فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره پنجاه و یک/ تابستان ۱۴۰۱
نوع مقاله : پژوهشی
صفحات : ۶۲-۴۰

طراحی مدل سنجش ریسک اعتباری با پیش‌بینی انتقال رتبه اعتباری بوسیله استفاده از فرآیند زنجیره مارکوف

فرید حیدری‌فر[۱]
فرهاد حنیفی[۲]
غلامرضا زمردیان[۳]

تاریخ دریافت مقاله : ۱۴۰۰/۰۷/۱۲ تاریخ پذیرش مقاله : ۱۴۰۰/۰۸/۰۸

چکیده

در پژوهش حاضر نمونه آماری مربوط به اطلاعات مشتریان حقوقی و اعتباری بانک تجارت، پذیرفته شده در بورس در طی سال‌های ۱۳۹۸ تا۱۳۹۹ بیان نمود. با استفاده از تکنیک تجزیه و تحلیل عاملی و روش دلفی متغیرهای تأثیرگذار بر ریسک اعتباری انتخاب و وارد مدل تحلیل پوششی داده‌ها شده است و امتیازات کارایی شرکت‌های حقوقی با استفاده از آن‌ها به دست آمد و سپس رتبه‌بندی توسط مدل موسسه‌ی فیچ انجام و با استفاده از نتایج به پیش‌بینی جابجایی مشتریان در گروه‌های مختلف با استفاده از فرآیند زنجیره مارکوف پرداخته شده است. نتایج حاصل از تحلیل پوششی داده‌ها حاکی ازآن است که در رویکرد مالی ۷ شرکت و در رویکرد ترکیبی ۱۲ شرکت کارا تشخیص داده شد. نتایج حاصل از زنجیره مارکوف حاکی از پیش‌بینی میانگین احتمال توقف در رتبه فعلی در سال ۱۴۰۰ در حالت مالی برابر ۴۶ درصد و در حالت ترکیبی برابر ۵۳ درصد و میانگین احتمال بهبود وضعیت شرکت‌ها۲۳ درصد و میانگین احتمال نزول وضعیت برابر ۲۰ درصد پیش‌بینی می‌گردد.

کلمات کلیدی

"ریسک اعتباری"؛ "رتبه‌بندی اعتباری"؛ "شاخص‌های مالی و غیرمالی"؛ "تحلیل پوششی داده‌ها"؛ "فرآیند زنجیره مارکوف "

۱-گروه مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. heidarifar.farid@gmail.com
۲-گروه مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول) farhad.hanifi@yahoo.com
۳-گروه مالی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.gh.zomorodian@gmail.com

مقدمه

مدیران به منظور جلوگیری انحراف از شـرایط تعهد بدهی و کاهش هزینه تأمین مالی ممکن اسـت د ست به مدیریت سود بزنند[۲۰]. از آنجا که هزینه تأمین مالی با ریـ سک، رابطه م ستقیم دارد، یعنی هرچه ریســک اعتباری بانک پایین‌تر باشــد، هزینه تأمین مالی آن کمتر خواهد بود [۱۵]. بنابراین می‌توان انتظار داشـت مدیریت سـودتعهدی از طریق کاهش ریسـک اعتباری می‌تواند منجر به افزایش رتبه اعتباری شود [۱۵] و [۷]. طراحی و استقرار مدل رتبه‌بندی اعتباری در نظام بانکی نقش کارآمدی برای بالابردن بهره‌وری بانک در تخصــیص بهینه‌ی منابع دارد [۱۷] و ازطرفی، مســئله"پیش‌بینی" همواره یکی از مو ضوعات مهم وا سا سی در تمامی حوزه‌های مرتبط با برنامه‌ریزی بوده‌ا ست که ارتباط تنگاتنگی با مو ضوع ریـسک دارد[۱]. مدل‌های پیش‌بینی و ضعیت اعتبارهای واگذار شده در بانک، به پنج دســته عمده‌ی؛ مدل‌های امتیازی، مدل‌های ماتریســی، مدل‌های رول ریت، زنجیره مارکوف و مدل‌های فهرستی، تقسیم می شود. در این تحقیق، بدنبال تجزیه و تحلیل انتقال رتبه اعتباری یکی از بانک‌های ایران، با استفاده از مدل زنجیره مارکوف هستیم و هدف ما در این پژوهش پیش‌بینی وضعیت مشتریان در گروه‌های رتبه‌بندی موسسه‌ی فیچ[۱]، پس از پایان یک دوره مالی است.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

نخ ستین مدل به کار رفته برای تعیین ور شکستگی بانک‌ها با بهره‌برداری از نـسبت‌های مالی، مدل رگر سیون لجستیک یک متغیره بود که تو سط "بیور" در سال ۱۹۶۶ ارائه شد. بعدها از این مدل برای اندازه‌گیری ریسک اعتباری اوراق خزانه منتشره بانک‌ها بهره‌برداری شد. یکی دیگر از نخستین مطالعات در زمینه اندازه‌گیری ریسـک اعتباری با بهره‌برداری از مدل نمره‌دهی چند متغیره توسـط "آلتمن" در سال ۱۹۶۸ انجام گرفت و به مدل نمره Z شهرت یافته است.

سایرت[۲] اولین کسی بود که مدل‌های آماری را جهت مدیریت ریسک اعتباری به کار برد. او از مدل زنجیره مارکوف و یک ماتریس انتقال ثابت، نرخ نکول و ضـرر محتمل در حین معاملات اعتباری را بدسـت آورد. تحقیق انجام شـده توسـط وی، تحقیقات تئوریک در زمینه کاربرد زنجیره مارکوف در تجارت معاملات و دریافتی‌های اعتباری را ارائه داد که البته تنها بهبودهای بسـیار کمی را نسـبت به تحقیقات پیشین دربرداشت[۴].

فریدمن[۳] و همکاران مناسب بودن سه مدل بررسی رفتار بازپرداخت مشتریان را بررسی کردند. این سه مدل شامل موارد زیر بود: زنجیره مارکوف غیرثابت، زنجیره مارکوف ثابت، مدل حرکت و ثبات است.

وی در پی یافتن این امر بود که آیا داده‌هایی که برای ساختن ماتریس احتمال استفاده شده‌اند، فرضیه ثابت بودن و همگن بودن احتمالات انتقال را برآورده می‌کند یا خیر که نشان داده شد که این دو فرض در مدل‌های زنجیره مارکوف معرفی شده، برآورده نمی‌شود و به این نتیجه رسیدند که برآورده شدن این‌دو فرض یکی از بزرگترین موانع در بکارگیری زنجیره مارکوف جهت‌بررسی رفتاراعتباری است [۶].

در تحقیق موسوی و همکاران درسال ۱۳۹۲ به مدل‌سازی پیش‌بینی رفتار پرتفوی بانک‌ها با استفاده از زنجیره مارکوف دارای سه وضعیت مشخص برای وام‌ها که ماتریس انتقال بین حالت‌های مختلف بر اساس اطلاعات تاریخی از پرتفوی وام برآورد می‌گردد، پرداخته شد. سپس با استفاده از روابط زنجیره مارکوف احتمال انتقال از هر وضعیت به وضعیت دیگر بدست می‌آید. نتایج حاصل از دقت پیش‌بینی حاکی از این است که مدل در این حالت با دقت خوبی توانایی پیش‌بینی رفتار پرتفوی اعتباری بانک را داراست[۱۰].

در تحقیق ترکان در سال ۱۳۹۵ مدلی جهت پیش‌بینی رفتار پرتفوی وام بانک‌ها با به‌کارگیری مدل زنجیره‌های مارکوف گسسته طراحی شده که موجب ایجاد بسترهای مناسبی برای رسیدن به اهداف آینده بانک‌ها و مؤسسات مالی می‌گردد. هدف، پیش‌بینی ضررهای وام دهی، یک پرتفوی وام پس از پایان دوره مالی یک ساله است. برای این منظور ۶ حالت وام فعال (جاری)، وام با دیرکرد یک ماهه، دیرکرد دو ماهه، معوق شده، ضرر شده و پرداخت شده را تعریف می‌نماییم. با توجه به نتایج تحقیق و پی بردن به این نتیجه که می‌توان تا حد زیادی از پیش‌بینی‌ها بهره برد و به عنوان مکمل با بررسی ویژگی‌های مالی، فردی و کسب‌وکاری افراد می‌توان به روشی کاربردی رسید[۲۱].

روش شناسی تحقیق

این پژوهش در حوزه مالی بطور عام و در حوزه ریسک اعتباری بطور خاص قرار می‌گیرد و از آنجا که نتایج این پژوهش می‌تواند کاربردهای عملیاتی داشته باشد از نوع پژوهش‌های کاربردی با بهره‌برداری از بستر تحقیقات بنیادی است. برحسب نحوه گردآوری داده‌ها در شاخص‌های غیر مالی از نوع پیمایشی با بهره‌برداری از روش دلفی و پرسش‌نامه عاملی است. بر اساس ماهیت داده‌ها، از نوع تحقیقات کمی به حساب می‌آید. روش تحلیل پوششی داده ها برای محاسبهٔ کارایی واحدهای تصمیم‌گیری مشابه با چندین ورودی و خروجی ارائه شده است. هسته اصلی پژوهش در فرآیندهای مارکوف بوده که به فرآیندی تصادفی که احتمالات آینده آن از طریق مقادیر اخیر محاسبه می‌گردد، است. در خصوص گردآوری اطلاعات مربوط به ادبیات موضوع از روش‌های کتابخانه‌ای و گردآوری داده‌های پژوهش از روش میدانی بهره‌برداری می‌گردد. در این پژوهش، متغیرهای توضیح‌دهنده شامل

متغیرهای مالی و غیرمالی بررســـی خواهد شـــد که از بین متغیرهای موجود با بهره‌برداری از تکنیک تحلیل عاملی اکتشافی و روش دلفی سه مرحله‌ای متغیرهای تأثیرگذار بر خطرپذیری اعتباری انتخاب می‌گردد. این متغیرها وارد مدل تحلیل پوششی داده‌ها شده و امتیازات کارایی شرکت‌های حقوقی با بهره‌برداری از آن‌ها به دست خواهدآمد. سپس برای اعتبارسنجی مدل، تابع رگرسیونی برآورد شده که درآن شاخص‌ها به عنوان متغیر مستقل و رتبه کارایی حاصل از مدل تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته شد و پس از دسته‌بندی مشتریان توسط مدل رتبه بندی موسسه فیچ با بهره‌برداری از زنجیره مارکوف به ارائه مدلی جهت پیش‌بینی وضعیت آتی آنان پرداخته می‌شود.

نمونه‌گیری و انتخاب نمونه

جامعه‌ی آماری این پژوهش با روش نمونه‌گیری تمام‌شمار انتخاب شده و ۱۰۵ شرکت از مشتریان حقوقی پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران هستند که از بانک تجارت از ابتدای سال ۱۳۹۸ تا انتهای سال ۱۳۹۹ تسهیلات اعتباری دریافت کرده‌اند. در بخش دوم ترکیبی از دو روش نمونه‌گیری غیراحتمالی هدفمند (قضاوتی) و نمونه‌گیری گلوله برفی است در انتخاب شاخص‌ها مورد استفاده قرار گرفته است.

تجزیه و تحلیل داده‌ها

در تجزیه و تحلیل داده‌ها، به محاسبه کارایی با استفاده از مدل ریاضی کارایی در تحلیل پوششی داده‌ها می پردازیم. لازم به ذکر است که تجزیه و تحلیل‌های ریاضی با استفاده از نرم افزار R ورژن ۳,۶,۱ و تجزیه و تحلیل آماری با نرم‌افزار SPSS انجام گردیده است.

شناسایی شاخص های مؤثر بر ریسک اعتباری

در این پژوهش با استفاده از نتایج تحقیقات داخلی و خارجی مرتبط با موضوع و پژوهش های انجام شده، شاخص‌های متعددی در دو حوزه‌ی مالی و غیر مالی مورد شناسایی قرار گرفت و نهایتاً ۳۰ شاخص مالی و عمومی با استفاده از معیار5c شناسایی و به مرحله‌ی بعدی راه یافتند. شاخص‌های عمومی یا عواملی که هر یک از مشتریان برای دریافت تسهیلات به بانک ارائه می دهند و در پرونده اعتباری آن‌ها موجود است. مثل: داشتن یا نداشتن گزارش حسابرسی، داشتن یا نداشتن مجوز کسبی، سابقه‌ی مدیر عاملی، کارایی مدیران، مالکیت محل فعالیت و سابقه‌ی بازپرداخت تسهیلات شرکت است. شاخص‌های مالی: شامل برخی از نسبت‌ها و متغیرهای مالی که بر ریسک اعتباری تأثیرگذارند و اغلب در تحقیقات مالی استفاده می شوند، مثل: نسبت جاری، نسبت آنی، نسبت دارایی جاری، نسبت دارایی ثابت به ارزش

ویژه، نسبت حاشیه‌ی سود، دارایی جاری به ثابت، وام کوتاه مدت به دارایی کل، نسبت گردش کل دارایی‌ها، دارایی های جاری و بدهی های جاری است.

انتخاب شاخص‌های مالی

در تحلیل عاملی اکتشافی پژوهشگر به دنبال بررسی داده‌های تجربی به منظور کشف و شناسایی شاخص‌ها و نیز روابط بین آن‌هاست و این کار را بدون تحمیل هر گونه مدل معینی انجام می‌دهد[۸]. در این مرحله نسبت‌های مالی و متغیرهای مالی منتخب از میان ۳۰ نسبت و متغیر مالی، ۸ متغییر کنار گذاشته شد و در مجموع ۲۱ متغیر باقی ماند که برحسب مشخصات مشترک میان آن‌ها مشخص شد که شش عامل قابلیت تبیین واریانس‌ها را دارند که با روش واریمکس[۴] چرخش داده شد و به ترتیب ۱۸,۹۲۳ ، ۱۶,۹۸۲، ۱۱,۹۷۶ ، ۱۰,۸۳۳، ۱۰,۷، ۹,۹۱۸ و در مجموع ۷۹,۳۲۳ درصد از واریانس را دربر دارند که به دلیل دارا بودن مقادیر ویژه بزرگتر از یک در تحلیل باقی می مانند.

جدول۱. عوامل اصلی مالی منتج از تحلیل عاملی

عامل اول (فروش)	عامل دوم (نقدینگی)	عامل سوم (بدهی)	عامل چهارم (تسهیلات)	عامل پنجم (فعالیت)	عامل ششم (سودآوری)
فروش به کل دارایی	دارایی جاری	دارایی ثابت به ارزش ویژه	میزان تسهیلات دریافتی	گردش دارایی‌ها	نرخ بازده دارایی‌ها
فروش به ارزش ویژه	موجودی کالا به دارایی جاری	بدهی جاری به ارزش ویژه	وام کوتاه مدت به کل دارایی	گردش دارایی ثابت	نسبت حاشیه سود
بدهی جاری به فروش	نسبت جاری	نسبت بدهی کل به دارایی کل	وام کوتاه مدت به بدهی جاری	دارایی جاری به دارایی ثابت	
وام کوتاه‌مدت به فروش	نسبت آنی	بدهی جاری به کل دارایی			
	نسبت دارایی جاری				

پنج عامل که پس از چرخش، همبستگی بیشتری با عوامل داشتند به عنوان شاخص‌های نهایی مالی انتخاب شدند. به علت تعیین این مطلب که آیا ماتریس داده‌ها برای تحلیل عاملی مناسبند یا خیر، دو آزمون کیزر مایر و کرویت بارتلت اجرا شدند.

$$KMO=\frac{\sum_{i\neq j}^{n}\sum r_{ij}^{2}}{\sum_{i\neq j}^{n}\sum r_{ij}^{2}+\sum_{i\neq j}^{n}\sum a_{ij}^{2}}$$ فرمول(۱)

$$x^2=\frac{(N-k)\ln(s_p^2)-\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)\ln(s_i^2)}{1+\frac{1}{3(k-1)}\left(\sum_{i=1}^{k}(\frac{1}{n_i}-1)-\frac{1}{N-k}\right)}$$ فرمول(۲)

در جدول زیر جهت بررسی کفایت نمونه گیری مقادیر حاصل از دو آزمون ارائه شده است.

جدول۲. اندازه‌گیری کفایت نمونه گیری

تست کیزرمایراولکین و بارتلت			
کیزرمایر	**بارتلت**	**درجه آزادی**	**سطح معنی داری**
۰/۷۰۹	**۲۸۶۳/۶۳۸**	**۱۵۳**	**۰/۰۰۰**

مقدار حاصل از آزمون کیزرمایر حاکی از آن است که همبستگی‌های موجود برای تحلیل عامل بسیار مناسبند و در آزمون بارتلت درجه‌ی آزادی و سطح معناداری آزمون کای- دو نشان می‌دهد که نتایج به دست آمده حاکی از معنی‌داری و عدم واحد بودن ماتریس همبستگی است.

انتخاب شاخص‌های غیرمالی

تکنیک دلفی یک روش ساختاریافته و دارای چارچوب برای ارتباط گروهی میان کارشناسان و خبرگان است و با استفاده از پرسش نامه و ارسال چند مرتبه‌ای آن انجام می پذیرد[۱۲]. پس از بررسی و معرفی، مجموعه‌ی شاخص‌های غیر مالی به عنوان ورودی در روش دلفی مورد استفاده قرار گرفت. آزمون آلفای کرونباخ برای آزمون قابلیت اعتماد یا پایایی پرسشنامه‌ای که به صورت طیف لیکرت طراحی شده و جواب‌های آن چند گزینه‌ای می‌باشند، به کار رفت.

$$\alpha=\frac{k}{k-1}\left(1-\frac{\sum_{i=1}^{k}\sigma_i^2}{\sigma^2}\right)$$ فرمول(۳)

در این رابطه k تعداد پرسش‌ها σ_i^2 واریانس هر پرسش و σ^2 واریانس کل پرسش‌ها است. آلفای کرنباخ در مرحله اول ۰/۶۸۲ و در مرحله دوم ۰/۸۹۸ و در مرحله سوم ۰/۹۲۵ بوده که مناسب است. اعضای پانل دلفی در این پژوهش به صورت نمونه‌گیری غیر احتمالی و با روش زنجیره‌ای برگزیده شده‌اند. بر این اساس ابتدا ۲ نفر از افرادی نامزد شدند که مدیر، متخصص یا مشاور ارشد در حوزه‌ی مدیریت ریسک و مالی باشند و آن‌ها افراد دیگری را معرفی و از میان افراد معرفی شده ۸ نفر دیگر واجد شرایط تشخیص داده شدند. در این پژوهش، ۴ شاخص غیر مالی براساس تحقیقات پیشین تعریف شد. این چهار شاخص عبارتند از: سابقه‌ی بازپرداخت، داشتن یا نداشتن مجوز کسبی، کارایی مدیران و مالکیت محل فعالیت که استیجاری یا ملکی بودن است. سپس۳ دور روش دلفی انجام شد. علاوه بر این از آنان خواسته شد که نظرهای خود را در باره‌ی عواملی ارائه کنند که در این فهرست نیستند. انجام

روش دلفی پس از انجام دور سوم و دستیابی به اتفاق نظر مطلوب پایان یافت و برای تعیین میزان اتفاق نظر میان اعضای پانل، از ضریب همبستگی کندال استفاده شد و با تای کندال مشهور است و با حرف یونانی τ نمایش داده می‌شود یک آماره‌ی ناپارامتری است که برای سنجش همبستگی آماری میان دو متغیر تصادفی به کار می‌رود. فرض‌کنید زوج‌های $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\ldots,(x_n,y_n)$ مشاهدات متغییرهای X و Y را تشکیل می دهند. زوج (x_i,y_i) و (x_j,y_j) را هماهنگ می‌گویند، اگر $x_i<x_j$ و $yi<yj$، حال براساس تعریف اگر تعداد زوج‌های هماهنگ را با $|Con|$ و تعداد زوج‌های ناهماهنگ را با $|Dis|$ نشان دهیم ضریب هماهنگی کندال به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\tau = \frac{|Con| - |Dis|}{n(n-1)/2}$$ فرمول (۴)

شکل دیگری نیز وجود دارد.

$$\tau = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i<j} sgn(x_i - x_j) sgn(y_i - y_j)$$ فرمول(۵)

ضریب هماهنگی کندال در دور اول برابر ۰/۵۱۷ در دور دوم برای پاسخ‌های اعضا در مورد شاخص‌های غیر مالی مؤثر برریسک اعتباری برابر ۰/۶۳۵ و در دور سوم برابر ۰/۶۶۳ به دست آمد؛ مقدار این ضریب در دور سوم نسبت به دور دوم تنها به میزان ۰/۰۲۸ افزایش یافت که مقدار رشد قابل توجهی را نشان نمی دهد. با توجه به این که تعداد اعضای پانل بیش از ۱۰ نفر بود این میزان از ضریب کندال کاملاً معنادار به حساب می آید. بنابراین براساس نتایج حاصله از روش دلفی دوشاخص غیر مالی نهایی انتخاب شدند. در نهایت با توجه به نتایج حاصله از تحلیل عاملی و قضاوت خبرگان هفت شاخص به عنوان شاخص‌های نهایی پوشاننده‌ی ابعاد مالی و غیر مالی؛ وام کوتاه مدت به مجموع دارایی، نسبت کل بدهی به کل دارایی، دارایی ثابت به ارزش ویژه، دارایی جاری به دارایی ثابت، سودخالص به فروش خالص، سابقه‌ی بازپرداخت و کارایی مدیران انتخاب شدند.

تحلیل پوششی داده‌ها

یک روش برنامه‌ریزی خطی است که هدف بنیادین آن، مقایسه و ارزیابی کارایی شماری از واحدهای تصمیم‌گیرنده همسان است که مقدار دروندادهای بکار گرفته شده و بروندادهای فرآورده شده گوناگونی دارند[۱۶] و [۵]. در این پژوهش انواع روش‌های تحلیل پوششی داده‌ها برای انتخاب بهترین مدل با توجه به نتایج ضریب تعیین و ریشه میانگین مربعات خطابررسی گردید.

$$R=\frac{n(\sum xy)-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2-(\sum x)^2][n\sum y^2]}} \quad \text{فرمول(۶)}$$

$$RMSE=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\hat{x}_i)} \quad \text{فرمول(۷)}$$

نتایج بدست آمده برای R^2 و RMSE به ترتیب برای مدل مالی برابر ۰/۸۰۱ و ۰/۰۷۹ و در حالت ترکیبی برابر ۰/۷۲۹ و ۰/۱۰۵ در مدل اصلی با فرض بازدهی ثابت به مقیاس بارویکرد خروجی محور مناسب‌تر به سایر مدل‌ها در هر دو رویکرد مالی و ترکیبی بوده پس ملاک دسته‌بندی شرکت‌های حقوقی کارایی فنی آن‌ها است.

مدل بازدهی ثابت نسبت به مقیاس

این مدل که اولین روش تحلیل پوششی داده‌ها است، توسط چارنز، کوپر و رودز در سال ۱۹۷۸ ارائه شد. در این مدل با تغییر یک واحد در ورودی‌ها، خروجی‌ها نیز با نسبت ثابت (کاهشی یا افزایشی) تغییر می‌کنند. در واقع شیب تابع تولید در این مدل ثابت است. مفهوم خروجی محور این است که به چه میزان باید خروجی‌ها را با ثابت نگهداشتن میزان ورودی‌ها افزایش داد تا واحد مورد نظر به مرز کارائی برسد. مطابق شکل هر سازمان دارای n واحد تصمیم‌گیری (DMU_j) با m ورودی و s خروجی می‌باشد [۱۳] و [۱۸] و [۱۷]:

$$\text{کارآیی واحد j}=\frac{\sum_{r=1}^{s}U_rY_{rj}}{\sum_{i=1}^{m}V_iX_{ij}} \quad \text{فرمول(۸)}$$

در فرمول فوق، U_rوزن خروجی rام و v_iوزن ورودی iام می‌باشد. جهت بهره‌برداری از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها باید یک مدل برنامه‌ریزی خطی ساخت و بر اساس آن، کارآیی نسبی هر یک از واحدهای تصمیم‌گیری را با همدیگر مقایسه کرد. بنابراین به تعداد واحدهای تصمیم‌گیری، باید مدل برنامه‌ریزی خطی ساخته شود که از حل آن‌ها کارآیی نسبی (E_j) هر واحد مشخص می‌گردد[۲] و [۱۶]. مدل CCR برای ارزیابی کارآیی واحد تحت بررسی به صورت زیر می‌باشد [۱۵]:

$$\text{Min } Z0=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_ry_{rp}+w}{\sum_{i=1}^{m}v_ix_{ip}} \text{ s.t: } \frac{\sum_{r=1}^{s}u_ry_{rj}+w}{\sum_{i=1}^{m}v_ix_{ij}} \le 1 \text{ ; } (j=1,2,\dots,n) \text{ ; } ur,vi \ge 0 \text{ ; } w: \text{Free} \quad \text{فرمول(۹)}$$

برای حداکثر نمودن مقدار یک عبارت کسری، کافی است که مخرج کسر، معادل یک عدد ثابت در نظر گرفته شده و صورت کسر حداکثر گردد که مدل مضربی نام دارد.

$$\text{Min } Z_0=\sum_{r=1}^{s}u_ry_{rp}+w \quad \text{s.t: } \sum_{i=1}^{m}v_iy_{ip}+w=1$$
$$\sum_{r=1}^{s}u_ry_{ij}-\sum_{i=1}^{m}v_ix_{ij}+w\le 0 \text{ ; } (j=1,2,\dots,n) \text{ ; } u_r,v_i\ge 0 \text{ ; } w: \text{Free} \quad \text{فرمول(۱۰)}$$

در صورتی که متغیر متناظر با محدودیت اول را در مسأله ثانویه با θو λ_j را متغیر متناظر با دیگر

محدودیت‌های مدل اولیه فرض کنیم، مدل پوششی بصورت زیر خواهد بود.

$$Max\ Z_0 = \theta$$
$$s.t:$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \geq \theta\ y_{ro} \quad ; \quad (r = 1, 2, \ldots, s) \qquad \text{فرمول(۱۱)}$$
$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \geq x_{io} \quad ; \quad (i = 1, 2, \ldots, m)$$
$$\lambda_j \geq 0 \ ; \theta : Free \quad ; \quad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

مدل غیرخطی فوق را با مساوی یک قرار دادن مخرج کسر تابع هدف، به یک مدل خطی تبدیل می‌گردد. هدف مدل، کسب بیشترین مقدار خروجی است. در این مدل $\theta^* \geq 1$ بوده و $\frac{1}{\theta^*}$ میزان کارآیی را نشان می‌دهد[۱۱].

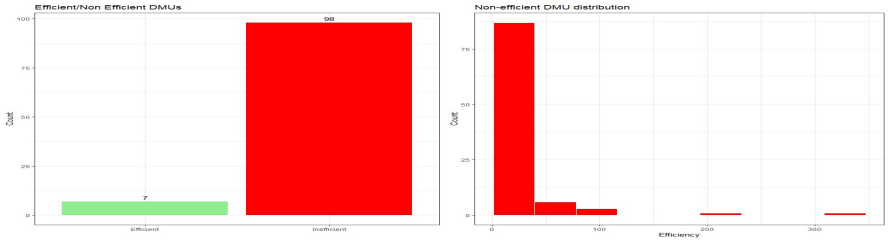
رویکرد مالی

شاخص‌های مالی نهایی حاصل از تجزیه و تحلیل عاملی می باشند که عبارتند از: نهاده‌هایی که باید حداقل شوند: وام کوتاه مدت به مجموع دارایی (x_1)، نسبت کل بدهی به کل دارایی(x_2) ،دارایی ثابت به ارزش ویژه(x_3) هستند. ستانده‌هایی که باید حداکثر شوند: دارایی جاری به دارایی ثابت (x_5)، سودخالص به فروش (x_4) هستند.

جدول ۳: خلاصه‌ای از آماره‌های توصیفی کارایی در رویکرد مالی

بیشترین	چارک سوم	میانگین	میانه	چارک اول	کمترین
۱	۰/۳	۰/۲۴	۰/۱۵	/۰۶	۰/۰۰۳

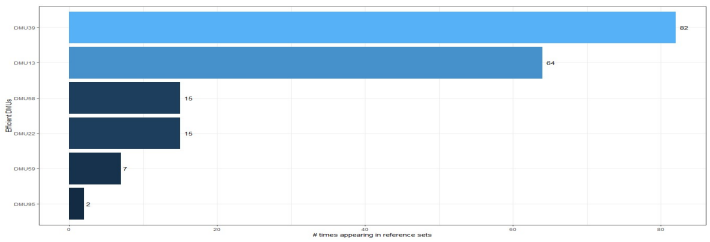
میانگین کارایی فنی برابر ۰/۲۴ است. از میان ۱۰۵ شرکت مذکور، تنها ۷ شرکت روی مرز کارایی قرار داشتند که واحدهای ۱۳، ۲۲، ۳۹، ۵۸، ۷۷ و ۹۹ هستند.



شکل ۱. وضعیت شرکت‌های کارا و غیر کارا در حالت مالی

گراف زیر نشان دهنده آن است که نرم افزار در حالت مالی هر بار یک DMU را به عنوان شاخص

انتخاب کرده به طور مثال DMU39 (دابور) در سال۹۸و۹۹ به تعداد ۸۲ بار و یا DMU77 (وسپه) در سال۹۹ و۹۸ حدود ۵۶ بار واحد کارا تعیین شده است و عملکرد خوبی نشان داده‌اند.



شکل۲. وضعیت کارایی پس از هربار مرجع قرار گرفتن کل شرکت‌ها

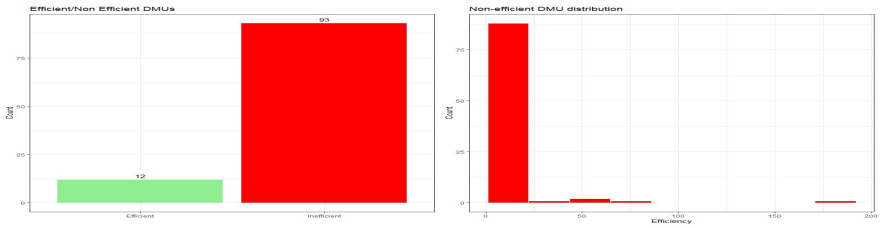
رویکرد ترکیبی

هشت شاخص نهایی بدین شرح به دست آمده است: نهاده‌هایی که باید حداقل شوند: وام کوتاه مدت به دارایی کل(x_1)، کل بدهی به مجموع دارایی(x_2)، دارایی ثابت به ارزش ویژه(x_3) و ستانده‌هایی که باید حداکثر شوند: دارایی جاری به دارایی ثابت(x_4) ، سودخالص به فروش(x_5)، سابقه بازپرداخت(x_7)، کارایی مدیران(x_8) هستند.

جدول۴: خلاصه‌ای از آماره‌های توصیفی کارایی در رویکرد مالی

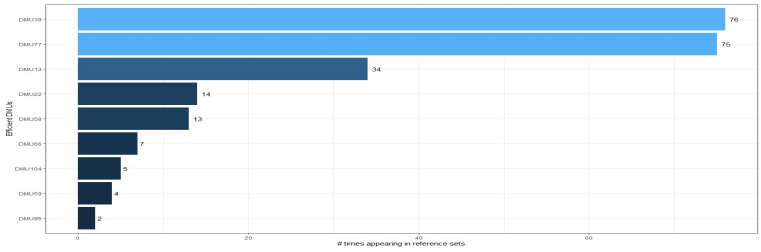
بیشترین	چارک‌سوم	میانگین	میانه	چارک‌اول	کمترین
۱	۰/۵	۰/۳۹	۰/۲۹	/۱۸	۰/۰۰۵

میانگین کارایی فنی برابر ۰/۳۹ است. چنانچه شرکت‌ها به صورت کارا عمل کنند بر روی تابع مرزی قرار داشته باشند، می توانند با کاهش هزینه‌های خود به میزان ۰/۳۹، همان سطح از محصول را ارائه دهند. همچنین از میان ۱۰۵شرکت مذبور، تنها ۱۲ شرکت روی مرز کارایی قرار داشتند و به عنوان شرکت های کاملاً کارا یا دارای کارایی یک قلمداد می شدند که واحدهای ۱۳، ۱۸، ۲۲، ۳۱، ۳۹، ۵۳،۵۸، ۵۹، ۷۴، ۷۷، ۸۶ و ۹۵ هستند.



شکل ۳. وضعیت شرکت‌های کارا و غیر کارا در حالت ترکیبی

گراف زیر نشان دهنده آن است که نرم افزار در حالت ترکیبی هر بار یک DMU را به عنوان شاخص انتخاب کرده به طور مثال DMU39 (دابور) در سال۹۸و۹۹ به تعداد ۷۳ بار کارا بوده و یا DMU74 (فمراد) در سال ۹۸و۹۹ حدود ۷۱ بار به عنوان واحد کارا تعیین شده است و عملکرد خوبی نشان داده اند.



شکل۴. وضعیت کارایی پس از هربار مرجع قرار گرفتن کل شرکت‌ها

اعتبار سنجی مدل تحلیل پوششی داده‌ها با رویکرد مالی

هدف این مرحله به دست آوردن درجه‌ای از انطباق میان نتایج حاصل از تحلیل پوششی داده‌ها با نتایج حاصل از رگرسیون است. رتبه‌های حاصل از تحلیل پوششی داده‌ها به عنوان متغیر وابسته و شاخص‌های نهایی انتخاب شده به عنوان متغیرهای مستقل در نظر گرفته می شوند. از آن جایی که تحلیل پوششی داده‌ها قادر به تمایز میان کارایی شرکت‌های دارای کارایی واحد نیست، رگرسیون صرف نظر از این مشاهدات برآورد شد. تعداد شرکت‌های وارد شده در مدل برابر ۹۸ شرکت است. معادله‌ی رگرسیونی به شرح زیر به دست آمده است:

جدول ۵: ضرایب معادله‌ی رگرسیونی رویکرد مالی

عرض از مبداء	ورودی۱	ورودی۲	ورودی۳	خروجی۱	خروجی۲
۰/۰۸۸۳	-۰/۱۷۰۸	-۰/۰۲۴۱	-۰/۰۱	۰/۰۳۳۷	۰/۰۳۸۵

$$Y = 0.883-0.1708X_1-0.241X_2 +0.0337X_4 +0.0385X_5$$

X_1: وام کوتاه مدت به کل دارایی‌ها، X_2:کل بدهی‌ها به کل دارایی‌ها، X_4: دارایی جاری به دارایی ثابت و X_5: سودخالص به فروش است. لازم به ذکر است که با آزمون فرضیه‌ی معنادار بودن ضرائب، از میان پنج متغیرمستقل مالی وارده در مدل مالی، تنها متغیر "دارایی ثابت به ارزش ویژه" در سطح اطمینان ۹۵ درصد معنادار نیست و وارد معادله‌ی رگرسیونی نشده است.

اعتبار سنجی مدل تحلیل پوششی داده ها با رویکرد ترکیبی

در مدل دوم نیز همانند مدل اول شرکت‌های دارای کارایی واحد حذف شده و بنابراین ۹۳ شرکت وارد مدل شده‌اند و دو متغییر سابقه بازپرداخت و کارایی مدیران نیز به مدل اضافه شد. معادله‌ی رگرسیونی زیر حاصل شده است:

جدول ۶ : ضرایب معادله‌ی رگرسیونی رویکرد ترکیبی

ورودی۳	ورودی۲	ورودی۱	عرض از مبداء
-۰/۰۱۰۶	-۰/۰۴۳۱	-۰/۱۷۵۰	۰/۱۷۱۲
خروجی۴	خروجی۳	خروجی۲	خروجی۱
۰/۰۳۵۷	۰/۲۲	۰/۰۴۶۶	۰/۰۳۰۷

لازم به ذکر است که جهت محاسبه متغیر سابقه دریافت تسهیلات از نسبت کل تسهیلات به مجموع مطالبات غیرجاری بدست آمده و همچنین نسبت فروش خالص به کل دارایی جهت سنجش کارایی مدیران در نظر گرفته شده است.

$$Y = 0.1712-0.1750X_1-0.0431X_2+0.0307X_4+ 0.0466X_5+0.2200X_6+0.0357X_7$$

X_1: وام کوتاه مدت به کل دارایی‌ها، X_2: کل بدهی‌ها به کل دارایی‌ها، X_4: دارایی جاری به دارایی ثابت، X_5: سودخالص به فروش، x6: سابقه بازپرداخت و x7: کارایی مدیران است. با آزمون فرضیه ی معناداربودن ضرائب، از میان هفت متغیر مستقل مالی وارده در مدل، تنها متغییر "دارایی ثابت به ارزش ویژه" در سطح اطمینان ۹۵ درصد معنادار نیست و بنابراین وارد معادله رگرسیونی نشده است.

گروه بندی مشتریان حقوقی از نظر رتبه‌ی اعتباری

در این مقاله سعی شده است با استفاده از الگوی مؤسسه‌ی فیچ به گروه‌بندی یا رتبه‌بندی مشتریان حقوقی بانک تجارت پرداخته شود. در حقیقت یکی از اهداف اصلی این مقاله رتبه‌بندی اعتباری مشتریان بانک‌ها و تسهیل در امر تصمیم‌گیری مدیران و مسؤولین بانکی برای پرداخت تسهیلات به شرکت‌ها با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌ها است. امتیازات اعتباری تحلیل پوششی داده‌ها در رویکرد ترکیبی بین ۰/۲۸ و ۱۰۰ و در رویکرد مالی بین ۰/۵۲ و ۱۰۰در نوسان هستند. با کاهش امتیاز شرکت‌ها، عملکرد مالی آن‌ها نسبت به سایر شرکت‌ها در مجموعه مشاهدات نسبتاً بدتر می شود، بنابراین احتمال بالا رفتن ریسک نیز افزایش می یابد. جدول شماره‌ی سه ۸ گروه مشتری حقوقی با رتبه های اعتباری متفاوت است.

جدول ۷: رتبه‌بندی اعتباری مشتریان حقوقی بانک تجارت پذیرفته شده در بورس

گروه	رتبه کارایی	رویکرد مالی	رویکرد ترکیبی	رتبه اعتباری
۱	۱	٪۱۱,۴۳	٪۶,۶۷	AAA
۲	۰,۵ - ۱	٪۱۳,۳۳	٪۸,۵۷	AA+ , AA , AA-
۳	۰,۲ - ۰,۵	٪۴۷,۶۲	٪۲۱,۹۰	A+, A, A-
۴	۰,۱ - ۰,۲	٪۱۷,۱۵	٪۲۲,۸۷	BBB+ ,BBB, BBB-
۵	۰,۰۱ - ۰,۱	٪۹,۵۲	٪۳۷,۱۴	BB+ ,BB, BB-
۶	۰,۰۰۵ - ۰,۰۱	٪۰,۹۵	٪۱,۹۰	B+,B, B-
۷	۰,۰۰۱ - ۰,۰۰۵	۰	٪۰,۹۵	CCC, CC, C
۸	۰ - ۰,۰۰۱	۰	۰	DDD, DD, D

همان طور که در جدول شماره‌ی یک ملاحظه می گردد، تنها ۶/۶۷ از شرکت‌ها دارای کارایی ۱۰۰ هستند و از کمترین میزان ریسک اعتباری برخوردار هستند. در حالیکه ۰/۹۵ درصد از شرکت‌های مورد بررسی در این پژوهش در بدترین شرایط از نظر بازپرداخت اصل و سود تسهیلات قرار دارند و بازپرداخت اقساط آن‌ها با احتمال نکول روبرو است. همچنین درمدل مالی ۱۱/۴۳ درصد از شرکت‌ها از کمترین میزان ریسک اعتباری برخوردارند؛ در حالی که صفر درصد از شرکت‌ها در وضعیت نااطمینانی ریسک اعتباری قرار دارند. تعاریف رتبه‌های اعتباری گروه‌های مختلف که از بالا به پایین در داخل گروه شرایط بدتر می‌شود: گروه ۱: این گروه بهترین کیفیت را از نظر بازپرداخت سود واصل آن داراست و از کمترین ریسک سرمایه گذاری برخوردار می باشد. گروه ۲: گروه دوم از کیفیت بالا برخوردارند و حاشیه‌ی امنیت شان به گستردگی گروه قبلی نیست و ریسک بلند مدت آن مقداری بیش‌تر است. گروه ۳: این گروه شرایط مطلوبی دارند. از لحاظ بازپرداخت اصل و فرع از شرایط مناسبی برخوردارند اما امکان دارد در اثر بروز اتفاقاتی دچار مشکل گردند. گروه ۴: این گروه از درجه‌ی متوسط محسوب شده و از نظر بازپرداخت اصل و فرع به نظر کافی می آیند، اما در دراز مدت ممکن است دچار مشکل گردند. گروه ۵: ریسک این گروه بالا بوده و از نظر بازپرداخت اصل و فرع ازتضمین خوبی چه در حال حاضر و چه درآینده برخوردار نبوده و دارای نوعی عدم اطمینان می باشند. گروه ۶: این گروه از نظر تضمین بازپرداخت اصل و فرع در شرایط مطلوبی قرار ندارند و فاقد مشخصه های یک سرمایه گذاری مطلوب می باشند. گروه۷: یا در حالت نکول قرار داشته و یا بازپرداخت اصل و فرعشان دارای خطرات بسیاری است و در اغلب موارد نکول شده و در حالت ورشکستگی قرار دارند. گروه ۸: این گروه در بدترین شرایط از نظر باز پرداخت اصل و فرع وام قراردارند.

زنجیره مارکوف

به منظور تجزیه و تحلیل پرتفوی اعتباری وام از مدل زنجیره مارکوف گسسته که روشی آماری است استفاده شده است. به منظور بررسی دقت پیش‌بینی مدل مارکوف پیشنهادی از آزمون مقایسه میانگین دو جامعه بهره‌برداری می‌گردد. فرایندهای مارکوف را، به طور کلی بر حسب دو عامل طبقه‌بندی می‌کنند [۱۶]. پارامتر t، که می تواند پیوسته یا گسسته باشد، گسسته بودن t را می توان چنین تفسیر کرد که رفتار سیستم تنها در مقاطع مشخصی از زمان مطالعه می‌شود. در صورتی که t گسسته باشد، X (t) با متغیرهای تصادفی به شکل X_1 , X_2 , ... و X_n جایگزین می شود. مجموعه مقادیری را که X (t)می‌تواند انتخاب کند، بر حسب تعریف، حالت سیستم می نامند، حالت سیستم نیز می‌تواند گسسته یا پیوسته باشد.

طراحی مدل

در این پژوهش مقصود پیش‌بینی انتقال رتبه اعتباری شرکت‌های پذیرفته شده در بورس که مشتری اعتباری بانک تجارت هستند و توسط جدول موسسه فیچ رتبه‌بندی شده‌اند، است. آخرین وضعیت یا همان وضعیت D که این گروه در بدترین شرایط از نظر باز پرداخت اصل و فرع وام قراردارند، یک وضعیت جاذب است. اگر یک شرکت در سال اول در وضعیت فعال باشد، در سال بعد می‌تواند به وضعیت Bبرود [۳]. مدل ریسک اعتباری در این‌جا بدین صورت خواهد بود که: $U_t = \mathrm{u} + ct - \sum_{i=1}^{N_t} Y_t$ و بانک کارخود را با تسهیلات اولیه u در زمان صفر شروع می‌کند و فرض کردیم تمامی سود تسهیلات با نرخ ثابت در ابتدای هر واحد زمانی جمع می‌شوند و بانک تنها با یک ریسک نکول روبروست. ما فرض می‌کنیم که فرآیند تعداد دفعات نکول N_t ،t=0,1,2, ... یک فرآیند قابل تجدید است که در زمان گسسته رخ داده و زمان نکول دارای $\{w_1,w_2,w_{3,\dots}\}$ تابع چگالی برابر با تابع $\alpha_j = \Pr(w_i = j)$ است و w_i نشان‌دهنده‌ی زمان بین $(i-1)$امین و i امین نکول‌خواهدبودوتابع‌توزیع آن به‌این‌صورت‌خواهدبود:

فرمول(۱۲) $A_j = \Pr\{w_i > j\} = 1 - \sum_{k=1}^{j} \alpha_k$

بنابراین نیاز به داده‌هایی داریم که $\alpha_1(j)$ و $\alpha(j)$ دارای توزیع متفاوت باشد. با توجه به حجم و زمان داده‌های موجود، احتمال مورد نظر را برای واحد زمانی سال محاسبه می کنیم. هدف ما محاسبه احتمال احتمال زیر است:

فرمول(۱۳) $\varphi_{n,i}(u) = \Pr\{T = n, |UT| = j | U0 = u\}$, $n \epsilon Z^+$; i=1,2,3,... ,$m_\propto$- c

بنابراین آن را به کمک زنجیره مارکوف به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Phi_{n,i}(u) = \sum_{k=1}^{n-1} r_k F_{n-k,j}^{(k)}(u) + r_n a_{u+cn+j} \quad n=1,2,3,\ldots,n_r$$ فرمول(۱۴)

بنابراین مانیاز داریم که تابع توزیع میزان نکول و زمان نکول و همچنین زمان اولین نکول را به دست می آوریم[۱۹]. فرآیند تصادفی $X_n(n=0,1,2,\ldots)$، که فضای حالات آن محدود و یا نامحدود قابل شمارش است، زنجیره مارکوف ثابت یا همگن از نظر زمان نامیده می شود اگر:

$$P[X_{n+1}=j \mid X_n=i , X_{n-1}=i_{n-1}, \ldots ,X_0] = p[X_{n+1}=j \mid X_n=i]=P_{ij}$$ فرمول(۱۵)

به ازای تمام وضعیت‌ها و برای $n\geq 0$، این تعریف به این معناست که احتمال انتقال از یک حالت به حالت دیگر تنها به آخرین اطلاعات گذشته که در مورد فرآیند وجود دارد بستگی دارد. بنابراین احتمال اینکه یک DMU که در زمان t در حالت i قرار دارد به حالت j برود تنها به موقعیت i بستگی دارد و برابر با P_{ij} است.

ساخت ماتریس احتمال انتقال

با استفاده از اطلاعات گذشته، ماتریسی که نشان دهنده تعداد شرکت‌های منتقل شده بین وضعیت‌های کارایی شرکت‌هاست تهیه، که آن را ماتریس K می نامیم. اعداد ماتریس K نشان دهنده تعداد وام‌هایی هستند که در سال n ام از وضعیت i ام، در ماه $n+1$ به وضعیت j نشان داده شده است. اعداد روی قطر اصلی نشان دهنده تعداد شرکت‌هایی است که از سال n تا $n+1$ در یک وضعیت باقی می مانند. با استفاده از اعداد ماتریس K می توان P_{ij} ها را که نشان دهنده احتمال انتقال وام از وضعیت i به وضعیت j در طی سال n و $n+1$ است را محاسبه کرد. این اعداد از طریق تقسیم کردن کل شرکت‌هایی که از وضعیت i به j منتقل می شوند به کل شرکت‌هایی که در وضعیت i هستند به دست می آید. معادله زیر نشان دهنده نحوه محاسبه احتمالات انتقال است.

$$P_{ij}=\frac{K_{ij}}{\sum_{s=1}^{7} K_{ij}}$$ فرمول(۱۶)

با استفاده از معادله بالا ماتریس احتمال انتقال تعیین می شود که در جدول نشان داده شده است. ابتدا ماتریس تعداد شرکت‌های منتقل شده بین وضعیت‌ها استخراج شده و سپس ماتریس احتمال انتقال مرحله اول استخراج می گردد. با استفاده از اعداد ماتریس k به راحتی می توان P_{ij}ها را که نشان دهنده احتمال انتقال شرکت‌ها از وضعیت کارایی i در طی سال n تا $n+1$ است را محاسبه کرد. این اعداد از طریق تقسیم کردن تعداد کل شرکت‌هایی که از وضعیت کارایی i به j منتقل می شوند به کل شرکت‌هایی که در وضعیت i هستند به دست می آید. پس از به دست آمدن ماتریس احتمال انتقال می‌توان پیش‌بینی را صورت داد. برای انجام پیش‌بینی از پرتفویی شامل اطلاعات وضعیت کارایی استفاده می‌شود. بدین

منظور، بردار اولیه‌ای از تعداد شرکت‌ها در وضعیت کارایی مختلف را در ماتریس انتقال ضرب می‌کنیم تا بردار تعداد شرکت‌های قرار گرفته در هر یک از وضعیت‌ها را در سال بعد بیابیم. به این ترتیب بردار مقادیر برای سال ۹۸ تا ۹۹ بدست می‌آید. رفتار اشخاص اعتبارگیرنده در بازپرداخت تعهدات خویش در طی زمان و تغییر متغیرهای کلان اقتصادی خواهد بود. خاصیت عدم ثبات در مدل را به همراه خواهد داشت، که توزیع آتی احتمالات انتقال بین وضعیت‌های مختلف به عواملی غیر از وضعیتی که وام در آن قرار دارد، بستگی دارد[۹]. با استفاده از S, τ_j ماتریس $n_a \times n_a$ زیر را تعریف می‌کنیم:

$$S=\begin{bmatrix} 0 & \tau_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \tau_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \tau_{n_{a-1}} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

و بردار سطری $1 \times n_a$، e_1 =1,0,0,0, … ,0، همچنین بردار سطونی $n_a \times 1$، احتمال جذب را به این صورت تعریف می‌کنیم:

$$s=\begin{bmatrix} 1-\tau_1 \\ 1-\tau_2 \\ \vdots \\ 1-\tau_{n_a-1} \\ 1 \end{bmatrix}$$

در جایی که s=1- S_1 و ۱ یک ماتریس ستونی از یک است. در حالی که $S_{i,j}$، (i,j)امین از عناصر ماتریس S که $0 \le S_{i,j} \le 1$ و s_i، iامین عنصر از s است. $\rho = \begin{bmatrix} S & s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ماتریس احتمال انتقال برای یک زنجیره مارکوف که فضای آن به صورت L_t,U_t تعریف شده است، که L_t زمان به تعویق افتاده می‌نامیم. … t=k,k+1,k+2, حال به کمک ماتریس‌های S و s، $a_{j,s}$ را تعریف می‌کنیم.

$a_j=e_1 S^{j-1} s$, j=1,2,3, … , n_a

برای تعریف زنجیره‌ی مارکوف نیاز به فضای ماتریسی داریم لذا مقدار W_1 را به صورت عدد ثابت Kو تعریف می کنیم $k\epsilon$ 1,2,3, …, n_r و فضای فرایند تصادفی مورد نظر را با L_t =1,2,3, … ,n_a ؛ $\Delta= \{(U_t. L_t), U_t \epsilon Z$ نشان می دهیم و ماتریس احتمال انتقال آن را به صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$P=\begin{array}{c} \\ \vdots \\ -3 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ \vdots \\ \\ \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccccccccc} \ldots & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & \ldots & c & c+1 & c+2 & c+3 & \ldots \end{array} \\ \begin{bmatrix} \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & & & \\ \ddots & B_C & B_{C-1} & B_{C-2} & B_{C-3} & & & & & & & & \\ \ddots & B_{C+1} & B_C & B_{C-1} & B_{C-2} & B_{C-3} & & & & & & & \\ \ddots & B_{C+2} & B_{C+1} & B_C & B_{C-1} & B_{C-2} & B_{C-3} & & & & & & \\ \ddots & B_{C+3} & B_{C+2} & B_{C+1} & B_C & B_{C-1} & B_{C-2} & \ldots & B_0 & & & & \\ \ddots & B_{C+4} & B_{C+3} & B_{C+2} & B_{C+1} & B_C & B_{C-1} & \ldots & B_1 & B_0 & & & \\ \ddots & B_{C+5} & B_{C+4} & B_{C+3} & B_{C+2} & B_{C+1} & B_C & \ldots & B_2 & B_1 & B_0 & & \\ \ddots & B_{C+6} & B_{C+5} & B_{C+4} & B_{C+3} & B_{C+2} & B_{C+1} & \ldots & B_3 & B_2 & B_1 & B_0 & \\ \ddots & \ddots & & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots \end{bmatrix} \end{array}$$

که در آن

$$B_i=\begin{cases} S & if\ \ i=0 \\ se_1 & if\ \ i=1.2.3.\ldots \end{cases}$$

احتمال تغییر حالت سیستم از یک حالت به حالت بعدی (دو زمان متوالی) احتمال گذار نامیده می‌شود. باتوجه به ثابت بودن تعداد افراد جامعه آماری و با در نظر گرفتن اینکه جمع درایه‌های هر سطر ماتریس احتمال برابر واحد است این ماتریس قابلیت پیش‌بینی برای دوره آینده را خواهد داشت[۱۹]. ماتریس پیش‌بینی از حاصلضرب ماتریس حالت در ماتریس احتمال به دست می‌آید. پس از برچسب گذاری کارایی شرکت‌ها می‌توانیم با استفاده از زنجیره مارکوف ماتریس احتمال گذار هر وضعیت به وضعیت دیگر را بین سال ۹۸ الی ۹۹ مشاهده کنیم و سپس با رساندن این ماتریس به مراتب بالاتر پیش بینی در خصوص وضعیت سال آتی آنان داشته باشیم. احتمال انتقال n مرحله‌ای یا احتمال شرطی: فرمول(۱۷)

$$P_{ij}^{(n)} = P\{X_{m+n} = j | X_m = i\}.\, i.\, j \epsilon S\ \ m.n \geq 0$$

معادله بالا بعنوان احتمال انتقالn مرحله‌ای است و همانطور که معادله چاپمان – کولموگوروف به‌صورت $P^{(n)} = P^n$ شناخته می شود$P^{(n)} = P_{ij}^{(n)}$به عنوان ماتریس احتمال n مرحله‌ای شناخته شده است. احتمال‌های انتقال در مراتب بالا بدین صورت خواهد بود.

$$\sum_y P_{xy}^{(n)} = 1.\ P_{xy}^{(n)} \geq 0 \qquad \text{فرمول(۱۶)}$$

قبل از بدست آوردن ماتریس احتمال گذار بررسی وجود رابطه همبستگی بین سال ۹۸ و ۹۹ ضروری به نظر می رسد برای اینکار از آزمون مربع کای استفاده نمودیم.

تست خوبی برازش کای دو

برای بررسی آن است که آیا همانطور که فرض کردیم، احتمالات انتقال به زمان وابسته است یا خیر. آماره کای دو برای هر سطر از ماتریس در زمانt به صورت زیر بدست میآید:

$$x^2 = \frac{\sum_j n_i(t-1)\,[\widehat{p_{ij}}(t) - \widehat{P_{ij}}]^2}{\widehat{P_{ij}}}$$ فرمول(۱۸)

$\widehat{P_{ij}}$ برابر است با احتمالات تئوریک ماتریس انتقال $\widehat{P_{ij}}(t)$، برابر است با احتمالات انتقال نمونه در زمان t، (t=1,2,…,T). آماره کای دو کل از معادله‌های زیر به دست می آیند.

$$X2=\sum_i \sum_j x_i^2(t) = x^2 = \frac{\sum_j n_i(t-1)[\widehat{p_{ij}}(t)-\widehat{P_{ij}}]^2}{\widehat{P_{ij}}}$$ فرمول(۱۹)

درجه آزادی آن نیز از معادله زیر به دست می آیند.

$$v = \sum (m_i - 1)(t_i - 1)$$ فرمول(۲۰)

در معادله (۱۴)، m_i نشان‌دهنده تعداد عناصر غیرصفر برای هر سطر i از ماتریس انتقال و t_i نشان دهنده تعداد تست‌هاست. $\hat{p}_{ij}(t)$ برابر است با احتمالات تئوریک ماتریس انتقال و$\hat{p}_{ij}$ برابر با احتمالات انتقال نمونه در زمان t است. فرض صفر این است که ماتریس احتمال انتقال دارای ثبات است و وابسته به زمان نیست [۱۰]. که نتایج آن بدین شرح است:

جدول۸ : نتایج آزمون کای دو

جداول توافقی	آماره آزمون مربع کای	مقدار معنی داری
وضعیت واحدها طی ۹۸ الی ۹۹ در حالت مالی	۲۶۷,۱۸	۰,۰۰
وضعیت واحدها طی ۹۸ الی ۹۹ در حالت ترکیبی	۲۷۹,۳۳	۰,۰۰

با توجه به مقدار معنی داری بدست آمده در هر دو حالت می‌توانیم نتیجه بگیریم رابطه معنی‌داری بین وضعیت کارایی شرکت‌ها در سال ۹۸ و ۹۹ وجود دارد. بنابراین بکارگیری روش زنجیره مارکوف و ماتریس احتمال‌گذار توجیه پیدا می کند. از جداول ذیل ماتریس اولیه یا احتمالات گذار بین وضعیت‌های تعریف شده در دو حالت را در اختیار داریم:

جدول۹ : محاسبه احتمال گذار در حالت مالی

		حالت مالی سال۹۹						
		A	AA	AAA	B	BB	BBB	CCC
حالت مالی سال ۹۸	A	۰/۵	۰/۲۷	۰	۰	۰/۹	۰/۱۴	۰
	AA	۰/۳۳	۰/۶۷	۰	۰	۰	۰	۰
	AAA	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۶۷	۰	۰/۱۱	۰	۰
	B	۰	۰	۰	۰/۵	۰/۵	۰	۰
	BB	۰/۰۶	۰	۰	۰	۰/۸۸	۰/۰۶	۰
	BBB	۰/۲	۰	۰	۰	۰/۲۷	۰/۵۳	۰
	CCC	۰	۰	۰	۰/۵	۰	۰	۰

همانطور که از ماتریس‌های احتمال گذار یک مرحله‌ای و دو مرحله‌ای در حالت مالی درمی‌یابیم برای نمونه احتمال انتقال یک مرحله‌ای یعنی از سال ۹۸ به ۹۹ برای وضعیت A به وضعیت A تقریباً برابر ۰،۵ است، از A به AA برابر ۰،۲۷ است، از A به AAA برابر صفر است ، از A به B برابر صفر است، از A به BB برابر ۰،۰۹ است، از A به BBB برابر ۰،۱۴ است و از A به CCC برابر صفر است.

جدول ۱۰ : محاسبه احتمال گذار در حالت ترکیبی

		حالت ترکیبی سال ۹۹						
		A	AA	AAA	B	BB	BBB	CCC
حالت ترکیبی سال ۹۸	A	۰/۵	۰/۲۸	۰	۰	۰/۰۹	۰/۱۲	۰
	AA	۰/۲۵	۰/۷۵	۰	۰	۰	۰	۰
	AAA	۰/۱	۰/۱	۰/۷	۰	۰/۱	۰	۰
	B	۰	۰	۰	۰/۵	۰/۵	۰	۰
	BB	۰/۰۶	۰	۰	۰	۰/۸۷	۰/۰۶	۰
	BBB	۰/۱۵	۰	۰	۰	۰/۳	۰/۵۶	۰
	CCC	۰	۰	۰	۰/۵	۰	۰	۰/۵

همانطورکه مشاهده می شود هیچ شرکتی در وضعیت CC که وضعیت خطر است قرار ندارد، از سوی دیگر احتمال تغییر حالت از وضعیتی به وضعیت دیگر از سال ۹۸ الی ۹۹ توسط ماتریس های فوق مشخص گردیده است. همانطورکه گفته شد با به توان مرتبه اول این ماتریس پیش‌بینی انتقال وضعیت از سال ۱۳۹۹ به ۱۴۰۰ در حالت مالی به صورت زیر است:

جدول ۱۱ : ماتریس پیش‌بینی انتقال رتبه در سال ۱۴۰۰در حالت مالی

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	۴۴٪	۱۸٪	۱۷٪	۳٪	۱۷٪	۱٪	۰
AA	۰	۵۳٪	۳۹٪	۴٪	۴٪	۰	۰
A	۰	۳۲٪	۳۷٪	۱۵٪	۱۵٪	۱٪	۰
BBB	۰	۵٪	۲۲٪	۳۳٪	۳۶٪	۴٪	۰
BB	۰	۲٪	۹٪	۹٪	۶۰٪	۲۰٪	۰
B	۰	۰	۱٪	۱٪	۳۱٪	۶۷٪	۰
CCC	۰	۰	۰	۰	۱۰٪	۶۵٪	۲۵٪

احتمالات انتقال دو مرحله ای، یعنی سیستم پس از طی دوره های ۹۸ و ۹۹ به دوره ۱۴۰۰ در رویکرد مالی بدین صورت است که تقریباً از وضعیت A به A برابر ۰,۳۷ است، از A به AA برابر ۰,۳۲ است، از A به AAA برابر صفر است.

جدول ۱۲ : ماتریس پیش بینی انتقال رتبه در سال ۱۴۰۰در حالت ترکیبی

	AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC
AAA	۴۹٪	۱۷٪	۱۶٪	۲٪	۱۵٪	۱٪	۰
AA	۰	۶۳٪	۳۲٪	۳٪	۲٪	۰	۰
A	۰	۳۶٪	۳۶٪	۱۳٪	۱۴٪	۱٪	۰
BBB	۰	۴٪	۱۸٪	۳۵٪	۴۰٪	۳٪	۰
BB	۰	۲٪	۱۰٪	۱۰٪	۶۰٪	۱۸٪	۰
B	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۰٪	۰
CCC	۰	۰	۰	۰	۰	۷۵٪	۲۵٪

این در حالیست که احتمالات انتقال دو مرحله ای، برای پیش‌بینی دوره ۱۴۰۰ در رویکرد ترکیبی بدین صورت است که از وضعیت A به A برابر ۰,۳۶ است، از A به AA برابر ۰,۳۶ است، از A به AAA برابر صفر است، پس بیشترین احتمال در این گروه توقف در وضعیت موجود و احتمال بهبود وضعیت است.

نتیجه‌گیری

عدم برنامه‌ریزی و پیش‌بینی دقیق برای فرآیند پرداخت تسهیلات، موجب بحران‌های مالی برای بانک‌ها خواهد شد. به همین دلیل تحقیق در زمینه پیش‌بینی وضعیت مشتریان اعتباری، از اهمیت

بسیاری برخوردار است. در تحقیق حاضر نتایج حاصل از کای دو در زنجیره مارکوف نشان از معنی‌داری هر دو حالت مالی و ترکیبی و وجود رابطه معنی‌دار بین کارایی شرکت‌ها است و یک مدل زنجیره مارکوف گسسته با حالت‌های محدود و ۷ وضعیت از ۸ وضعیت(در یک وضعیت هیچ واحدی قرار نگرفت) گروه‌بندی اعتباری موسسه فیچ جهت پیش‌بینی انتقال وضعیت در سال جدید معرفی شده است. با داشتن ماتریس احتمال انتقال و در نظر گرفتن بردار اولیه در حالت‌های مختلف وضعیت گروه‌ها برای سال ۱۴۰۰ پیش بینی گردید. در رویکرد مالی و ترکیبی به ترتیب احتمال توقف گروه A در وضعیت خود برابر (۴۹-۴۴) و احتمال توقف گروه B در همان وضعیت برابر(۱۰۰-۶۷) درصد و احتمال توقف C در وضعیت خود برابر(۲۵-۲۵) درصد و احتمال توقف AAA در وضعیت خود برابر(۴۴- ۴۹) درصد و احتمال توقف AA در وضعیت خود برابر(۵۳-۶۳) درصد و احتمال توقف BBB در حالت خود برابر (۳۳-۳۵) درصد و نهایتا احتمال توقف گروه BB در همان وضعیت برابر(۶۰- ۶۰) درصد است و میانگین احتمال توقف در رتبه فعلی در سال ۱۴۰۰ در حالت مالی برابر ۰/۴۶۰ و در حالت ترکیبی برابر ۰/۵۳۰ است احتمال بهبود رتبه اعتباری در هر دو رویکرد مالی و ترکیبی فقط در رتبه CCC افزایش یافته و احتمال بهبود رتبه اعتباری در هر دو رویکرد مالی و ترکیبی فقط در رتبه BBB کاهش یافته و در رتبه‌های دیگر حفظ وضع موجود دارای احتمال بیشتری بوده است میانگین احتمال بهبود وضعیت شرکت‌ها۲۳ درصد و میانگین احتمال نزول وضعیت برابر ۲۰ درصد پیش‌بینی می گردد و با توجه به جمیع جهات وضعیت اعتباری شرکت‌های بورسی طرف معامله با بانک تجارت در سال ۱۴۰۰ عمدتاً در حالت سال ۱۳۹۹ بوده و یا احتمال بهبود بیشتر است، که این مهم منتج به کاهش محسوس مطالبات بانک مذکور در سال پیش‌رو است و چشم‌انداز پرداخت تسهیلات در سال ۱۴۰۰ خوب است. در حقیقت این مدل‌ها قادر هستند با ارائه‌ی راهکارهای مناسب و مفید، شرکت‌های رتبه‌بندی شده را برای بهره‌ورتر شدن یاری دهند. محاسبات نیز با دقت خوبی وضعیت اعتباری آتی مشتریان را پیش‌بینی می‌کند.

منابع

1) Abbasian, Ezatollah, Hosseini Doost, Ehsan, 2012, "Comparison of nonlinear linear dynamics models in the stock market forecast", Quarterly Journal of Financial Accounting, Fourth Year

2) Azazi, Reza. 2013. Dynamic Multi-Objective Model of Fuzzy Data Envelopment Analysis. Research. Government - Ministry of Science, Research, and Technology - Shahid Madani University of Azerbaijan - Faculty of Basic Sciences. 1392. Master's degree.

3) Collins, Micheal E. (2009), Restoring Confidence in the Banking System, SRC Insight, 13(4)

4) Cyert, R. M., Davidson, H. J., & Thompson, G. L. (1962). “Estimation of the allowance for doubtful accounts by Markov chains”. Management Science, vol8, pp 287-303

5) FH Lotfi, M Navabakhs, A Tehranian, M Rostamy-Malkhalifeh, 2007 ... Ranking bank branches with interval data—the application of DEA International Mathematical Forum 2 (9)

6) Frydman, H., Kallberg, J. G., & Kao, D. L. (1985).”Testing the adequacy of Markov chain and mover-stayer models as representations of credit behavior”.Operations Research,vol.33, NO. 4, p 13-1203

7) Khani Masoomabadi, Zabihollah, Rajab, Hossein, 2009, In relation to illegibility of financial reports and bold tax policy using the system of simultaneous equations, Financial Accounting Research Spring 11, 2017 No. 1 (39 consecutive)

8) KIM J AN(1999) Application of factor analysis in social research with spss software commands,Tehran:Salman Publication

9) Lalaei.R,1392, Presenting a Model for Predicting Bank Behavior Portfolio Behavior Using Discrete Markov Chain Model (Case Study: National Bank of Shahroud Branches). Research. Government - Ministry of Science, Research, and Technology - Semnan University - Faculty of Economics. 1392. Master's degree.

10) Mousavi, Seyed Bahzad et al.1392, Presenting a Model for Predicting Bank Loan Portfolios Using Discrete Markov Chain, First National Conference on Monetary and Banking Management Development, February 2014

11) Mehregan,MohammadReza(2004) Quantitative models in performance assesment of organizations, Publication of faculty of Management of Tehran University

12) Mirghfouri, Seyed Habibollah, Shafiee Rudpashti, Meysam, Nadafi, Ghazaleh, Summer 2011, Comparison and ranking of financial performance of provincial telecommunication companies with the collective model approach of data envelopment analysis and cross-efficiency method, Journal of Management and Development Process

13) Parsaiyan, Ali (1378) "Risk Management. Dimensions of risk management, its definition and application in financial organizations ", Financial Research, Fourth Year, No. 13, pp. 125-144

14) Piri, Parviz; Gholamreza Mansourfar and Golshan Mohammadi Khaneghah, 2009, The effect of accrued earnings management on credit rating in the form of emerging market score model, 17th National Accounting Conference of Iran, Qom, Farabi Campus, University of Tehran

15) Rajabzadeh Moghani, Nahid. 1396. Study of effective factors on credit risk of bank customers using survival analysis method (Case study of housing bank). Research. Government - Ministry of Science, Research, and Technology - Ferdowsi University of Mashhad - Faculty of Economics. 1396. PhD.

16) Ruintan ,Pooneh(2006) The study of effective factors on credit risk of banking client(case study:Keshavarzi Bank of Iran), MS thesis faculty of Economics and Political Science ,Shahid Beheshti University

17) Saadi, Ali. 1397. Risk and Capital Management. Published by: Arad. Year of publication

18) Salehi, Fahima; Mojtaba Salehi and Meysam Jafari Eskandari, 2014, Optimization of the portfolio of facilities granted by financial institutions using mathematical planning and genetic algorithm (Case study of Tejarat Bank), Monetary and Banking Management Development Quarterly 2 (3)

19) Salehi Rad, Mohammad Reza, Ahmadi, Somayeh, Fall 2011, Calculating the Probability of Bankruptcy of Insurance Companies Using the Markov Chain, Insurance Research Journal of the Twenty-sixth Year, Serial Number 103, Pages 29 to 50

20) Shi, Baofeng & Guotai Chi. 2019. Exploring the mismatch between credit ratings and loss-given-default: A credit risk approach. Economic Modelling, In press, corrected proof, Available online 3 December 2019

21) Turkan, Saeed, 2016, Presenting a Model for Predicting Bank Loan Portfolio Behavior Using Discrete Markov Chain Model, Fifth International Conference on Accounting and Management, and Second Conference on Open Entrepreneurship and Innovation, Tehran, Hamaghgaran

یادداشت‌ها:

1 Fitch
2Cyert
3 Frydman
4 varimax