداخت به صورت درصدی از اصل $C - s^*(A + B)$ خواهد بود. در مدل کاپیولای گوسی یک عاملی فرض می‌شود همه شرکت‌ها احتمال نکول مشابه $F(t)$ تا زمان t دارند. معادله (۱۰) احتمال غیرشرطی نکول تا زمان t را به احتمال نکول تا زمان t به شرط عامل z_m تبدیل می‌کند. در این جا ρ ضریب همبستگی کاپیولا است و فرض می‌شود که برای هر جفت شرکت یکسان است. در محاسبه $F(t)$ معمولاً فرض می‌شود که نرخ خطر[۳۲] شرکت ثابت و با مطابق شکاف شاخص است. این نرخ را می‌توان با استفاده از رویکرد

ارزش‌گذاری CDS و جستجو برای نرخ خطری که شکاف شاخص را می‌دهد محاسبه نمود. تصور کنید که این نرخ خطر h است، بنابراین داریم:

$$F(t) = 1 - e^{-ht} \qquad (۱۶)$$

با استفاده از ویژگی‌های توزیع دوجمله‌ای و مدل بازار استاندارد، احتمال دقیقاً k نکول تا زمان t به شرط z_m عبارت است از:

$$F(k,t|z_m) = \binom{n}{k} F(t|z_m)^k [1 - F(t|z_m)]^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!k!} F(t|z_m)^k [1 - F(t|z_m)]^{n-k} \qquad (۱۷)$$

که n تعداد نهادهای مرجع در پرتفوی است. تصور کنید که طبقه مورد بررسی زیان‌های پرتفوی بین α_L و α_H را پوشش می‌دهد. پارامتر α_L به عنوان نقطه اتصال[۳۳] و پارامتر α_H به عنوان نقطه انفصال[۳۴] شناخته می‌شوند. تعریف کنید:

$$n_L = \frac{\alpha_L n}{1-R} \text{ و } n_H = \frac{\alpha_H n}{1-R} \qquad (۱۸)$$

که R نرخ بازیابی است. همچنین $m(x)$ را به عنوان کوچکترین عدد صحیح بزرگ‌تر از x تعریف می‌کنیم. بدون از دست دادن کلیت فرض می‌کنیم که اصل اولیه طبقه ۱ است. در صورتی که تعداد نکول‌ها (k) کم‌تر از $m(n_L)$ باشد، اصل طبقه ۱ باقی می‌ماند. زمانی که تعداد نکول‌ها بزرگ‌تر یا مساوی $m(n_H)$ است، اصل طبقه صفر می‌شود. در غیر این صورت، اصل طبقه عبارت است از:

$$\frac{\alpha_H - k(1-R)/n}{\alpha_H - \alpha_L}$$

$E_j(z_m)$ را به عنوان اصل مورد انتظار طبقه در زمان τ_j به شرط ارزش عامل z_m تعریف کنید. بنابراین داریم:

$$E_j(z_m) = \sum_{k=0}^{m(n_L)-1} F(k,\tau_j|z_m) + \sum_{k=m(n_L)}^{m(n_H)-1} F(k,\tau_j|z_m) \frac{\alpha_H - k(1-R)/n}{\alpha_H - \alpha_L} \qquad (۱۹)$$

$A(z_m)$، $B(z_m)$ و $C(z_m)$ را به صورت ارزش‌های A، B و C به شرط z_m تعریف می‌کنیم. مشابه معادلات (۱۱) تا (۱۳) داریم:

$$A(z_m) = \sum_{j=1}^{m} (\tau_j - \tau_{j-1}) E_j(z_m) v(\tau_j) \qquad (۲۰)$$

$$B(z_m) = \sum_{j=1}^{m} 0.5(\tau_j - \tau_{j-1}) \left(E_{j-1}(z_m) - E_j(z_m)\right) v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \qquad (۲۱)$$

$$C(z_m) = \sum_{j=1}^{m} \left(E_{j-1}(z_m) - E_j(z_m)\right) v(0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j) \qquad (۲۲)$$

متغیر z_m دارای توزیع نرمال استاندارد است. برای محاسبه ارزش‌های غیرشرطی A، B و C ضروری است که $A(z_m)$، $B(z_m)$ و $C(z_m)$ را در طی توزیع نرمال استاندارد z_m انتگرال بگیریم. زمانی که ارزش‌های غیرشرطی محاسبه شدند، شکاف سربه‌سری بر طبقه را می‌توان به صورت $C/(A+B)$ محاسبه نمود. همچنین پیش‌پرداخت را می‌توان به صورت $C - s^*(A+B)$ محاسبه کرد.

این انتگرال به بهترین نحو با رویه موسوم به مربع‌سازی گوسی[۳۵] انجام می‌شود. این رویه شامل تقریب زیر است:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z_m^2/2} g(z_m) dz_m \approx \sum_{k=1}^{M} w_k g(z_{m,k}) \qquad (۲۳)$$

زمانی که M افزایش می‌یابد، دقت نیز افزایش می‌یابد. برای یافتن مقادیر w_k و $z_{m,k}$ برای ارزش‌های مختلف M در فایل اکسلی موجود در وب‌سایت پروفسور جان هال مراجعه نمایید. پارامترهای w_k و $z_{m,k}$ از ریشه‌های چندجمله‌ای هرمیت[۳۶] محاسبه می‌شوند.

مثال. طبقه میانی iTraxx Europe ۳۷(سررسید ۵ سال) را در زمانی که همبستگی کاپیولا ۰,۱۵ و نرخ بازیابی ٪۴۰ است مورد توجه قرار دهید. در این مورد، $\alpha_L = 0.03$، $\alpha_H = 0.06$، n = ۱۲۵، $n_L = 6.25$ و $n_H = 12.5$ است. فرض می‌کنیم که ساختار زمانی نرخ‌های بهره در ٪۳,۵ تخت است، پرداخت‌ها به صورت فصلی انجام می‌شود و شکاف CDS بر شاخص ۵۰ نقطه پایه است. با توجه به معادله زیرنویس صفحه قبل، نرخ خطر ثابت متناظر شکاف CDS ٪۰,۸۳ (به صورت مرکب پیوسته) است. بقیه محاسبات در جدول (۱) نشان داده شده است. ارزش M = ۶۰ در معادله (۲۳) بکار گرفته می‌شود.

جدول (۱). ارزش‌گذاری CDO: اصل = ۱؛ پرداخت‌ها در هر واحد شکاف هستند.

وزن‌ها و ارزش‌های عامل‌ها									
w_k	۰,۱۵۷۹	۰,۱۵۷۹	...	۰,۱۳۴۲	۰,۰۹۶۹	۰,۰۵۹۴	۰,۰۳۰۹	۰,۰۱۳۶	...
$z_{m,k}$	۰,۲۰۲۰	-۰,۲۰۲۰	...	-۰,۶۰۶۰	-۱,۰۱۰۴	-۱,۴۱۵۶	-۱,۸۲۱۷	-۲,۲۲۹۱	...
اصل مورد انتظار، $E_j(z_m)$									
زمان									
j = ۱	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	...	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۱,۰۰۰۰	۰,۹۹۹۵	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
j = ۱۹	۰,۹۹۵۳	۰,۹۶۸۷	...	۰,۸۶۳۴	۰,۶۱۳۱	۰,۲۷۸۸	۰,۰۶۱۲	۰,۰۰۴۸	...
j = ۲۰	۰,۹۹۳۶	۰,۹۵۹۹	...	۰,۸۳۶۲	۰,۵۶۴۵	۰,۲۳۴۹	۰,۰۴۵۲	۰,۰۰۲۹	...
ارزش فعلی پرداخت مورد انتظار، $A(z_{m,k})$									
j = ۱	۰,۲۴۷۸	۰,۲۴۷۸	...	۰,۲۴۷۸	۰,۲۴۷۸	۰,۲۴۷۸	۰,۲۴۷۸	۰,۲۴۷۷	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
j = ۱۹	۰,۲۱۰۷	۰,۲۰۵۱	...	۰,۱۸۲۸	۰,۱۲۹۸	۰,۰۵۹۰	۰,۰۱۳۰	۰,۰۰۱۰	...
j = ۲۰	۰,۲۰۸۵	۰,۲۰۱۵	...	۰,۱۷۵۵	۰,۱۱۸۵	۰,۰۴۹۳	۰,۰۰۹۵	۰,۰۰۰۶	...
کل	۴,۵۶۲۴	۴,۵۳۴۴	...	۴,۴۰۷۸	۴,۰۳۵۵	۳,۳۳۰۳	۲,۴۵۶۲	۱,۶۷۸۵	...
ارزش فعلی پرداخت تعهدی مورد انتظار، $B(z_{m,k})$									
j = ۱	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۰	...	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۱	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
j = ۱۹	۰,۰۰۰۱	۰,۰۰۰۸	...	۰,۰۰۲۶	۰,۰۰۵۱	۰,۰۰۵۲	۰,۰۰۲۲	۰,۰۰۰۳	...
j = ۲۰	۰,۰۰۰۲	۰,۰۰۰۹	...	۰,۰۰۲۹	۰,۰۰۵۱	۰,۰۰۴۶	۰,۰۰۱۷	۰,۰۰۰۲	...
کل	۰,۰۰۰۷	۰,۰۰۴۳	...	۰,۰۱۷۸	۰,۰۴۷۸	۰,۰۸۵۳	۰,۱۰۹۰	۰,۱۱۶۸	...
ارزش فعلی پرداخت (زیان) مورد انتظار، $C(z_{m,k})$									
j = ۱	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۰	...	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۰	۰,۰۰۰۵	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
j = ۱۹	۰,۰۰۱۱	۰,۰۰۶۳	...	۰,۰۲۱۱	۰,۰۴۱۲	۰,۰۴۱۷	۰,۰۱۷۸	۰,۰۰۲۵	...
j = ۲۰	۰,۰۰۱۴	۰,۰۰۷۴	...	۰,۰۲۳۰	۰,۰۴۱۰	۰,۰۳۷۰	۰,۰۱۳۶	۰,۰۰۱۵	...
کل	۰,۰۰۵۵	۰,۰۳۴۶	...	۰,۱۴۲۵	۰,۳۸۲۶	۰,۶۸۲۷	۰,۸۷۱۹	۰,۹۳۴۴	...

ارزش‌های عامل $z_{m,k}$ و وزن‌های آن (w_k) در بخش اول این جدول نشان داده شده است. اصل‌های مورد انتظار طبقه در تاریخ‌های پرداخت به شرط مقادیر عامل با استفاده از معادلات (۱۶)

تا (۱۹) محاسبه شده و در بخش دوم این جدول نشان داده شده است. ارزش‌های $\boldsymbol{A}$، $\boldsymbol{B}$ و $\boldsymbol{C}$ به شرط ارزش‌های عامل در سه بخش انتهایی جدول با استفاده از معادلات (۲۰) تا (۲۲) محاسبه شده‌اند. ارزش‌های غیرشرطی $\boldsymbol{A}$، $\boldsymbol{B}$ و $\boldsymbol{C}$ با انتگرال‌گیری $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{z_m})$، $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{z_m})$ و $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{z_m})$ را در طی توزیع احتمال $\boldsymbol{z_m}$ محاسبه می‌شوند. این کار با مساوی قرار دادن $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{z_m})$ به ترتیب با $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{z_m})$، $\boldsymbol{B}(\boldsymbol{z_m})$ و $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{z_m})$ در معادله (۲۳) انجام می‌شود. نتیجه عبارت است از:

A = ۴,۲۸۴۶ ،B = ۰,۰۱۸۷ ،C = ۰,۱۴۹۶

شکاف سربه‌سری طبقه برابر ۰,۳۴۸ = (۰,۰۱۸۷ + ۴,۲۸۴۶)/۰,۱۴۹۶ یا ۳۴۸ نقطه پایه است. حال با استفاده از همین رویه حساسیت شکاف طبقات مختلف CDO ساختگی را به همبستگی کاپیولا مورد سنجش قرار می‌دهیم. نتایج در جدول ۲ آورده شده است.[۳۸] نتایج نشان می‌دهد زمانی که همبستگی افزایش می‌یابد شکاف سربه‌سری طبقات زیرینی که زیان‌های اولیه را تحمل می‌کنند پایین آمده و شکاف سربه‌سری طبقات ارشد که زیان‌های بعدی را تحمل می‌کنند، افزایش می‌یابد.

جدول ۲. شکاف سربه‌سری طبقات گوناگون CDO ساختگی برای همبستگی‌های کاپیولای مختلف. نرخ خطر برای همه شرکت‌های داخل CDO ۰,۸۳٪ است.

		همبستگی کاپیولا				
		۰	۰,۱	۰,۱۵	۰,۳	۰,۴
طبقات CDO	۰ تا ۳٪	۲,۴۳۶	۱,۹۰۸	۱,۷۱۴	۱,۲۷۲	۱,۰۴۷
	۳٪ تا ۶٪	۱۳۷	۳۱۵	۳۴۸	۳۷۴	۳۶۴
	۶٪ تا ۱۰٪	۰,۳۹	۵۱	۸۴	۱۵۳	۱۷۷
	۱۰٪ تا ۱۰۰٪	۰,۰۰	۰,۳۰	۱	۵	۹

ارزش‌گذاری k CDS امین نکول

k CDS امین نکول را نیز می‌توان با استفاده از مدل بازار استاندارد به شرط عامل z_m ارزش‌گذاری نمود. احتمال شرطی وقوع نکول kام میان زمان‌های τ_{j-1} و τ_j احتمال شرطی وجود k نکول یا بیشتر تا زمان τ_j منهای احتمال شرطی وجود k نکول یا بیشتر تا زمان τ_{j-1} است. این احتمال را می‌توان از معادلات (۱۰)، (۱۶) و (۱۷) به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\sum_{q=k}^{n} F(q, \tau_j | z_m) + \sum_{q=k}^{n} F(q, \tau_{j-1} | z_m)$$

فرض می‌شود نکول‌های بین زمان τ_{j-1} و τ_j در زمان $0.5\tau_{j-1} + 0.5\tau_j$ رخ می‌دهند. بنابراین می‌توان ارزش فعلی پرداخت‌های صرف و پرداخت (زیان‌ها) را به صورت مشابه پرداخت‌های منظم CDS محاسبه نمود. با انتگرال‌گیری در طی z_m می‌توان ارزش‌های فعلی غیرشرطی پرداخت‌ها صرف و پرداخت‌های زیان را محاسبه کرد.

مثال. پرتفویی شامل ۱۰ اوراق قرضه هر یک با نرخ خطر ٪۲ در سال را در نظر بگیرید. تصور کنید که به دنبال ارزش‌گذاری CDS سومین نکول که پرداخت‌های صرف در انتهای هر سال انجام می‌گیرد هستیم. فرض کنید همبستگی کاپیولا ۰,۳، نرخ بازیابی ٪۴۰ و همه نرخ‌های بدون ریسک ٪۵ هستند. همانند جدول (۱)، M = ۶۰ ارزش مختلف عامل را مورد توجه قرار می‌دهیم. احتمال تجمعی غیرشرطی نکول هر اوراق قرضه تا سال‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ به ترتیب ۰,۰۱۹۸، ۰,۰۳۹۲، ۰,۰۵۸۲، ۰,۰۷۶۹، ۰,۰۹۵۲ است. معادله (۱۰) نشان می‌دهد این احتمالات نکول به شرط F = -۱,۰۱۰۴ به ترتیب ۰,۰۳۶۱، ۰,۰۷۴۶، ۰,۱۱۲۲، ۰,۱۴۸۴، ۰,۱۸۳۰ هستند. با استفاده از توزیع دوجمله‌ای، احتمال شرطی سه نکول یا بیشتر تا زمان‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ به ترتیب ۰,۰۰۴۷، ۰,۰۳۳۵، ۰,۰۹۲۸، ۰,۱۷۵۷، ۰,۲۷۱۷ است. بنابراین احتمال شرطی وقوع نکول سوم در میان سال‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ به ترتیب ۰,۰۰۴۷، ۰,۰۲۸۹، ۰,۰۵۹۳، ۰,۰۸۲۹، ۰,۰۹۶۰ است. تحلیل مشابه قبل نشان می‌دهد ارزش‌های فعلی پرداخت‌های زیان ناشی از نکول‌ها، پرداخت‌های صرف منظم و پرداخت‌های تعهدی به شرط F = -۱,۰۱۰۴، ۰,۱۳۷۹s، ۳,۸۴۴۳s و ۰,۱۱۴۹s (s شکاف یا صرف) است. محاسبات مشابهی برای ۵۹ ارزش عامل دیگر انجام شده و از معادله (۲۳) برای انتگرال در طی F استفاده می‌شود. ارزش‌های فعلی غیرشرطی پرداخت‌های ناشی از نکول‌ها، پرداخت‌های منظم و پرداخت‌های تعهدی ۰,۰۶۲۹، ۴,۰۵۸۰s، و ۰,۰۵۲۴s هستند. بنابراین شکاف سربه‌سری CDS ۰,۰۱۵۳ = (۰,۰۵۲۴ +۴,۰۵۸۰)/۰,۰۶۲۹ یا ۱۵۳ نقطه‌پایه است. حال با استفاده از همین رویه حساسیت شکاف برای خرید حمایت ۵ ساله سوآپ k امین نکول را به نرخ خطر مورد سنجش قرار می‌دهیم. نتایج در جدول ۳ آورده شده است. فرض شده است همبستگی کاپیولای میان هر جفت شرکت در سبد ۰,۳ است.[۳۹]

جدول ۳. شکاف (نقطه پایه در سال) برای خرید حمایت ۵ ساله نکول *k*ام از سبدی از ۱۰ نام.
***همبستگی کاپیولای میان هر جفت شرکت ۰,۳ است.**

نرخ خطر / k	۰,۱	۰,۲	۰,۳	۰,۴	۰,۵
۱	۴۳۸	۸۰۷	۱،۱۵۲	۱،۴۸۲	۱،۸۰۳
۲	۱۳۹	۳۲۰	۵۱۱	۷۰۴	۸۹۸
۳	۵۳	۱۴۹	۲۶۴	۳۸۸	۵۱۹
۴	۲۱	۷۲	۱۴۰	۲۲۰	۳۰۹
۵	۹	۳۴	۷۳	۱۲۳	۱۸۱
۶	۳	۱۵	۳۶	۶۵	۱۰۲
۷	۱	۶	۱۶	۳۲	۵۳
۸	۰,۳۵	۲	۷	۱۴	۲۴
۹	۰,۰۸	۱	۲	۵	۹
۱۰	۰,۰۱	۰,۱۱	۰,۴۰	۱	۲

همچنین حساسیت شکاف برای خرید حمایت ۵ ساله سوآپ k امین نکول را به همبستگی کاپیولا مورد سنجش قرار می‌دهیم. نتایج در جدول ٤ آورده شده است. در این جا، فرض شده است نرخ خطر هر شرکت در سبد ۲ درصد است.

جدول ۴. شکاف (نقطه پایه درسال)برای خریدحمایت ۵ ساله نکول *k*ام از سبدی از۱۰ نام.
***نرخ خطر هر شرکت ۲ درصد است.**

ρ / k	۰	۰,۱	۰,۲	۰,۳	۰,۴
۱	۱،۱۹۶	۱،۰۴۸	۹۲۰	۸۰۷	۷۰۵
۲	۳۱۵	۳۲۶	۳۲۷	۳۲۰	۳۱۰
۳	۷۲	۱۰۵	۱۳۱	۱۴۹	۱۶۲
۴	۱۲	۳۱	۵۲	۷۲	۸۹
۵	۱	۸	۲۰	۳۴	۴۹
۶	۰,۱۲	۲	۷	۱۵	۲۶
۷	۰,۰۱	۰,۳۴	۲	۶	۱۳
۸	۰,۰۰	۰,۰۵	۱	۲	۶
۹	۰,۰۰	۰,۰۱	۰,۱۱	۱	۲
۱۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۱	۰,۱۱	۱

نتیجه‌گیری

در این مقاله در ابتدا محصولات مشتقه اعتباری نظیر سوآپ‌های نکول اعتباری (CDS)، سوآپ‌های نکول سبد و تعهدات بدهی وثیقه‌دار (CDO) ساختگی معرفی و تشریح شد. در مطالعات داخلی بیشتر بر روی سوآپ‌های نکول اعتباری و بسیار محدود بر روی تعهدات بدهی وثیقه‌دار نقدی پرداخته شده است ولی بر CDO ساختگی و نیز سوآپ kامین نکول پرداخته نشده است. در بخش اول این مقاله تلاش شد ابعاد بیشتری از سوآپ‌های نکول اعتباری که تنها یک دارایی مرجع دارند پرداخته شود و سپس مشتقه‌های اعتباری CDO ساختگی و سوآپ kامین نکول مورد بررسی قرار گرفت. در بخش دوم در ابتدا رویکرد ارزش‌گذاری سوآپ نکول اعتباری (CDS) بیان شده و سپس به نحوه ارزش‌گذاری محصولات اعتباری چندنام نظیر CDO ساختگی و سوآپ kامین نکول پرداختیم. لازم به ذکر است که در هیچ یک از مطالعات داخلی به ارزش‌گذاری این محصولات اعتباری به ویژه محصولات اعتباری چندنام پرداخته نشده است. در اینجا به نقش مهم همبستگی نکول اشاره شده و سپس مدل کاپیولای گوسی یک عاملی برای مدل‌سازی آن را تشریح نمودیم. در ادامه به ارزش‌گذاری طبقات مختلف CDO ساختگی با استفاده از مدل استاندارد بازار پرداختیم و مثالی عملی برای آن بیان نمودیم. کار کلیدی در این تحقیق علاوه بر موارد ذکر شده در بالا تجزیه و تحلیل حساسیت شکاف طبقات گوناگون CDO ساختگی نسبت به همبستگی‌های کاپیولای مختلف و نیز تجزیه و تحلیل حساسیت شکاف سوآپ kامین نکول نسبت به kهای مختلف و نیز نرخ خطر گوناگون است. تجزیه و تحلیل مربوط به ارزش‌گذاری CDO ساختگی در طبقات مختلف و نیز برای همبستگی‌های کاپیولای مختلف نشان داد که مطابق انتظارات هرچه از طبقات ارشد به طبقات زیرین حرکت می‌کنیم شکاف مربوط به آن طبقه افزایش می‌یابد. همچنین زمانی که همبستگی پایین است طبقه مالکیت زیرین بسیار ریسکی (در نتیجه شکاف زیاد) و طبقات ارشد بسیار ایمن (شکاف بسیار کم) هستند. زمانی که همبستگی افزایش می‌یابد، ریسک طبقات زیرین کم‌تر شده (شکاف کم‌تر) و ریسک طبقات ارشد بیشتر (شکاف بالاتر) می‌گردد. همچنین تجزیه و تحلیل مربوط به ارزش‌گذاری سوآپ نکول kام نیز نشان می‌دهد که مطابق انتظارات هر چه مقدار k افزایش می‌یابد شکاف مربوطه نیز کاهش می‌یابد زیرا فروشنده حمایت در چنین شرایطی با ریسک کمتری همراه است. همچنین یافته‌ها نشان داد افزایش نرخ خطر شرکت‌ها، هزینه خرید حمایت (شکاف) را در همه سوآپ‌ها افزایش می‌دهد. این شکاف برای k پایین در نرخ نزولی و برای k بالا در نرخ صعودی رشد می‌کند. همچنین افزایش همبستگی‌های میان شرکت‌ها با فرض ثابت بودن نرخ خطر در صورتی که k کوچک باشد

منجر به پایین آمدن هزینه حمایت و در صورتی که k بزرگ باشد منجر به افزایش آن می‌شود. به عنوان پیشنهاد برای تحقیقات آتی می‌توان به مدل‌سازی همبستگی نکول زمان‌های نکول دارایی‌های مرجع با استفاده از مدل‌های کاپیولای دیگر اشاره نمود. از جمله پیشنهاد دیگر می‌توان به بررسی وابستگی میان شکاف‌های سوآپ نکول اعتباری و قیمت‌های سهام در دوره‌های بحران و عادی اشاره نمود.

فهرست منابع

۱) پویان‌فر، احمد، فلاح‌پور، سعید, عزیزی، محمدرضا. (۱۳۹۲). رویکرد حداقل مربعات ماشین بردار پشتیبان مبتنی بر الگوریتم ژنتیک جهت تخمین رتبه اعتباری مشتریان بانک‌ها. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۵(۱۷)، ۱۵۸-۱۳۳.

۲) توحیدی، محمد. (۱۳۹۳). بررسی فقهی انتشار اوراق اجاره و مرابحه چند طبقه اعتباری. دوفصلنامه علمی-پژوهشی تحقیقات مالی اسلامی. ۴(۱)، ۱۶۸-۱۳۵.

۳) توحیدی، محمد. (۱۳۹۲). طراحی مشتقهٔ اعتباری تعهدات بدهی وثیقه‌دار بر اساس فقه امامیه در بانکداری بدون‌ربا. دوفصلنامه علمی-پژوهشی تحقیقات مالی اسلامی. ۳(۱)، ۱۵۲-۱۲۱.

۴) خوانساری، رسول، سیاهکارزاده، محمد سجاد، اصغری، مجید. (۱۳۹۱). بررسی فقهی امکان به‌کارگیری «سوآپ نکول اعتباری» و «ورق اعتباری» در مدیریت ریسک اعتباری بانک‌ها. دوفصلنامه علمی-پژوهشی تحقیقات مالی اسلامی. ۲(۱)، ۱۴۲-۱۱۵.

۵) عباسی، ابراهیم، جلیلوند، آمنه. (۱۳۹۳). امکان سنجی استفاده از سوآپ نکول اعتباری در بازار پول. دانش سرمایه‌گذاری. ۴(۱۶)، ۵۸-۴۵.

۶) فلاح پور، سعید، طادی، مسعود. (۱۳۹۵). پیش بینی ریسک نکول با استفاده از مدل ساختاری توسعه یافته در بورس اوراق بهادار تهران. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۷(۲۸)، ۲۱-۱.

۷) قاسمی، احمدرضا، دنیایی، طاهره (۱۳۹۵). اندازه‌گیری ریسک اعتباری مشتریان با رویکرد شبکه عصبی در یکی از بانک‌های دولتی .مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۷(۲۷)، ۱۸۱-۱۵۵.

۸) قالیباف، حسن، افشار، منیژه. (۱۳۹۳). بررسی کاربرد استفاده از مدل KMV در پیش‌بینی ریسک ورشکستگی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۶(۲۱)، ۸۸-۷۵.

۹) محمدیان، اصغرزاده و امام‌دوست (۱۳۹۵). بررسی ریسک اعتباری مشتریان حقوقی با استفاده از مدل ماشین بردار پشتیبان و مدل هیبریدی الگوریتم ژنتیک - مطالعه موردی بانک تجارت .مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. ۷(۲۷)، ۳۲-۱۷.

۱۰) موسویان، سیدعباس، موسوی بیوکی، سیدمحمدمهدی. (۱۳۸۸). مدیریت ریسک اعتباری در بانکداری اسلامی از طریق سوآپ نکول اعتباری. اقتصاد اسلامی. ۹(۳۳)، ۱۲۶-۹۵.

۱۱) موسویان، سیدعباس، موسوی بیوکی، سیدمحمدمهدی. (۱۳۸۸). مدیریت ریسک اعتباری در بانکداری اسلامی از طریق سوآپ نکول اعتباری. اقتصاد اسلامی. ۹(۳۳)، ۱۲۶-۹۵.

۱۲) موسویان، سیدعباس، موسوی بیوکی، سیدمحمدمهدی. (۱۳۸۹). بررسی امکان استفاده از سوآپ بازده کل جهت مدیریت ریسک اعتباری در بانکداری اسلامی. اقتصاد اسلامی. ۱۰(۳۷)، ۱۴۶-۱۲۱.

13) Al-Own, B., Minhat, M., & Gao, S. (2018). Stock options and credit default swaps in risk management. Journal of International Financial Markets, Institutions and Money, 53, 200-214.

14) Andersen, L., Sidenius, J., & Basu, S. (2003). All your hedges in one basket. RISK-LONDON-RISK MAGAZINE LIMITED-, 16(11), 67-72.
15) Aretz, K., Bartram, S., 2010. Corporate hedging and shareholder value. J. Financ. Res. 33, 317–371.
16) Ashcraft, A., Santos, J., 2009. Has the CDS market lowered the cost of corporate debt? J. Monet. Econ. 56, 514–523.
17) Brasch, H.J., 2005. A note on efficient pricing and risk calculation of credit basket products, working paper.
18) British Bankers Association, 2006. BBA credit derivatives report 2006. London: British Bankers Association.
19) Burtschell, X., Gregory, J. and J. P. Laurent. Beyond the Gaussian Copula: stochastic and local correlation. Working Paper, 2005.
20) Dalla Valle, L., De Giuli, M. E., Tarantola, C., & Manelli, C. (2016). Default probability estimation via pair copula constructions. European Journal of Operational Research, 249(1), 298-311.
21) Duffee, G. R., & Zhou, C. (2001). Credit derivatives in banking: Useful tools for managing risk?. Journal of Monetary Economics, 48(1), 25-54.
22) D.X Li, On default correlation: a copula approach, Journal of Fixed Income, 9 (4) (2000), pp. 43-54
23) Fabozzi, F. J., & Goodman, L. S. (Eds.). (2001). Investing in Collateralized Debt Obligations (Vol. 81). John Wiley & Sons.
24) Finger, Christopher C. (1999). "Conditional approaches for credit metrics portfolio distributions." Credit Metrics Monitor, 2(1), 14–33.
25) García, F., Giménez, V., & Guijarro, F. (2013). Credit risk management: A multicriteria approach to assess creditworthiness. Mathematical and computer modelling, 57(7-8), 2009-2015.
26) Graham, J.R., Rogers, D.A., 2002. Do firms hedge in response to tax incentives? J. Financ. 57, 815–839.
27) Gordy, M., & Jones, D. (2003). Credit portfolio risk: Random tranches. RISK-LONDON-RISK MAGAZINE LIMITED-, 16(3), 78-83.
28) Herbertsson, A., Jang, J., & Schmidt, T. (2011). Pricing basket default swaps in a tractable shot noise model. Statistics & Probability Letters, 81(8), 1196-1207.
29) Hirsa, A., & Neftci, S. N. (2013). An introduction to the mathematics of financial derivatives. Academic Press.
30) Hirtle, B. (2009). Credit derivatives and bank credit supply. Journal of Financial Intermediation, 18(2), 125-150.
31) Hull, J. C. (2018). Options, futures, and other derivatives, 10th Edition, Pearson Education.
32) Hull, J. and A. White (2001). Valuing credit default swaps II: modeling default correlations. Journal of Derivatives, 8(3): 12-22.
33) Hull, J., & White, A. (2004). Valuation of a CDO and an nth to default CDS without Monte Carlo simulation. Journal of Derivatives, 12(2), 8-23.

34) International Swaps and Derivatives Association, 2010. ISDA Market Survey. Available at: <http://www2.isda.org/attachment/Mjk5Nw==/ISDA-Market-Survey-results1987> June%202010
35) Irresberger, F., Weiß, G. N., Gabrysch, J., & Gabrysch, S. (2018). Liquidity tail risk and credit default swap spreads. European Journal of Operational Research, 269(3), 1137-1153.
36) Iscoe, I., & Kreinin, A. (2007). Valuation of synthetic CDOs. Journal of Banking & Finance, 31(11), 3357-3376.
37) Jansen, J., Das, S. R., & Fabozzi, F. J. (2018). Local volatility and the recovery rate of credit default swaps. Journal of Economic Dynamics and Control, 92, 1-29.
38) Lando, D. (2009). Credit risk modeling: theory and applications. Princeton University Press.
39) Laurent, J. P., & Gregory, J. (2005). Basket default swaps, CDOs and factor copulas. Journal of Risk, 7(4), 103-122.
40) Li, D. X. (2000). On default correlation: A copula function approach. Journal of Fixed Income, 43–54.
41) Li, P., Liu, J., Zhang, X., & Huang, G. (2015). Pricing of Basket Default Swaps Based on Factor Copulas and NIG. Procedia Computer Science, 55, 566-574.
42) Minton, B., Stulz, R., Williamson, R., 2009. How much do banks use credit derivatives to hedge loans? J. Financ. Serv. Res. 35, 1–31.
43) Nijskens, R., & Wagner, W. (2011). Credit risk transfer activities and systemic risk: How banks became less risky individually but posed greater risks to the financial system at the same time. Journal of Banking & Finance, 35(6), 1391-1398.
44) Ortiz-Gracia, L. (2016). Efficient wavelets-based valuation of synthetic CDO tranches. Journal of Computational and Applied Mathematics, 292, 562-575.
45) O. Vasicek, Probability of loss on a loan portfolio, Working paper, KMV. (Published in Risk, December 2002 with the title Loan Portfolio Value), 1987.
46) Ratner, M., & Chiu, C. C. J. (2013). Hedging stock sector risk with credit default swaps. International Review of Financial Analysis, 30, 18-25.
47) Schönbucher, P. J. (2003). Credit derivatives pricing models: models, pricing and implementation. John Wiley & Sons.
48) Smith, C., Stulz, R., 1985. The determinants of firms' hedging policies. J. Financ. Quant. Anal. 20, 391–405.

یادداشت ها

[۱] Regulators

[۲] Credit default swaps

[۳] صرف‌های دوره‌ای به صورت شکاف CDS نیز شناخته می‌شوند.

[٤] Recovery rates

[٥] Basket default swap

[٦] Single-name CDS

[۷] first-to-default default swap

[۸] n*th*-to-default swap

[۹] n-out-of-m-to-default swap

[۱۰] all-to-default swap

[۱۱] Collateralized Debt obligations

[۱۲] Synthetic CDO

[۱۳] Originator

[۱٤] Notional principals

[۱٥] Equity tranche

[۱٦] Mezzanine tranche

[۱۷] Senior tranche

[۱۸] Creditworthiness

[۱۹] Reduced-form approach

[۲۰] Obligor

[۲۱] Stochastic (unexpected) arrival

[۲۲] Fixed leg

[۲۳] Contingent leg

[۲٤] Counterparty risk

[۲٥] Basis points

[۲٦] Survival probability

[۲۷] Risky annuity

[۲۸] Accrued premium

[۲۹] Correlated diffusion process

[۳۰] Default thresholds

[۳۱] Gaussian copula model

[۳۲]نرخ خطر (*hazard rate*) $h(t)$ در زمان t به این صورت تعریف می‌شود: $h(t)\Delta t$ احتمال نکول میان زمان t و $t+\Delta t$ به شرط عدم نکول قبلی است. اگر $q(t)$ احتمال تجمعی بقای شرکت تا زمان t (یعنی عدم نکول تا زمان t) باشد، احتمال شرطی نکول بین زمان t و $t+\Delta t$ عبارت است از: $[q(t)-q(t+\Delta t)]/q(t)$. می‌توان نشان داد که $q(t)=e^{-\int_0^t h(\tau)d\tau}$ است. با تعریف $F(t)$ به عنوان احتمال نکول تا زمان t و با توجه به این که می‌دانیم $F(t)=1-q(t)$، داریم: $F(t)=1-e^{-\int_0^t h(\tau)d\tau}$ یا $F(t)=1-e^{-\bar{h}(t)t}$ که $\bar{h}(t)$ میانگین نرخ خطر میان زمان ۰ و زمان t است. در صورتی که نرخ خطر را در طی عمر مشتقه ثابت فرض کنیم رابطه $s=(1-R)h$ برقرار خواهد بود.

[۳۳] Attachment point

[۳۴] Detachment point

[۳۵] Gaussian quadrature

[۳۶] Hermite polynomials

[۳۷]یکی از شاخص‌های اعتباری معتبر برای ردیابی شکاف‌های سوآپ نکول اعتباری است. این شاخص دارای پرتفویی مرکب از ۱۲۵ شرکت با درجه سرمایه‌گذاری در اروپا است.

[۳۸]کد MATLAB این مسئله به پیوست موجود می‌باشد.

[۳۹]کد MATLAB این مسئله به پیوست موجود می‌باشد.