فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهلم / پائیز ۱۳۹۸

توسعه مدل بهینه‌سازی پرتفوی میانگین-انحراف مطلق (MAD) با رویکرد عدم قطعیت ترکیبی تصادفی–فازی و در نظر گرفتن نگرش سرمایه‌گذاران به ریسک

حسین دیده خانی[۱]
ابراهیم عباسی[۲]
امیر شیری قهی[۳]
محمد مشاری[۴]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۷/۰۸/۲۲ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۸/۰۲/۲۲

چکیده

انتخاب معیار مناسب ریسک همواره یکی از چالش‌های اصلی در مسایل مالی و اقتصادی بوده است. یکی دیگر از مباحث پرکاربرد در مسایل بهینه‌سازی مالی بحث عدم قطعیت مرتبط با متغیرهای اقتصادی می‌باشد. هدف این پژوهش حل مسئله انتخاب سهام برای پرتفوی با کمترین ریسک نامطلوب با استفاده از حل مدل برنامه‌ریزی ریاضی در شرایط تصادفی فازی می‌باشد. این پژوهش در قالب مدل میانگین-انحراف مطلق(MAD) و با فرض این‌که بازده سهام متغیر تصادفی فازی است، نگرش سرمایه‌گذاران به ریسک را در قالب سرمایه گذران ریسک گریز و ریسک‌پذیر مورد توجه قرار داده است و یک مدل ریاضی کارآمد جهت انتخاب سبد سهام بهینه ارائه‌شده است. درنهایت با کمک گرفتن از الگوریتم ژنتیک جهت تولید سبد تلاش جهت حل مدل تعریف‌شده انجام‌گرفته است. در ادامه از جواب‌های پارتو بهینه به‌دست‌آمده با توجه به معیارهای موردنظر، جواب بهینه مسئله به دست می‌آید. نتایج حاصل از حل مدل در شرایط متفاوت نشان دهنده کارایی جواب‌های تولید شده می باشد.

کلمات کلیدی

بازده تصادفی فازی، مدل MAD، بهینه‌سازی پرتفوی، ریسک

۱- گروه مهندسی صنایع، واحد علی‌آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران (نویسنده مسئول) h.didehkhani@gmail.com
۲- گروه مدیریت، دانشگاه الزهرا، تهران، ایران. abbasiebrahim2000@yahoo.com
۳- گروه مدیریت مالی – واحد علی‌آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران. amir_shiri1212@yahoo.com
۴- گروه مدیریت مالی – واحد علی‌آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی‌آباد کتول، ایران. m.moshari1356@gmail.com

مقدمه

از ارائه مقاله انتخاب پرتفوی مارکوویتز (۱۹۵۲) بیش از ۶۰ سال می‌گذرد. مفهوم بهینه‌سازی و تنوع‌بخشی که وی ارائه داد در توسعه بازارهای مالی و تصمیم‌گیری مالی نقش بسزایی داشت. مدل میانگین – واریانس(M-V) باوجود فرض‌های متعدد و اغلب مصنوعی امروزه مورد بازنگری کلی قرار گرفته و سعی شده مدل‌های ارائه‌شده هرچه بیشتر به دنیای واقعی سرمایه‌گذاری نزدیک‌تر باشد. تحقیقات نشان داده پرتفوی‌های مبتنی بر میانگین –واریانس لزوماً توزیع و تنوع خوب و متعادلی ندارند(گرین و هالی فیلد،۱۹۹۲). این مدل می‌تواند به ایجاد وزن‌های افراطی و غیرعادی برای برخی از دارایی‌ها در پرتفوی منجر شود (بلک و لیترمن،۱۹۹۲). بااین‌حال این موارد نشان‌دهنده معیوب بودن و نادرستی نظریه بهینه‌سازی مارکویتز نمی‌باشد؛ بلکه به معنی لزوم تعدیل چارچوب نظری مدل‌های کلاسیک به‌منظور دستیابی به پایایی، ثبات و استحکام در رابطه با مدل و خطاهای برآورد هنگام کاربرد عملی است (کولم و همکاران،۲۰۱۴). به این منظور محققان برای غلبه بر مشکلات مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی سنتی راه‌کارهای متعددی ارائه دادند تا قابلیت عملی و کاربردی مدل را افزایش دهند. یکی از این موارد استفاده از معیارهای مختلف ریسک می‌باشد. استفاده از معیار ریسکی که بتواند ریسک واقعی سرمایه‌گذار را اندازه‌گیری کند از اهمیت بالایی برخورد دار است. برای مثال کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) از تابع ریسک انحراف مطلق به‌عنوان جایگزین تابع ریسک در مدل مارکوویتز استفاده کردند و یک مدل بهینه‌سازی پرتفوی مبتنی بر میانگین انحراف مطلق(MAD) را معرفی کردند. مدل میانگین انحراف مطلق خواص مفید مدل ماکوویتز را حفظ و اکثر دشواری‌های عمده در حل این مدل را برطرف می‌کند. سیمَن[1] (۱۹۹۷) مقایسهٔ کاملی از دو مدل میانگین ـ واریانس و میانگین انحراف مطلق را ارائه نموده است. از سویی دیگر، اسپرانزا[2] (۱۹۹۳)از نیمه انحراف مطلق[3] برای اندازه‌گیری ریسک استفاده نمود و مدل انتخاب پرتفوی را بر این اساس ارائه نمود. فاینشتاین و تاپا[4] (۱۹۹۳) متوسط انحراف مطلق را برای اندازه‌گیری ریسک پیشنهاد کردند.

مدل‌های میانگین – انحراف مطلق (MAD) پیشنهادشده تا به امروز به بهینه‌سازی به روش فازی یا روش تصادفی اختصاص دارند. درحالی‌که در مسائل تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری در فضای واقعی اغلب سرمایه‌گذار با هر دو فضای «فازی» و «تصادفی» مواجه است (مانند بازده تصادفی با اطلاعات فازی)؛ بنابراین یافتن مدلی جهت بهینه‌سازی سبد سهام در محیطی غیرقطعی ترکیبی ضروری است.

حال این سؤال مطرح است که با توجه به ارائه مدل‌های گوناگون انتخاب پرتفوی از طرف صاحب‌نظران مالی، کدام‌یک نتایج بهتری را ارائه می‌دهند.

طی این تحقیق، ارزش مورد انتظار و انحراف مطلق متغیرهای فازی تصادفی را برای تشریح بازده و ریسک سهام با اطلاعات غیرقطعی در مدل MAD موردبررسی قرار می‌دهیم که جهت این منظور ابتدا انحراف مطلق متغیرهای فازی تصادفی را تعریف نموده و سپس مدلی پیشنهاد داده می‌شود که در آن از انحراف مطلق متغیرهای فازی تصادفی به‌عنوان معیار ریسک استفاده می‌شود. درنهایت برای یافتن پرتفوی بهینه از شبیه‌سازی فازی تصادفی بر اساس الگوریتم ژنتیک استفاده خواهیم کرد.

روش شناسی تحقیق

متغیرهای تصادفی - فازی

بسیاری از متغیرهای تصادفی موجود در دنیای واقعی، ماهیت فازی نیز دارند. به‌عنوان‌مثال ممکن است تقاضای بازار درعین‌حال که از توزیع نرمال تبعیت می‌کند، از میانگین تقریبی و درواقع فازی برخوردار باشد .برای مدل‌سازی این‌گونه از متغیرها، از مفهوم متغیر تصادفی فازی استفاده‌شده است. به زبانی ساده، متغیر تصادفی فازی، عددی فازی است که حدود پایین و بالای آن (کران‌های حاصل از برش) دارای توزیع احتمال بوده و تصادفی باشند؛ یعنی $\tilde{a}$ یک متغیر تصادفی فازی نامیده می‌شود، اگر برای هر $\{x|\ x \in R\ , \tilde{a}(\omega)(x) \geq \alpha\} = [a_{\alpha}^{-}(\omega), a_{\alpha}^{+}(\omega)], \alpha\ \in (0,1]$ یک بازه تصادفی باشد.

مفهوم متغیر تصادفی فازی به‌وسیله (کواکرناک[۵]،۱۹۷۹) معرفی‌شده است. یک متغیر تصادفی فازی یک تابع قابل‌اندازه‌گیری از یک فضای احتمالی در یک مجموعه از مجموعه‌های فازی است. اخیراً متغیر تصادفی فازی به‌وسیله (لیو،۲۰۰۲) در بیان یک پدیده تصادفی ارائه‌شده است. برای درک بهتر مطلب اجازه دهید که اول به‌طور خلاصه مفاهیم احتمال، الزام و اعتبار و سپس بعضی اطلاعات لازم درباره متغیر تصادفی فازی را بررسی کنیم.

تعریف ۱. فرض کنید Θ مجموعه غیر تهی و $P(\Theta)$ توان مجموعه Θباشد. اگر شرط $A\in p(\Theta)$ برای هر A برقرار باشد یک عدد نامنفی $Pos\{A\}$ بنام تابع امکان وجود دارد به‌طوری‌که:

$$Pos\ \{A\} = 0 \quad pos\{\Theta\}=1$$

$$Pos\ \{U_k\ A_k\} = \sup_k .pos\ \{A_k\}$$

برای هر مجموعه دلخواه $\{A_k\}$ در $P(\Theta)$. فضای سه‌بعدی $(\Theta,p(\Theta),pos)$ معرفی می‌شود.

اگر ξ یک متغیر فازی روی فضای ممکن $(\Theta,p(\Theta),pos)$ با تابع عضویت $\mu(r)$(یک عدد حقیقی) باشد، احتمال، الزام و اعتبار یک پیشامد فازی به‌وسیله ξ r بیان‌شده و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$Pos\{\xi \leq r\} = sup_{u\leq r}\, \mu(u)$,

$Nec\{\xi \leq r\} = 1 - pos\{\xi > r\} = 1 - sup\, \mu(u)$,

$Cr\,\{\xi \leq r\} = ½\,(Pos\{\xi \leq r\} + Nec\,\{\xi \leq r\})$.

تعریف ۲: یک منغیر تصادفی فازی Ɛ یک تابع از فضای ممکن (Θ,p(Θ),pos) به مجموعه متغیرهای تصادفی است. (لیو،۲۰۰۲)

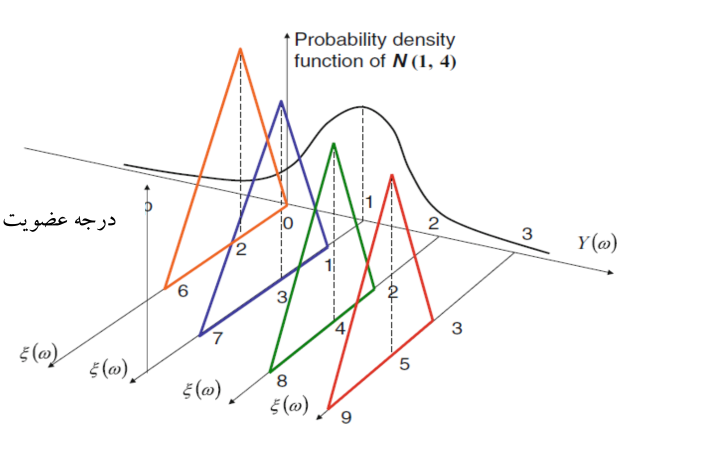
مثال۱. اگر $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_m$ متغیرهای تصادفی و $a_1, a_2, \ldots, a_m$اعداد حقیقی در بازه [0,1] باشند به‌طوری‌که $a_1 \vee a_2 \vee \ldots \vee a_m$ که ∨ حداکثر عملکرد را مشخص می‌کند.

$$\xi = \begin{cases} \xi_1 & with \quad possibility\ a_1\ , \\ \xi_2 & with \quad possibility\ a_2\ , \\ & \quad . \\ & \quad . \\ & \quad . \\ \xi_m & with \quad possibility\ a_m \end{cases}$$

ξ یک متغیر تصادفی فازی است.

مثال۲. اگر $\xi \sim N(\mu, 1)$ که μ یک متغیر مثلثی با $\mu = (1,2,3)$ باشد پس ξ یک متغیر تصادفی فازی است که به‌صورت متغیر نرمال با مقدار $N(\mu, 1)$ توزیع می‌شود.

تصویر زیر مثالی عددی برای متغیر نرمال فازی تصادفی می‌باشد به درک بیشتر موضوع کمک خواهد نمود.



شکل ۱- توزیع متغیر تصادفی فازی

مثال۳. اگر ξ یک متغیر تصادفی باشد و $\tilde{a}$ یک متغیر فازی روی فضای ممکن (Θ,p(Θ),pos) تعریف‌شده باشد پس $\xi = \xi + \tilde{a}$یک متغیر تصادفی معین است که به‌وسیله $\xi(\theta) = \xi + \tilde{a}(\theta)\ , \forall\theta \in \theta$ مشخص می‌شود.

مثال ۴. اگر ξ یک متغیر تصادفی باشد و $\tilde{a}$ یک متغیر روی فضای ممکن (Θ,p(Θ),pos) تعریف‌شده باشد پس $\xi = \xi \times \tilde{a}$ یک متغیر فازی معین است که به‌وسیله $\xi(\theta) = \xi \times \tilde{a}(\theta)\ , \forall\theta \in \theta$ مشخص می‌شود.

تعریف۳. فرض کنید ξیک بردار تصادفی فازی n بعدی باشد و $f: \Re^n \to \Re$ تابعی حقیقی باشد. احتمال پیشامد تصادفی فازی به‌وسیله $f(\xi) \leq 0$که تابعی از [0,1] به [0,1] مشخص‌شده است که به‌صورت زیر تعریف می‌گردد (لیو،۲۰۰۲):

$$Ch\{f(\xi) \leq 0\}(\alpha) = \sup \mathrm{Cr}\{A\} \geq \alpha \quad \inf_{\theta} \in A \Pr\{f(\xi(\theta)) \leq 0\}\ ,$$

این رابطه نشان می‌دهد که « پیشامد تصادفی فازی با احتمال

$Ch\{f(\xi) \leq 0\}(\alpha)$ در α قابل‌قبول جای می‌گیرد.»

عدم قطعیت ترکیبی[۶]

سرمایه‌گذاران ممکن است در هنگام حل عملی مسئله بهینه‌سازی پرتفوی با انواع مختلف عدم اطمینان مانند تصادفی[۷]، فازی[۸]، یا عدم اطمینان ترکیبی شامل تصادفی و فازی روبرو باشند. به‌عنوان‌مثال، توزیع احتمالی بازده اوراق بهادار ممکن است تا حدی شناخته‌شده باشد؛ بنابراین، پارامترهای عدم اطمینان ممکن است توسط کارشناسان بر اساس داده‌های موجود برآورد گردد تا اینکه آن‌ها تنها بر اساس عقیده و نگرش خود این پارامترها را برآورد کنند. این موضوع نشان‌دهنده این است که بازده اوراق بهادار می‌تواند توسط متغیرهای تصادفی با اطلاعات فازی مشخص شود. به‌طور خاص برای هر سناریو، بازده هر ورقه بهادار به‌جای یک عدد مشخص[۹]، یک متغیر تصادفی است. به‌این‌ترتیب زمانی که مسائل تصادفی و فازی به‌طور هم‌زمان باهم مرتبط هستند، از متغیر تصادفی فازی استفاده می‌شود. (لیو،۲۰۰۲؛ لیو و لیو،۲۰۰۲؛ ژو و لیو،۲۰۰۵)

مدل میانگین -انحراف مطلق(MAD)با متغیرهای فازی-تصادفی

با در نظر گرفتن ξ_j به‌عنوان بازده سهام دارای ریسک j ، که یک متغیر فازی تصادفی است و X_j به‌عنوان وزن دارایی j در سبد ، برای j=1,2,…,n ، آنگاه بازده کل سبد برابر خواهد بود با $\xi_1 X_1 + \ldots + \xi_n X_n$که بازهم یک متغیر فاز تصادفی است.

ازآنجایی‌که بیشینه نمودن بازده غیرقطعی مستقیماً امکان‌پذیر نیست، کونو و یامازاکی[۱۰] پیشنهاد می‌کنند که ارزش مورد انتظار و انحراف مطلق $\xi_1 X_1 + \ldots + \xi_n X_n$ با بازده سرمایه‌گذاری و ریسک جایگزین گردند .به‌عبارت‌دیگر سرمایه‌گذار میزان ارزش مورد انتظار را تعیین نموده و تلاش می‌کند تا ریسک سرمایه‌گذاری را کمینه کند.

پیشینه پژوهش

کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) مدل میانگین انحراف مطلق را به یک مدل برنامه‌ریزی خطی تبدیل و از انحراف مطلق از میانگین به‌عنوان معیار ریسک استفاده نمودند درنتیجه بسیاری از مشکلات مرتبط با مدل میانگین واریانس را حذف نمودند. از آن زمان مدل MAD در زمینه‌های تئوری و نظری موردتوجه قرار گرفت. به‌عنوان‌مثال کونو و همکاران (۱۹۹۳) مدل را در معرفی چولگی استفاده نمود و پس‌ازآن کونو و ویجایانایاک[۱۱](۱۹۹۹)در هزینه‌های معاملاتی از آن بحث نمود و چانگ(۲۰۰۵) از مدل MAD در رویکرد برنامه‌ریزی هدف استفاده نمود.

همچنین در مباحث نظری زنوس و کانگ[۱۲](۱۹۹۳) از مدل MAD در بهینه‌سازی پرتفوی اوراق بهادار وام مسکن استفاده نمود و برتری آن را نسبت به روش‌های سابق اثبات نمود.

کونو و کوشیزوکا[۱۳] (۲۰۰۵)نیز ثابت کردند مدل MAD بسیار سازگار با اصل منطقی تصمیم‌گیری می‌باشد. همچنین از انحراف مطلق در بسیاری از انواع مسائل بهینه‌سازی پرتفوی مانند مدل‌های چند زمانه (توسط یو و همکاران ۲۰۱۰) و مدل استوار[۱۴](مون و یائو،۲۰۱۱)[۱۵] استفاده‌شده است.

در کلیه موارد فوق از برنامه‌ریزی توابع تصادفی برای فرموله کردن مدل‌های تصمیم‌گیری استفاده‌شده درصورتی‌که این مدل‌ها هنگامی معتبرند که اطلاعات به‌اندازه کافی موجود باشد و این در صورتی است که در اغلب اوقات با کمبود اطلاعات مواجه هستیم مانند زمان‌هایی که بازارهای مالی بوجود می‌آید. که در این مواقع تخمین پارامترها و توابع احتمال مشکل یا غیرممکن می‌باشد. در مواقع کمبود اطلاعات از متغیر فازی به‌جای متغیر تصادفی می‌توان استفاده نمود در این میان کوئین و همکاران(۲۰۰۱) مدل MAD برای بازده فازی بر اساس نظریه اعتبار را تعریف نمودند و پس‌ازآن چن و همکاران[۱۶] (۲۰۱۲) بر روی خواص انحراف مطلق متغیرهای فازی مطالعه نمودند و مدلMAD را بسط دادند. درواقع برخی از پژوهشگران از متغیرهای تصادفی فازی برای حل عملی مسائل مختلف بهره می‌گیرند. برای مثال فرایند تکرار تصادفی فازی[۱۷] اولین بار توسط (ژائو، ۲۰۰۶) ارائه شد. به‌این‌ترتیب متغیرهای فازی تصادفی در حل مسئله‌های انتخاب پروژه(هوآنگ،۲۰۰۷) ، زمان‌بندی پروژه(کی و لیو،۲۰۰۷) ، برنامه‌ریزی

حمل‌ونقل[۱۸](یانگ و ژائو،۲۰۱۱) مدل تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) (توانا و همکاران،۲۰۱۳)، مسئله مکان‌یابی[۱۹] (ون و کانگ،۲۰۱۱) و دیگر مسائل بهینه‌سازی استفاده گردید. چندین پژوهشگر دیگر نیز از متغیرهای تصادفی فازی در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد عدم قطعیت ترکیبی استفاده نمودند.(هاسویک و همکاران،۲۰۰۹؛ هوآنگ،۲۰۰۷؛ کین و همکاران،۲۰۱۳)

تحقیقات داخلی

امیری و محبوب قدسی(۱۳۹۴)مسئله انتخاب پرتفوی را با کمترین ریسک نامطلوب و با استفاده از مدل برنامه ریزی خطی در محیط فازی توسعه دادند.

شیری قهی و همکاران(۱۳۹۶) با استفاده از سه معیار ریسک ارزش در معرض خطر میانگین (AVaR)، نیم واریانس و نیم آنتروپی و ارائه سه مدل چند دوره‌ای ارائه و این مدل‌ها را که در محیط اعتبار فازی توسعه داده‌شده بودند با یکدیگر مقایسه نمودند و درنهایت به این نتیجه رسیدند استفاده از معیار AVaR به‌عنوان معیار ریسک منسجم عملکرد بهتری به دنبال دارد.

دیده خانی و حجتی استانی(۱۳۹۵) مدل چند هدفه بهینه‌سازی پرتفوی با معیارهای ریسک ارزش در معرض خطر، واریانس و معیار عدم قطعیت در محیط اعتبار فازی ارائه دادند. پس از اجرای مدل و در راستای روایی سنجی، پرتفوی‌های پارتو بهینه به‌دست‌آمده با پرتفوهای تصادفی تولیدشده مورد مقایسه قرار گرفتن. نتایج مقایسه نشان‌دهنده سطوح بالاتر دستیابی به اهداف در پرتفوهای بهینه بود.

شریعت پناهی و همکاران(۱۳۹۰) از ۴ معیار ریسک، انحراف معیار، انحراف مطلق از میانگین، نیم انحراف معیار و ارزش در معرض خطر در مدل بهینه‌سازی پرتفوی استفاده نمودند و به بررسی قدرت پیش‌بینی هر یک از این معیارها در افق‌های زمانی یک، دو و سه‌ماهه پرداخته شد. نتایج نشان داد معیارهای نیم انحراف معیار و ارزش در معرض خطر از قدرت پیش‌بینی کنندگی بالاتری برخوردارند.

تجزیه تحلیل داده‌ها

ازآنجایی‌که محیط بورس، محیطی پرتلاطم و سرشار از عدم اطمینان می‌باشد لذا سعی بر این بوده داده‌های نزدیک به زمان حاضر برای طراحی مدل استفاده شود که تا حد امکان بر عدم اطمینان و تغییرات فائق آییم. لذا دوره زمانی تحقیق، ۵ سال در نظر گرفته‌شده است. در این پژوهش، ۱۰ شرکت برتر معرفی‌شده در بورس اوراق بهادار تهران با بررسی عملکرد سال‌های مالی آن‌ها می‌باشد. از اطلاعات روزانه سهام ۱۰ شرکت برتر بورس و اوراق بهادار تهران در قلمرو زمانی ۹۱/۳/۲۴ الی ۹۶/۳/۲۴ استفاده‌شده است. برای حل مدل از نرم‌افزار Matlab جهت حل مدل بهینه‌سازی تصادفی فازی استفاده

می‌گردد. برای محاسبه پارامترهای ورودی مسئله، دوره زمانی استفاده‌شده از ۹۱/۳/۲۴ الی ۹۶/۳/۲۴ حاوی ۶۱۵۰ نمونه داده استفاده گردید. داده‌ها شامل مجموعه قیمت‌های بسته‌شدن سهام در این بازه زمانی می‌باشند. پس از محاسبه بازده هرکدام از این داده‌ها با استفاده از روش انطباق نموداری نسبت به تعیین توابع عضویت مثلثی(TFN) بازده سهام شرکت‌ها به‌عنوان ورودی مدل بهینه‌سازی سبد سهام اقدام نمودیم.

متغیر تصادفی فازی نرمال

متغیر تصادفی فازی ξ را نرمال گویند اگر برای هر ξ عضوΘ ، $\xi(\theta)$ یک متغیر تصادفی از توزیع نرمال با تابع چگالی زیر می‌باشد:

$$\varphi_{\xi(\theta)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, exp\left(-\frac{(x-\tilde{\mu}(\theta))^2}{2\sigma^2}\right) \;, x \in \mathbb{R}$$

درجایی که $\tilde{\mu}$ یک متغیر تصادفی تعریف‌شده در فضای امکان $(\Theta,\mathcal{P},Cr)$ باشد و به متغیر نرمال تصادفی به‌صورت $\xi \sim N(\tilde{\mu},\sigma^2)$ نشان داده می‌شود که قسمت فازیξ به‌وسیله متغیر $\tilde{\mu}$ نمایش داده می‌شود.

مقدار مورد انتظار (امید ریاضی) متغیر فازی تصادفی:

اگر ξ یک متغیر فازی تصادفی در فضای قابل‌قبول $(\Theta,\mathcal{P},Cr)$ باشد آنگاه مقدار مورد انتظار از رابطه زیر به دست می‌آید(لیو و لیو،۲۰۰۳)

$$E\left[\xi\right] = \int_0^{+\infty} Cr\ \left\{\theta\in\Theta | E\left[\xi(\theta)\right] \geq r\right\} dr - \int_{-\infty}^{0} Cr\ \left\{\theta\in\Theta | E\left[\xi(\theta)\right] \leq r\right\} dr$$

که این مقدار برای یک متغیر تصادفی فازی نرمال برابر است با :

$$E(\xi)= E(\tilde{\mu})$$

بنابراین امید ریاضی متغیر تصادفی فازی برابر با امید ریاضی متغیر فازی می‌باشد.

انحراف مطلق متغیر فازی تصادفی:

مقدار انحراف مطلق از میانگین (MAD) متغیر تصادفی فازی به شرح زیر محاسبه می‌گردد از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A(\xi)=E(|\xi - e|)$$

کهξ یک متغیر تصادفی فازی و e مقدار مورد انتظار قطعی آن می‌باشد.بنابراین داریم:

$$A[\varepsilon] = \int_0^{+\infty} Cr\left\{\theta \in \Theta \mid E\left[|\xi(\theta) - e|\right] \geq r\right\} dr - \int_{-\infty}^{0} Cr\left\{\theta \in \Theta \mid E\left[\left|\xi(\theta) - e\right|\right] \leq r\right\} dr = \text{E [E (|ξ(θ)-e|)]}$$

و در فرمول فوق E اول مقدار مورد انتظار فعلی متغیر تصادفی فازی و E دوم مقدار مورد انتظار متغیر تصادفی می‌باشد.

و درنهایت برای محاسبه انحراف مطلق از میانگین (MAD) یک متغیر تصادفی فازی نرمال $\xi \sim N(\tilde{\mu}, \sigma^2)$ با $\sigma > 0$ و متغیر فازی $\tilde{\mu}$ خواهیم داشت:

$$\hat{\mu} = \frac{(E(\tilde{\mu}) - \tilde{\mu})}{\sigma}$$

$$A\left(\xi\right) = \sigma E\left[\hat{\mu}\,(2\phi(\hat{\mu}) - 1) + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\exp(-\frac{\hat{\mu}^2}{2})\right]$$

مقدار داخل براکت تابعی از متغیر فازی $\hat{\mu}$ بوده و محاسبه قطعی فرمول فوق غیرممکن می‌باشد. درنتیجه می‌توان با استفاده از شبیه‌سازی مقداری تخمینی برای MAD تعریف نمود. (لیو و لیو، ۲۰۰۲)

شبیه‌سازی تصادفی فازی

شبیه‌سازی تصادفی فازی توسط لیو(2002)[۲۰] و لیو ولیو(2003)[۲۱] برای تخمین توابع نامشخص با متغیرهای تصادفی فازی پیشنهادشده است. که در بهینه‌سازی سبد سهام[۲۲]، بهینه‌سازی فراوانی[۲۳]، زمان‌بندی پروژه[۲۴] و سایر مسائل بهینه‌سازی مورداستفاده قرارگرفته است.

فرض کنید ξ_i به‌عنوان بازده و یک متغیر تصادفی فازی نرمال در فضای قابل‌قبول (Θ_i, P_i, Cr_i) برای $i=1,2,\ldots,n$ تعریف‌شده باشد. ما برای تعریف پرتفوی $x = (x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ را تعریف نموده و برای هر x داریم:

$$f_x(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) = \left|\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \ldots + \xi_n x_n - E[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \ldots + \xi_n x_n]\right|$$

که مقدار f_x درواقع همان $A[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \cdots + \xi_n x_n]$ یعنی انحراف مطلق از میانگین تعریف‌شده می‌باشد. و برای به دست آوردن آن می‌توان به روش زیر شبیه‌سازی نمود و تخمین زد:

گام اول) بردار $(u_{1k}, u_{2k}, \ldots, u_{nk})$ بر اساس توزیع نرمال تصادفی آرایه‌های بردار $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ را برای $k=1,2,3,\ldots,K$ تولید می‌کنیم. به‌صورتی که K یک عدد حقیقی بسیار بزرگ می‌باشد.

گام دوم) بازده $\sum_{k=1}^{K} f_x(u_{1k}, u_{2k}, \ldots, u_{nk})/K$ مقدار تخمینی انحراف مطلق از میانگین می‌باشد.

در اینجا به K چرخه شبیه‌سازی تصادفی گویند که هرچه بزرگ‌تر بودن آن مقدار تخمینی را شبیه‌سازی تصادفی را افزایش می‌دهد.

تشکیل مدل پرتفوی MAD با متغیرهای تصادفی فازی نرمال

در این بخش مدل MAD متغیرهای تصادفی فازی نرمال را برای بهینه‌سازی سبد سهام بررسی نموده و مدل را شرح می‌دهیم.

در این مدل از امید ریاضی متغیرهای تصادفی فازی نرمال برای توصیف بازده مطمئن در فضای ترکیبی و انحراف مطلق متغیرهای تصادفی فازی نرمال برای اندازه‌گیری ریسک پرتفوی انتخاب‌شده است.

برای توضیح بیشتر فرض کنید ، یک سرمایه‌گذار با یک تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاری جهت تخصیص سرمایه خود در میان مجموعه‌ای از انتخاب‌ها با n موقعیت ریسکی سرمایه‌گذاری،Xi مشخصه سرمایه‌گذاری که ξ_i بازده موقعیت iام و یک متغیر فازی تصادفی می‌باشد.(i=1,2,3,…,n)

بنابراین با توجه به کلیه موارد فوق بر اساس تناسب X_i های خریداری‌شده، بازده پرتفوی سرمایه‌گذار به شرح زیر محاسبه خواهد شد:

$$\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n$$

پس خواهیم داشت:

ریسک پرتفوی: انحراف مطلق $A\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right]$

بازده پرتفوی: امید ریاضی $E\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right]$

که مدل‌های قابل‌بررسی بر اساس نظریه کونو و یامازاکی(۱۹۹۱)به شرح زیر می‌باشد:

مدل ۱: باهدف حداقل ریسک

$$\min A\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right]$$

$$\begin{cases} \min A\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right] \\ s.t. \\ E\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right] \geq \alpha \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1 \end{cases}$$

مدل۲: باهدف حداکثر سود

$$\begin{cases} \max E\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right] \\ s.t. \\ A\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right] \le \beta \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1 \end{cases}$$

مدل نهایی: با ترکیب مدل ۱ و ۲ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} \min \quad \delta A\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right] - (1-\delta) E\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right] \\ s.t. \\ \sum_{j=1}^{n} x_j = 1 \end{cases}$$

نمادهای مدل

α سطح بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار

β مقدار ریسک

δ شاخص ریسک‌پذیری است و درواقع سطح ریسک‌پذیری را مشخص می‌نماید.

E امید ریاضی (ارزش مورد انتظار) – بازده پرتفوی

A انحراف مطلق از میانگین – ریسک پرتفوی

محدودیت بودجه‌بندی سرمایه، بر روی دارائی‌ها به این معنی است که کل دارایی سرمایه‌گذار می‌بایست سرمایه‌گذاری گردد و هیچ‌گونه وام و یا خرید استقراضی در مدل قابل توجیه نیست.

مسئله تصمیم‌گیری

بر اساس بحث‌های فوق سرمایه‌گذار برای رسیدن به حداکثر بازدهی مورد انتظار و حداقل ریسک پرتفوی از مدل تعریف‌شده فوق می‌بایست استفاده نماید که همان‌طور که در محاسبه معیار انحراف مطلق از میانگین متغیرهای تصادفی فازی نرمال به‌سادگی امکان‌پذیر نیست لذا می‌بایست با شبیه‌سازی متغیر مقداری تخمینی را محاسبه و تعریف نمود درنتیجه مقداری ثابت برای ریسک به دست خواهد آمد و مدل به‌صورت زیر فرموله می‌گردد.

$$\begin{cases} \min \quad \delta A - (1-\delta) E\left[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \xi_3 x_3 + \cdots + \xi_n x_n\right] \\ s.t. \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1 \end{cases}$$

که A مقدار تخمینی انحراف از میانگین مدل با استفاده از شبیه‌سازی می‌باشد.

محاسبه اعداد مثلثی فازی

در این رویکرد برای سهام i ام در زمان t ام، قیمت بسته شدن به‌صورت ($price_{it}$)، نشان داده‌شده است. ابتدا با بازده هر قیمت بسته شدن به‌صورت ذیل محاسبه می‌کنیم:

$$r_{it} = \frac{price_{it}}{price_{i(t-1)}}$$

سپس آزمون نرمال بودن بازده‌ها را انجام داده و برای سری داده هر شرکت در صورت نرمال نبودن در بازه بیشترین و کمترین حد بازده به‌دست‌آمده نرمال‌سازی اعداد را با استفاده از کد ماکرو در نرم‌افزار Excel انجام می‌دهیم. پس‌ازآن با لحاظ نمودن بازه‌های مشخص اقدام به دست آوردن فراوانی بازده‌های هر شرکت در هرکدام از بازه‌ها نموده و پس از ترسیم نمودن نمودار فراوانی بازده در نرم‌افزار Excel اقدام به تطبیق شکل مثلث بر روی این نمودار فراوانی نموده و نقاط مربوطه را به دست آورده که در جدول شماره (۱) نشان داده‌شده است.

جدول Error! No text of specified style in document.۱ - بازده تصادفی فازی اوراق بهادار

شماره سهم	شرکت	بازده تصادفی فازی	
۱	پالایش نفت بندرعباس	$\xi_1 \sim N(\mu_1,0.075)$,	μ_1=TFN(-0.412, -0.284, -0.156)
۲	ایران‌خودرو	$\xi_2 \sim N(\mu_2,0.026)$,	μ_2=TFN(-0.049 , 0.002 , 0.06)
۳	صنایع پتروشیمی خلیج فارس	$\xi_3 \sim N(\mu_3,0.039)$,	μ_3=TFN (-0.0455, 0.035,0.073)
۴	گروه مپنا	$\xi_4 \sim N(\mu_4,0.021)$,	μ_4=TFN (-0.048, 0.0029,0.055)
۵	بانک ملت	$\xi_5 \sim N(\mu_5,0.042)$,	μ_5=TFN (-0.048,0.0273, 0.102)
۶	فولاد مبارکه اصفهان	$\xi_6 \sim N(\mu_6,0.026)$,	μ_6=TFN (-0.0476,0.0168, 0.06)
۷	بانک صادرات	$\xi_7 \sim N(\mu_7,0.050)$,	μ_7=TFN (-0.047, 0.041, 0.086)
۸	سایپا	$\xi_8 \sim N(\mu_8,0.043)$,	μ_8=TFN (-0.05 , 0.0112 , 0.01)
۹	مخابرات ایران	$\xi_9 \sim N(\mu_9,0.020)$,	μ_9=TFN (-0.036,0.0052 , 0.056)
۱۰	ارتباطات سیار	$\xi_{10} \sim N(\mu_{10},0.046)$,	μ_{10}=TFN (-0.069 , 0.027,0.12)

حل مدل به‌وسیله الگوریتم ژنتیک

جدول (۲)، پارامترهای الگوریتم ژنتیک سازگار با مسئله پرتفوی را نشان می‌دهد. این پارامترها با اجرای متناوب الگوریتم و آزمون‌وخطا حاصل‌شده‌اند. همچنین مراجعه به پژوهش‌های مشابه راه دیگری برای تعیین برخی از پارامترهای مذکور بوده است.

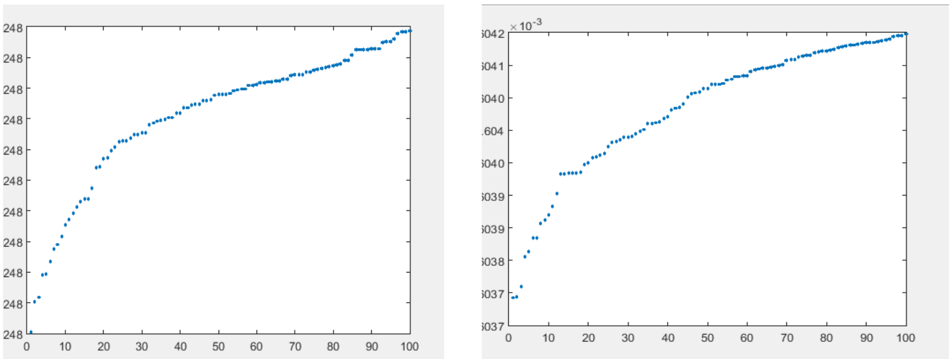
جدول Error! No text of specified style in document. ۲- مشخصات الگوریتم

مقیاس عملگر جهش ناگهانی	۱	اندازه جمعیت	۵۰
تعداد نسل‌ها	۱۰۰	تابع انتخاب	چرخ گردان رولت
محدودیت و تأخیر زمانی(شرط توقف)	نامحدود	نرخ عملگر ضربدری	۰,۷
محدودیت تعداد نسل(شرط توقف)	نامحدود	نرخ نخبه‌گرایی و مهاجرت	۰,۴
تکرار فرایند جهش	نامحدود		

با توجه به جدول فوق الگوریتم بر اساس اندازه جمعیت تعریف‌شده، ۵۰ سبد سهام را به‌عنوان کروموزوم تولید و فرآیند تکامل را تا ۱۰۰ نسل ادامه می‌دهد.

یافته های پژوهش

مسئله را با در نظر گرفتن مقادیر مختلف ریسک‌پذیری(δ)برای سرمایه‌گذار (ریسک‌پذیر، ریسک‌گریز) حل می‌نماییم. برای سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر $\delta = 1$ و سرمایه گذار ریسک گریز $\delta = 0$ در نظر گرفته شده است. با توجه به میزان جمعیت اولیه، در خروجی ۵۰ سبد بهینه سهام در هر دو حالت به دست می‌آید. درنتیجه خروجی الگوریتم اجراشده و مرز کارا به دست در شکل شماره یک نشان داده‌شده است.



مرز کارای سرمایه‌گذار ریسک گریز　　　مرز کارای سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر

شکل ۲- جواب بهینه حاصل از اجرای الگوریتم

جدول شماره (۳) مقدار تخصیص ثروت به دارایی ریسکی را در دو حالت ریسک‌پذیری و ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد مقدار میانگین انحراف مطلق در حالتی که سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر است برابر با ۷درصد و در حالتی که سرمایه‌گذار ریسک گریز است کاهش‌یافته و برابر با ۶ درصد می‌باشد. با مشاهده نتایج مشخص است که سرمایه‌گذار ریسک‌گریز میزان تخصیص ثروت به دارایی‌هایی که انحراف مطلق بالایی دارند را کاهش داده و در صد وزن سهامی که دارای انحراف مطلق پایینی می‌باشند را افزایش داده است. برای مثال پالایش نفت بندرعباس با انحراف مطلق ۸درصد در حالت ریسک‌پذیری ۶۵درصد وزن سبد و در حالت ریسک‌گریزی به دلیل بالا بودن وزن آن کاهش‌یافته و به ۴۸ درصد رسیده است و در حالت ریسک‌گریزی سهام بانک ملت با توجه به اینکه کمترین میزان MAD را دارد، به دو برابر وزن بیشتر از حالتی ریسک‌پذیری ثروت تخصیص می‌یابد.

جدول .Error! No text of specified style in document۳ - مقادیر سبد انتخابی بهینه

شرکت	MAD هر سهم	درصد سرمایه‌گذاری در اوراق بهادار	
		$\delta = 1$	$\delta = 0$
پالایش نفت بندرعباس	۰,۰۸۸	٪۶۵,۱۹	٪۴۸,۶۳
ایران‌خودرو	۰,۰۴	٪۰,۴۱	٪۱,۹۷
صنایع پتروشیمی خلیج فارس	۰,۰۳۸	٪۱۵,۵۳	٪۱۸,۶۰
گروه مپنا	۰,۰۴	٪۲,۰۳	٪۳,۹۰
بانک ملت	۰,۰۳۱	٪۸,۷۸	٪۱۵,۱۵
فولاد مبارکه اصفهان	۰,۰۷۲	٪۱,۶۲	٪۰,۲۳
بانک صادرات	۰,۰۳۶	٪۰,۴۶	٪۵,۲۳
سایپا	۰,۰۴	٪۴,۴۲	٪۴,۸۷
مخابرات ایران	۰,۰۵۸	٪۰,۴۲	٪۰,۳۷
ارتباطات سیار	۰,۰۵۳	٪۱,۱۴	٪۱,۰۵
مقدار تابع هدف مدل نهایی		۰,۰۲۴۸	۰,۰۰۶۶
انحراف مطلق پرتفوی		۰,۰۷۵	۰,۰۶

نتیجه‌گیری و بحث

تلاش در جهت بهبود روش‌های تجزیه‌وتحلیل سبد سرمایه‌گذاری، به‌ویژه در بازارهایی که تعداد سهام در آن‌ها بسیار بالاست، منجر به پدید آمدن روش‌های نوینی گردیده که در کنار روش‌های گذشته درصدد یافتن پاسخی برای میل به بیشینه نمودن سود سرمایه‌گذار در بازارهای مالی می‌باشند.

میانگین انحراف مطلقMAD یک معیار آماری است که پراکندگی داده‌ها در حول میانگین را نشان می‌دهد. درواقع زمانی که نقاط دورافتاده در داده‌ها وجود دارد، میانگین انحراف مطلق معیار بهتری از پراکندگی نسبت به واریانس و انحراف معیار می‌باشد. در این مدل بجای استفاده از داده‌های تصادفی، یا داده‌های فازی، از داده‌های تصادفی فازی استفاده‌شده است. همچنین برای ساخت مدل MAD در فضای فازی تصادفی با متغیرهای نرمال لازم به تخمین میانگین انحراف مطلق متغیرهای تصادفی فازی نرمال با استفاده از شبیه‌سازی بوده است که درنهایت حل مدل به‌وسیله الگوریتم ژنتیک تعریف‌شده انجام شد. جواب‌های بهینه با توجه به ریسک‌پذیری یا ریسک گریزی سرمایه‌گذار استخراج گردید. نتایج نشان داد در حالت ریسک‌پذیری کمترین مقدار تابع هدف برابر است با ۰،۰۲۴۸، در حالت ریسک گریزی ۰،۰۰۶۶ ، همچنین سرمایه‌گذار ریسک گریز به سهامی که MAD بیشتری دارد وزن کمتر و به سهامی که MAD کمتری دارد و زن بیشتری تخصیص می‌دهد. در مقایسه با سایر پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه بهینه‌سازی پرتفوی در این پژوهش از معیار قدر مطلق انحرافات به عنوان معیار ریسک و همچنین بازده های تصادفی فازی استفاده شده است. علاوه بران مدل به گونه ای طراحی گردید که رفتار سرمایه‌گذاران ریسک گریز و ریسک پذیر نیز مورد توجه قرار گرفته است.

به‌منظور پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌گردد از سایر معیارهای ریسک موجود در زمینه بهیه سازی پرتفوی و همچنین سایر الگوریتم های فراابتکاری استفاده گردد. همچنین محققان می توانند با وارد کردن محدودیت های واقعی مانند هزینه معاملات و ریسک ورشکستگی و همچنین حداقل و حداکثر تعدا سهام مجاز در پرتفوی مدل را توسعه دهند.

فهرست منابع

۱) امیری, مقصود, محبوب قدسی, مهسا. (۱۳۹۴). مدل برنامه‌ریزی خطی فازی برای مسئله انتخاب سبد سهام بهینه. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار, ۶(۲۳), ۱۰۵-۱۱۸.

۲) شیری قهی, امیر, دیده خانی, حسین, خلیلی, کاوه, سعیدی, پرویز. (۱۳۹۶). مطالعه تطبیقی مدل بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای چندهدفه در محیط اعتبار فازی با معیارهای متفاوت ریسک. راهبرد مدیریت مالی, ۵(۳), ۱-۲۶.

۳) دیده خانی, حسین, حجتی استانی, سعید. (۱۳۹۵). ارائه مدل برنامه‌ریزی چندهدفه جهت انتخاب سهام با در نظر گرفتن ارزش در معرض خطر فازی: رویکرد تئوری اعتبار فازی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار, ۸(۳۲), ۲۳۹-۲۶۸.

٤) شریعت پناهی, سید مجید, عبادی, جواد, پیمانی, مسلم. (۱۳۹۰). پیش‌بینی بازده با استفاده از معیارهای مختلف ریسک؛ بر اساس شواهدی از بورس اوراق بهادار تهران. مطالعات تجربی حسابداری مالی, ۸(۳۱), ۱۰۱-۱۱۹.

5) Black, F., Litterman, R. (1991). Asset Equilibrium: Combining Investor Views with Market Equilibrium. Journal of Fixed Income, 1, 7-18.

6) Chen, Y., Liu, Y., & Wu, X. (2012). A new risk criterion in fuzzy environment and its application. Applied Mathematical Modelling, 36(7), 3007-3028.

7) Feinstein, C. D., & Thapa, M. N. (1993). Notes: A Reformulation of a Mean-absolute Deviation Portfolio Optimization Model. Management Science, 39(12).

8) Green, R. C., & Hollifield, B. (1992). When Will Mean-Variance Efficient Portfolios Be Well Diversified?. The Journal of Finance, 47(5), 1785-1809.

9) Hasuike, T., Katagiri, H., & Ishii, H. (2009). Portfolio selection problems with random fuzzy variable returns. Fuzzy Sets and systems, 160(18), 2579-2596.

10) Hasuike, T., Katagiri, H., & Ishii, H. (2009). Portfolio selection problems with random fuzzy variable returns. Fuzzy Sets and systems, 160(18), 2579-2596.

11) Huang, X. (2007). A new perspective for optimal portfolio selection with random fuzzy returns. Information Sciences, 177(23), 5404-5414.

12) Huang, X. (2007). Optimal project selection with random fuzzy parameters. International journal of production economics, 106(2), 513-522.

13) Huang, X. (2007). Two new models for portfolio selection with stochastic returns taking fuzzy information. European Journal of Operational Research, 180(1), 396-405.

14) Ke, H., & Liu, B. (2007). Project scheduling problem with mixed uncertainty of randomness and fuzziness. European Journal of Operational Research, 183(1), 135-147.
15) Kolm, P. N., Tütüncü, R., & Fabozzi, F. J. (2014). 60 Years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. European Journal of Operational Research, 234(2), 356-371.
16) Konno, H., & Koshizuka, T. (2005). Mean-absolute deviation model. Iie Transactions, 37(10), 893-900.
17) Konno, H., & Wijayanayake, A. (1999). Mean-absolute deviation portfolio optimization model under transaction costs. Journal of the Operations Research Society of Japan, 42(4), 422-435.
18) Konno, H., & Wijayanayake, A. (1999). Mean-absolute deviation portfolio optimization model under transaction costs. Journal of the Operations Research Society of Japan, 42(4), 422-435.
19) Konno, H., & Yamazaki, H. (1991). Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. Management science, 37(5), 519-531.
20) Kwakernaak, H. (1979). Fuzzy random variables—II. Algorithms and examples for the discrete case. Information Sciences, 17(3), 253-278.
21) Liu, B. (2002). Random fuzzy dependent-chance programming and its hybrid intelligent algorithm. Information sciences, 141(3-4), 259-271.
22) Liu, B. (2002). Uncertain Programming. In Theory and Practice of Uncertain Programming (pp. 349-363). Physica, Heidelberg.
23) Liu, Y. K., & Liu, B. (2003). Expected value operator of random fuzzy variable and random fuzzy expected value models. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 11(02), 195-215.
24) Liu, Y. K., & Liu, B. (2003). Expected value operator of random fuzzy variable and random fuzzy expected value models. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 11(02), 195-215.
25) Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. Journal of Finance, 7, 77-91.
26) Moon, Y., & Yao, T. (2011). A robust mean absolute deviation model for portfolio optimization. Computers & Operations Research, 38(9), 1251-1258.
27) Qin, Z. (2017). Random fuzzy mean-absolute deviation models for portfolio optimization problem with hybrid uncertainty. Applied Soft Computing, 56, 597-603.
28) Qin, Z., Wang, D. Z., & Li, X. (2013). Mean-semivariance models for portfolio optimization problem with mixed uncertainty of fuzziness and randomness.

International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 21(supp01), 127-139.

29) Simaan, Y. (1997). Estimation risk in portfolio selection: the mean variance model versus the mean absolute deviation model. Management science, 43(10), 1437-1446.

30) Speranza, M. G.(1993). Linear programming models for portfolio optimization, J. Finance (14), 107–123.

31) Tavana, M., Shiraz, R. K., Hatami-Marbini, A., Agrell, P. J., & Paryab, K. (2013). Chance-constrained DEA models with random fuzzy inputs and outputs. Knowledge-Based Systems, 52, 32-52.

32) Wang, S., & Watada, J. (2012). Fuzzy stochastic optimization: theory, models and applications. Springer Science & Business Media.

33) Wen, M., & Kang, R. (2011). Some optimal models for facility location–allocation problem with random fuzzy demands. Applied Soft Computing, 11(1), 1202-1207.

34) Yang, L., Gao, Z., & Li, K. (2011). Railway freight transportation planning with mixed uncertainty of randomness and fuzziness. Applied Soft Computing, 11(1), 778-792.

35) Yian-Kui, L., & Baoding, L. (2002). Random fuzzy programming with chance measures defined by fuzzy integrals. Mathematical and Computer Modelling, 36(4-5), 509-524.

36) Zenios, S. A., & Kang, P. (1993). Mean-absolute deviation portfolio optimization for mortgage-backed securities. Annals of Operations Research, 45(1), 433-450.

37) Zhao, R., Tang, W., & Yun, H. (2006). Random fuzzy renewal process. European Journal of Operational Research, 169(1), 189-201.

38) Zhu, Y., & Liu, B. (2006). Some inequalities of random fuzzy variableswith application to moment convergence. Computers & Mathematics with Applications, 50(5-6), 719-727.

یادداشت ها

۱ Simaan
۲ Speranza
۳ Semi-absolute deviation
۴ Feinstein & Thapa
۵ Kwakernaak
۶ hybrid uncertainty
۷ randomness
۸ fuzziness
۹ crisp number
۱۰ Konno & Yamazaki
۱۱ Konno and Wijayanayake
۱۲ Zenios, P. Kang
۱۳ Konno and Koshizuka
۱۴ robust model
۱۵ Moon & Yao
۱۶ Chen et al
۱۷ Random fuzzy renewal process
۱۸ transportation planning
۱۹ location problem
۲۰ Liu
۲۱ Liu & Liu
۲۲ portfolio optimization
۲۳ redundancy optimization
۲۴ project scheduling