مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی‌ویکم / تابستان ۱۳۹۶

انتخاب و بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک، با بهره گیری از مدل میانگین–نیمه واریانس مارکویتز

عسگر پاک مرام[۱]
جمال بحری ثالث[۲]
مصطفی ولی زاده[۳]

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۶/۰۸ تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۹/۱۴

چکیده

یکی از ویژگی های مهم کشورهای صنعتی و توسعه یافته، وجود بازار فعال و پویای پول و سرمایه است. به عبارت دیگر، اگر پس اندازهای افراد با مکانیسم صحیح به بخش تولید هدایت شوند، علاوه بر بازدهی که برای صاحبان سرمایه به ارمغان می آورد، می تواند به عنوان مهمترین عامل تأمین سرمایه، برای راه اندازی طرح های اقتصادی جامعه نیز مفید باشد. در پژوهش حاضر، انتخاب و بهینه سازی سهام با استفاده از سه الگوریتم، شامل الگوریتم ژنتیک، فرهنگی و ازدحام ذرات مورد بررسی قرار گرفته است. از این رو، ۱۰۶ شرکت پذیرفته شده بورس اوراق بهادار تهران، در طی دوره زمانی ۱۳۸۶ الی ۱۳۹۳، به منظور بررسی این موضوع مورد آزمون قرار گرفتند.

این پژوهش به بررسی تفاوت بین میانگین بازده سرمایه گذاری در سبدهای منتخب بر اساس سه روش پرداخته و آزمون های آماری مربوط به نتایج حاکی از عدم وجود اختلاف معنادار بین سه الگوریتم می باشد. از طرفی به منظور مقایسه دو الگوریتم و بررسی برتری الگوریتم ها، این دو روش بهینه سازی از دو بعد تابع هدف و نسبت بازده و ریسک مورد مقایسه قرار گرفتند و از آنجایی که الگوریتم ژنتیک مقدار تابع هدف کمتری داشته یا به عبارتی با کمترین خطا به بهترین نتیجه رسیده است، نسبت به الگوریتم های دیگر بهتر عمل کرده است و نشان دهنده برتری نسبی این الگوریتم در انتخاب سبد سهام بهینه است.

واژه‌های کلیدی: مدل مارکویتز، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ازدحام ذرات، الگوریتم فرهنگی.

۱- استادیار گروه حسابداری، واحد بناب، دانشگاه آزاد اسلامی، بناب، ایران
۲- استادیار گروه حسابداری، واحد ارومیه، دانشگاه آزاد اسلامی، ارومیه، ایران
۳- کارشناس ارشد حسابداری، واحد مرند، دانشگاه آزاد اسلامی، مرند، ایران

۱- مقدمه

طی یک صد سال اخیر تلاش های بسیاری در راستای هدایت سرمایه گذاران به نحوه سرمایه گذاری مناسب صورت گرفته و مدل های بی شماری عرضه شده است. مفاهیم بهینه سازی سبد سهام و تنوع بخشی به مثابه ابزاری در راستای توسعه و فهم بازارهای مالی و تصمیم گیری درآمده اند. از زمانی که مارکویتز مدل خود را منتشر کرد، این مدل تغییرات و بهبودهای فراوانی را در شیوه نگرش مردم به سرمایه گذاری و سبد سهام ایجاد کرد و به عنوان ابزاری کارا برای بهینه سازی سبد سهام به کار گرفته شد.

اگرچه کمینه کردن خطرپذیری و بیشینه کردن بازده سرمایه گذاری به نظر ساده می رسد، اما در عمل روش های متعددی برای تشکیل پرتفوی بهینه به کار گرفته می شود؛ مارکویتز نظریه مدرن پرتفوی را به عنوان یک روش کلاسیک بصورت فرمول ریاضی بیان کرد (مارکویتز[۱]، ۱۹۵۲). الگوی میانگین–واریانس طراحی شده توسط وی میانگین بازده مورد انتظار را نشان می دهد و واریانس بیانگر خطرپذیری پرتفوی می باشد. بعد از الگوی مارکویتز افراد زیادی سعی در توسعه و اصلاح این الگو داشته اند؛ از جمله خود مارکویتز که بعدها اظهار می کند که «تحلیل های مبتنی بر نیم واریانس نسبت به آن هایی که به واریانس متکی هستند، سبدهای سهام بهتری ایجاد می کنند». مارکویتز پیشنهاد داد که سرمایه گذاران ریسک و بازده را بصورت تواماً در نظر بگیرند و میزان تخصیص سرمایه بین فرصت های سرمایه گذاری گوناگون را براساس تمایل بین این دو انتخاب نمایند (فابوزی و همکاران[۲]، ۲۰۰۷).

اما، تئوری پرتفوی مارکویتز، تنها راه حلی برای تخصیص سرمایه بدست می دهد. در بازار های سرمایه که صدها نوع سرمایه مختلف با کیفیت خیلی خوب تا خیلی بد وجود دارد، سرمایه گذار با هجوم اطلاعاتی روبرو است که انتخاب را برای وی دشوار می نماید. مدل مارکویتز با استفاده از مدل های برنامه ریزی ریاضی قابل حل می باشد، ولی وقتی محدودیت های مقادیر وزنی سهام و غیره به آن اضافه می شود، فضای جستجوی آن بسیار بزرگ و ناپیوسته می گردد، که عملاً استفاده از مدل های ریاضی را ناممکن می سازد، از این روست که الگوریتم های ژنتیک، شبکه های عصبی، الگوریتم مورچگان و... جایگاه ویژه ای می یابند.

در زمینه الگوریتم ژنتیک[۳] تحقیقاتی صورت گرفته است ولی هیچ کدام از آن ها بهینه سازی سبد سهام را از منظر مدل میانگین–نیمه واریانس مارکویتز بصورت تخصصی بررسی نکرده اند. با توجه به پیشرفت بازار سهام انجام پژوهش در این زمینه حائز اهمیت می باشد. این پژوهش ایجاد سبد بهینه از منظر مدل مارکویتز، که باعث پیشرفت بازار های مالی می باشد را بررسی می کند. الگوریتم ژنتیک یکی از الگوریتم های ابتکاری است که می تواند مسأله بهینه سازی سبد سهام را با لحاظ نمودن سطوح متفاوت ریسک با موفقیت انجام دهد. با استفاده از الگوریتم ژنتیک می توان در عرض چند دقیقه سبد بهینه ایجاد کرد که این موضوع باعث می شود که در بازار سرمایه تحول ایجاد شود و به کارایی بازار سرمایه کمک بسزایی خواهد داشت. یکی از نشانه های اصلی پیشرفت یک کشور، پیشرفت بورس آن می باشد و اگر روش های نوین در عرصه معاملات مالی استفاد نشود به اقتصاد لطمه خواهد زد. در این پژوهش سعی بر آن است که سرمایه گذاران تشویق گردند تا از طریق تئوری مذکور به سرمایه گذاری با ریسک کمتر سوق داده شوند.

همچنین، آگاه کردن سرمایه گذاران به روند معاملات در بورس اوراق بهادار با تأکید بر روش های نوین نیز می تواند درصد مشارکت در سرمایه گذاری را بالا ببرد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

یکی از ویژگی های مهم کشور های صنعتی و توسعه یافته، وجود بازار فعال و پویای پول و سرمایه است. به عبارت دیگر، اگر پس اندازهای افراد با مکانیسم صحیح به بخش تولید هدایت شوند، علاوه بر بازدهی که برای صاحبان سرمایه به ارمغان می آورد، می توانند به عنوان مهمترین عامل تأمین سرمایه، برای راه اندازی طرح های اقتصادی جامعه نیز مفید باشند و در صورتی که به جریان های ناسالم اقتصادی راه پیدا کنند، آثار نامناسبی را برای جامعه خواهند داشت. بنابر عقیده صاحب نظران، یکی از دلایل توسعه نیافتگی کشور های در حال توسعه، پایین بودن سطح سرمایه گذاری ثابت در این کشور ها می باشد. از طرفی اهمیت مشارکت فعال سرمایه گذاران در بورس اوراق بهادار به حدی است که ماهیت وجود بورس اوراق بهادار به سرمایه گذاری افراد وابسته است (شهمیرزادی، ۱۳۸۸).

در بهینه سازی پرتفوی، مسأله اصلی انتخاب بهینه دارایی ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه می توان تهیه کرد. اگرچه کمینه کردن خطرپذیری و پیشینه کردن بازده سرمایه گذاری به نظر ساده می رسد، اما در عمل روش های متعددی برای تشکیل پرتفوی بهینه بکار گرفته می شود. مارکویتز(۱۹۵۲)، نظریه مدرن پرتفوی را به عنوان یک روش کلاسیک بصورت فرمول ریاضی بیان کرد. قبل از مارکویتز سرمایه گذاران با مفاهیم ریسک و بازده آشنا بودند. ولی معمولاً نمی توانستند آن را اندازه گیری کنند. سرمایه گذاران از قبل می دانستند که ایجاد تنوع مناسب است و نباید «همه تخم هایشان را در یک سبد بگذارند». او بصورت کمی نشان داد که چرا و چگونه تنوع سازی پرتفولیو می تواند باعث کاهش ریسک پرتفلیو (مجموعه سرمایه گذاری) شود.

از سال ۱۹۶۰ تقلید از موجودات زنده برای استفاده در الگوریتم های قدرتمند برای مسایل بهینه سازی مورد توجه قرار گرفت که تکنیک های محاسبه تکامل نام گرفتند. در واقع می توان گفت الگوریتم ژنتیک یک تکنیک برنامه نویسی است که از تکامل ژنتیکی به عنوان یک الگوی حل مسأله استفاده می کند. قانون انتخاب طبیعی بدین صورت است که تنها گونه هایی از یک جمعیت ادامه نسل می دهند که بهترین خصوصیات را داشته باشند و آن هایی که این خصوصیات را نداشته باشند به تدریج و در طی زمان از بین می روند. مثلاً فرض کنید که گونه خاصی از افراد، هوش بسیاری از بقیه افراد یک جامعه را دارند. در شرایط کاملاً طبیعی این افراد پیشرفت بهتری خواهند کرد و رفاه نسبتاً بالاتری داشته و این رفاه خود باعث طول عمر بیشتر و باروری بهتر خواهد بود. حال اگر این خصوصیت (هوش) ارثی باشد به طبع در نسل بعدی همان جامعه تعداد افراد باهوش به دلیل این گونه افراد بیشتر خواهد بود. اگر به همین روند ادامه دهید که طی نسل های متوالی دائماً جامعه ما باهوش تر می شود. بدین ترتیب یک مکانیسم کاملاً ساده طبیعی

توانسته است در طی چند نسل عملاً افراد کم هوش را از جامعه حذف کند علاوه بر اینکه میزان هوش متوسط جامعه نیز دائماً در حال افزایش است.

رفتار سهام در بازار، مانند بسیاری از پدیده های طبیعی، رفتار غیر خطی است. مدل های خطی از تشخیص صحیح رفتار غیرخطی عاجز هستند و تنها می توانند بخش خطی رفتار را خوب تشخیص دهند. بنابراین، نیاز به الگوها و مدل های غیرخطی برای شناسایی رفتار سهام تأثیر بسزایی در پیش بینی آتی سهام و اتخاذ تصمیم مناسب دارد.

بنابراین، با توجه به عدم اطمینانی که بر بورس اوراق بهادار حاکم است و همچنین، در نظر داشتن گرایش ها و ترجیحات مختلف سرمایه گذاران، یافتن روشی برای انتخاب یک مجموعه مناسب از اوراق بهادار که از طریق آن بتوان بر عدم اطمینان ها و ترجیحات مختلف افراد غلبه کرد، ضروری به نظر می رسد. از سوی دیگر، با توجه به عملکرد موفق الگوریتم ژنتیک در مسائل بهینه سازی، این الگوریتم می تواند روش مناسب در اختیار سرمایه گذاران قرار دهد تا به انتخاب بهینه سبد سهام دست یابند.

فرناندز و گومز[۴] (۲۰۰۷)، الگوی مارکویتز را با افزودن محدودیت های حد بالا و پایین برای متغیرها، اصلاح کردند و الگوی CCMV یا «میانگین-واریانس با مولفه های مقید» را به وجود آوردند؛ به حالتی که محدودیت مربوط به تعداد دارایی ها نیز به مسأله فوق اضافه می شود.

لین و ژن[۵] (۲۰۰۷)، در تحقیقی یک الگوریتم ژنتیک دو مرحله ای را برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهم چند منظوره بکار بردند. آن ها با در نظر گرفتن مدل مارکویتز به عنوان مدل ریاضی پایه، به دنبال حداکثر نمودن بازده و حداقل نمودن ریسک سرمایه گذاری بودند. آن ها در پژوهش خود پس از حداکثرسازی ریسک و حداقل سازی بازده، به دنبال وزن دهی به سهام مورد نظر برآمدند، تا از این طریق اهمیت نسبی اهداف گوناگون را در سبد سهام مدنظر قرار دهند. عملگرهای مورد استفاده در این پژوهش، عملگر تقاطع[۶] یک نقطه برش، عملگر جهش الحاقی و عملگر انتخاب چرخ رولت[۷] بود. نتایج تحقیق نشان داد اعتبار و کارایی الگوریتم مربوطه در بهینه سازی سبد سهام وجود دارد.

لین و لیو[۸] (۲۰۰۸)، مدل مارکویتز را با محدودیت حداقل نمودن مقدار خرید به سه طریق ارائه نمودند. الگوریتم های ژنتیکی که برای حل مسأله انتخاب سهام پیشنهاد می شوند، بوسیله مدل ها فرموله بندی شدند. نتایج مطالعات نهایی نشان دادد که الگوریتم ژنتیک برای این مدل ها می توانند نقطه نزدیک به بهینه در حداقل زمان قابل قبول را بدست آورند. راه حل های بدست آمده نه تنها قابل اجرا در عمل می باشند، بلکه بالاترین کارایی میانگین-واریانس را به نمایش می گذارند. مدلی که شیوه تصمیم گیری چند منظوره فازی را معرفی می کند، به خاطر تطبیق پذیری و سادگی زیاد آن پیشنهاد می شود. با این شیوه تصمیم گیرنده قادر خواهد بود ترجیحات خود در خصوص ریسک و بازده را با اختصاص وزن هایی به ریسک و بازده اعمال نماید. بررسی سرمایه ها و دارایی ها نه تنها در زمان محاسبه صرفه جویی می کند، بلکه باعث می شود کیفیت جواب نیز بهبود یابد.

آرانا و ایبا[9] (۲۰۰۹)، در تحقیقی با عنوان «الگوریتم ژنتیک درختی ممتیک و کاربرد آن در بهینه سازی سبد سهام» یک الگوریتم ژنتیک درختی معرفی کردند و سپس برای مسأله بهینه سازی سبد سهام بکار بردند. در این پژوهش سبدهای سهام کوچک تری در سطح معینی از اجرا بدست آمد، به طور کلی این روش شیوه های حل قدیمی را تحت سطوح مختلف ریسک- بازده بهینه می نماید.

هاو و لیو[10] (۲۰۰۹)، در تحقیقی با عنوان «مدل های میانگین-واریانس برای انتخاب سبد سهام با بازده های تصادفی»، الگوریتم ژنتیک را به عنوان ابزار حل مدل های خود بکار گرفتند. در این تحقیق براساس نظریه مارکویتز در مدل میانگین-واریانس، نمونه های جدیدی از مدل های میانگین-واریانس برای مسائل انتخاب سبد سهام با بازده های سرمایه گذاری تصادفی فازی نمایش داده شدند. در مدل های ارائه شده بازده مورد انتظار پرتفوی به عنوان بازده سرمایه گذاری و واریانس بازده مورد انتظار به عنوان ریسک سرمایه گذاری در نظر گرفته شد. برای حل مدل های انتخاب سبد سهام معرفی شده، این پژوهش در ابتدا فرمول های واریانس را به عنوان متغیر های تصادفی فازی به نمایش گذاشت، سپس این پژوهش، فرمول های واریانس را برای مدل های معرفی شده به گونه ای مورد استفاده قرار داد که مسائل انتخاب سبد سهام اصلی به برنامه ریزی های خطی هم ارز تبدیل شوند. سپس الگوریتم های ژنتیک برای حل مدل ها به کار گرفته شدند. در نهایت نیز دو نمونه عددی برای نشان دادن کارایی روش های معرفی شده به کار رفت.

از جمله تحقیقاتی که اخیراً انجام گرفته است، تحقیقی است که توسط چانگ و همکاران[11] (۲۰۰۹)، انجام شد. چانگ و همکارانش بر این عقیده بودند که استفاده از برنامه ریزی های ریاضی برای حل مسأله سبد سهام بهترین گزینه می باشد. آن ها روش فرا ابتکاری را برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهام ارائه کردند که در آن الگوریتم ژنتیک، سبدهای سهام مختلف که ریسک آن ها به شیوه های متفاوتی محاسبه شده بود را بکار می گرفت. هدف اصلی آن ها بررسی کارایی الگوریتم ژنتیک برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهام با مدل های متفاوت ریسک بود، به ویژه سبدهای سهامی که محدودیت های عدد صحیح را نیز مدنظر قرار می دادند و به این نتیجه رسیدند که سرمایه گذاران قادر خواهند بود که مرز کارایی را برای مقدار ثابتی از سرمایه خود بدست آورند. آن ها به این حقیقت دست یافتند که سبد سهامی با اندازه کوچک تر، کارایی بیشتری از اندازه بزرگ تر آن خواهد داشت.

لئونگ و همکاران[12] (۲۰۱۲)، در پژوهشی تحت عنوان «بهبود برآورد کاربران دوستانه جهت بهینه سازی تئوری پرتفوی مارکویتز و برآورد دقیق با بکارگیری سرمایه گذاری در بازار سهام ایالت متحده» به این نتیجه رسیدند که برآوردهای سنتی درآمدها به طور چشم گیری درآمد ها را غیر واقعی (بیشتر از واقعیت) نشان می دهند. به ویژه زمانی که از بعد نسبت p بر n بررسی شود و این نسبت بزرگ باشد این نتیجه حاصل می شود که برآوردی که مطرح کردیم بهتر از برآوردکننده Bootstrap اصلاح شده عمل می کند و هم برای برآورد درآمدها و هم برای تخصیص های مربوط در این زمینه نتایج مطلوب تری را ارائه می کند.

هیولینگ و همکاران[۱۳] (۲۰۱۳)، در پژوهشی تحت عنوان «پرتفوی چند دوره ای مارکویتز بر مبنای میانگین-واریانس با احتمال خروج از وابستگی ایالتی»به بررسی مسائل انتخاب افق زمانی محتمل جهت محاسبه پرتفوی بر مبنای میانگین-واریانس دوره های چندگانه پرداخته اند. به طوری که فرض می شود افق زمانی به طور تصادفی و برمبنای ریسک دارایی های عاید شده ای که بازار تعیین می کند، انتخاب شده اند. با بررسی مرزهای مؤثر ارائه شده توسط تحلیل های اعدادی این موضوع مطالعه شده و عدم وابستگی افق زمانی محتمل (غیرقطعی) به معیارهای بازار اثبات می شود.

عبدالعلی زاده شهیر و عشقی(۱۳۸۲)، در پژوهشی تحت عنوان «کاربرد الگوریتم ژنتیک در انتخاب یک مجموعه دارایی از سهام بورس اوراق بهادار» با استفاده از الگوی خاصی از الگوریتم ژنتیک (استفاده از عملکرد تقاطعی دو نقطه برش و عملگر جهشی[۱۴] معاوضه) به انتخاب مجموعه ای از دارایی از بین سهام گوناگون پرداخته اند. در این پژوهش از اطلاعات سالانه بازده و ریسک شرکت ها به عنوان ورودی مدل استفاده شده است. الگوهای ارائه شده در این مطالعه بر روی اطلاعات بیش از ۲۰۰ سهم از مجموعه سهام بورس اوراق بهادار تهران پیاده سازی شده است. در این پژوهش برای حل مسأله انتخاب مجموعه دارایی بهینه، طراحی خاصی از الگوریتم ژنتیک اول، مجموعه دارایی بهینه با تعداد دارایی مورد نظر سرمایه گذار تعیین می شود که دارای بیشترین بازده و کمترین ریسک بوده و ضریب همبستگی کمی بین آن ها برقرار است. الگوریتم ژنتیک دوم نیز، به منظور تعیین اوزان بهینه دارایی های انتخاب شده در مجموعه دارایی مورد استفاده قرار گرفت که نتایج بدست آمده بیانگر کارایی آن است. در این الگو به منظور سنجش ریسک دارایی، بازده سالانه سهام مذکور به کار رفته است.

خالوزاده و امیری (۱۳۸۴)، در تحقیقی تحت عنوان «تعیین سبد بهینه در بازار بورس ایران براساس نظریه ارزش در معرض ریسک» به توسعه روش های مدیریت ریسک براساس نظریه ارزش در معرض ریسک توجه نموده است. در این پژوهش با استفاده از الگوریتم ژنتیک، سبد سهام بهینه ای بدست می آید که دارای سود ماکزیمم و قیدی روی ریسک سبد است. شبیه سازی در این مقاله برای سبد سهامی متشکل از ۱۲ شرکت مختلف در بورس تهران انجام شد. نتایج بدست آمده نشان گر کارایی روش مدل سازی ریسک بازار بر مبنای نظریه ارزش در معرض ریسک و روش بهینه سازی الگوریتم های ژنتیک در بدست آوردن وزن های بهینه سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت بر روی ریسک است.

راعی و همکاران (۱۳۸۹)، از روش جستجوی هارمونی در جهت بهینه سازی مقید پرتفوی سهام استفاده کردند. این الگوریتم با الهام از فرایند بهبود و تکامل هارمونی بوسیله مجموعه نوازندگان موسیقی جهت حل مسائل بهینه سازی به وجود آمده است. به منظور حل مسأله بهینه سازی پرتفوی سهام با استفاده از اطلاعات قیمت ۲۰ سهم پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران از مهر ۱۳۸۵ تا اسفند۱۳۸۷، مرز کارای سرمایه گذاری برای دو الگو با عامل خطر پذیری واریانس و نیم واریانس رسم گشته است. هدف این پژوهش حل مسأله بهینه سازی پرتفوی سهام با استفاده از الگوریتم جستجوی هارمونی (HSA) برای بهینه سازی الگوهای CCMV و CCMSV است. الگوی CCMV و CCMSV صرفاً در تابع هدف و در بخش کمینه سازی

خطرپذیری با یکدیگر تفاوت دارند. در الگوی اول واریانس و در الگوی دوم نیم واریانس به عنوان عامل خطر پذیری در نظر گرفته شده است. از آن جایی که واریانس به عنوان یک عامل خطرپذیری عمومی شناخته می شود و نیم واریانس تخمین زننده خطر پذیری نامطلوب پرتفوی است، بنظر می رسد الگوی CCMSV با دقت بهتری پرتفوی بهینه را تعیین کند. این الگوها ترکیبی از مسأله برنامه ریزی عدد صحیح و مسأله برنامه ریزی درجه دوم می باشند که برای حل دقیق این نوع مسائل الگوریتم های مؤثر و کارایی در برنامه ریزی ریاضی وجود ندارد.

نتایج این پژوهش نشان داد که روش جستجوی هارمونی در بهینه سازی مقید پرتفوی سهام، موفق عمل می کند و در یافتن جواب های بهینه در تمامی سطوح خطر پذیری و بازده از دقت قابل قبولی برخوردار است.

گرکز و همکاران (۱۳۸۹)، بهینه سازی سبد سهام را براساس تعریف متفاوتی از ریسک انجام دادند و برای کارامدتر شدن، برخی از محدودیت های جهان واقعی را به الگوریتم های طراحی شده افزودند. جامعه آماری این پژوهش ۱۴۶ شرکت از شرکت های فعال در بورس اوراق بهادار تهران و محدوده زمانی آن ها نیز سال های ۱۳۸۰ تا ۱۳۸۷ است. این پژوهش در پی این بود که با استفاده از اطلاعات قیمت ماهانه شرکت های بورسی، سبدهای سهام بهینه را انتخاب نماید. آن ها با در دست داشتن قیمت ماهانه سهام این شرکت ها، ریسک و بازده ماهانه شرکت ها را به عنوان ورودی های الگوریتم محاسبه نمودند. در این مرحله اقدام به طراحی دو مدل گردید. ابتدا با وارد کردن محدودیت های بازار واقعی و اعمال نمودن ترجیحات متفاوت سرمایه گذاران بر مدل میانگین-واریانس مارکویتز، مدل توسعه یافته میانگین-واریانس مارکویتز به عنوان مدل یک تحقیق ارائه شد و سپس با در نظر گرفتن نیمه واریانس به عنوان معیار ریسک، مدل میانگین-نیمه واریانس توسعه یافته به عنوان مدل دوم پژوهش ارائه شد. پس از طراحی مدل ها، الگوریتم های ژنتیک مربوط به هر یک از مدل ها طراحی شد و پس از چندین بار اجرای آزمایشی و تعیین پارامترهایی از جمله عملگر انتخاب چرخ رولت، عملگر تقاطع با نرخ ۱ و عملگر جهش با نرخ ۰,۵ و غیره، الگوریتم ها برای هر یک از مدل ها اجرا گردید. با توجه به نتایج حاصله مشخص گردید که هیچ تفاوت معناداری در بکارگیری دو مدل (مدل میانگین-واریانس و مدل میانگین-نیمه واریانس) وجود ندارد. نتایج نشان داد که با استفاده از الگوریتم های ژنتیک طراحی شده، سرمایه گذاران قادر خواهند بود یک سبد سهام بهینه انتخاب نمایند.

الگوریتم ازدحام ذرات

این الگوریتم به ایجاد و نگهداری گروهی از پاسخ های مناسب می پردازد، به این پاسخ ها با عنوان ذره اشاره می شود. در ابتدا الگوریتم به ایجاد جمعیتی تصادفی از ذرات اقدام می کند، سپس با PSO بهنگام کردن ذرات و نسل ها با استفاده از مکانیزم بردار سرعت، به سوی پاسخ بهینه، تکامل و پیشرفت می نماید. بردار سرعت خود نیز براساس «حافظه ی» کسب شده توسط ذرات تغییر یافته، بهنگام می شود. از نظر

مفهومی این حافظه دو بُعد شخصی و جمعی وجود دارد که در واقع مبّین دانش کسب شده توسط فرد و اجتماع است (پرز و بهدینان،۲۰۰۷).

در این پژوهش هر ذره نمایانگر یک سبد سهام است و ذرات با بهترین موقعیت، مرز کارای سرمایه گذاری را شکل می دهند. برای هر ذره $2 \times N$ بعد در نظر گرفته می شود که N تعداد کل دارایی هاست. Nبعد اول مربوط به متغیرهای نسبت سرمایه گذاری در هر سهم (x_{pi}) است و N بعد دوم متغیرهای تصمیم سرمایه گذاری (z_{pi}) را در بر می گیرد. p=1,…,p شماره ذره را در پرتفوی نشان می دهد؛ p تعداد کل ذرات موجود در ازدحام است. i=1,…,N شماره سهم را در ذره نشان می دهد.

الگوریتم فرهنگی

الگوریتم فرهنگی[۱] توسط رینولدز[۲] در سال ۱۹۹۴ مطرح شد. این الگوریتم از تکامل فرهنگ انسان ها و تأثیر پذیری افراد یک جامعه از آن و اثر آن در ایجاد نسل های آینده الهام گرفنه شده است. این الگوریتم از حوزه دانش برای فرآیند جستجو استفاده می کند. اضافه شدن حوزه دانش در بهبود کارائی الگوریتم های تکاملی موثر است و فرآیند حستجو را هوشمندانه تر می کند. در واقع اضافه شدن حوزه دانش مکانیزی برای کاهش فضای جستجو از طریق هرس کردن قسمت های نامناسب آن می باشد. این الگوریتم دارای دانش های مختلفی در فضای باور خویش است که با امر جستجو کمک می کند. اجزای الگوریتم فرهنگی به صورت زیر می باشد:

- **فضای جمعیت**

این فضا در واقع فضای اصلی جکعیت می باشد و با مقدار دهی اولیه کار خود را شروع کرده و استخراج فرهنگ و ذخیره ی آن در فضای بتور در این قسمت انجام می گیرد.

- **فضای باور**

در فضای باور، تجربیات عمومی شده افراد موفق از فضای جمعیتی، به دست آمده و این تجارب در سراسر نسل های بعدی شکل گرفته و ذخیره می شود. این تجارب بر تمامی نسل ها تأثیر گذار است و به نسل های آینده منتقل می گردد. در واقع، این فضا برای هرس کردن فضای جمعیت موثر است. هر فرد یک ذره در فضای جستجو است که فضای باور برای دور ساختن افراد از ناحیه های نامطلوب و سوق دادن آن ها به سمت ناحیه های امید بخش و نزدیک به جواب به کار برده می شود. دانش های مختلف فضای باور را تشکیل می دهند شامل: دانش موقعیتی[۳]، دانش معیار[۴]، دانش تاریخچه[۵]، دانش موقعیتی می باشد.

دانش موقعیتی: این قسمت از فضای باور بهترین راه حل های پیدا شده در هر نسل را ذخیره می کند. این قسمت از دانش برای بهینه سازی توابع اعداد حقیقی در محیط های ایستا معرفی شد که شامل تعدادی از افراد خوب است که بهترین آن ها برای تأثیر گذاری در تولید نسل بعدی در نظر گرفته می شود. در این جا دانش موقعیتی شامل بهترین ذره سراسری است (s={P_{gd}})، و طبق رابطه زیر روبرو می شود:

رابطه(۱)

$$S^{t+1} = \begin{cases} P_{gd}^{t+1} \; if \; (P_{gd}^{t+1}) < f(S^t) \\ S^t \quad Otherwise \end{cases}$$

دانش معیار: این منبع دانش، مجموعه بازه های خوب و امید بخش را که از مجموعه ای از ذرات خوب استخراج شده است، برای هر بعد از مساله نگهداری می کند. این دانش طبق رابطه زیر می باشد:

رابطه(۲)

$$\text{Norm} = \{X_i, \dots, X_D\}$$

در این جا، D معرف تعداد ابعاد مسأله است و هر X_i به صورت زیر تعریف می شود:

رابطه(۳)

$$X_i = [l_i \quad L_i \quad U_i]$$

در این جا l_i و u_i به ترتیب حد بالا و جد پایین بعد i ام می باشند، L_i و U_i مقدار تابع شایستگی در آن حدود می باشد. دانش معیار طبق روابط زیر به روز می شود:

رابطه(۵)

$$l_i^{r+1} = \begin{cases} x_{j,i} \; if \; x_{j,i} \le l_i^t \; or \; f\,\overline{(x_j)} < L_i^t \\ l_i^t \quad Otherwise \end{cases}$$

$$u_i^{r+1} = \begin{cases} x_{k,i} \; if \; x_{k,i} \ge u_i^t \; or \; f\overline{(x_k)} < u_i^t \\ u_i^t \quad Otherwise \end{cases}$$

$$L_i^{r+1} = \begin{cases} f(\overline{x}_j) \; if \; x_{j,i} \le l_i^t \; or \; f\,\overline{(x_j)} < L_i^t \\ L_i^t \quad Otherwise \end{cases}$$

$$U_i^{r+1} = \begin{cases} f(\overline{x}_k) \; if \; x_{k,i} \ge u_i^t \; or \; f(\overline{x}_k) < U \\ U_i^t \quad Otherwise \end{cases}$$

طبق این دانش فضای جستجو رفته رفته کوچک تر و به ناحیه های خوب نزدیک تر می شود.

دانش تاریخچه: این دانش اولین بار برای محیط های پویا پیشنهاد شد. هدف از این دانش پیدا کردن الگوی تغییرات محیط بود. دانش تاریخچه لیستی از محل و مقدار بهترین فرد پیدا شده تا قبل از تغییرمحیط تجاری را نگهداری می کند. برای به روز در آوردن این دانش، بهینه پیدا شده ی جاری قبل از تغییر محیط به لیست اضافه می گردد.

- **تابع پذیرش**

این تابع افراد شایسته را در هر نسل برای شکل دهی به فضای باور، انتخاب می کند. در مرجع تعداد افراد انتخابی به صورت پویا طبق رابطه زیر پیشنهاد می کند:

رابطه(۶)

$$|A| = \lfloor popsize^{*} p_{accept} + \frac{popsize(1-p_{accept})}{g} \rfloor$$

که در آن Paccept پارامتری تجربی است که ۰,۲ فرض شده است. g شمارنده نسل است و در محیط های پویا پس از تغییر محیط، g به ۱ مقدار دهی می شود. Popsize نیز تعداد کل فضای جمعیت می باشد.

- تابع تأثیر[۶]

باور ها در فضای باور برای تغییر دادن افراد و نزدیک کردن آن ها به باور سراسری (بهینه کل) به کار برده می شوند که این تغییرات با استفاده از تابع تاثیر، تحقق می یابد. فضای باور با استفاده از عملگر جهش بر روی فضای جمعیت تاثیر می گذارد، این تاثیر از دو راه ممکن است یکی اندازه جهش و دیگری جهت جهش می باشد. این جهش از رابطه زیر بدست می آید.

رابطه(۷)

$$\acute{x}_{j.i} = \begin{cases} x_{j,i} + |size(I_i), \mathrm{N}(0,1)| \; if \;\; x_{j,i} < l_i \; Or \; x_{j,i} < s_i \\ x_{j,i} - |size(I_i), N(0,1)| \; if \;\; x_{j,i} < l_i \; Or \; x_{j,i} > s_i \\ x_{j,i} + size(I_i), N(0,1) \;\; Otherwise \end{cases}$$

که در رابطه بالا size $(I_i) = u_i - I_i$ است و N(0,1) متغیر تصادفی با توزیع نرمال با میانگین ۰ و انحراف معیار ۱ می باشد. در این پژوهش تابع تاثیری که بر اساس جهش بالا انجام می شود را Influence_Ns نامیده می شود. جهش با توجه به دانش تاریخچه طبق رابطه زیر است:

رابطه(۸)

$$\acute{x}_{j.i} = \begin{cases} e_{i,1} + F \,.\, dr_i \,.\, |x_{i,r1} - x_{i,r2}| \;\; if \;\; U(0,1) < \alpha \\ e_{i,1} + \frac{ds_i}{dm_i} \,.\, (x_{i,r1} - x_{i,r2}) \;\; if \;\; U(0,1) < \beta \\ U(lb_i, ub_i) \;\; Otherwise \end{cases}$$

با توجه به فرمول بالا dr_i ،ds_iو ei_1 به ترتیب میانگین جهت، میانگین فاصله تغییرات i امین متغیر و iامین متغیر از آخرین بهینه ذخیره شده در لیست دانش تاریخچه می باشند.

همچنین $x_{i,r1}$-$x_{i,r2}$ اختلاف iامین متغیر از دو فرد انتخابی از جمعیت به صورت تصادفی است. α و β پارامترهای تجربی بین ۰ و ۱ می باشند. ds_i فاصله اطلاعاتی برای هر متغیر است.

۳- فرضیه های پژوهش

۱) بین میانگین بازدهی سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه شده با مدل میانگین- نیمه واریانس و توسط الگوریتم‌های مختلف برمبنای بازده اضافی نسبت به ریسک تفاوت وجود دارد.

۲) بین واریانس سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه شده با مدل میانگین-نیمه واریانس و توسط الگوریتم‌های مختلف برمبنای بازده اضافی نسبت به ریسک تفاوت وجود دارد.

۳) بین انحراف معیار به میانگین بازدهی سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه شده با مدل میانگین- نیمه واریانس و توسط الگوریتم‌های مختلف برمبنای بازده اضافی نسبت به ریسک تفاوت وجود دارد.

۴- روش شناسی پژوهش

برای گردآوری اطلاعات آن بخش از داده های تحقیق که مربوط به مبانی نظری تحقیق می باشد از مقالات و مجلات تخصصی فارسی و لاتین استفاده شده است.

برای بخش دیگر پژوهش یعنی داده ها و اطلاعات مورد نیاز برای طراحی و آزمون مدل مورد نظر نیز به آرشیو معاملات موجود در سایت بورس اوراق بهادار و نرم افزار های شرکت های بورسی هم چون ره آورد نوین مراجعه شده و اطلاعاتی همچون قیمت های ماهانه سهام کلیه شرکت های بورسی، اطلاعات مربوط به توقف نمادهای معاملاتی، اطلاعات مربوط به دسته بندی شرکت ها براساس صنعت و ... استخراج شده است.

۵- مدل پژوهش و نحوه ی اجرای آن

از الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ازدحام ذرات و الگوریتم فرهنگی به عنوان مدل پژوهش استفاده شده است. فرآیندی در روش پیشنهادی وجود دارد که به ترتیب عبارت است از؛ انتخاب داده‌ها، پاک‌سازی و آماده‌سازی داده‌ها، تعیین تابع هدف، انتخاب سبد سهام براساس الگوریتم ژنتیک، الگوریتم ازدحام ذرات و الگوریتم فرهنگی و بررسی معنادار بودن فرضیه‌ها. برای پیاده‌سازی الگوریتم‌ها از نرم افزار متلب نسخه ۷,۶ استفاده شد. نرم‌افزار متلب یکی از قوی‌ترین نرم‌افزارهای ریاضی است که کاربردهای وسیعی در سایر رشته‌ها نیز دارد. همچنین، برای آزمون فرضیه های پژوهش نیز از نرم افزار SPSS19 استفاده شده است.

مرحله اول انتخاب داده‌ها

مرحله اول انتخاب داده‌ها است. داده‌های مالی ۱۰۶ شرکت مختلف با ۲ عامل ریسک و بازده برای ۸ سال متوالی از سال ۸۶ که از طریق نرم افزار ره‌آورد نوین و سایت‌های مختلف سازمان بورس اوراق بهادار تهران گردآوری شدند.

مرحله دوم پاک‌سازی و آماده‌سازی داده‌ها

مرحله دوم پاک‌سازی و آماده‌سازی داده است. در این مرحله داده‌هایی که متغیرهای مستقل آن ها به دلیل ناقص بودن اطلاعات وجود ندارد و یا قابل محاسبه نبودند، حذف می‌گردند.

مرحله سوم نرمال‌سازی داده‌ها جهت بکارگیری در مدل

اصولاً وارد کردن داده‌ها بصورت خام باعث کاهش سرعت و دقت الگوریتم می‌شود. برای اجتناب از چنین شرایطی و هم چنین، به منظور یکسان نمودن ارزش داده‌ها، قبل از آزمون، داده‌های ورودی به آن بایستی استاندارد (نرمال) شوند، یعنی همه داده‌ها بین ۱ و ۱- معادل سازی شوند. در این تحقیق داده‌ها قبل از آزمون مدل‌ها نرمال شد و سپس به وسیله نرم افزار متلب، الگوریتم مورد بررسی قرار گرفت.

رابطه (۱)

$$Y_i = \frac{y_i - y_{min}}{y_{max} - y_{min}} (h_i - Li) + L_i$$

که در آن؛

Y_i = مقادیر ورودی نرمال شده توسط معادله

y_i = مقادیر اصلی ورودی

y_{min} = کوچکترین مقدار ورودی

y_{max} = بزرگترین مقدار ورودی

h_i = مقدار بالا در فاصله نرمالیزه کردن که در اینجا برابر ۱+ می باشد

L_i = مقدار بالا در فاصله نرمالیزه کردن که در اینجا برابر ۱- می باشد

مرحله چهارم تعیین تابع هدف

در اوایل دهه ۱۹۵۰ هری مارکویتز، مدل پایه پرتفوی را بنیان نهاد به طوری که نظریه نوین بر آن استوار است. وی اولین کسی بود که مفهوم متنوع سازی در پرتفوی را به طور رسمی توسعه داد. مدل مارکویتز دارای داده ها یا ورودی‌هایی است که عبارت‌اند از:

۱) بازده مورد انتظار هر سهم؛
۲) انحراف معیار بازده مورد انتظار به عنوان معیاری برای تعیین ریسک هر سهم؛ و
۳) کوواریانس، به عنوان معیاری که همسویی بین بازده سهم‌های مختلف را نشان می‌دهد.

مدل مارکویتز براساس شاخصه‌های بازده منتظره و ریسک اوراق بهادار و متنوع‌سازی سبد اوراق بهادار بنا نهاده شده بود که در اصل یک چارچوب نظری برای تحلیل گزینه‌های ریسک و بازده است. براساس نظریه وی، سبد سرمایه گذاری کارا سبدی است که در سطحی معین از ریسک، دارای بیشترین بازده یا

کمترین ریسک به ازای سطح معینی از بازده باشد. مارکویتز در فرمول بندی معیار «ریسک-بازده» خود به هدف سرمایه‌گذاری توجه خاص داشت. بنظر وی سرمایه‌گذار عاقل به دنبال سرمایه‌گذاری در طرح‌هایی است که بازدهی بیشتر و ریسک کمتری داشته باشند. وی ریسک سرمایه‌گذاری را تنها در انحراف معیار جستجو نمی‌کرد(کیانی هرچگانی و همکاران، ۱۳۹۳).

روش میانگین-نیمه واریانس استاندارد مارکویتز برای انتخاب سبد سهام اقدام به رهگیری یک مرز، منحنی پیوسته‌ای است که مبادله میان بازده و ریسک سبد سهام را نشان می‌دهد. به طور خلاصه مدل بهینه‌سازی مارکویتز بصورت زیر در رابطه شماره ۲ ارائه می‌شود:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} X_i \, X_j s_{ij}$$ رابطه (۲)

Subject to:

$$\sum_{i}^{n} = x_i \mu_i = R$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \ (i = 1, 2, 3, \ldots, n)$$

$$x_i \geq 0 \ (i = 1, 2, 3, \ldots, n)$$

به طوری که R بازده مطلوب سرمایه‌گذار باشد و به ازای Rهای مختلف مدل فوق حل شود و جواب بدست آمده از تابع هدف، که در حقیقت ریسک می‌باشد در نموداری به همراه Rهای معادل ترسیم شود، آنگاه شکل مرز کارا نامیده می شود. در مدل فوق σ_{ij} کوواریانس سهام i وj، و i وj، و μ_{ij} میانگین بازده سهم i و همچنین R سطح خاصی از بازده را نشان می‌دهد.

در این تحقیق با هدف نزدیک کردن این مدل به بازار واقعی و کاربردی‌تر کردن این مدل، و در نهایت هدایت سرمایه‌گذاران بازار سهام به سمت انتخابی مطمئن‌تر به توسعه و حل این مدل پرداخته شد. با وارد کردن ضریب λ در تابع هدف تلاش شد تا هر دو معیار ریسک و بازده در تابع هدف گنجانده شود و ضمن کمینه نمودن ریسک به بیشینه نمودن بازده پرداخته شود. در حقیقت λ تنها یک پارامتر وزن دهی است که مقدار آن در بازه [۱ و ۰] تغییر می‌کند و توسط آن میزان ارزش‌دهی سرمایه‌گذار به ریسک یا بازده اعمال می‌گردد. از این رو، مدل ارائه شده بصورت رابطه شماره ۳ بازنویسی می‌شود:

$$\text{MaxZ} = \lambda \sum_{i=1}^{n} w_i \mu_j - (1-\lambda) \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma ij$$ رابطه (۳)

Subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$w_i \geq 0$ (i=1,2,3,...,N)

اما محدودیت اصلی و نقطه ضعف این روش، ناتوانی در بهینه‌سازی مسأله انتخاب سبد سهام مقید، تحت محدودیت‌های عدد صحیح می‌باشد. محدودیت عدد صحیح بصورت رابطه ۴ به مدل اضافه می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = k$$ رابطه (۴)

براساس این محدودیت اگر در سهم i سرمایه‌گذاری شود، مقدار Z_i برابر یک و چنانچه در این سهم سرمایه‌گذاری نشود، مقدار Z_i برابر صفر می‌باشد. در این فرمول k تعداد سهامی است که سرمایه‌گذار مایل است در سبد خود داشته باشد و در آن ها سرمایه‌گذاری نماید.

$$MaxZ=\lambda\sum_{i=1}^{n} w_i\mu_j-(1-\lambda)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j\sigma ij$$ رابطه (۵)

Subject to :

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = k$$

$$w_i \geq 0 \ (i = 1,2,3,...,n)$$

$$Z_i \in \{0,1\}$$

چنانچه مشاهده می‌شود، ورود این محدودیت، فضای پیوسته جستجو را به یک فضای گسسته و غیرخطی تبدیل می‌نماید و در نهایت مدل زیر استخراج می‌شود:

$$MaxZ=\lambda\sum_{i=1}^{n} w_i\mu_j-(1-\lambda)\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j\sigma ij$$ رابطه (۶)

Subject to :

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = k$$

$$w_i \geq 0 \ (i = 1,2,3,...,n)$$

$$Z_i \in \{0,1\}$$

مرحله پنجم بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس الگوریتم ژنتیک

به کمک نرم افزار متلب و جعبه ابزار تعبیه شده در آن و با استفاده از الگوریتم ژنتیک به انتخاب سبد سهام بهینه پرداخته شد. همان طور که بیان شد از جمعیت اولیه[15] به تعداد ۱۰۰۰ کرومزوم[16] استفاده می‌گردد که تا حداکثر ۱۰۰۰ نسل الگوریتم روی آن ها اجرا می‌شود. در هر نسل ۸۰ درصد کرومزوم‌ها برای تقاطع انتخاب می‌شوند و از عملگر تقاطع تک نقطه ای استفاده شد و بر روی بقیه عملگر جهش انجام می شود. در مرحله انتخاب تعدادی از کرومزوم‌های فعلی برای تولید کرومزوم‌های جدید انتخاب می شوند. اغلب این انتخاب براساس تابع ارزیابی صورت می‌گیرد. به طوری که کرومزوم‌هایی که به جواب اصلی مسأله نزدیک تر باشند با احتمال بیشتری انتخاب می شوند. در این مطالعه از روش چرخ گردون استفاده شده است.

نگاره ۱- پارامترهای الگوریتم ژنتیک

جمعیت اولیه	کرومزوم۱۰۰۰
شرط توقف	بهترین کروموزوم‌ها پس از ۳۰ بار اجرای الگوریتم تغییر نکنند.
شرط توقف	الگوریتم به تعداد ۱۰۰۰ بار تکرار شود.
تعداد جمعیت اصلی	۱۰۰
درصد تقاطع	۰,۸
درصد جهش	۰,۲
روش انتخاب	Roullet Wheel Selection

۶- نتایج پژوهش

نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بعد از تعداد تکرار ۱۰۰۰ نسل، باعث همگرایی مناسب شد و نمودار ۱ ارائه شده در فایل پیوست مسیر پیموده شده توسط تابع ارزیابی برای رسیدن به نقطه‌ی بهینه را توسط الگوریتم ژنتیک نمایش می‌دهد.

به منظور آزمون ثبات الگوریتم ژنتیک این الگوریتم ۵ بار تکرار می گردد تا این اطمینان حاصل گردد بعد از انجام تکرار آزمون جواب‌های تقریبا یکسانی استخراج می گردد. نتایج حاصل از این ۵ تکرار (نمودار ۱ پیوست) گویای تفاوت ناچیزی میان جواب‌های حاصل از ۵ تکرار می‌باشد. واریانس ۰,۰۰۰۰۰۳۸۳۸۳۳ نشان دهنده ثبات بالای این الگوریتم می‌باشد.

نگاره ۲، پرتفوی منتخب الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد. اعداد نگاره اولاً بیانگر سهامی است که باید در پرتفوی انتخاب شوند و ثانیاً مقدار هر سهم در پرتفوی را نشان می دهد. در این پژوهش سبد سهام بهینه براساس ریسک و بازده سهم‌های مختلف و تأثیر آن بر تابع هدف انتخاب شده است.

نتایج الگوریتم ژنتیک در انتخاب سبد سهام بهینه، براساس اطلاعات بازده سالانه در فایل پیوست ارائه شده است.

نگاره ۲- بررسی ثبات الگوریتم ژنتیک در انتخاب سبد سهام بهینه

تابع هدف	تابع هدف	تابع هدف	تابع هدف	تابع هدف
اجرای ۱	اجرای ۲	اجرای ۳	اجرای ۴	اجرای ۵
۰,۰۴۹۷۲۵۷	۰,۰۶۱۷۹۸۹	۰,۰۵۶۹۲۱۸	۰,۰۶۷۸۹۲۱	۰,۰۵۷۰۲۱۷
میانگین	۰,۰۵۸۶۷۲۰۳۴			
واریانس	۲,۶۸۵۴۸			
بهترین مقدار تابع هدف از ۵ اجرا	۰,۰۶۷۸۹۲۱			

۶-۱- بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس الگوریتم ازدحام ذرات

در این مطالعه هر ذره نمایانگر یک سبد سهام است و ذرات با بهترین موقعیت، مرز کارای سرمایه گذاری را شکل می دهند. جمعیت اولیه به تعداد ۲۰ ذره در نظر گرفته شد و الگوریتم بعد ازحداکثر۱۰۰۰ بار تکرار متوقف می‌شود. در هر تکرار بهترین موقعیت مربوط به هر ذره و بهترین موقعیت همسایگی در جمعیت در صورتی که تغییری در مقادیر برازش مشاهده شود، به هنگام می شود. اهمیت مربوط به بهترین وضعیت شخصی و وضعیت جمعی ۲ در نظر گرفته شد. تابع تکثیر ذرات برای افزایش سرعت تکثیر Repmat استفاده شد. اما برخلاف GA، PSO هیچ عملگر تکاملی همانند جهش و تزویج ندارد.

در هر تکرار بهترین موقعیت مربوط به هر ذره و بهترین موقعیت همسایگی در جمعیت در صورتی که تغییری در مقادیر برازش مشاهده شود، به هنگام می شود.

نگاره ۳- پارامترهای الگوریتم ازدحام ذرات

جمعیت ذرات	۲۰
وزن اینرسی (ω)	۰,۹۹
ماکزیمم تعداد تکرار (MAXIT)	۱۰۰۰
ضریب یادگیری شخصی (C1)	۲
ضریب یادگیری جمعی (C2)	۲
GlobalBest.Cost	INF=۰
تابع تکثیر	Repmat
سرعت اولیه ی ذرات	صفر

با اجرای الگوریتم ازدحام ذرات نتایج زیر حاصل شد:

نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بعد از تعداد تکرار ۱۰۰۰ نسل، باعث همگرایی مناسب شد و نمودار ۲ ارائه شده در فایل پیوست مسیر پیموده شده توسط تابع ارزیابی برای رسیدن به نقطه‌ی بهینه را توسط الگوریتم ازدحام ذرات نمایش می‌دهد.

به منظور آزمون ثبات الگوریتم ازدحام ذرات این الگوریتم ۵ بار تکرار گردید تا اطمینان حاصل شود که بعد از انجام تکرار آزمون جواب های تقریبا یکسانی استخراج می‌شود. نتایج حاصل از این ۵ تکرار(نمودار ۲ پیوست) گویای تفاوت ناچیزی میان جواب‌های حاصل از ۵ تکرار می‌باشد. واریانس ۰,۰۰۰۰۰۱۲۰۶۲۸ نشان دهنده ثبات بالای این الگوریتم می‌باشد.

نگاره ۴، پرتفوی منتخب الگوریتم ازدحام ذرات را نشان می‌دهد. اعداد نگاره اولاً بیانگر سهامی است که باید در پرتفوی انتخاب شوند و ثانیاً مقدار هر سهم در پورتفوی را نشان می‌دهد. در این تحقیق سبد سهام بهینه براساس ریسک و بازده سهم‌های مختلف و تأثیر آن بر تابع هدف انتخاب شده است.

نتایج الگوریتم ازدحام ذرات در انتخاب سبد سهام بهینه، بر اساس اطلاعات بازده سالانه در پیوست شماره یک ارائه شده است.

نگاره ۴- بررسی ثبات الگوریتم ازدحام ذرات در انتخاب سبد سهام بهینه

تابع هدف	تابع هدف	تابع هدف	تابع هدف	تابع هدف
اجرای ۱	اجرای ۲	اجرای ۳	اجرای ۴	اجرای ۵
۰,۰۳۵۶۷۹	۰,۰۳۳۹۷۸۹	۰,۰۳۴۱۸۹۳	۰,۰۳۰۸۹۲۰	۰,۰۳۲۸۷۹۰
میانگین	۰,۰۳۳۵۲۳۶۳۶			
واریانس	۲,۲۷۶۷۲			
بهترین مقدار تابع هدف از ۵ اجرا	۰,۰۳۵۶۷۹			

۶-۲- بهینه‌سازی سبد سهام بر اساس الگوریتم فرهنگی

نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بعد از تکرار تعداد ۱۰۰۰ بار نسل، باعث همگرایی مناسب شد و نمودار ۳ ارائه شده در فایل پیوست مسیر پیموده شده توسط تابع ارزیابی برای رسیدن به نقطه ی بهینه را توسط الگوریتم فرهنگی نمایش می‌دهد.

به منظور آزمون ثبات الگوریتم فرهنگی این الگوریتم ۵ بار تکرار شد تا اطمینان حاصل شود که بعد از انجام تکرار آزمون جواب‌های تقریبا یکسانی استخراج می‌شود. نتایج حاصل از این ۵ تکرار(نمودار ۳ پیوست) گویای تفاوت ناچیزی میان جواب‌های حاصل از ۵ تکرار می‌باشد. واریانس ۰,۰۰۰۰۰۷۵۱۵۲ نشان دهنده ثبات بالای این الگوریتم می‌باشد.

نگاره ۵، پرتفوی منتخب الگوریتم فرهنگی را نشان می‌دهند. اعداد نگاره اولاً بیانگر سهامی است که باید در پرتفوی انتخاب شوند و ثانیاً نشان دهنده مقدار هر سهم در پرتفوی می‌باشند. در این تحقیق سبد سهام بهینه براساس ریسک و بازده سهم‌های مختلف و تأثیر آن بر تابع هدف انتخاب شده است.

نتایج الگوریتم فرهنگی در انتخاب سبد سهام بهینه، بر اساس اطلاعات بازده سالانه در پیوست شماره یک ارائه شده است.

نگاره ۵- بررسی ثبات الگوریتم فرهنگی در انتخاب سبد سهام بهینه

تابع هدف	تابع هدف	تابع هدف	تابع هدف	تابع هدف
اجرای ۱	اجرای ۲	اجرای ۳	اجرای ۴	اجرای ۵
۰,۰۳۰۱۷۸۳۹۹	۰,۰۲۹۹۹۶۹	۰,۰۳۰۱۱۲۸	۰,۰۳۰۰۲۳۳۴۱	۰,۰۲۹۹۸۸
میانگین	۰,۰۳۰۰۶۲۰۴۵			
واریانس	۲,۹۷۷۹۲			
بهترین مقدار تابع هدف از ۵ اجرا	۰,۰۳۰۱۷۸۳۹۹			

۶-۳- مقایسه‌ی الگوریتم‌ها با اطلاعات ورودی مختلف در تشکیل سبد

نگاره ۶ نتایج سبدهای سهام منتخب الگوریتم‌ها را براساس مدل مارکویتز نشان می‌دهد. نتایج حاصله از بعد بهینه‌سازی، و از نقطه نظر سرعت همگرایی (تابع هدف) قابل مقایسه‌اند.

نگاره ۶- نتایج مقایسه‌ای سبدهای سهام منتخب الگوریتم‌ها

نوع الگوریتم	بازده سبد	ریسک سبد	تابع هدف
الگوریتم GA	۲۵,۲۳۳۳۷۰	۹,۴۰۱۰۳۰	۰,۰۶۷۸۹۲۱
الگوریتم PSO	۳۱,۲۵۱۷۸۰	۹,۲۷۵۳۸۰	۰,۰۳۵۶۷۹
الگوریتم CA	۲۴,۹۳۵۸۹۰	۹,۰۶۹۳۲۰	۰,۰۳۰۱۷۸۳۹۹

دو نگاره بعدی نتایج رتبه‌بندی سبدهای منتخب الگوریتم‌ها را براساس میانگین- نیمه واریانس مدل مارکویتز نمایش می‌دهد. در نگاره ۷ از بعد همگرایی و در نگاره ۸ از بعد بهینه‌ترین سبد رتبه‌بندی صورت گرفته است.

نگاره ۷- رتبه‌بندی الگوریتم‌ها در تشکیل سبد سهام با توجه به بازده و ریسک سبد براساس معیار میانگین-نیمه واریانس مارکویتز از بعد همگرایی

نوع الگوریتم	تابع هدف	رتبه الگوریتم
الگوریتم GA	۰,۰۶۷۸۹۲	رتبه اول
الگوریتم PSO	۰,۰۳۵۶۷۹	رتبه دوم
الگوریتم CA	۰,۰۳۰۱۷۸	رتبه سوم

نگاره ۸ رتبه بندی الگوریتم ها در تشکیل سبد سهام با توجه به بازده و ریسک سبد، براساس معیار میانگین-نیمه واریانس مارکویتز از بعد بهینه‌ترین

نوع الگوریتم	تابع هدف	رتبه الگوریتم
الگوریتم GA	۲,۳۶۹۳۲۶	رتبه اول
الگوریتم CA	۲,۷۴۹۴۷۷	رتبه دوم
الگوریتم PSO	۳,۶۸۴۱۰۷	رتبه سوم

۷- نتایج آزمون فرضیه‌ها و ارائه یافته‌ها

قبل از آزمون فرضیه ابتدا هم واریانسی هر یک از روش ها مورد توجه قرار می‌گیرند. برای تعیین روش مناسب برای مقایسه هم واریانسی در روش ها، باید ریسک سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه شده مورد آزمون قرار گیرد. این موضوع با انجام آزمون هم واریانسی آزمون T دو نمونه زوج شده (Paired Samples Test) صورت می‌گیرد.

که نتایج آن در ادامه ارائه گردیده است. در حقیقت در نگاره ۱۲ آزمون آماری زیر انجام می‌شود:

H_0: واریانس دو گروه برابر نیست

H_1: واریانس دو گروه برابر است

در آزمون فوق هرگاه مقدار حداکثر سطح معناداری در سطر آخر کمتر از ۰,۰۵ باشد فرض عدم تساوی واریانس با اطمینان ۹۵ درصد رد خواهد شد.

نگاره ۹- نتایج آزمون T دو نمونه زوج شده

معیار تصمیم	درجه آزادی	آماره T	اختلافات زوج شده					الگوریتم ها
			فاصله‌اطمینان ٪ اختلاف دو وزن		خطای استاندارد میانگین	انحراف‌معیار زوج	میانگین زوج	
			کران بالا	کران‌پایین				
۰,۸۵۷۸۷۱	۱۰۵	-۰,۱۷۹۵۳	۰,۲۲۲۳۹۶	-۰,۲۶۶۶۸	۰,۱۲۳۳۲۸	۱,۲۶۹۷۴	-۰,۰۲۲۱۴	CA - GA
۰,۷۷۵۵۰۱	۱۰۵	۰,۲۸۵۹۲۲	۰,۲۸۲۹۵۱	-۰,۲۱۱۶۳	۰,۱۲۴۷۱۷	۱,۲۸۴۰۴۲	۰,۰۳۵۶۵۹	CA - PSO
۰,۷۲۲۶۹۶	۱۰۵	۰,۳۵۵۸۱۱	۰,۳۷۹۹	-۰,۲۶۴۳	۰,۱۶۲۴۴۶	۱,۶۷۲۴۸۴	۰,۰۵۷۸	GA - PSO

در صورتی که فرضیه هم واریانسی پذیرفته شود، می‌توان از آزمون ویلکاکسون برای مقایسه استفاده کرد.

آزمون T که از مقایسه واریانس سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه شده الگوریتم‌ها انجام شد و در تمام حالات چون سطح معنی‌داری تمام جفت‌ها از α=۰,۰۵ بزرگ‌تر می‌باشد، پس واریانس الگوریتم تمام جفت‌ها برابر است.

از این رو، برای مقایسه ی تمام الگوریتم ها آزمون ویلکاکسون استفاده شد، در ادامه جهت آزمون فرضیه‌ها، با کمک آزمون ویلکاکسون در سطح ۵٪ الگوریتم‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. خلاصه این آزمون ناپارامتریک در ادامه ارائه شده است.

H_0: بین ریسک سرمایه گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه توسط توسط دو الگوریتم تعیین شده تفاوت معنی داری وجود ندارد

H_1: بین ریسک سرمایه گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه توسط توسط دو الگوریتم تعیین شده تفاوت معنی داری وجود دارد

نگاره ۱۰- خلاصه آزمون ویلکاکسون

		الگوریتم PSO	الگوریتم CA
الگوریتم GA	آماره آزمون	-۰,۷۴۶ (a)	-۰,۷۷۴ (a)
	سطح معناداری	۰,۴۵۶	۰,۴۳۹
الگوریتم PSO	آماره آزمون		-۱,۳۴۳ (a)
	سطح معناداری		۰,۱۷۹

۷-۱- فرضیه های اصلی پژوهش

فرضیه ۱- بین میانگین بازدهی سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه شده با مدل میانگین-نیمه واریانس و توسط الگوریتم‌های مختلف برمبنای بازده اضافی نسبت به ریسک تفاوت وجود دارد.

نگاره۱۱- مقایسه میانگین بازدهی توسط الگوریتم های مختلف

	GA - CA	PSO - GA	PSO – CA
آماره آزمون	-۲,۰۱۷ (a)	-۰,۸۸۵ (a)	-۱,۳۴۳ (a)
سطح معنی داری	۰,۴۴	۰,۳۷۶	۰,۱۷۹

a) رتبه براساس مثبت بودن

b) رتبه براساس آزمون ویلکاکسون

بر اساس نگاره ۱۱ نتایج آزمون ویلگاکسون نشان می‌دهد که سطح معناداری دو به دو الگوریتم ها به ترتیب ۰,۴۴، ۰,۳۷۶و ۰,۱۷۹ بیشتر از ۰,۰۵ است، بنابراین، با احتمال ۹۵ درصد می توان گفت که اختلاف معناداری بین دقت الگوریتم ها وجود ندارد و فرضیه اول در سطح معناداری ۵ درصد رد می‌شود به عبارتی برتری الگوریتم ها نسبت به یکدیگر بصورت نسبی است و بیانگر برتری کامل یک الگوریتم نسبت به الگوریتم دیگر نیست.

فرضیه ۲- بین واریانس سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه‌شده با مدل میانگین- نیمه واریانس و توسط الگوریتم‌های مختلف برمبنای بازده اضافی نسبت به ریسک تفاوت وجود دارد.

نگاره ۱۲- مقایسه واریانس سرمایه گذاری توسط الگوریتم های مختلف

	GA - CA	PSO - GA	PSO – CA
آماره آزمون	-۱,۵۷۱ (a)	-۱,۵۷۱ (a)	-۰,۸۳۲ (a)
سطح معنی داری	۰,۱۱۶	۰,۱۱۶	۰,۴۰۵

a) رتبه براساس مثبت بودن

b) رتبه براساس آزمون ویلکاکسون

براساس نگاره ۱۲ نتایج آزمون ویلکاکسون برای مقایسه دو به دو الگوریتم ها نشان می‌دهد که سطح معناداری آن ها به ترتیب ۰,۱۱۶، ۰,۱۱۶ و ۰,۴۰۵. بیشتر از ۰,۰۵ است. بنابراین، با احتمال ۹۵ درصد می توان گفت که اختلاف معناداری بین دقت الگوریتم ها وجود ندارد و فرضیه در سطح معناداری ۵ درصد رد می‌شود. این نتیجه با نتایج تحقیقات هیولینگ و همکاران (۲۰۱۳)، نیز مطابقت دارد براساس نتایج حاصل از آزمون می توان نتیجه گیری کرد الگوریتم های پیشنهادی از کارایی قابل قبولی برخوردار هستند و می توانند به جواب بهینه در سبد سهام دست یابند.

فرضیه ۳- بین انحراف معیار به میانگین بازدهی سرمایه‌گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه‌شده با مدل میانگین- نیمه واریانس و توسط الگوریتم‌های مختلف برمبنای بازده اضافی نسبت به ریسک تفاوت وجود دارد.

نگاره ۱۳- مقایسه انحراف معیار سرمایه گذاری توسط الگوریتم های مختلف

	GA - CA	PSO - GA	PSO – CA
آماره آزمون	-۰,۴۴۷ (a)	-۱,۳۴۳ (a)	-۰,۷۴۶ (a)
سطح معنی داری	۰,۴۳۹	۰,۱۷۹	۰,۴۵۶

a) رتبه براساس مثبت بودن

b) رتبه براساس آزمون ویلکاکسون

براساس نگاره 13 نتایج آزمون ویلکاکسون برای مقایسه دو به دو الگوریتم ها نشان می‌دهد که سطح معناداری آن ها به ترتیب ۰,۴۳۹، ۰,۱۷۹ و ۰,۴۵۶. بیشتر از ۰,۰۵ است. بنابراین، با احتمال ۹۵ درصد می توان گفت که اختلاف معناداری بین دقت الگوریتم ها وجود ندارد و فرضیه در سطح معناداری ۵ درصد رد می‌شود به عبارتی هر کدام به عنوان یک الگوریتم مستقل می توانند در انتخاب سبد بهینه مورد استفاده قرار بگیرند. این نتیجه با نتایج تحقیقات راعی و همکاران (۱۳۸۹) و گرکز و همکاران(۱۳۸۹) نیز همسو می باشد.

۸- نتیجه گیری و بحث

مدل مارکویتز نشان داد مهم ترین عامل در انتخاب سبد سهام بهینه دو عامل بازده و ریسک می باشد. نتایج این پژوهش نشان می دهد که روش های بهینه سازی براساس تابع هدف تعریف شده به دنبال انتخاب سبد سهامی بودند که بیش ترین بازده و کمترین ریسک را دارد.

همان طور که از پیش اشاره شده بود، هدف این تحقیق انتخاب یک سبد سهام از بین سهام شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار با استفاده از مدل های بهینه سازی الگوریتم Ca، Pso و Ga بود. برای فرضیه پژوهش ابتدا آزمون هم واریانسی دو روش انجام شد. آزمون T که از مقایسه واریانس سرمایه گذاری در سبدهای سهام انتخاب و بهینه شده الگوریتم ها انجام شد و چون سطح معنی داری جفت ها از α=۰,۰۵ بزرگ تر می باشد، پس واریانس الگوریتم جفت ها برابر است. از این رو، برای مقایسه ی دو الگوریتم آزمون ویلکاکسون استفاده شد، در ادامه جهت آزمون فرضیه، با کمک آزمون ویلکاکسون در سطح ۵٪ الگوریتم ها با یکدیگر مقایسه شد و به بررسی تفاوت معنی دار بین میانگین بازده سرمایه گذاری در سبدهای شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران براساس دو روش پرداخته شد، آزمون های آماری مربوط به نتایج حاکی از عدم وجود اختلاف معنادار بین الگوریتم ها می باشد.

از طرفی به منظور مقایسه الگوریتم ها و بررسی برتری الگوریتم ها، این دو روش بهنه سازی از دو بعد تابع هدف و نسبت بازده و ریسک مورد مقایسه قرار گرفت.

در مقایسه تابع هدف، الگوریتمی موفق است که مقدار تابع هدف کمتری داشته باشد یا به عبارتی با کمترین خطا به بهترین نتیجه رسیده باشد و از آنجایی که الگوریتم ga با مقدار تابع هدف ۰,۰۶۷۸۹۲۱ نسبت به الگوریتم های دیگر بهتر عمل کرده است نشان دهنده برتری نسبی این الگوریتم در انتخاب سبد سهام بهینه است. در مقایسه نسبت بازده و ریسک، الگوریتمی دارای برتری است که دارای نسبت بزرگتری باشد و از آنجایی که نسبت بازده و ریسک الگوریتم GA با نسبت ۲,۶۷۴۱۰۷ نسبت به الگوریتم های دیگر است، نشان دهنده برتری نسبی این الگوریتم در انتخاب سبد سهام بهینه است. مهم ترین کاستی مدل مارکویتز این است که در این مدل تمام عوامل که در دنیای واقعی در اندازه گیری ریسک و بازده موثر هستند، مد نظر قرار نگرفته است.

فهرست منابع

* خالوزاده، حمید و امیری، نسیبه (۱۳۸۵)، تعیین سبد سهام بهینه در بازار در معرض ریسک، مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۷۳، صفحات ۲۳۱-۲۱۱.
* راعی، رضا، محمدی، شاپور و علی بیکی، هدایت (۱۳۸۹)، بهینه سازی سبد سهام با رویکرد «میانگین-نیم واریانس» و با استفاده از جستجوی هارمونی، فصلنامه تحقیقات مالی، صص ۱۲۸-۱۰۵.

* عبدالعلی زاده شهیر، سیمین و عشقی، کوروش (۱۳۸۲)، کاربرد الگوریتم ژنتیک در انتخاب یا مجموعه دارایی از سهام بورس اوراق بهادار، فصلنامه پژوهش های اقتصادی، دوره پنجم، شماره ۱۷، صص ۱۹۲-۱۷۵.
* کیانی هرچگانی، مائده، نبوی چاشمی، سید علی و معماریان، عرفان (۱۳۹۳)، بهینه سازی سبد سهام براساس حداقل سطح پذیرش ریسک کل و اجزای آن با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک، فصلنامه دانش سرمایه گذاری، سال سوم، شماره۱۱، صص ۱۶۴-۱۲۵.
* گرگز، منصور، عباسی، ابراهیم و مقدسی، مطهره (۱۳۸۹)، انتخاب و بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک براساس تعاریف متفاوتی از ریسک، فصلنامه مدیریت صنعتی دانشکده علوم انسانی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج، سال پنجم، شماره۱۱، صص ۱۳۶-۱۱۵.
* شهمیرزادی، مرضیه (۱۳۸۸)، انتخاب پرتفوی مناسب جهت کاهش ریسک غیرسیستماتیک در بورس اوراق بهادار تهران، پایان نامه کارشناسی ارشد، رشته مدیریت بازرگانی گرایش مالی، دانشکده اقتصاد و علوم اجتماعی، دانشگاه الزهرا (س) تهران.
* فبوزی، فرانک، مودیلیانی، فرانکو و مایکل، فری (۱۳۷۶)، مبانی بازارهاو نهادهای مالی، ترجمه حسین عبده تبریزی ، انتشارات آگاه.
* هواسی، سجاد، میبدی، محمد رضا و رحیمی، سمانه (۱۳۹۱)، یک الگوریتم ترکیبی جدید مبتنی بر بهینه سازی دسته جمعی ذرات و الگوریتم فرهنگی برای محیط های پویا، دومین کنفرانس ملی مهندسی نرم افزار لاهیجان، دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان، ۱۰ و ۱۱ آبان ماه.
* Aranha, C., & H. Iba, (2009), The Memetic Tree-based Genetic Algorithm and its application to Portfolio Optimization, springer: Memetic Comp 1: PP.139–151.
* Chang, T, G., Yang, S, C., Chang, K.G., (2009), Portfolio optimization problem different risk measure using genetic algorithm, Expert system with application, 36, PP. 10529-10537.
* Fernandez A., Gomez S, (2007), Portfolio selection using neural networks; Computer& Operations Research.s, 34, PP 1177-1191.
* Hao, F.F., Liu, Y.K, (2009), Mean-variance models for portfolio selection with fuzzy random returns, Journal of Applied Mathematics and Computing 30:9, PP 9–38.
* Kenndy, J., Eberhart, R.C., (1995), Particle Swarm Optimization, In Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Netwok IV.
* Leung, Pui lamYip., Ng lui, Keong., wong, Wing., (2012), An improved estimation to make Markowitz's portfolio optimization theory users friendly and estimation accurate with application on the US stock market investment, PP 85-98.
* Lin, Ch., Liu, Y., (2008), Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots. European Journal of Operational Research; 185; PP393-404.
* Lin, Chi., Ming, Mitsuo, Gen., (2007), An Effective Decision-Based Genetic Algorithm Approach to Multiobjective Portfolio Optimization Problem, Applied Mathematical Sciences, Vol 1, No 5, 201– 210.
* Markowitz H.M, (1952), Portfolio selection, journal of finance, Vol 7, PP 77-91.
* Huiling, W., Yang, Zeng., Haixiang Yao., (2013), Multi-period Markowitz's mean–variance portfolio selection with state-dependent exit probability, Economic Modelling, Vol 36, PP 69-74.

یادداشت‌ها

[1]. Particle Swarm Optimization
[2]. Reynolds
[3]. Situational Knowledge
[4]. Normative Knowledge
[5]. History Knowledge
[6]. Influence function