فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهل و هفتم / تابستان ۱۴۰۰

بهینه‌سازی سبد سهام مبتنی بر مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک و جهش قورباغه مخلوط‌شده

محمدسعید حیدری[۱]
جواد ولیدی[۲]
سید بابک ابراهیمی[۳]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۹/۰۸/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۹/۰۹/۲۸

چکیده

در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری که یکی از مهم‌ترین مسائل در حوزه مالی است، استفاده از مدلی که بتواند شرایط محیط‌های واقعی را در نظر بگیرد، اهمیت دارد. در بازارهای مالی، نوسانات شدید و متواتر سبب تغییر مکرر در خروجی‌های مدل‌های سبد سرمایه‌گذاری می‌گردد و این مسئله نیاز به تغییر وزن دارایی‌های موجود در سبد را افزایش می‌دهد که سبب تحمل هزینه‌های بالای مدیریتی و معاملاتی می‌شود. در ادبیات موجود در زمینه مدل‌های سبد سرمایه‌گذاری، یکی از رویکردهای مقابله با این نوع هزینه‌های زیاد رویکرد بهینه‌سازی استوار است. در این پژوهش تلاش شده است از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده برای حل مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار ارائه‌شده توسط امیری و حیدری (۱۳۹۹) در ابعاد بزرگ‌تر و به‌منظور بهینه‌سازی سبد سهام استفاده شود. در این راستا ۱۵ مسئله معین با ابعاد (تعداد شرکت و دوره زمانی) مختلف طراحی شده و پردازش روی آن‌ها صورت می‌گیرد. نتایج حاصل از اجرای دو الگوریتم بر روی ۱۵ مسئله مذکور با استفاده از آزمون آماری T مورد مقایسه قرار گرفته است که بیانگر عدم تفاوت معنادار بین دو الگوریتم در انتخاب سبد سرمایه‌گذاری است اما رویکرد ترکیبی تاپسیس و وزن‌دهی آنتروپی، الگوریتم ژنتیک را به‌عنوان الگوریتم برتر انتخاب می‌کند.

کلمات کلیدی

بهینه‌سازی سبد سهام، الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده، الگوریتم ژنتیک، روش تاگوچی.

۱-گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. Saeedhaidary@gmail.com
۲-گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران، ایران.(نویسنده مسئول) Validijavad@yahoo.com
۳-گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، تهران، ایران. B_ebrahimi@kntu.ac.ir

مقدمه

مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، یکی از مهم‌ترین مسائل در مباحث مالی می‌باشد و تاکنون مدل‌ها و روش‌های متعددی در این راستا توسط محققان مختلف ارائه شده است. در دنیای سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران می‌خواهند بالاترین بازده مورد انتظار را از سبد سرمایه‌گذاری در ازای کمترین ریسک به دست آورند. مدل پایه در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، مدل میانگین- واریانس مارکوییتز است که توسط وی در سال ۱۹۵۲ معرفی شد[۱۸]. طبق این مدل، دو شاخصه اصلی سرمایه‌گذاری، بازده و ریسک هستند و در آن یک سرمایه‌گذار همواره به دنبال حداکثرسازی بازده خود به‌ازای سطح معینی از ریسک است یا حداقل سازی ریسک را در ازای بازدهی معین در نظر دارد. با توجه به عدم قطعیت موجود در پیش‌بینی پارامترهای مالی از جمله بازده و ریسک شرکت‌ها و با توجه به نقش کلیدی آن در تصمیم‌گیری‌های مالی به‌ویژه انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، نیاز است تکنیک‌هایی توسعه داده شود که این عدم قطعیت‌ها را در تصمیم‌گیری در نظر گرفته و سبد سرمایه را به‌گونه‌ای انتخاب کند که حساسیت زیادی به این عدم قطعیت‌ها نداشته باشد. روش‌های کلاسیک برای در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها وجود دارد که شامل آنالیز حساسیت و بهینه‌سازی تصادفی می‌شود. در آنالیز حساسیت، ابتدا عدم قطعیت به‌طور کلی در نظر گرفته نشده، سپس بعد از حل مسئله تأثیر عدم قطعیت داده‌ها در مسئله مورد بررسی قرار می‌گیرد. هرچند آنالیز حساسیت ابزار خوبی برای بررسی میزان خوبی جواب است اما راه مناسبی برای تولید جواب‌هایی که در مقابل تغییرات داده‌ها استوار باشند نیست[۶]. از طرف دیگر، استفاده از آنالیز حساسیت در مدل‌هایی که شامل تعداد زیادی از پارامترهای دارای عدم قطعیت می‌شود، امری سخت و زمان‌بر است. بهینه‌سازی تصادفی نیز از نظر ریاضی یک مدل قوی است اما مشکلی که در آن وجود دارد این است که نمی‌توان تابع توزیع قطعی پارامترهای دارای عدم قطعیت را به‌دست آورد. حتی اگر قادر به انجام این مهم هم شویم، محاسبه احتمال آن‌ها کار دشواری است. از این رو یک رویکرد مناسب که مشکلات این روش‌ها را مرتفع سازد مورد نیاز است. رویکرد بهینه‌سازی استوار را می‌توان جایگزین مناسبی برای روش‌های قبل دانست چراکه به‌راحتی جوابی را که هم شدنی و هم بهینه باشد به ما می‌دهد[۱۲]. در پژوهش انجام‌شده توسط امیری و حیدری (۱۳۹۹)، مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار بر مبنای معیار شارپ معرفی و کارایی مدل پیشنهادی نمایش داده شد. در مدل پیشنهادی، چنانچه آن را در ابعاد کوچک بررسی کرده می‌توان مدل را با استفاده از رویکردهای دقیق و با استفاده از نرم‌افزار GAMS حل کرد اما در صورت بزرگ‌تر شدن ابعاد، حل آن توسط رویکرد مذکور میسر نبوده و یا امری بسیار زمان‌بر است. مضاف بر این، به‌منظور دستیابی به اهداف دنیای واقعی و با اضافه شدن محدودیت‌های

فراوان، فضای جستجوی مسئله بسیار بزرگ و ناپیوسته می‌گردد که عملاً استفاده از رویکردهای دقیق را ناممکن می‌سازد[۲۳]. به همین علت الگوریتم‌های ابتکاری و فرا ابتکاری موردتوجه قرار گرفتند که جواب‌های نزدیک به بهینه ارائه کرده و زمان حل مسئله را تا حد قابل‌قبولی کاهش می‌دهند. در پژوهش پیش رو سعی شده است تا از الگوریتم‌های جهش قورباغه مخلوط‌شده و ژنتیک جهت دستیابی به پرتفوی بهینه مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار استفاده شود.

الگوریتم ژنتیک یکی از پرکاربردترین روش‌های فرا ابتکاری شناخته شده برای حل مسائل بهینه‌سازی است که علاوه بر داشتن یک منطق بسیار ساده برای حل مسائل بهینه‌سازی، قابلیت به دست آوردن حل نزدیک به بهینه برای انواع مسائل پیچیده‌ای را که با سایر روش‌ها جواب مناسبی برای آن‌ها یافت نمی‌شود، دارد. شایان ذکر است که اخیراً با استفاده از زنجیره‌های مارکوف و برای طیف خاصی از مسائل، ثابت شده است که الگوریتم ژنتیک جواب بهینه سراسری مسئله را در شرایط معینی پیدا می‌کند. جان هلند در دانشگاه میشیگان آمریکا با تحقیقات خود در اوایل دهه ۷۰ میلادی بنای این روش را گذاشت و در سال ۱۹۷۵ به‌طور رسمی با انتشار کتابی آن را به جهان معرفی کرد. البته اصول اولیه و فرضیه‌هایی که امروزه الگوریتم ژنتیک بر آن‌ها متکی است، بیشتر توسط دانشمندانی مثل داروین، مالتوس، مندل و گلدبرگ توسعه داده شده است. این الگوریتم، تکنیکی است که از تکامل ژنتیکی به‌عنوان الگوی حل مسئله استفاده می‌کند. قانون انتخاب طبیعی در این الگوریتم، بدین صورت است که تنها گونه‌هایی از یک جمعیت ادامه نسل می‌دهند که دارای ژن مرغوب بوده و ژن‌هایی که نامرغوب باشند به‌تدریج و در طی زمان از بین می‌روند.

الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده که اولین بار توسط یوسف و لنزی (۲۰۰۳) پیشنهاد شد، یکی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی فرا ابتکاری است که از رفتار اجتماعی قورباغه‌ها الهام گرفته شده است و از نظر طبقه‌بندی، در میان الگوریتم‌های رفتاری یا الگوریتم‌های ممتیک قرار می‌گیرد[۱۵]. در این الگوریتم‌ها، برخلاف الگوریتم‌های ژنتیک که صفات و قابلیت‌ها توسط والدین برای فرزندان به ارث گذاشته می‌شود، هر فردی صفات و ویژگی‌های مفید را، با جستجوی محلی در اطراف خود به دست می‌آورد؛ یعنی، علاوه بر تکامل در جمعیت، تکامل به‌صورت فردی نیز صورت می‌پذیرد. برای درک بهتر، گروهی از قورباغه‌ها را در نظر بگیرید که به تعداد مساوی بین چند برکه تقسیم شده‌اند. هر یک از قورباغه‌ها برای دستیابی به بیشترین غذا، شروع به جستجوی محلی دقیق در اطراف محل استقرار خود می‌کنند. رفتار قورباغه‌ها در جستجوی غذا می‌تواند از رفتار قورباغه‌های همان برکه و یا برکه‌های دیگر تأثیر گرفته و بهبود یابد و این بهبود سبب تغییر موقعیت قورباغه‌ها می‌شود. مراحل بیان‌شده تا زمانی که شرط

همگرایی برقرار شود تکرار می‌شوند.

در ادامه، در بخش ۲ مبانی نظری پژوهش بررسی شده است. در بخش ۳، مروری بر پیشینه پژوهش انجام شده است. در بخش ۴، روش‌شناسی پژوهش آورده شده است. بخش ۵، یافته‌های پژوهش را بیان و مورد تجزیه‌وتحلیل قرار می‌دهد و درنهایت در بخش ۶ نتیجه‌گیری آورده شده است.

مبانی نظری پژوهش

در این پژوهش از الگوریتم‌های ژنتیک و جهش قورباغه مخلوط شده برای بهینه‌سازی سبد سهام مبتنی بر مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار ارائه‌شده توسط امیری و حیدری (۱۳۹۹) [۱] استفاده شده است. همچنین به هنگام بکارگیری دو الگوریتم، هر یک از پارامترهای آن‌ها توسط روش تاگوچی بهینه شده است. در ادامه مبانی نظری هر یک مورد بررسی قرار گرفته است.

مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار

در این پژوهش از مدل امکانی استوار ارائه‌شده توسط امیری و حیدری (۱۳۹۹) به‌عنوان مدل پایه در انتخاب سبد بهینه استفاده شده است. این مدل به‌صورت روابط ۱ تا ۱۱ بیان شده است.

$$\begin{aligned}\max E(w) = D - [\![W * (\eta)]\!]_1 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n} X_{it}\left(S_{it(2)} - (1-\alpha)S_{it(1)} - \alpha S_{it(2)}\right) - \\ \eta_2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n} X_{it}\left([\![(1+R]\!]_{it(4)}\right) - \left(1-\frac{\beta}{2}\right)[\![(1+R]\!]_{it(3)}\right) - \frac{\beta}{2}[\![(1+R]\!]_{it(4)}\right)\Big) - \\ \eta_2 \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n} X_{it}\left(\left(1+R_{it(4)}\right) - \left(1-\frac{\beta}{2}\right)[\![(1+R]\!]_{it(4)}\right) - \frac{\beta}{2}[\![(1+R]\!]_{it(3)}\right)\Big)\Big) - \\ (1-W) * \left(\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}(cs)Y_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}[\![(cb)Z_{it}]\!]\right)\end{aligned} \quad (۱)$$

$$s.t$$

$$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n} X_{it}\left((1-\alpha)S_{it(1)} + \alpha S_{it(2)}\right) \geq D \quad (۲)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} X_{jt}L_{it}F_{it} \leq X_{it} \leq \sum_{j=1}^{n+1} X_{jt}U_{it}F_{it} \quad , \quad t = 1.2.\ldots.T.\, i = 1.2.\ldots.n+1 \quad (۳)$$

$$X_{it} \geq \left(\left(\frac{\beta}{2}\right)\left(1+R_{i(t-1)(4)}\right) + \left(1-\frac{\beta}{2}\right)\left(1+R_{i(t-1)(3)}\right)\right) X_{i(t-1)} - Y_{it} + Z_{it} \quad , \quad t = 1.2.\ldots.T \quad , \quad i = 1.2.\ldots.n \quad (۴)$$

$$X_{it} \leq \left(\left(\frac{\beta}{2}\right)\left(1+R_{i(t-1)(3)}\right) + \left(1-\frac{\beta}{2}\right)\left(1+R_{i(t-1)(4)}\right)\right) X_{i(t-1)} - Y_{it} + Z_{it}. \quad t = 1.2.\ldots.T \quad , \quad i = 1.2.\ldots.n \quad (۵)$$

$$X_{(n+1)t} = (1 + R_{(n+1)(t-1)})X_{(n+1)(t-1)} + \sum_{i=1}^{n}(1 - cs)Y_{it} - \sum_{i=1}^{n}(1 + cb)Z_{it}, \quad t = 1,2,\dots,T \qquad (۶$$

$$\sum_{i=1}^{n} F_{it} = k, \quad t = 1,2,\dots,T, i = 1,2,\dots,n+1 \qquad (۷$$

$$F_{(n+1)t} = 1, \quad t = 1,2,\dots,T \qquad (۸$$

$$X_{it}, Y_{it}, Z_{it} \geq 0, \quad t = 1,2,\dots,T, i = 1,2,\dots,n+1 \qquad (۹$$

$$F_{it} = \{0,1\} \quad t = 1,2,\dots,T, i = 1,2,\dots,n+1 \qquad (۱۰$$

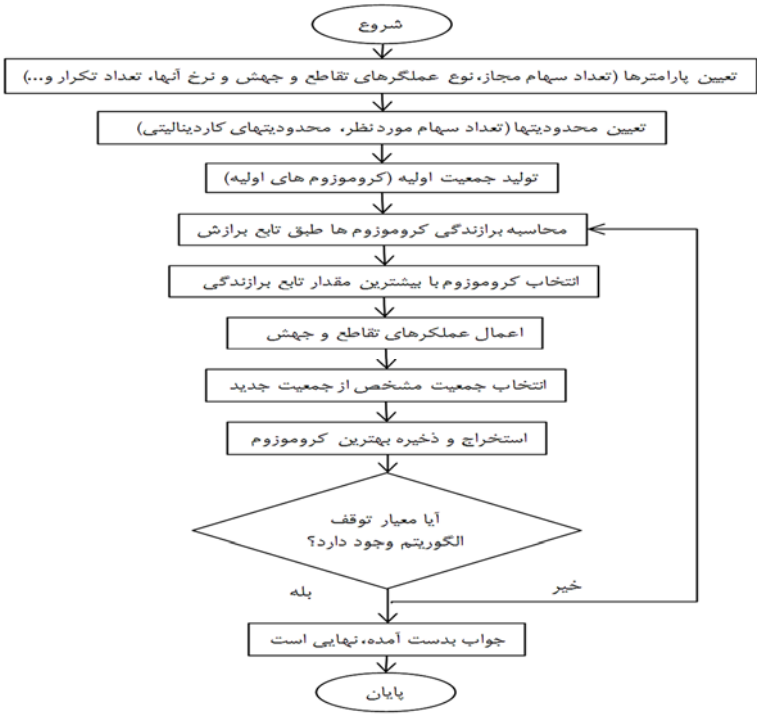
$$0.5 \leq \alpha\beta \leq 1 \qquad (۱۱$$

که در آن S_{it} نسبت شارپ سهم i ام در دوره زمانی t ، R_{it} بازده غیرقطعی سهم i ام در دوره زمانی t ، $R_{(n+1)t}$ سود وام‌دهی بدون ریسک در دوره زمانی t ، U_{it} حداکثر وزن سهم i ام در سبد در دوره زمانی t ، L_{it} حداقل وزن سهم i ام در سبد در دوره زمانی t ، K تعداد سهم مجاز در سبد، cb کارمزد خرید، cs کارمزد فروش، W وزن/اهمیت نسبت شارپ در تابع هدف است. علاوه بر این، D یک متغیر پیوسته، X_{it} مقدار سرمایه‌گذاری در سهم i ام در دوره زمانی t ، $X_{(n+1)t}$ میزان وام‌دهی بدون ریسک در دوره زمانی t ، Y_{it} میزان فروش سهم i ام در سبد در دوره زمانی t ، Z_{it} میزان خرید سهم i ام در سبد در دوره زمانی t و F_{it} متغیر باینری است که اگر یک شود یعنی سهم i ام در دوره زمانی t در سبد موجود است.

الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یکی از پرکاربردترین روش‌های فرا ابتکاری شناخته شده برای حل مسائل بهینه‌سازی است. شکل ۱ گام‌های الگوریتم ژنتیک را در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام نشان می‌دهد. مطابق با این شکل، ابتدا باید فاکتورهای الگوریتم همچون اندازه جمعیت، تعداد تکرار نسل‌ها، نرخ جهش و نرخ تقاطع تعیین شود که این امر با استفاده از روش تاگوچی انجام شده است. در ادامه محدودیت‌های مسئله همچون تعداد سهام مجاز، میزان وزن مجاز هر سهم و غیره تعیین می‌شود. در گام بعد یک جمعیت اولیه با دو خصوصیت کروموزوم و تابع برازندگی ایجاد می‌شود. سپس برازندگی هریک از کروموزوم‌ها مطابق با تابع برازندگی و براساس تابع هدف محاسبه می‌شود. در ادامه، بهترین کروموزوم‌ها براساس تابع برازندگی انتخاب شده و برای عملیات تقاطع و جهش انتخاب می‌شوند. در مرحله بعد، عملگرهای جهش و تقاطع اعمال شده و کروموزوم‌ها به تعداد جمعیت مشخص، از جمعیت جدید انتخاب می‌گردد. سپس بهترین کروموزوم (جواب) استخراج و در حافظه ذخیره می‌شود. همچنین معیار توقف الگوریتم بررسی

شده و در صورت برقراری این معیار، الگوریتم متوقف می‌شود. در این پیاده‌سازی، هر جواب معادل یک کروموزوم است که از تعداد ژن مشخص تشکیل شده است. ژن‌ها در این معادل‌سازی معادل سهم‌ها بوده و عددی که به آن‌ها اطلاق می‌شود، وزن سهم هر شرکت است. همچنین برازندگی کروموزوم‌ها در این مسئله براساس تابع هدف مسئله که بیشینه‌سازی نسبت شارپ است، محاسبه می‌شود. معیار توقف نیز تعداد تکرارهای الگوریتم است. لازم بذکر است تکنیک انتخاب مورداستفاده در این پژوهش چرخ رولت بوده که در کنار روش تقاطع دو نقطه‌ای جهت تشکیل جمعیت جدید و روش جهش وارون ساز دو نقطه‌ای به‌منظور جهش کروموزوم‌ها استفاده شده است.



شکل ۱- فلوچارت الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی سبد سهام

الگوریتم جهش قورباغه مخلوط‌شده

الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده (به اختصار، SFLA) یکی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی فرا ابتکاری است که از رفتار اجتماعی قورباغه‌ها الهام گرفته شده است و از نظر طبقه‌بندی، در میان الگوریتم‌های رفتاری یا الگوریتم‌های ممتیک قرار می‌گیرد. در SFLA جمعیت اولیه توسط مجموعه‌ای

از راه‌حل‌های تصادفی که قورباغه‌های مجازی نامیده می‌شود تشکیل می‌گردد که در آن هر قورباغه با یک بردار نمایش داده می‌شود. در ابتدا، کل جمعیت F به m زیرمجموعه تقسیم‌بندی می‌شود که به هر یک از آن‌ها ممپلکس گفته می‌شود. ممپلکس‌های مختلف که هر کدام شامل n قورباغه می‌شود، به‌عنوان فرهنگ‌های متفاوت قورباغه‌ها تلقی شده و به‌طور مستقل در کل فضای جستجو تکامل می‌یابند (F=m×n). هر یک از این ممپلکس‌ها دارای ویژگی‌هایی هستند که می‌تواند متأثر از خصوصیات قورباغه‌های سایر ممپلکس‌ها تغییر کند. در هر ممپلکس، زیرمجموعه‌ای از ممپلکس که زیرممپلکس نامیده می‌شود، ایجاد شده و هر زیرممپلکس شامل q قورباغه می‌شود که به‌صورت تصادفی از هر ممپلکس مطابق با توزیع احتمال مثلثی انتخاب می‌شود. هر قورباغه نمایانگر یک راه‌حل قابل‌قبول در مسئله بهینه‌سازی است که دارای یک مقدار برازندگی است. قورباغه‌ها براساس برازندگی محاسبه شده، بصورت نزولی مرتب شده و براساس روندی خاص به زیرمجموعه‌های مختلف تقسیم می‌شوند. مطابق با این تقسیم‌بندی، قورباغه اول (از نظر برازندگی) به ممپلکس اول، قورباغه دوم به ممپلکس دوم و قورباغه m ام به ممپلکس m ام و قورباغه m+1 ام به ممپلکس اول تعلق می‌گیرد. این روند تا انتها ادامه می‌یابد به‌گونه‌ای که قورباغه F ام به ممپلکس m ام تعلق می‌گیرد. در هر زیرممپلکس، هر قورباغه با توجه به برازندگی بدترین قورباغه P_w و همچنین برازندگی بهترین قورباغه P_B جهش می‌کند. اندازه گام جهش به‌صورت رابطه ۱۲ محاسبه می‌شود:

$$S_B = \begin{cases} \min\{\text{int}[\text{rand}.\,(P_B - P_w), S_{max}]\} & \text{positive step} \\ \max\{\text{int}[\text{rand}.\,(P_B - P_w), -S_{max}]\} & \text{negative step} \end{cases} \quad (۱۲$$

که در آن rand تابع تولید عدد تصادفی بین صفر و یک است و بیانگر حداکثر اندازه گام جهش است و بیانگر حداکثر اندازه گام جهش است. سپس، موقعیت جدید بدترین قورباغه به‌صورت رابطه ۱۳ محاسبه می‌شود:

$$P'_w = P_w + S_B \quad (۱۳$$

اگر موقعیت جدید نسبت به موقعیت قدیم بهتر باشد، آنگاه باید P'_w را جایگزین P_w کرد. در غیر این صورت، موقعیت جدید P''_w مطابق با بهترین قورباغه P_G در تمام جمعیت انتخاب خواهد شد (رابطه ۱۴) که اندازه گام به‌صورت رابطه ۱۵ محاسبه می‌شود:

$$P''_w = P_w + S_G \quad (۱۴$$

$$S_G = \begin{cases} \min\{\text{int}[\text{rand}.(P_G - P_w), S_{max}]\} & \text{positive step} \\ \max\{\text{int}[\text{rand}.(P_G - P_w), -S_{max}]\} & \text{negative step} \end{cases} \quad (۱۵$$

مشابها، اگر موقعیت جدید بهتر از موقعیت قدیم باشد، آنگاه باید P''_w را جایگزین P_w کرد. در غیر این صورت، قورباغه‌ای که به‌صورت تصادفی تولید می‌شود، جایگزین بدترین قورباغه خواهد شد. پس از چندین مرتبه تکرار الگوریتم، همه قورباغه‌ها در یکدیگر آمیخته شده و براساس برازندگی به‌صورت نزولی مرتب می‌شوند. همه این مراحل تا زمانی که شرط توقف الگوریتم برقرار شود تکرار خواهند شد.

روش تاگوچی

همان‌طور که می‌دانیم، اجرای الگوریتم‌ها مستلزم وارد کردن پارامترهای مختلف است. به‌عنوان مثال در الگوریتم ژنتیک پارامترهایی از جمله اندازه جمعیت، نرخ تقاطع، نرخ جهش، تعداد تکرارها و غیره باید وارد شوند. در نظر گرفتن مقادیر مختلف برای این پارامترها منجر به نتایج متفاوتی می‌شود که در برخی مسائل این تفاوت حائز اهمیت است. بنابراین لازم است این پارامترها در بهینه‌ترین حالت خود تنظیم گردند. تنظیم پارامتر الگوریتم‌های فرا ابتکاری به‌منظور افزایش کارایی الگوریتم‌ها در یافتن جواب بهینه در فضای موجه مسئله صورت می‌پذیرد. بدین منظور، روش‌های مختلفی وجود دارد تا تعداد آزمایش‌هایی را که روی پارامترها انجام می‌شود کاهش یابد. یکی از این روش‌ها، روش FFE است که توسط کچران و ککس ارائه شده است[۱۴] . در این روش، تعداد محدودی از کل حالات امکان‌پذیر بررسی شده تا موارد دارای بیشترین تأثیر، شناسایی و انتخاب گردند. روش دیگری که بدین منظور وجود دارد، روش تاگوچی است که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است[۲۱] . تاگوچی با تبدیل داده‌های تکراری به یک مقدار دیگر که بیانگر اندازه تغییرات است، روش نسبت S/N را ارائه کرد که با تبدیل تکرار داده‌ها به یک ارزش، مقدار تغییر را نشان می‌دهد. نسبت سیگنال به نویز عبارت است از نسبت میانگین (سیگنال) به انحراف معمعیار (یز) که معکوس ضریب تغییرات CV است و میزان تغییرات متغیر پاسخ را که حاصل تکرار آزمایشات است، نشان می‌دهد. با توجه به این‌که نسبت S/N متناسب با معکوس ضریب تغییرات است، افزایش این نسبت، منجر به کاهش تغییرات و حرکت به سمت بهینگی می‌شود. تاگوچی با استفاده از این نسبت که در آن میانگین مجذور مربع‌ها به کمک یک مقیاس لگاریتمی بیان می‌شود، ادعا می‌کند که نتایج به کمک نسبت S/N خطی‌تر رفتار می‌نماید است[۲۲و۲۴] . به‌طور کلی در روش تاگوچی، ابتدا باید فاکتورها (عوامل) مناسب را شناسایی و سپس سطوح هر یک از فاکتورها را انتخاب نموده و در ادامه طرح آزمایش مناسب برای این فاکتورهای کنترلی مشخص شود. پس از مشخص شدن طرح آزمایش، آزمایش‌ها را انجام داده و با هدف پیدا کردن بهترین ترکیب پارامترها، آزمایش‌ها تحلیل می‌شود.

فاکتورهای کنترلی که سهم مهمی در کاهش تغییرها دارند از طریق مقدار تغییراتی که در متغیر پاسخ ایجاد می‌کنند به‌راحتی قابل‌تشخیص هستند.

پیشینه پژوهش

مدرس و محمدی (۱۳۸۶) در پژوهش خود از داده‌های ماهانه ۴۰ سهم از شرکت‌های بورس تهران استفاده و با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک به بهینه‌سازی سبد سهام پرداختند. سپس نتایج حاصل از بهینه‌سازی را با نتایج روش مارکوییتز و روش انتخاب تصادفی مقایسه کردند و بدان نتیجه رسیدند که الگوریتم ژنتیک نسبت به روش‌های مذکور دارای برتری محسوس است.[۸]

گرکز و همکاران (۱۳۸۹) بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام دادند. آن‌ها دو مدل جداگانه طراحی کرده و در مدل اول از سنجه واریانس و در مدل دوم از سنجه نیم واریانس استفاده نمودند. جامعه آماری این پژوهش شامل ۱۴۶ شرکت از شرکت‌های فعال در بورس تهران در محدوده زمانی سال‌های ۱۳۸۰ تا ۱۳۸۷ می‌شود. آن‌ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک در تکرارهای مختلف به بهینه‌سازی سبد طبق دو مدل پیشنهادی پرداخته و نتایج حاصل، حاکی از بهینگی و ثبات الگوریتم در این تکرارها است. همچنین آن‌ها با استفاده از آزمون T بدان نتیجه رسیدند که تفاوت معناداری بین استفاده از دو مدل در انتخاب سبد بهینه وجود ندارد[۷].

نعیمی و وفادوست (۱۳۹۳) برتری الگوریتم ژنتیک طراحی‌شده توسط خود را نسبت به الگوریتم‌هایی نظیر الگوریتم ازدحام ذرات و بر روی پنج پایگاه داده نشان دادند. در این پژوهش، آن‌ها از داده بورس‌های هنگ‌کنگ، ژاپن، انگلیس، آلمان و آمریکا در بازه مارس ۱۹۹۲ تا سپتامبر ۱۹۹۷ استفاده نمودند. آن‌ها از روش تاگوچی برای تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک بهره برده که نتایج نشان‌دهنده حصول بهبود پاسخ‌ها در اثر این تنظیم می‌باشد[۱۰].

بحری و همکاران (۱۳۹۷) انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام را با استفاده از سه الگوریتم ژنتیک، فرهنگی و ازدحام ذرات مورد بررسی قرار دادند. داده‌های این پژوهش شامل اطلاعات ۱۰۶ شرکت بورس تهران در بازه ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۳ می‌شود. آن‌ها بدین نتیجه رسیدند که از نظر آماری تفاوت معناداری بین میانگین بازده سرمایه‌گذاری طبق سه الگوریتم وجود ندارد. همچنین برای انتخاب بهترین الگوریتم، الگوریتم‌ها را از بعد بهینگی و همگرایی مورد بررسی قرار دادند و الگوریتم ازدحام ذرات را به‌عنوان بهترین برگزیدند[۳].

فشاری و مظاهری فر (۱۳۹۵) در مطالعه‌ای به بررسی و مقایسه دو الگوریتم ژنتیک و جهش قورباغه

با روش کوادراتیک در مدل میانگین واریانس بدون محدودیت پرداختند. آن‌ها مرز کارای به‌دست‌آمده از این سه رویکرد را مقایسه کرده و بدین نتیجه رسیدند که روش کوادراتیک، به نسبت دو الگوریتم دیگر بهتر توانسته است مرز کارا را تخمین بزند. همچنین بر اساس نسبت شارپ، روش کوادراتیک عملکرد مناسب‌تری در مقایسه با دو الگوریتم ژنتیک و جهش قورباغه دارد[۵].

ستاری و چائی (۱۳۹۵) با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی و با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جهش قورباغه به بهینه‌سازی سبدسهام پرداختند. آن‌ها در پژوهش خود از داده‌های ۱۵ شرکت در بورس جهانی و در بازه زمانی ژانویه ۲۰۱۴ تا ژوئن ۲۰۱۵ استفاده کردند. نتایج حاکی از پژوهش آن‌ها نشان‌دهنده این است که الگوریتم جهش قورباغه در جستجوهای سراسری و در مسائلی که دارای محدودیت‌های بیشتری است، نسبت به الگوریتم حرکت تجمعی ذرات دارای عملکرد بهتری است[۴].

باصری و رضایی (۱۳۹۶) توانایی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ازدحام ذرات را درتشکیل پرتفوی بهینه از شرکت‌های منتخب بورس تهران مورد بررسی قرار دادند. جامعه آماری در این پژوهش متشکل از۶۹ شرکت پذیرفته‌شده در بورس تهران از سال ۱۳۸۹ تا ۱۳۹۱ می‌شود. مطابق با نتایج آن‌ها، هر سه رویکرد توانایی تشکیل پرتفوی بهینه را داشته و از نظر آماری بین میانگین بازدهی مدل تحلیل پوششی داده‌ها و دو رویکرد دیگر تفاوت معناداری وجود دارد. همچنین بر اساس رتبه‌بندی انجام‌شده طبق آزمون کروسکال والیس، مدل تحلیل پوششی داده‌ها دارای بالاترین رتبه است[۲].

مشرفی و بهنامیان (۱۳۹۸) مسئله بهینه‌سازی سبد سهام را با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک و تحلیل سلسله مراتبی مورد توجه قرار دادند. در این پژوهش، دو هدف کمینه کردن نسبت ریسک به بازده انتخاب سهم و کمینه کردن هزینه انتخاب هر سهم در نظر گرفته شده‌اند که با استفاده از روش تحلیل سلسله مراتبی وزن دهی شده و تبدیل به یک تابع هدف می‌شوند. سپس تابع هدف مذکور با استفاده از الگوریتم ژنتیک، به انتخاب سبد سرمایه‌گذاری می‌پردازد. نتایج حاصل از این پژوهش، نشان‌دهنده عملکرد قابل‌قبول این روش انتخاب سبد سرمایه‌گذاری است[۹].

آرانا و ایبا (۲۰۰۹) الگوریتم ژنتیک مبتنی بر درختی را ارائه دادند که به ژن‌ها اجازه می‌دهد به‌صورت بازگشتی و با توجه به روابط بین دارایی و همچنین ارزیابی‌های گره‌های میانی اطلاعات را فرا بگیرند. نتایج این پژوهش نشان‌دهنده عملکرد بهتر این الگوریتم در مقایسه با سایر استراتژی‌های انتخاب سبد مورد مطالعه در این پژوهش با استفاده از سنجه‌های عملکرد ریسک-بازده است[۱۱].

چانگ، یانگ و چانگ (۲۰۰۹) مسئله انتخاب سبد بهینه را با سه سنجه مختلف ریسک شامل نیم واریانس، میانگین انحراف مطلق و واریانس همراه با چولگی با استفاده از الگوریتم ژنتیک مورد بررسی

قرار دادند. آن‌ها برای آزمون استوار بودن مدل‌های پیشنهادی خود، آن‌ها را بر روی ۳ پایگاه داده متفاوت تست کردند. آن‌ها نشان دادند مسائلی که در آن‌ها واریانس، نیم واریانس، میانگین انحراف مطلق و واریانس همراه با چولگی به‌عنوان سنجه‌های ریسک به کار گرفته شوند، به‌راحتی با الگوریتم ژنتیک قابل‌حل هستند[۱۳].

ساموئل و همکاران (۲۰۱۲) از الگوریتم ژنتیک چندهدفه برای حل مسئله میانگین- ارزش در معرض خطر و میانگین- ارزش در معرض خطر شرطی استفاده کردند. همچنین پیشنهاد آن‌ها برای کاهش زمان جستجو و افزایش سرعت دریافت خروجی، تقسیم‌بندی شرکت‌های مورد بررسی به چهار چارک و بر اساس سنجه ریسک است. این پیشنهاد علاوه بر اینکه سرعت الگوریتم ژنتیک را ارتقا می‌دهد، برای سرمایه‌گذارانی که بازدهی بالا (پایین) در ازای ریسک بالا (پایین) طلب می‌کنند، پرتفوهای بهتری را ارائه می‌دهد[۲۰].

فائزی و شهابی (۲۰۱۶) مدل ریاضی صفر و یکی را برای انتخاب سبد سهام بهینه و بر اساس مدل خاکستری ارائه و آن را توسط الگوریتم فرا ابتکاری جهش قورباغه مخلوط شده حل کردند. آن‌ها در این پژوهش از داده‌های قیمتی ۱۰۰ شرکت در بورس تهران استفاده نمودند. نتایج پژوهش آن‌ها حاکی از آن است که از روش پیشنهادی نه‌تنها در مسئله انتخاب سبد بهینه می‌توان استفاده کرد بلکه می‌توان آن را در مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره مورد استفاده قرار داد[۱۶].

علاوه بر این، پژوهش‌های فراوانی در حوزه سبدهای استوار انجام شده است اما از آنجایی‌که هدف نهایی در این پژوهش بررسی دقیق مدل‌های استوار انتخاب سبد نیست، تنها به ذکر چند پژوهش انجام‌شده در این حوزه اکتفا می‌کنیم. سجادی و همکاران (۲۰۱۱) در پژوهش خود مدلی استوار برای بهینه‌سازی سبد سهام در حالتی که عدم قطعیت برای تمامی پارامترها در نظر گرفته‌شده و همچنین با در نظر گرفتن محدودیت‌های کاردینالیتی توسعه دادند[۱۹].

قهطرانی و نجفی (۲۰۱۳) با استفاده از رویکرد برتسیماس و سیم عدم قطعیت را در مسئله انتخاب سبددرنظرگرفتند. آن‌ها با استفاده ازرویکردبرنامه‌ریزی آرمانی که یک تکنیک برای حل مسائل چند هدفه است، به‌حل مدل انتخاب‌سبد پرداختند. مدل‌برنامه‌ریزی آرمانی استفاده‌شده در این پژوهش، مدل لی‌و چیسر(۱۹۸۰) است که ریسک‌سیستماتیک و نرخ‌بازده سهم را برای انتخاب سبد در نظر می‌گیرد[۱۷].

بالباس وهمکاران(۲۰۱۶)به مسئله تخصیص‌سرمایه در شرایط ریسک و ابهام پرداختند. مدل آن‌ها از جهات بسیاری جامع‌محسوب‌می‌شود چراکه به‌عنوان‌مثال درمدل خودهر دو حالت زمان گسسته و پیوسته را ارزیابی‌کرده‌اند. مدل پیشنهادی آن‌ها دارای کارایی بالایی بوده و در عین استواری، یک مدل خطی‌است.

علاوه بر این، این مدل نسبت به تغییرات پارامترهای بازار حساسیت کمی از خود نشان می‌دهد[۱۲].

روش‌شناسی پژوهش

در پژوهش انجام‌شده توسط امیری و حیدری (۱۳۹۹) مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار با در نظر گرفتن ۲۷ شرکت و ۶ دوره زمانی حل شد اما در صورت گسترش ابعاد مسئله (افزایش تعداد شرکت‌ها و دوره‌های زمانی) و یا اضافه شدن محدودیت‌های جدید، به مسئله پیچیده‌ای خواهیم رسید که حل آن توسط رویکردهای دقیق نظیر برنامه‌ریزی خطی، برنامه‌ریزی عدد صحیح و غیره بسیار زمان‌بر و یا ناممکن می‌شود. به همین علت از الگوریتم‌های ابتکاری و فرا ابتکاری استفاده می‌شود که جواب‌های نزدیک به بهینه ارائه‌کرده و زمان حل مسئله را تا حد قابل‌قبولی کاهش‌می‌دهند. با توجه به‌اینکه مدل امکانی استوار ارائه‌شده در ابعاد بزرگ، یک مدل غیرخطی بوده و حل آن در کلاس مسائل Np-Hard قرار می‌گیرد، لذا از الگوریتم‌های ابتکاری و فرا ابتکاری استفاده می‌شود که پاسخ‌های نزدیک به بهینه ارائه می‌دهند.

پژوهش حاضر از منظر هدف در زمره تحقیقات کاربردی و از منظر روش جزء تحقیقات توصیفی-همبستگی محسوب می‌شود. همچنین از بعد نحوه جمع‌آوری اطلاعات، پژوهش حاضر یک پژوهش اسنادی-کتابخانه‌ای محسوب می‌گردد. در پژوهش پیش رو، جامعه آماری موردمطالعه شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس تهران بوده و از جامعه آماری مذکور، ۳۰۰ شرکت به‌عنوان نمونه آماری انتخاب شده است. در انتخاب شرکت‌های نمونه آماری، به مسئله نقدشوندگی توجه شده و از شرکت‌هایی که در بازه زمانی حداکثر ۳۶ روزه فعال‌ترین بودند، نمونه‌گیری شده است. همچنین آمار و اطلاعات قیمتی این شرکت‌ها از بانک اطلاعاتی نرم‌افزار رهآورد نوین استخراج شده و برای کدنویسی و تجزیه‌وتحلیل یافته‌های پژوهش از نرم‌افزارهای Matlab2017 و Minitab17 استفاده شده است.

دراین پژوهش،۱۵مسئله نمونه مطابق با جدول۴و براساس داده‌های‌تصادفی جدول۵طراحی‌شده است.

جدول ۴- اندازه مسائل نمونه طراحی‌شده

مسئله	اندازه $I \times T$	مسئله	اندازه $I \times T$
۱	۵۰×۸	۹	۱۸۰×۲۴
۲	۶۰×۱۰	۱۰	۲۰۰×۲۶
۳	۷۰×۱۲	۱۱	۲۲۰×۲۸
۴	۸۰×۱۴	۱۲	۲۴۰×۳۰
۵	۱۰۰×۱۶	۱۳	۲۶۰×۳۲
۶	۱۲۰×۱۸	۱۴	۲۸۰×۳۴

۷	۱۴۰×۲۰	۱۵	۳۰۰×۳۶
۸	۱۶۰×۲۲		

جدول ۵- حدود بازه‌ای پارامترهای تولید شده

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
تعداد سهم مجاز در سبد	(۵ ۱۵)~U	کارمزد خرید	۰,۰۰۵
حداکثر وزن سهام	(۰,۵ ۰,۶)~U	کارمزد فروش	۰,۰۰۶
حداقل وزن سهام	(۰,۱ ۰,۲)~U		
نسبت شارپ	((۳ ۱)،(۱ ۰)،(۰ ۱-)،(۱- ۲-))~U		
بازده سهام	((۰,۱ ۰,۳)،(۰,۱ ۰)،(۰ ۰,۱-)،(۰,۱- ۰,۲-))~U		

به‌همین منظور از هر مسئله نمونه، ۳ زیر مسئله دیگر در بازه تعریف‌شده طراحی و مسئله حل‌شده است. در اینجا، زیر مسئله به معنای تکرار الگوریتم است. یعنی از هر مسئله ۳ بار خروجی گرفته و میانگین مقادیر توابع هدف و زمان محاسباتی زیر مسائل نمونه به‌عنوان مبنای مقایسات در نظر گرفته‌شده است. در الگوریتم‌های پیش رو جواب اولیه، شامل ماتریسی می‌شود که سطر آن مبین سهام شرکت‌ها و ستون آن بیانگر تعداد دوره‌های زمانی است. بدین‌صورت که ابتدا به اندازه تعداد سهام مجاز برای خرید در هر دوره زمانی، شرکت‌هایی که بیشترین نسبت شارپ را داشته انتخاب شده و به‌صورت تصادفی و با رعایت کف و سقف وزن هر سهم در سبد، خرید سهام صورت می‌گیرد (تعیین متغیرهای تصمیم‌گیری F و Z). سپس بر اساس نرخ بازده هر شرکت، مقدار متغیر تصمیم‌گیری Y نیز محاسبه شده و با در دست داشتن متغیرهای Z،F و Y مقدار متغیر تصمیم‌گیری X به‌دست می‌آید.

یافته‌های پژوهش

در این قسمت ابتدا فاکتورهای الگوریتم‌های فرا ابتکاری (پارامترهای اولیه) شناسایی و سطوح عوامل آن (پیشنهادات فعلی) بیان شده است. در ادامه با استفاده از روش تاگوچی و با استفاده از نرم‌افزار MINITAB داده‌های به‌دست‌آمده تحلیل و دو نمودار متوسط نسبت S/N و متوسط میانگین‌ها به دست می‌آید. با توجه به اینکه تابع هدف مدل از نوع بیشینه‌سازی است، درصورتی‌که هرکدام از سطوح فاکتورهای در نظر گرفته‌شده در این دو نمودار در بالاترین نقطه قرار گیرد، مقدار متناظر با آن به‌عنوان پارامتر بهینه الگوریتم شناسایی می‌شود. جداول ۱ و ۲ سطوح پیشنهادی فاکتورهای دو الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده و ژنتیک را به ترتیب نشان می‌دهد.

جدول ۱- سطوح عامل استفاده‌شده برای الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده

		سطوح عامل‌ها		
SFLA				
		۱	۲	۳
پارامترها	$Max\ it$	۱۰۰	۲۰۰	۵۰۰
	$Memeplex\ Size$	۵۰	۸۰	۱۰۰
	$Nmemeplex$	۳۰	۵۰	۸۰

در جدول ۱ متغیرهای بیان‌شده، به ترتیب بیانگر حداکثر تعداد تکرارها، اندازه هر ممپلکس و تعداد ممپلکس‌ها است.

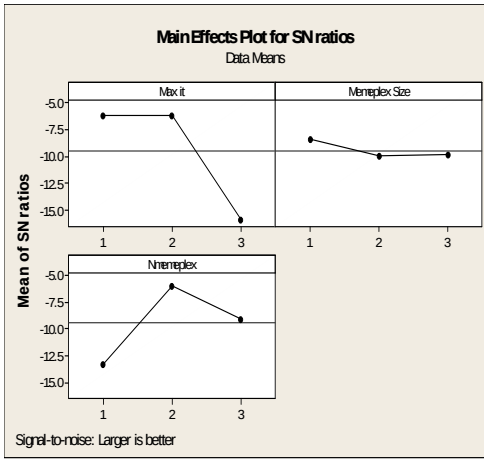
جدول ۲- سطوح عامل استفاده‌شده برای الگوریتم ژنتیک

		سطوح عامل‌ها		
GA				
		۱	۲	۳
پارامترها	$Max\ it$	۱۰۰	۲۰۰	۵۰۰
	$Npop$	۵۰	۸۰	۱۰۰
	Pc	۰,۲	۰,۵	۰,۷
	Pm	۰,۲	۰,۵	۰,۷

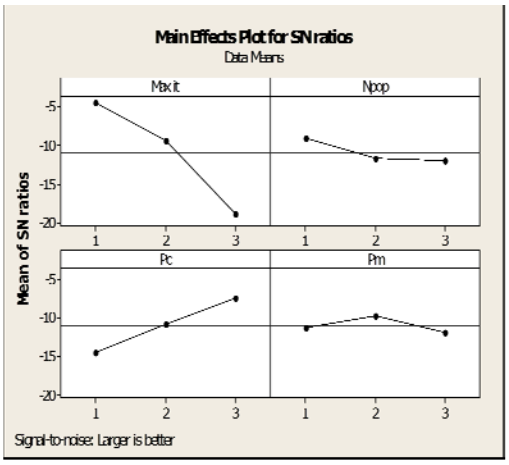
همچنین در جدول ۲ متغیرهای بیان‌شده، به ترتیب بیانگر حداکثر تعداد تکرارها، اندازه جمعیت، نرخ تقاطع و نرخ جهش است. پس از محاسبه مقادیر S/N می‌بایست متوسط نسبت S/N برای هر فاکتور در هر سطح محاسبه شود. به‌عنوان مثال در الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده، متوسط نسبت S/N برای فاکتور اول در سطح دوم یعنی حداکثر تعداد تکرارها برابر با ۲۰۰، شامل میانگین‌گیری روی نسبت S/N آزمایش‌هایی می‌شود که در آن‌ها فاکتور اول، روی سطح دوم خود تنظیم شده و فاکتورهای دیگر می‌توانند در سطوح دیگر حضور داشته باشند.

پس از تعیین سطوح پیشنهادی برای پارامترهای الگوریتم‌ها، مسئله طراحی‌شده با هریک از آزمایش-های پیشنهادشده توسط روش تاگوچی حل و بعد از بی‌بعد سازی برای تحلیل وارد نرم‌افزار MINITAB شده است. شکل ۲ به ترتیب نمودارهای متوسط نسبت S/N و متوسط میانگین‌ها را برای الگوریتم جهش قورباغه مخلوط‌شده نشان می‌دهد. با توجه به نمودار و بر اساس ماهیت بیشینه‌سازی مدل طراحی‌شده می‌توان نتیجه گرفت درصورتی‌که مقدار $Max\ it$ و $Memeplex\ size$ به ترتیب بر روی

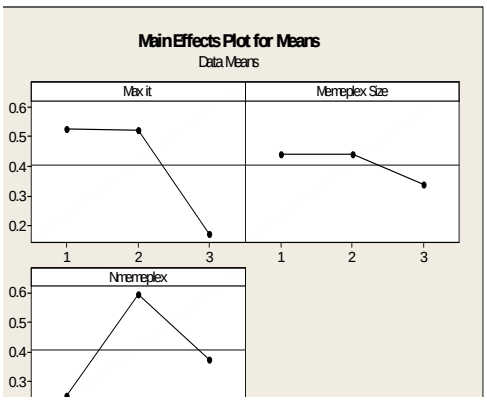
اعداد ۱۰۰ و ۵۰ و همچنین مقدار $Nmemeplex$ بر روی اعداد ۵۰ تنظیم گردد، کارایی الگوریتم جهش قورباغه دریافتن جواب‌های بهینه بیشینه می‌گردد. همچنین شکل ۳ به ترتیب نمودارهای متوسط نسبت S/N و متوسط میانگین‌ها را برای الگوریتم ژنتیک نشان می‌دهد.



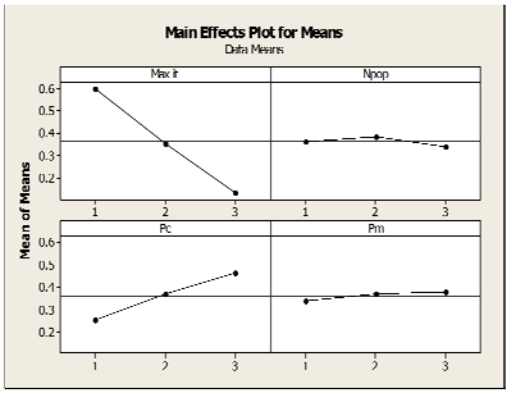
(الف)



(الف)



(ب)



(ب)

شکل ۲- (الف) میانگین نسبت S/N (ب) نمودار متوسط میانگین‌ها برای الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده

شکل ۳- (الف) میانگین نسبت S/N (ب) نمودار متوسط میانگین‌ها برای الگوریتم ژنتیک

با توجه به سطوح پیشنهادی ارائه‌شده برای الگوریتم ژنتیک و براساس شکل‌های ۲ و ۳، برای افزایش کارایی الگوریتم ژنتیک در کسب جواب بهینه بایستی، مقادیر $Max\ it$ و $Npop$ به ترتیب بر روی اعداد ۱۰۰ و ۸۰ و مقادیر Pc و Pm بر روی عدد ۰,۷ تنظیم گردد. پس از تعیین مقادیر بهینه پارامترها، مسائل نمونه مطابق با دو الگوریتم حل شد که نتایج آن در جداول ۶ و ۷ آورده شده است.

جدول ۶- مقادیر توابع هدف و زمان محاسباتی مسائل نمونه با الگوریتم جهش قورباغه

مسئله	مقدار تابع هدف زیر مسئله			زمان محاسباتی زیر مسئله		
	۱	۲	۳	۱	۲	۳
۱	۲۰۹۲,۷۴	۲۱۱۷,۹۶	۲۰۳۷,۴۳	۱,۰۱۲	۱,۲۸۷	۱,۰۲۳
۲	۴۲۴۴,۵۲	۴۰۲۰,۷۷	۴۲۳۰,۲۱	۴,۸۴۵	۴,۹۳۵	۴,۰۴۵
۳	۶۵۰۵,۰۷	۶۲۹۹,۳۶	۶۲۶۳,۱۵	۱۱,۲۹۳	۱۱,۱۵۸	۱۱,۴۰۴
۴	۸۱۱۹,۲۴	۸۰۲۲,۶۲	۸۶۰۵,۳۳	۱۸,۹۳۴	۱۸,۹۱۲	۱۷,۲۱۱
۵	۱۰۷۹۶,۱۱	۱۰۲۹۳,۵۶	۱۰۱۱۵,۲۱	۲۹,۸۷۰	۲۹,۳۸۵	۲۹,۲۰۰
۶	۱۲۴۵۰,۱۱	۱۲۹۹۴,۶۷	۱۳۰۱۰,۱۳	۴۴,۱۱۳	۴۴,۷۶۱	۴۴,۳۶۶
۷	۱۴۹۳۱,۳۳	۱۵۳۴۴,۲۰	۱۵۳۲۰,۳۷	۶۵,۲۱۶	۶۵,۷۱۷	۶۵,۵۲۷
۸	۱۶۱۸۰,۳۲	۱۷۰۳۷,۲۶	۱۶۷۶۹,۲۹	۹۰,۷۲۵	۹۰,۰۰۸	۸۸,۴۸۵
۹	۱۸۱۱۹,۷۴	۱۹۶۱۵,۹۹	۱۸۸۹۵,۰۱	۱۲۰,۶۸۱	۱۲۰,۱۳۱	۱۱۶,۲۹۵
۱۰	۲۱۵۴۲,۶۱	۲۰۱۲۰,۷۲	۲۰۵۲۴,۹۱	۱۴۷,۴۱۲	۱۴۹,۹۰۹	۱۴۷,۴۹۱
۱۱	۲۳۴۳۲,۳۵	۲۲۲۹۳,۹۳	۲۳۴۰۴,۸۰	۱۷۸,۵۵۱	۱۷۶,۵۱۱	۱۷۶,۱۶۹
۱۲	۲۴۹۲۳,۸۶	۲۵۸۳۷,۶۸	۲۵۵۶۷,۰۰	۲۰۸,۰۱۳	۲۰۹,۴۶۰	۲۰۷,۷۶۶
۱۳	۲۶۹۹۱,۸۷	۲۶۷۸۰,۰۵	۲۶۸۸۴,۳۶	۲۴۲,۵۵۱	۲۴۳,۲۴۵	۲۴۲,۳۰۰
۱۴	۳۰۵۷۲,۹۹	۲۹۲۷۷,۵۵	۲۹۲۳۸,۹۹	۲۸۳,۸۹۴	۲۸۳,۵۶۵	۲۸۴,۹۳۷
۱۵	۳۱۳۶۲,۵۶	۳۲۸۳۵,۸۵	۳۰۶۵۷,۳۶	۳۲۹,۴۶۰	۳۲۸,۳۸۱	۳۲۸,۶۹۷

جدول ۷- مقادیر توابع هدف و زمان محاسباتی مسائل نمونه با الگوریتم ژنتیک

مسئله	مقدار تابع هدف زیر مسئله			زمان محاسباتی زیر مسئله		
	۱	۲	۳	۱	۲	۳
۱	۲۰۷۶,۶۰	۲۱۹۸,۲۳	۲۰۵۷,۳۶	۱,۲۴۳	۱,۲۱۰	۱,۱۴۲
۲	۴۲۸۲,۴۷	۴۲۱۴,۰۸	۴۰۷۷,۲۴	۴,۴۹۶	۴,۴۳۸	۴,۴۷۸
۳	۶۴۱۳,۶۱	۶۰۳۰,۲۳	۶۱۱۰,۶۶	۹,۱۳۲	۹,۱۶۰	۹,۰۳۴
۴	۸۰۳۶,۲۷	۸۷۰۸,۰۳	۸۶۷۱,۳۶	۱۷,۸۸۷	۱۷,۲۶۵	۱۷,۹۹۲
۵	۱۰۱۱۸,۱۶	۱۰۴۱۰,۴۱	۱۰۱۲۰,۲۳	۲۸,۱۵۶	۲۹,۰۰۳	۲۸,۲۹۶

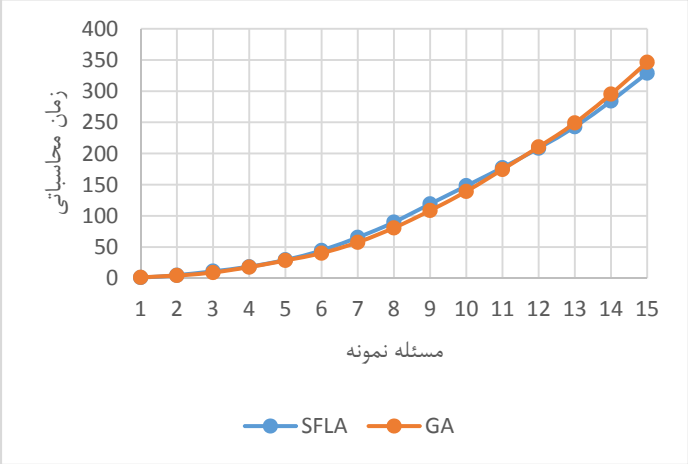
۶	۱۲۶۸۶,۵۱	۱۳۱۳۹,۲۷	۱۲۳۰۷,۶۶	۴۰,۶۴۰	۳۸,۹۶۸	۴۰,۹۰۲
۷	۱۵۳۸۵,۸۱	۱۴۴۸۹,۷۳	۱۴۲۹۱,۹۳	۵۵,۳۲۸	۵۹,۷۷۰	۵۷,۶۸۵
۸	۱۷۰۶۵,۳۲	۱۷۵۵۷,۳۵	۱۶۹۹۶,۳۲	۸۰,۸۲۴	۸۰,۲۵۴	۸۰,۷۳۴
۹	۱۸۱۱۴,۳۷	۱۸۶۷۲,۳۲	۱۸۲۹۹,۲۵	۱۰۸,۸۹۱	۱۰۸,۹۹۸	۱۰۷,۵۳۲
۱۰	۲۰۴۶۲,۵۶	۲۰۱۰۴,۴۲	۲۱۸۰۳,۵۱	۱۳۸,۶۶۰	۱۳۹,۷۲۷	۱۳۹,۰۲۰
۱۱	۲۳۷۴۵,۲۴	۲۲۸۲۰,۶۳	۲۳۸۳۰,۵۲	۱۷۷,۱۸۲	۱۷۵,۷۰۹	۱۷۰,۱۲۶
۱۲	۲۵۸۰۹,۲	۲۵۴۹۲,۴۷	۲۴۹۴۵,۸۲	۲۱۰,۷۷۹	۲۱۰,۱۳۴	۲۱۰,۵۲۶
۱۳	۲۶۹۳۴,۱۲	۲۶۲۳۱,۰۲	۲۶۸۸۸,۳۶	۲۴۸,۶۱۵	۲۴۹,۰۷۱	۲۴۹,۱۳۴
۱۴	۲۹۵۳۶,۲۸	۲۹۲۸۹,۵۳	۲۹۸۰۷,۲۷	۲۹۵,۱۷۷	۲۹۵,۳۷۰	۲۹۵,۳۳۳
۱۵	۳۱۵۴۰,۵۶	۳۲۴۴۳,۲۸	۳۰۲۹۱,۵۵	۳۴۸,۹۵۷	۳۴۴,۲۸۷	۳۴۵,۴۳۰

برای تحلیل راحت‌تر نتایج، جدول ۸ و نمودار اشکال ۴ و ۵، میانگین‌های توابع هدف و زمان محاسباتی را نشان می‌دهد. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده مشاهده می‌شود که میانگین کل تابع هدف به‌دست‌آمده از الگوریتم ژنتیک کمتر از الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده می‌باشد که نشان می‌دهد الگوریتم جهش قورباغه در کسب نتایج بهینه، بهتر عمل کرده است. این در حالی است که میانگین زمان محاسباتی الگوریتم ژنتیک کمتر از الگوریتم جهش قورباغه حاصل‌شده است. بااین‌حال بایستی برای وجود یا عدم وجود معناداری تفاوت میانگین‌های این دو شاخص از آزمون آماری T-Test استفاده گردد.

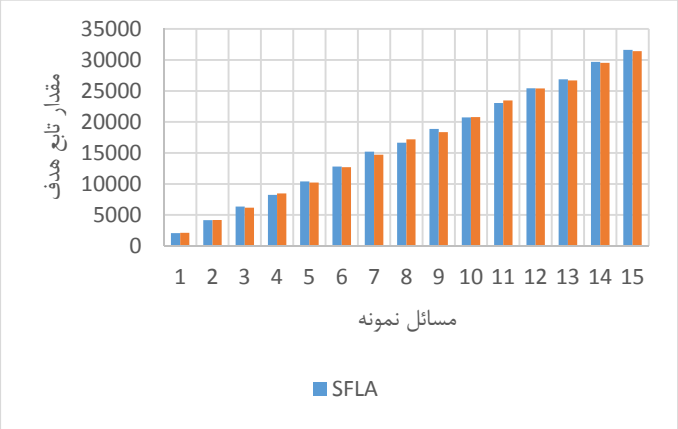
جدول ۸- میانگین‌های توابع هدف و زمان محاسباتی مسائل نمونه با الگوریتم‌های فرا ابتکاری

مسئله نمونه	میانگین تابع هدف		میانگین زمان محاسباتی	
	SFLA	GA	SFLA	GA
۱	۲۰۸۲,۷۱	۲۱۱۰,۷۴	۱,۱۰۸	۱,۱۹۹
۲	۴۱۶۵,۲۰	۴۱۹۱,۲۸	۴,۶۰۹	۴,۴۷۱
۳	۶۳۵۶,۲۲	۶۱۸۴,۸۶	۱۱,۲۸۵	۹,۱۰۹
۴	۸۲۴۹,۰۷	۸۴۷۲,۱۳	۱۸,۳۵۲	۱۷,۷۱۵
۵	۱۰۴۰۱,۶۲	۱۰۲۱۶,۲۷	۲۹,۴۸۵	۲۸,۴۸۵
۶	۱۲۸۱۸,۳۰	۱۲۷۱۱,۱۵	۴۴,۴۱۳	۴۰,۱۷۰
۷	۱۵۱۹۸,۶۳	۱۴۷۲۲,۴۹	۶۵,۴۸۶	۵۷,۵۹۴
۸	۱۶۶۶۲,۲۹	۱۷۲۰۶,۳۳	۸۹,۷۳۹	۸۰,۶۰۴
۹	۱۸۸۷۶,۹۱	۱۸۳۶۱,۹۸	۱۱۹,۰۳۶	۱۰۸,۴۷۴
۱۰	۲۰۷۲۹,۴۲	۲۰۷۹۰,۱۶	۱۴۸,۲۷۱	۱۳۹,۱۳۶
۱۱	۲۳۰۴۳,۶۹	۲۳۴۶۵,۴۶	۱۷۷,۰۷۷	۱۷۴,۳۳۹
۱۲	۲۵۴۴۲,۸۵	۲۵۴۱۵,۸۳	۲۰۸,۴۱۳	۲۱۰,۴۸۰

۱۳	۲۶۸۸۵,۴۳	۲۶۶۸۴,۵۰	۲۴۲,۶۹۹	۲۴۸,۹۴۰
۱۴	۲۹۶۹۶,۵۱	۲۹۵۴۴,۳۶	۲۸۴,۱۳۲	۲۹۵,۲۹۴
۱۵	۳۱۶۱۸,۵۹	۳۱۴۲۵,۱۳	۳۲۸,۸۴۶	۳۴۶,۲۲۵
میانگین کل	۱۶۸۱۵,۱۶	۱۶۷۶۶,۸۴	۱۱۸,۱۹۶	۱۱۷,۴۸۲



شکل ۴- روند تغییر میانگین‌های زمان محاسباتی مسائل نمونه با الگوریتم‌های فرا ابتکاری



شکل ۵- روند تغییر میانگین‌های تابع هدف مسائل نمونه با الگوریتم‌های فرا ابتکاری

به‌منظور بررسی معناداری اختلاف میانگین‌های تابع هدف و زمان محاسباتی نتایج کسب‌شده از حل مسائل نمونه توسط الگوریتم‌های فرا ابتکاری از آزمون T همبسته (جفتی) در سطح اطمینان ۹۵٪ استفاده شده است. بدین‌صورت که اگر مقدار آماره کمتر از ۰,۰۵ باشد یعنی اختلاف معناداری بین

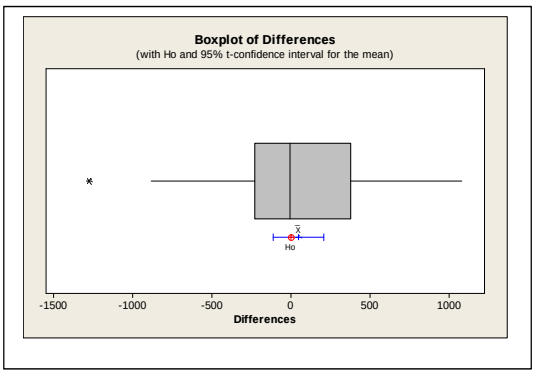
میانگین‌های آن شاخص وجود دارد. جدول ۹ خلاصه نتایج آزمون آماری T-Test را بر روی میانگین‌های زمان محاسباتی و تابع هدف نشان می‌دهد.

جدول ۹- نتایج آزمون آماری T-Test بر روی میانگین‌های تابع هدف و زمان محاسباتی

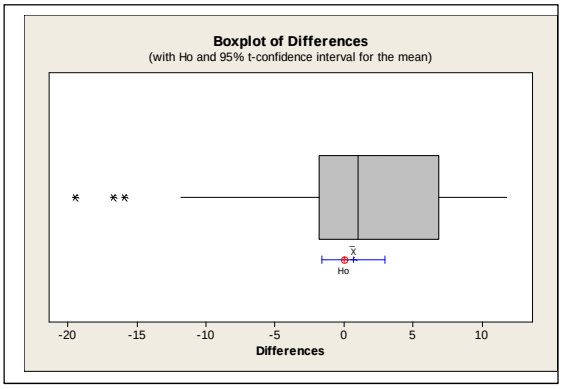
شاخص	میانگین زوج	انحراف معیار زوج	خطای استاندارد میانگین	بازه اطمینان		آماره T	درجه آزادی	مقدار آماره P
				کران بالا	کران پایین			
میانگین تابع هدف	۴۸,۳۱	۲۸۸,۱۶	۷۴,۴۰	۲۰۷,۸۹	-۱۱۱,۲۵	۰,۶۵	۱۴	۰,۵۲۷
میانگین زمان	۰,۷۱	۷,۷۲	۱,۹۹	۳,۰۱	-۱,۵۸	۰,۶۳	۱۴	۰,۵۳۳

با توجه به مقدار آماره آزمون کسب‌شده از جدول ۹ می‌توان نتیجه گرفت که بین میانگین‌های تابع هدف و زمان محاسباتی کسب‌شده از حل مسائل نمونه توسط الگوریتم‌های جهش قورباغه و ژنتیک اختلاف معناداری وجود ندارد.

همچنین با توجه به نمودارهای شکل ۶ نیز می‌توان نتیجه گرفت که با قرارگیری آزمون فرض در داخل بازه اطمینان، اختلاف معناداری بین میانگین‌های تابع هدف و زمان محاسباتی الگوریتم‌های جهش قورباغه و ژنتیک وجود ندارد.



(الف)



(ب)

شکل ۶- نمودار جعبه‌ای برای مقایسه اختلاف معناداری میانگین‌های (الف) تابع هدف، (ب) زمان محاسباتی

از آنجایی‌که آزمون آماری ارائه‌شده نشان از عدم اختلاف معنادار بین میانگین شاخص‌های بکاربرده در مسئله دارد، برای انتخاب کاراترین الگوریتم از حیث مقدار تابع هدف و زمان محاسباتی از ترکیب روش تاپسیس و آنتروپی و به‌منظور رتبه‌بندی الگوریتم‌ها استفاده شده است. روش تاپسیس به‌عنوان

یکی از اعضای خانواده MCDM یا تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره توسط یون یون و هوانگ در سال ۱۹۸۱ توسعه داده شده است و امروزه در رتبه‌بندی مفاهیم مختلف در علوم گوناگون دارای جایگاه ویژه‌ای است. فلسفه کلی روش تاپسیس این است که با استفاده از گزینه‌های موجود، دو گزینه فرضی تعریف می‌شوند که در آن، گزینه اول مجموعه‌ای با بهترین مقادیر مشاهده‌شده در ماتریس تصمیم‌گیری و گزینه دوم شامل بدترین حالت‌های ممکن است. در این روش، معیارها می‌تواند دارای ماهیت مثبت یا منفی باشند. علاوه بر این واحد اندازه‌گیری این معیارها می‌تواند متفاوت باشد. علاوه بر این، یکی از روش‌های استخراج وزن اهمیت معیارها در تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه آنتروپی شانون می‌باشد. روش وزن‌دهی آنتروپی وزن بیشتری را به شاخص‌هایی تخصیص می‌دهد که از تغییرپذیری بیشتری برخوردار باشند. در نتیجه این موضوع، تمایز بین واحدها از طریق اوزان متفاوتی که از آنتروپی به‌دست می‌آید، حاصل می‌شود.

جدول ۱۰ میانگین‌های کل دو شاخص ۱۵ مسئله نمونه را برای الگوریتم‌های فرا ابتکاری نشان می‌دهد. همچنین در این جدول وزن آنتروپی برای هر شاخص و نرخ مطلوبیت الگوریتم‌ها نیز محاسبه شده است.

جدول ۱۰- نتایج نهایی تاپسیس

شاخص	الگوریتم جهش قورباغه	الگوریتم ژنتیک	وزن آنتروپی
میانگین زمان محاسباتی	۱۱۸,۱۹۶	۱۱۷,۴۸۲	۰,۶۲۰۹
میانگین مقدار تابع هدف	۱۶۸۱۵,۱۶	۱۶۷۶۶,۸۴	۰,۳۷۹۱
نرخ مطلوبیت	۰,۲۲۴۸	۰,۷۷۵۲	-

با در نظر گرفتن نرخ مطلوبیت دو الگوریتم، در کل می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم ژنتیک با نرخ مطلوبیت ۰,۷۷۵۲ نسبت به الگوریتم جهش قورباغه با نرخ مطلوبیت ۰,۲۲۴۸، کاراترین الگوریتم از حیث دو شاخص میانگین تابع هدف و زمان محاسباتی می‌باشد.

نتیجه‌گیری

مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، یکی از مهم‌ترین مسائل در مباحث مالی می‌باشد و تاکنون مدل‌ها و روش‌های متعددی در این راستا توسط محققان مختلف ارائه شده است. در دنیای سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران در صدد کسب بالاترین بازده مورد انتظار در قبال تحمل کمترین ریسک هستند. در مدل میانگین- واریانس مارکوییتز که مدل پایه در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری محسوب می‌شود، بازده و

ریسک دو شاخصه اصلی سرمایه‌گذاری هستند اما مسئله‌ای که کمتر بدان توجه می‌شود، عدم قطعیت موجود در پیش‌بینی پارامترهای مالی از جمله بازده و ریسک شرکت‌ها است که با توجه به نقش کلیدی آن در تصمیم‌گیری‌های مالی به‌ویژه انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، نیاز است تکنیک‌هایی توسعه داده شود که این عدم قطعیت‌ها را در تصمیم‌گیری لحاظ کرده و سبد سرمایه را به‌گونه‌ای انتخاب کند که حساسیت زیادی به این عدم قطعیت‌ها نداشته باشد. در این راستا، یکی از بهترین رویکردها، رویکرد بهینه‌سازی استوار است که به‌راحتی جوابی را که هم شدنی و هم بهینه باشد به ما می‌دهد. در این پژوهش، مدل برنامه‌ریزی امکانی استوار بر مبنای معیار شارپ ارائه‌شده توسط امیری و حیدری (۱۳۹۹)، به‌عنوان مدل پایه انتخاب شده است. در ادامه ۱۵ مسئله معین و با ابعاد مختلف توسط دو الگوریتم جهش قورباغه مخلوط شده و ژنتیک حل شده است. پیش از گرفتن خروجی، پارامترهای الگوریتم‌ها به‌منظور افزایش کارایی در یافتن جواب بهینه در فضای موجه مسئله توسط روش تاگوچی در بهینه‌ترین حالت خود قرار گرفته‌اند. نتایج حاکی از کارایی بالای هر دو الگوریتم در حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام می باشد اما در جایگاه مقایسه این دو الگوریتم، باید گفت که از نظر آماری تفاوت معناداری در سطح اطمینان ۹۵ درصد بین دو الگوریتم یافت نشد اما با توجه به روش تاپسیس که یکی از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره بوده و روش آنتروپی، الگوریتم ژنتیک به‌عنوان الگوریتم برتر انتخاب گردید.

منابع

۱) امیری، مقصود و حیدری، محمدسعید. ارائه‌ی مدل برنامه ریزی استوار امکانی برای انتخاب سبد سهام بر مبنای نسبت شارپ. مجله دانش مالی تحلیل اوراق بهادار. ۱۳۹۹ شماره ۴۷: ۱۶-۱.

۲) باصری، مختار و رضایی، سیده مریم. بررسی توانایی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی حرکت تجمعی ذرات در تشکیل پرتفوی بهینه در شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران. مجله مطالعات اقتصاد، مدیریت مالی و حسابداری. ۱۳۹۶ شماره ۴: ۲۱۷-۲۰۵.

۳) بحری ثالث، جمال؛ پاک مرام، عسگر و ولی زاده، مصطفی. انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش میانگین واریانس مارکویتز با بهره‌گیری از الگوریتم‌های مختلف. فصلنامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار. ۱۳۹۷ شماره ۳۷: ۵۷-۴۳.

۴) ستاری، علی و چائی، رعنا. بهینه‌سازی انتخاب دارایی‌های‌سبدسهام با استفاده ازشاخص ارزیابی ریسک Cvar و الگوریتم فرا ابتکاری SFLA. کنفرانس بین‌المللی هوشمند سازی تجاری و سازمانی. ۱۳۹۵.

۵) فشاری، مجید و مظاهری فر، پوریا. مقایسه الگوریتم‌های پیش‌بینی و بهینه‌سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران. فصلنامه سیاست‌گذاری پیشرفت اقتصادی دانشگاه الزهرا. ۱۳۹۵ شماره ۱۱: ۷۶-۶۰.

۶) قهطرانی، علیرضا و نجفی، امیرعباس. بهینه‌سازی استوار سبد مالی با استفاده از رویکرد ارزش در معرض خطر مشروط موزون. مجله مهندسی صنایع و مدیریت شریف. ۱۳۹۳ شماره ۳۰: ۱۰-۳.

۷) گرکز، منصور؛ عباسی، ابراهیم و مقدسی، مطهره. انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر اساس تعاریف متفاوتی از ریسک. فصلنامه مدیریت صنعتی دانشکده علوم انسانی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج. ۱۳۸۹ شماره ۱۱: ۱۳۶-۱۱۶.

۸) مدرس، احمد و محمدی، نازنین. انتخاب یک سبدسهام از بین سهام‌شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادارتهران با استفاده از مدل بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک. توسعه‌وسرمایه.۱۳۸۶شماره۱: ۹۲-۷۱.

۹) مشرفی، محمد و بهنامیان، جواد. بهینه‌سازی چندهدفه مسئله سبد سهام با استفاده از تحلیل سلسله-مراتبی و الگوریتم ژنتیک. دوفصلنامه‌مدیریت‌مهندسی‌ورایـــانش نـــرم. ۱۳۹۸ شماره ۱: ۱۰۱-۷۳.

۱۰) نعیمی، صدیق و وفا دوست سبزوار، پوریا. انتخاب بهینه سبد سهام با محدودیت با استفاده از الگوریتم ژنتیک تنظیم‌شده. مجله مدل‌سازی در مهندسی. ۱۳۹۳ شماره ۳۸: ۱۳-۱.

11) Aranha,C., & Iba, H. (2009). The Memetic Tree-based Genetic Algorithm and its application to Portfolio Optimization. Springer; Memetic Comp 1: 139–151.

12) Balbás, A., Balbás, B. & Balbás, R. (2016). Good deals and benchmarks in robust portfolio selection. European Journal of Operational Research; 250: 666-678.
13) Chang, T., Yang, S., Chang, K. (2009). Portfolio optimization problem different risk measure using genetic algorithm. Expert system with application; 36: 10529-10537.
14) Cochran W. G., & Cox, G. M. (1992) "Experimental Design, 2nd edition", Wiley, New York. John Wiley& Sons.
15) Eusuff, MM. & Lansey, KE.(2003). Optimization of Water Distribution Network Design Using the Shuffled Frog Leaping Algorithm. Journal of Water Resources Planning and Management; 129: 210-225.
16) Faezy, F. & Shahabi, V. (2016). Forming the stock optimized portfolio using model Grey based on C5 and the Shuffled frog leap algorithm. Journal of Statistics and Management Systems; 19: 397-421.
17) Ghahtarani, A. & Najafi, A.A.(2013). Robust goal programming for multi-objective portfolio selection problem. Journal of Economic Modeling; 33: 588-592.
18) Markowitz, H.M. (1952). Portfolio Selection. Journal of Finance; 7: 77-91.
19) Sadjadi, S.J., Seyedhosseini, S.M. & Hassanlou, K.(2011). Fuzzy multi period portfolio selection with different rates for borrowing and lending. Journal of Applied Soft Computing; 11: 3821-3826.
20) [20] Samuel Baixauli-Soler,J., Alfaro-Cid, E., & Fernandez-Blanco, M.O.(2012). A naïve approach to speed up portfolio optimization problem using a multiobjective genetic algorithm. Investigaciones Europeas; 18: 126-131.
21) Taguchi, G. (1986) "Introduction to quality engineering", White Plains: Asian Productivity Organization/UNIPUB.
22) Taguchi, G., Chowdhury, S., & Taguchi, S. (2000). Robust engineering: learn how to boost quality while reducing costs & time to market. McGraw-Hill Professional Pub.
23) Woodside-Oriakhi, M.; Lucas, C. & Beasley, J. E. (2011). Heuristic algorithms for the cardinality constrained efficient frontier. European Journal of Operational Research; 213: 538-550.
24) Wu, J.CF & Hamada، M. (2000). Experiments: Planning، analysis، and parameter design optimization.