



فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار

شماره پنجاه و یک / تابستان ۱۴۰۱

نوع مقاله : علمی پژوهشی

صفحات : ۲۳-۱

## مقایسه پیش بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات دیفرانسیل تصادفی (مدل هستون و مرتون)

راحله باقری<sup>۱</sup>

محمد رضا ستایش<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت مقاله : ۹۹/۰۱/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۹/۰۸/۱۷

### چکیده

امروزه سرمایه‌گذاری در بازارهای طلا، بخش مهمی از اقتصاد هر کشور را تشکیل می‌دهد، به همین دلیل برآورد قیمت طلا یکی از مهم‌ترین موضوعات مطالعاتی اقتصاددانان و تحلیلگران مالی است که رویکردهای متفاوت و دیدگاه‌های گوناگونی را پدید آورده است. به طور طبیعی روش‌هایی قابلیت ماندگاری و کاربرد مناسب را دارند که کمترین خطا و ریسک سرمایه‌گذاری را در خود داشته باشند. در کشورهای در حال توسعه نظیر ایران به دلیل وجود تورم و همچنین عدم اطمینان به آینده، تقاضا برای طلا به منظور پوشش ریسک ناشی از تورم بالا است. تشکیل بازار قرارداد آتی سکه بهار آزادی در بورس کالا در سال‌های اخیر نیز به ایجاد بازار متشکلی جهت پوشش ریسک و همچنین استفاده از فرصت‌های آربیتراژ در بازار طلا کمک شایانی نموده است. آمار معاملات قرارداد آتی سکه بهار آزادی از ابتدای ورود اولین نمادش به تابلو معاملات بورس کالای ایران رشد چشمگیری داشته است به گونه‌ای که بازاری سازمان یافته با حجم معاملات بالا و نقد شوندگی مناسب در زمینه معاملات مشتقه را در کشور ایجاد کرده است. در این تحقیق بر آن شدیم با استفاده از دو مدل از معادلات دیفرانسیل تصادفی (هستون و مرتون) به پیش‌بینی قیمت قراردادهای آتی با استفاده از قیمت تسویه قراردادهای آتی از تاریخ ۱۳۹۰/۰۱/۰۱ الی ۱۳۹۷/۰۶/۱۱ پرداخته و نتایج حاصل از آن را مقایسه نماییم.

### کلمات کلیدی

معادلات دیفرانسیل تصادفی، پیش‌بینی قیمت قراردادهای آتی سکه طلا، فرایند تصادفی، مدل

هستون، مدل مرتون

۱- گروه مدیریت صنعتی، واحد علوم تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. [baqerirahele@gmail.com](mailto:baqerirahele@gmail.com)  
۲- گروه حسابداری، واحد علوم تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسئول). [setayesh\\_m\\_r@yahoo.com](mailto:setayesh_m_r@yahoo.com)

بازارهای مالی از اثرگذارترین بازارها بر اقتصاد هر کشوری است که سایر بخش‌های واقعی اقتصاد به شدت از آن متأثر می‌شوند و به‌طور متقابل بر آن اثر می‌گذارند. گسترش بازارهای مالی و حرکت رو به‌رشد آن‌ها و همچنین ابداع و تنوع ابزارهای مالی، از مهم‌ترین مسائل دنیای سرمایه‌گذاری است که سبب بهبود فرصت‌های سرمایه‌گذاری در این بازارها گشته است. ابزارهای مشتقه از جمله این ابزارهای مالی هستند که رایج‌ترین آن‌ها در بازارهای سرمایه عبارت است از: قراردادهای فورواردها، قراردادهای آتی<sup>۲</sup>، قراردادهای اختیار معامله<sup>۳</sup> و قراردادهای سوآپ<sup>۴</sup>. غیر قابل پیش‌بینی بودن بازارهای مالی باعث می‌شود سرمایه‌گذاران استراتژی‌های مختلفی را جهت سود بردن از معاملات خود در پیش گیرند. یکی از این استراتژی‌ها استفاده از ابزارهای مشتقه همچون قراردادهای آتی می‌باشد. قرارداد آتی نوعی قرارداد حقوقی مالی است بین دو طرف فروشنده و خریدار بر روی یک دارایی پایه که بر اساس آن فروشنده قرارداد آتی متعهد می‌شود که در یک زمان خاص در آینده به نام زمان سررسید، به میزان مشخص شده در قرارداد، دارایی پایه را به خریدار تحویل دهد. این قراردادها هم بر روی دارایی‌های فیزیکی مانند سکه و نفت و هم بر روی دارایی‌های مالی مانند سهام و سکه طلا بسته می‌شود.

طلا از دیرباز مورد توجه انسان بوده و همواره به عنوان یک کالای با ارزش و با نقدشوندگی بالا مورد داد و ستد قرار می‌گرفته است (حقیقت و همکاران، ۱۳۹۷) [۳]. طلا نیز همچون سایر فلزات قیمتی از مهم‌ترین متغیرهای موثر در بازارهای مالی بوده و به همین دلیل پیش‌بینی قیمت آن برای تصمیم‌گیران از اهمیت بالایی برخوردار است. هاموده<sup>۵</sup> (۲۰۱۱) نشان داد که یک پورتفوی بهینه شامل فلزات گرانبها که حداقل کننده ریسک است، باید به طور غالب شامل طلا باشد و بنابراین طلا برای کاهش ریسک سرمایه‌گذاری گزینه مناسبی است.

پیش‌بینی آینده همواره به عنوان یک ضرورت بین فعالان بازارهای مالی که به هدف کسب سود اقدام به خرید و فروش دارایی‌های مالی می‌کنند، مطرح بوده است. در صورتیکه بتوان روند آتی بازارهای مالی را به روش مناسب و دقیق پیش‌بینی نمود، سرمایه‌گذار می‌تواند بازده را حداکثر و ریسک را حداقل نماید. ماهیت تصادفی متغیرهای مالی باعث عدم کاربرد توابع و معادلات معین شده و ناگزیر به در نظر گرفتن عوامل تصادفی در قیمت و ریسک معاملات سرمایه‌گذاران می‌باشیم. با ترکیب حسابان جبری و علوم احتمال و فرآیندهای تصادفی، شاخه جدیدی از ریاضیات با نام حسابان تصادفی<sup>۶</sup> به وجود می‌آید، که کاربردهای فراوانی داشته است. یکی از حوزه‌های پیش‌بینی قیمت مدل‌های معادلات تصادفی می‌باشد. هر رابطه بین تابع و متغیر مستقل و مشتقات تابع نسبت به متغیر مستقل، که حداقل شامل یکی از

## مقایسه پیش‌بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

مشتقات باشد را معادله دیفرانسیل تصادفی می‌نامند. این معادلات توسط یک رابطه تبعی که شامل توابع نامعلوم و مشتقات آن می‌باشد، تعریف می‌شوند. به عبارتی اگر شرایط اولیه یک معادله دیفرانسیل نامعین را تصادفی کنیم، معادله حاصل یک معادله دیفرانسیل تصادفی است. یکی از مهم‌ترین کاربردهای معادلات دیفرانسیل تصادفی، قیمت‌گذاری قراردادهای آتی سکه می‌باشد. اگرچه به دلیل عدم معامله قراردادهای آتی سکه در سال‌های اخیر، کاربرد پذیری این مدل‌ها از حیث این نوع قراردادها امکان‌پذیر نمی‌باشد، با این وجود به دلیل اهمیت موضوع به کاربرد این مدل‌ها در زمینه پیش‌بینی قیمت با توجه به سابقه معاملات در این نوع قراردادها می‌پردازیم.

کاربردهای اولیه فرایندهای تصادفی را به ریاضی دان فرانسوی لوییس باشیلر<sup>۲</sup> نسبت می‌دهند. در سال ۱۹۰۰ باشیلر به بررسی خواص ریاضی حرکت براونی پرداخت. پس از وی نوربرت وینر (۱۹۳۲) مدل حرکت براونی را تکمیل نمود. بلک شولز و مرتون (۱۹۷۳) از حرکت براونی استفاده نموده و حرکت براونی هندسی را خلق نمودند. بیشترین شهرت معادلات دیفرانسیل تصادفی در علوم مالی مدیون معرفی مدل بلک-شولز برای قیمت‌گذاری اختیار معاملات است و کاربرد حسابان تصادفی در قیمت‌گذاری اوراق مشتقه از مهم‌ترین کاربردهای این شاخه از دانش در علوم مالی محسوب می‌گردد. معادله دیفرانسیل، معادله ریاضی بین یک تابع مجهول از یک یا چند متغیر مستقل و مشتق مرتبه‌های مختلف آن نسبت به متغیرهای مستقل است. این معادلات ترکیبی از حساب دیفرانسیل و انتگرال عادی به همراه احتمالات و فرایندهای تصادفی می‌باشد و می‌توانند در مدلسازی قیمت دارایی‌ها، ایجاد و مدیریت سبد اوراق بهادار، قیمت‌گذاری اختیار معامله از طریق تشکیل پرتفوی بدون آربیتراژ شامل دارایی پایه، ورقه اختیار و دارایی بدون ریسک مورد استفاده قرار گیرند.

در پژوهش حاضر سعی داریم با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی مدل مرتون و مدل هستون قیمت قراردادهای آتی سکه طلا را پیش‌بینی و به لحاظ دقت بررسی نماییم.

### **مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش**

بازارهای مالی، دارای نقش کلیدی در تجهیز و هدایت وجوه موجود در اقتصاد به سمت بخش‌های تولیدی و صنعتی و به تبع آن بهبود رشد اقتصادی هستند. توسعه اقتصادی، مستلزم انباشت سرمایه است. بازار سرمایه به عنوان یکی از رکن‌های بازار مالی نقش به‌سزایی در بسیج امکانات مالی و سرمایه‌ای به منظور رشد و توسعه اقتصادی کشورها دارد و هم‌اکنون در بسیاری از کشورهای جهان نقش تامين مالی اعتبارات مورد نیاز بنگاه‌های اقتصادی را برعهده دارد (صنوبر، ۱۳۸۶) [۶]. ابزارهای مشتقه نوعی از ابزارهای مالی می‌باشند که حجم بالایی از معاملات بازارهای مالی را به خود تخصیص داده‌اند. بیش از

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و یک، تابستان ۱۴۰۱

چندین دهه از ایجاد بازارهایی که این ابزارها در آن معامله می‌کردند، در جهان می‌گذرد. از جمله این بازارها که قدمت بیشتری دارد، بازار آتی می‌باشد (احمدپورو نیکزاد، ۱۳۹۰) [۱]. از سال ۱۳۸۷ شاهد فعالیت ابزار جدید مالی به نام قرارداد آتی سکه طلا در بورس کالای ایران بوده ایم. این ابزار با هدف دعوت از سرمایه‌گذاران برای معامله آتی در بورس، جلوگیری از خروج سرمایه، یکپارچگی و یکسان سازی معاملات طلا در سراسر کشور و جلوگیری از معاملات موهوم و رواج سکه‌های تقلبی در بازارهای کاذب، در بورس کالا عرضه شد.

عوامل تأثیر گذار بر انتظارات افراد از قیمت‌های آتی سکه طلا را می‌توان همچون عواملی مانند، قیمت جهانی طلا و قیمت سهام، تغییرات نرخ ارز و قیمت‌های نقدی طلا دانست. در کشور ما در مقاطع خاصی عوامل دیگری غیر از نوسانات نرخ ارز و قیمت‌های جهانی طلا نیز قیمت نقدی سکه طلا و در نتیجه قیمت‌های آتی را تحت تأثیر قرار داده است. و آن نیز ورود نقدینگی به بازار معاملات سکه طلا و عوامل سیاسی و اقتصادی بوده است که برای تصریح عامل اول باید از نظریه تعادل عمومی بهره جست. (سیاح و صالح آبادی، ۱۳۸۴) [۵].

ریسک و بازده از محرک‌های مهم بازار سرمایه هستند. پوشش ریسک شامل پیدا کردن روش‌هایی جهت کمینه کردن یا حذف ریسک از سرمایه‌گذاران با بالاترین بازده می‌باشد. از کاربردهای قراردادهای آتی پوشش ریسک می‌باشد. پوشش ریسک از طریق معامله قراردادهای آتی به معنای اتخاذ یک موقعیت سرمایه‌گذاری در یک بازار به منظور جبران منافع زیان‌هایی که ممکن است، از بازار یا سرمایه‌گذاری مقابل حاصل شود، گفته می‌شود. کارآمدی یک استراتژی پوشش ریسک به دقت تخمین نسبت پوشش ریسک بستگی دارد. محاسبه این نسبت از این جهت ارزشمند است، که تعداد قراردادهای آتی باید به اندازه‌های کافی باشند تا محافظت مالی در شرایطی که قیمت کالای پایه افزایش یا کاهش می‌یابد، به طور کامل صورت گیرد. بنابراین، انتخاب روش محاسبه نسبت بهینه پوشش ریسک (OHR)<sup>۸</sup>، از اهمیت بالایی برخوردار است. در ادبیات مالی، رویکردهای متعددی برای تخمین نسبت OHR معرفی شده است. ساده‌ترین رویکرد رگرسیون<sup>۹</sup> OLS است، اما این رویکرد بر مبنای این فرض قرار دارد که نوسان پذیری بازدهی دارایی‌های نقد و آتی، طی زمان ثابت است. برای حل این مشکل، نخستین بار روش ARCH<sup>۱۰</sup> را برای تخمین نسبت OHR متغیر زمانی برای آتی‌ها، معرفی شد. با تعمیم مدل ARCH به مدل‌های GARCH<sup>۱۱</sup> و GARCH نامتقارن و سایر مدل‌سازی‌های نوسان پذیری، امکان تخمین نسبت‌های OHR متغیر زمانی فراهم شد، که کارایی بالاتری نسبت به رویکرد سنتی داشتند. (مایرز<sup>۱۲</sup> (۱۹۹۱)) [۹].

## مقایسه پیش‌بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

هرچند بیشتر محققان از خانواده GARCH چند متغیره برای مدل سازی پویایی های نوسان پذیری و اندازه گیری ریسک استفاده کرده‌اند، اما یک نوع خاص از مدل GARCH چند متغیره، تحت عنوان  $GO - GARCH$ <sup>۱۳</sup> وجود دارد که در ادبیات چندان مورد استفاده قرار نگرفته است. تنها مطالعه‌ای که وجود دارد به کار باشر و همکاران (۲۰۱۵)، مربوط می‌شود که نتیجه گرفتند، مدل  $GO - GARCH$  در مقایسه با سایر مدل‌های DCC و ADCC، بیشترین کارایی را برای استراتژی پوشش ریسک قیمت‌های سهام بازارهای نوظهور با طلا، دارد.

اسکندری و همکاران (۱۳۹۴) [۲]، به ارزیابی پوشش ریسک متقاطع نرخ ارز با آتی سکه بهار آزادی پرداختند. نتایج نشان‌دهنده آن بود که استفاده از مدل‌های خانواده GARCH در مقایسه با مدل رگرسیون خطی و مدل خودرگرسیون برداری موجب افزایش کارایی در تخمین نسبت OHR نشده است. توابع کاپیولا علاوه بر بازار طلا، کاربردهای دیگری نیز در سایر بازارهای مالی دارند.

قراردادهای آتی با فراهم آوردن امکان مدیریت ریسک نوسانات قیمت و کمک به کشف قیمت بهتر دارایی‌ها نقش مهمی در سازماندهی فعالیت‌های اقتصادی ایفا می‌کنند.

نتایج مطالعات آنکتاد در سال ۱۹۹۳ نیز در این ارتباط نشان می‌دهد، که راه اندازی قراردادهای آتی در کشورهای در حال توسعه تأثیر مثبتی بر افزایش حجم تجارت در بازار نقدی دارایی‌های پایه این قراردادها داشته است.

اما در کنار کارکردهای مهمی که برای قراردادهای آتی تعریف شده، نقدهای جدی نیز به آن وارد شده است. یکی از موضوع‌هایی که همواره محل بحث و جدل بین محققان و سیاست‌گذاران بوده، تأثیر معاملات قراردادهای آتی بر نوسانات قیمت دارایی پایه است. دیدگاه‌های موجود در این زمینه را می‌توان به دو دسته کلی طبقه بندی کرد (نادعلی، ۱۳۹۳) [۹]:

در دیدگاه نخست، برخی منتقدان این حوزه معتقدند، قراردادهای آتی به دلیل جذب معامله‌گران بی‌اطلاع (کاکس، ۱۹۷۶)، برخورداری از خاصیت اهرمی در معاملات (فینگل افسکی، ۱۹۸۱) و فراهم کردن زمینه لازم برای سفته‌بازی (پوستر و ویل، ۲۰۱۳) در عمل به افزایش نوسانات قیمت در بازار نقدی دامن می‌زنند. از نظر این اندیشمندان، سفته‌بازان با تخریب محتوای اطلاعات بازار یک انحراف اساسی در سیگنال دهی بازار ایجاد می‌کنند، به طوری که قیمت‌های بازار نه انعکاسی از عوامل بنیادین عرضه و تقاضای بازار، بلکه بازگو کننده مقاصد سفته‌بازان است (اشتاین، ۱۹۸۷). بنابراین، سفته‌بازان با اخلاص در فرآیند کشف قیمت و مدیریت ریسک قراردادهای آتی به افزایش نوسانات در بازار دامن می‌زنند.

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و یک، تابستان ۱۴۰۱

(ژانگ و بایکنگ، ۲۰۲۰، ۱۴) [17] در پژوهشی با عنوان شبکه باور عمیق در پیش‌بینی قیمت طلا، یک مدل باور عمیق شبکه<sup>۱۵</sup> (DBN)، متشکل از دستگاه‌های محدود Boltzmann (RBM) برای پیش‌آموزش و یک لایه انتشار مجدد تحت نظارت (BP)، برای تنظیم دقیق، برای پیش‌بینی قیمت طلا پیشنهاد دادند. در این راه، چندین متغیر کاملاً مرتبط با قیمت طلا، به عنوان ورودی برای ساخت این مدل DBN جهت پیش‌بینی در طول سال‌های ۲۰۱۹-۱۹۸۴ استفاده شد. نتایج بدست آمده، با مدل سنتی شبکه عصبی BP، بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک برای مدل شبکه عصبی (GA BP) و مدل خطی ریاضی میانگین متحرک خودکار رگرسیون (ARIMA) مقایسه شد. نتایج تجربی نشان می‌دهند که مدل DBN پیشنهادی دارای عملکرد برجسته در پیش‌بینی و جهت، با کمترین خطای میانگین مربعات ریشه (RMSE)، میانگین درصد مطلق خطا (MAPE) و میانگین مطلق خطا (MAE) بالاترین آمار جهت دار است که می‌تواند به عنوان یک روش بسیار امیدوار کننده برای پیش‌بینی قیمت طلا خود را متمایز کند.

(یاماها دلیو و منیچوک، ۲۰۲۰، ۱۸) [۱۸] در پژوهشی با عنوان تجزیه و تحلیل علت و وابستگی بین شوک‌های قیمتی طلا با بازارهای سهام در کشورهای در حال ظهور در آسیا، بیان نمودند که وابستگی بین شوک‌های قیمتی طلا با بازارهای نوظهور در آسیا انجام شده است. در این بین، شوک‌های مثبت و منفی طلا در بازه زمانی مشخص، مورد مطالعه قرار گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهند که بین شوک‌های طلا و نوسانات بازارهای سهام آسیا در برخی از بخش‌های دوره نمونه‌گیری، علت معنی‌دار وجود دارد. در نهایت باتوجه به بازار سهام هند و کره جنوبی در روند تأثیرپذیری از شوک‌های منفی طلا، رابطه بین این شوک‌های منفی و نوسانات قیمتی سهام مشهود بوده است..

(ریبوریدو جی سی و همکاران، ۲۰۱۷، ۱۷) [۱۵] در پژوهشی با عنوان علیت کمی تأثیر بین کالاهای طلا بر قیمت سهام طلا و قراردادهای آتی طلا انجام شده است بیان گردید که براساس شواهدی مختلط در خصوص بررسی علیت کمی از کالاهای طلا بر بازده سهام طلا برای شاخص‌های قیمتی سهام طلای جهانی و قراردادهای آتی نشان می‌دهد، که شوک‌های قیمتی طلا به طور مستقیم باعث تبدیل ثروت سرمایه‌گذاران شرکت‌های بزرگ به طلا می‌باشد تا بدین واسطه اقدام به مدیریت ریسک سرمایه‌های خود نمایند و در این خصوص نشان می‌دهد که قراردادهای آتی طلا از روند کالاهای طلا محور و همچنین قیمت‌های قراردادهای آتی طلا تحت تأثیر قرار می‌گیرند. نوسانات از بازار نقدی به بازار آتی قابل قبول و پذیرفتنی است.

(فرزانتگان، ۱۳۹۷) [۷] در پژوهشی با عنوان استراتژی‌های پوشش ریسک قیمت سکه بهار آزادی:

## مقایسه پیش‌بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

مقایسه بین رویکردهای ADCC، GO-GARCH و GARCH انجام شده است، بیانگر دید که قیمت‌های نقد و آتی طی دوران تنش در بازار سکه، گرایش به هم‌حرکتی دارند. در واقع، سرمایه‌گذارانی که پورتفولیوهای متنوع‌سازی شده از سکه و آتی آن نگهداری می‌کنند، ممکن است با زیان‌های قابل توجهی طی زمان‌های رکود بازار سکه رو به رو شوند. در چنین شرایطی، اتخاذ موقعیت فروش در آتی سکه برای سرمایه‌گذاران در بازار نقد می‌تواند با منفعت همراه باشد، زیرا به کاهش زیان‌های حدی پورتفولیو کمک می‌کند.

علم احتمال برخورد با متغیرهای تصادفی و در شرایط عدم اطمینان است. یکی از هدف‌های ریاضیات مالی پیدا کردن روش‌های حذف ریسک از طریق پیش‌بینی قیمت‌هاست. تئوری‌های مالی بر اصل بازده بیشتر دارایی با ریسک سیستماتیک بیشتر آن دارایی استوار است. این ریسک می‌تواند در طی زمان و بر اساس فرایندهای پیچیده‌ای باشد، بنابراین در نظر گرفتن یک فرایند تصادفی خاص بسیار منطقی است. از کاربردهای مهم معادلات دیفرانسیل تصادفی در علوم مالی می‌توان به مدیریت ریسک اشاره داشت. پوشش دلتا و گاما از روش‌های شناخته شده دفع ریسک در مدل بلک-شولز هستند.

(داسترانجی ای و همکاران<sup>۱۸</sup>، ۲۰۲۰) [۱۰] در پژوهشی با عنوان قیمت‌گذاری گزینه قدرت در شرایط ناپایدار (شواهد قیمت‌گذاری گزینه قدرت تحت مدل کسری هستون در بازار طلای ایران) انجام شده بیان‌گردید، بی‌ثباتی و بی‌ثباتی بیش از حد در بازارهای مختلف مالی و غیر مالی اهمیت محافظت از ریسک در روند سرمایه‌گذاری را افزایش داده است. بنابراین در روند قیمت‌گذاری باید از روش‌ها و مدل‌های که بتوانند ریسک روند محاسبات را تعدیل نماید و جواب منطقی و واقعی‌تری را به‌همراه داشته باشد کار بسیار سختی می‌باشد. در این بین از الگوهای قیمت‌گذاری براساس الگوریتم مدل کسری هستون در بازار طلای ایران استفاده شده است. در حقیقت قیمت‌گذاری گزینه قدرت خرید با استفاده از FFT<sup>۱۹</sup> و روش حداکثر احتمال هدایت شده استفاده می‌گردد. در این بین یک دوره سه ماهه طبقه‌بندی شده است که سود و زیان ناشی از این گزینه در هر دوره با استفاده از نرخ تخفیف براساس شاخص قیمت مصرف‌کننده محاسبه شده است. یافته نشان می‌دهد که در بیشتر دوره‌های سه ماهه، تعیین مدل به درستی انجام شده است و قیمت تخمین زده شده از گزینه قدرت مانع از ایجاد فرصت برای آربیتراژ شده و باعث ایجاد موقعیت امن سرمایه‌گذاری گردیده است. در نهایت به دلیل نوسانات زیاد گزینه قدرت خرید کالا یک فرصت ارزیابی را در سال ۲۰۱۸ ایجاد نموده است.

(وینگ اف و همکاران<sup>۲۰</sup>، ۲۰۲۰) [۱۶] در پژوهشی با عنوان تحقیقات پیش‌بینی قیمت طلا براساس تشدید الگوریتم رویکردهای بهبود یادگیری آنلاین انجام شده است بیان‌گردید که در این بین با استفاده

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و یک، تابستان ۱۴۰۱

از الگوریتم‌های ژنتیکی برای تنظیم رویکردهای یادگیری تشدیدی آنلاین (GA-ROSELM) برای پیش‌بینی داده‌های قیمت طلا که براساس اطلاعات وبسایت‌های ارائه دهنده قیمت آنلاین طلا جمع‌آوری شده است، صورت گرفته است. در این بین شش ترکیب ورودی از متغیرها شامل (قیمت نقره روز قبل (Silver\_D1)، شاخص اس‌ان‌پی (Standard & Poor)، قیمت نفت خام (Crude\_D1)، قیمت طلایی سه روز گذشته (Gold\_D1، Gold\_D2، Gold\_D3) می‌باشند. مدل پیشنهادی براساس الگویی (GA-ROSELM) مشکلات مدل<sup>۲۱</sup> OS-ELM، که اقدام به تولید ماتریس‌های انفرادی از برآورد متغیرهای موثر داشته است، را حل می‌نماید. در نهایت نتایج بررسی نشان می‌دهد که مدل (GA-ROSELM) عملکردش در روند محاسبه قیمت طلا به ترتیب از روش<sup>۲۲</sup> ELM<sub>۱,۱۳</sub>٪، از روش BP<sub>۲۲,۴</sub>٪، از روش<sup>۲۳</sup> SVM<sub>۳,۸۴</sub>٪، از روش<sup>۲۴</sup> ARIMA<sub>۵۷,۸۴</sub>٪ و از روش<sup>۲۴</sup> OS-ELM نیز<sub>۳۷,۲۷</sub>٪ در مجموعه ریشه‌های مربع خطا آنان بهتر عمل نموده است.

(لیو دلیو و همکاران<sup>۲۵</sup> ۲۰۱۹) [۱۱] در پژوهشی با عنوان روش جدید برای پیش‌بینی روند قیمت‌های آتی براساس داده‌های<sup>۲۶</sup> BPNN و ساخت انجام شده است بیان گردید، که پیش‌بینی صحیح قیمت قراردادهای آتی یک کالا چالش بسیار بزرگی است که باعث شده است که طیف وسیعی از الگوریتم‌ها، روش‌ها و مدل‌های برای محاسبه آن ایجاد گردد. در این بین الگوریتم پیش‌بینی روند قیمت قراردادهای آتی کالاهای براساس نوع ساخت داده‌های ساختاری و شبکه‌های عصبی می‌تواند نوسانات تصادفی آینده را که در روند قیمت‌گذاری‌ها موثر واقع می‌گردند را فیلتر نمایند. در این بین نتایج تجزیه و تحلیل اطلاعات نشان می‌دهد، که این سری الگوریتم‌ها می‌توانند ۸۰٪ دقت در روند پیش‌بینی روند قیمت‌های آتی را بدست آورند.

(اورال ای و همکاران<sup>۲۷</sup> ۲۰۱۹) [۱۴] در پژوهشی با عنوان مدل‌سازی و پیش‌بینی سری زمانی فلزات گرانبها: یک رویکرد جدید به داده‌های چند عاملی انجام شده است بیان گردید که یک روش جدید برای داده‌های چند عاملی را به منظور دستیابی به الگوهای مدل‌سازی و پیش‌بینی عملکرد متعالی با استخراج سری‌های زمانی خارج از محاسبات هرست در مقیاس مشخص معرفی شده است. که لازم است اول وابستگی‌های محدود و همبستگی سری‌های زمانی در فضای فرکانس زمان با استفاده از تجزیه و تحلیل انسجام موجک چندگانه مورد بررسی قرار گیرد. سپس رفتار چند عاملی این سریال با استفاده از تحلیل نوسانات چندگانه و با استفاده از الگوریتم هرست محاسبه شوند. علاوه بر این میانگین مربعات ریشه باقیمانده در مقیاس مشخص از یک مرحله میانی در محاسبات الگوریتم هرست تهیه میشود و این سری‌های زمانی برای تخمین روند با مدل میانگین متحرک کسری ادغام می‌گردد و بردار VARFIMA



## مقایسه پیش‌بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

را براساس آن پیش‌بینی می‌نمایند. نتایج نشان می‌دهد که تمام فلزات در دوره‌های طولانی مدل با حرکت فاز رفتاری آنان و دارایی ویژگی‌های چند عاملی می‌باشند. بعلاوه سری زمانی متوسط به دست آمده از روند محاسبات الگوریتم هرست میزان همبستگی و همچنین ویژگی‌های چند عاملی داده‌های خام را نشان خواهد داد. با استفاده از مدل VARFIMA ممکن است با موفقیت بتواند مجدداً مقیاس و مدل‌سازی و پیش‌بینی نمود و به طور قطعی مدل VARFIMA از نظر دقت و ضریب اطمینان از مدل همتایی یکتایی ARFIMA در کلیه محاسبات کارآمدتر بوده است. نتایج نشان می‌دهد که همبستگی در مدل‌سازی آنالیز نوسان چند متغیره به همراه تجزیه و تحلیل انسجام موجک چندگانه، برای پیش‌بینی اهداف تا حدی است که قبلاً مشاهده نشده است.

(نگویوم دی کی و همکاران<sup>۲۸، ۲۰۱۹</sup>) [۱۳] در پژوهشی با عنوان مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسانات بازار کالا در رویکرد بلند مدت شاخص‌های اقتصادی و مالی انجام شده است بیان گردید که براساس چارچوب Spline-GARCH و GARCH-MIDAS اقدام به به محاسبه قراردادهای آتی کالایی شده است، در این بین باتوجه به نوسانات کالا در دراز مدت و تحت تاثیر قرار گرفتن نرخ منفی رشد مصرف‌کنندگان و تولید صنعتی قرار خواهند گرفت. اما باتوجه به نرخ رشد مثبت اقتصادی و همچنین رشد نرخ عدم اطمینان به سیاست‌های اقتصادی باعث می‌شود که واریانس این متغیرهای مالی و کلان اقتصادی مانع از هر گونه اطلاعات برای بی‌ثباتی کالاهای طولانی مدت گردند. نتایج بدست آمده در این خصوص نشان می‌دهد که برآورد مدل‌های متنوع در روند محاسبات نوسانات قیمتی در یان خصوص که تحت تاثیر قیمت طلا، قیمت نفت و هم چنین شاخص‌های بورس‌های جهانی قرار می‌گیرد، باعث شده است که نتایج خوبی را کسب نمایند. در این خصوص از منظر مدیریت ریسک نشان می‌دهد، که گنجاندن متغیرهای مالی و کلان اقتصادی در مدل‌های نوسانات منجر به پیش‌بینی‌های بهتر که در معرض خطا هستند از مدل GARCH استفاده گردد. از طرفی نتایج نشان استفاده از این مدل باعث شده است که اثرات نامتقارن متغیرهای مالی و اقتصادی کلان را بهبود ببخشد و واکنش‌های نامتقارن ناپایداری را در مواقع بازارهای صعودی و نزولی گزارش دهند.

(مارشال ال<sup>۲۹، ۲۰۱۹</sup>) [۱۲] در پژوهشی با عنوان نگاهی جامع به پیش‌بینی نوسانات کالا انجام شده است بیان گردید که در روند پیش‌بینی نوسانات قیمتی بورس کالاها از سه متغیر پیش‌بینی شده که عبارتند از اصطلاح شیب ساختار، زمان رسیدن به بلوغ و اندازه‌گیری عدم اطمینان از عرضه و تقاضا استفاده شده است. در این بین ابتدا سهم تجربی این متغیرها را در نوسانات معاملات آتی کالا و با اضافه کردن آنها در مدل‌های پیش‌بینی  $RV^{30}$  ارزیابی می‌شود. در این بین اول HAR-RV تک متغیره

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و یک، تابستان ۱۴۰۱

و دوم در VAR-RV چند متغیره Andersen, Bollerslev, Diebold و Labys که براساس روند طولانی تری اقدام به محاسبه دارایی های RV می نماید محاسبه می شود. در این بین براساس شواهد اخیر و نوسانات مشترک برای همه طبقات داراییها استفاده شده است، که مبتنی بر سطح مقطع قراردادهای کالا به اشتراک گذاشته شده است. این تنظیمات مدل سازی نوسانات جدید برای کالاها کاربردهای عملی فوری دارند. بطور خاص با استفاده از مدل های RV و در زمینه های برآورده نسبت های مناسب در روند محدود سازی تاثیر سایر متغیرها در روند پیش بینی قیمت آتی کالاها مورد محاسبه قرار گرفته است. کارایی مدل های دیفرانسیل تصادفی منوط به استخراج بهترین معادله ممکن است که بتواند رفتار ابزار مشتقه مورد نظر را به درستی توضیح دهد. در روش تلاطم تصادفی، توزیع آینده بازده به طور غیر مستقیم بر اساس ساختار مدل مشخص می شود. هرچه پیش بینی قیمت با دقت بیشتری صورت پذیرد ریسک کمتر و بازده بیشتر خواهد شد.

### **بررسی و مطالعه مدل های پیش بینی**

فرآیندی تصادفی که به افتخار رابرت براون زیست شناس، که برای اولین بار متوجه حرکات نامنظم و به ظاهر اتفاقی ذرات ریز معلق در آب شد، به این نام خوانده می شود. مدت ها طول کشید تا دلیل فیزیکی این پدیده کشف شود و زمان بیشتری لازم بود تا تعریف ریاضی رضایت بخشی از حرکت براونی به زبان دقیق آنالیز ریاضی ارائه شود. حرکت براونی سنگ بنای نظریه مدرن احتمال، آنالیز تصادفی و معادلات دیفرانسیل تصادفی است و نمونه شاخصی از فرآیندهای تصادفی است که در بیشتر مدل ها مؤلفه لغزش با استفاده از روش های عددی برای تطابق با نقطه اولیه به دست می آید، ضمن اینکه برای تعداد کمی از مدل ها، یک رابطه تحلیلی نیز موجود است.

حرکت براونی که اصلی ترین فرایند تصادفی است و به زبان ساده، حد پیوسته گام تصادفی می باشد،

خواصی چون:

۱. مارکف بودن<sup>۳۱</sup>
۲. نموهای ماناو مستقل<sup>۳۲</sup>
۳. نرمال با میانگین صفر
۴. مارتینگلی<sup>۳۳</sup>
۵. پیوسته مسیر بودن<sup>۳۴</sup>

و البته تغییرات نامحدود و مشتق ناپذیری در هر نقطه است که باعث می شود کاربرد فراوانی در علوم

## مقایسه پیش‌بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

مختلف داشته باشد. فرآیند مارکوف فرآیندی است که با دانستن مقدار آن در هر لحظه، مقادیر گذشته فرآیند تأثیری بر مقادیر آینده آن ندارند. به بیان دیگر، دانستن مقدار فرآیند تنها در لحظه ی حال، همان قدر درباره اتفاقات آینده حاوی اطلاعات است که دانستن کل مسیر فرآیند از گذشته تا حال. حرکت برآونی در انتهای دیگر طیف فرآیندهای مارکوف جای دارد؛ فرآیندی تصادفی که تغییرات آن بر خلاف سیستم دینامیکی، مطلقاً فاقد الگوی از پیش تعیین شده است. در حقیقت این تغییرات مستقل از گذشته است. ایده تلفیق این دو مثال و به دست آوردن رده‌ای از فرآیندهای مارکوف که تغییرات دینامیکی آنها در یک جزء کوچک زمان ترکیبی از یک بخش دینامیک تعینی و یک بخش براونی باشد، به وسیله احتمال دانان بزرگی چون لوی و ایتو دنبال شد. فرآیند تصادفی مدلی است برای تغییرات زمانی یک کمیت تصادفی که با خانواده‌ای مانند  $\{X_t\}_{0 \leq t \leq \infty}$  از متغیرهای تصادفی نشان داده می‌شود، که بر فضای احتمال  $(\Omega, F, P)$  تعریف شده‌اند. در بررسی فرآیندهای تصادفی از خانواده‌ای صعودی از زیر  $\sigma$ -میدان‌های  $F, \{F_t\}_{0 \leq t \leq \infty}$ ، به منظور نشان دادن میزان اطلاعات، که با زمان در حال افزایش است، استفاده می‌شود، که به آن صافی اطلاق می‌گردد. طبیعی است فرض می‌شود، که دانستن مقدار فرآیند مورد نظر بخشی از اطلاعات موجود باشد. این ویژگی، یعنی این که برای هر  $t$  متغیری  $F_t$ -اندازه پذیر باشد، را سازگاری فرآیند  $\{X_t\}$  نسبت به صافی  $\{F_t\}$  می‌گویند. اگر به صافی مشخصی تصریح نشده باشد صافی طبیعی یا کوچکترین صافی که فرآیند نسبت به آن سازگار باشد، یعنی  $F_t = \sigma(\{X_s; 0 \leq s \leq t\})$  را در نظر گرفته می‌شود.

مارتینگل‌ها رده مهمی از فرآیندهای تصادفی هستند که نقش اساسی در احتمال و به‌ویژه در نظریه انتگرال‌گیری تصادفی ایفا می‌کنند. فرآیند تصادفی  $\{X_t\}$  را که بر فضای احتمال  $(\Omega, F, P)$  مجهز به صافی  $\{F_t\}$  تعریف شده مارتینگل می‌گردد، اگر نسبت به صافی داده شده سازگار باشد و به‌علاوه برای

$$E((X_t | f_s)) = X_s, s \leq t \quad (1-1)$$

یعنی همیشه بهترین پیش‌بینی برای مقدار فرآیند در هر زمانی از آینده، مقدار فعلی فرآیند است. توجه کنید که رابطه (بالا) را می‌توان به شکل  $E(((X_t | X_s) | f_s)) = 0$  نوشت که معنای آن ناهمبستگی نمونه‌های فرآیند نسبت به گذشته است. این ویژگی تعمیمی اساسی از خاصیت نمونه‌های مستقل حرکت برآونی است و بنابراین حرکت براونی نمونه‌ای از یک مارتینگل است. بنا به قضیه‌ای از احتمال دان برجسته، دوب، که به نابرابری ماکسیمال معروف است، برای یک مارتینگل با مسیرهای پیوسته مثل  $M$  که بر بازه زمانی  $[T, 0]$  تعریف شده، می‌توان تغییرات کل مسیر را با مقدار لحظه پایانی کنترل گردد (کسری علیشاهی، ۱۳۹۳) [۸].

$$E[(Sup M_t)^2] \leq 4 E(M_T^2) \quad (۲-۱)$$

$$t \in [0, T]$$

در مطالعه فرآیندهای تصادفی مطالعه برخی زمان‌های تصادفی به طور طبیعی ضرورت می‌یابد. مثلاً اولین زمان ورود حرکت براونی به ناحیه ای مشخص یا آخرین زمان خروج از آن، نمونه‌هایی از زمان‌های تصادفی هستند که در ادامه بیشتر به آنها خواهیم پرداخت. رده مهمی از زمان‌های تصادفی به نام زمانهای توقف با این ویژگی متمایز می‌شوند که تشخیص فرا رسیدن آنها تا قبل از زمانی مشخص با اطلاعات موجود تا آن زمان میسر است. به بیان دقیق تر، زمان تصادفی  $\tau$  را زمان توقف می‌گردد، اگر برای هر  $t \in F_t$ ،  $\{\tau \leq t\}$  به این ترتیب میتوان دید که مثلاً اولین زمان ورود زمان توقف است، اما آخرین زمان خروج چنین نیست. روشن است که اگر  $M$  مارتنینگل باشد برای هر  $t$  که وجود دارد  $E(M_t) = E(M_0)$  بنا به قضیه‌ای به نام نمونه‌گیری اختیاری، تحت شرایطی این ویژگی به زمان‌های توقف هم قابل توسعه است:

$$E(X_\tau) = E(X_0) \quad (۳-۱)$$

جزئیات فنی شرایط قضیه نمونه‌گیری اختیاری کمی پیچیده است، ولی مثلاً کران دارای زمان توقف،  $\tau$  یا مارتنینگل  $M$ ، برای برقراری حکم قضیه کافی است. اکنون می‌شود با روش ایتو برای تعریف انتگرال تصادفی را به نحو دقیق‌تری بررسی گردد، برای این منظور بازه زمانی  $[0, T]$  و حرکت براونی  $B$  که بر این بازه شده را در نظر گرفته می‌شود. هدف تعریف انتگرال‌های به شکل  $\int_0^t X_s dB_s$  برای رده مناسبی از فرآیندهای تصادفی  $X$  است. ایتو فرآیندهای مناسب را آنهایی انتخاب کرد که نسبت به صافی حرکت براونی سازگار باشند و به علاوه داشته باشیم (کسری علیشاهی، ۱۳۹۳) [۸].

حرکت براونی هندسی (GBM)<sup>۳۵</sup> معروف ترین، مهم ترین و پرکاربردترین معادله دیفرانسیل تصادفی است که فرض مدل بلک شولز در تبعیت فرآیند قیمت دارایی پایه از این فرآیند موجب شهرت فراوان آن شده است. شکل بازنویسی شده آن به صورت زیر است:

$$\frac{ds_t}{s_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad (۱-۴)$$

که در آن  $ds_t$  تغییرات آنی قیمت،  $t$  بیانگر زمان،  $dW_t$  نشان دهنده نموهای حرکت براونی استاندارد و پارامترهای  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب تلاطم<sup>۳۶</sup> و رانش<sup>۳۷</sup> نام دارند. پارامتر رانش بر روند کلی حرکت متغیر تصادفی و تلاطم بر میزان تغییرات متغیر تحت بررسی اثرگذار است. شهرت اصلی مدل حرکت براونی هندسی به دلیل تحقیقات بلک شولز در خصوص تبعیت قیمت دارایی پایه از این مدل است. یکی

### مقایسه پیش‌بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

از مزایای حرکت براونی هندسی در این می‌باشد که قیمت منفی برای دارایی‌ها امکان‌پذیر نیست. چراکه هرگونه تغییر قیمتی، درصدی از قیمت جاری آن دارایی می‌باشد. از انتقادات وارد شده به حرکت براونی هندسی عدم توزیع نرمال، وجود گسستگی و ثابت نبودن نوسانات و وجود جهش در فرایند قیمت انگیزه ای برای گسترش فرایند براونی هندسی گردید.

مدل انتشار با جمله جهش مرتون<sup>۳۸</sup> (GBM with Jump)، با اضافه نمودن یک جمله جهش تا حد زیادی به تفسیر پدیده کشیدگی بیش از نرمال کمک می‌کند و مشکل عدم در نظر گرفتن گسستگی در حرکت براونی هندسی را حل می‌کند. در این مدل تعداد جهش‌ها از فرآیند پواسون و اندازه جهش‌ها از توزیع نرمال برخوردار هستند. مدل حرکت براونی هندسی با جمله جهش به صورت زیر است:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t + S_t dJ_t \quad (1-5)$$

یکی از انتقادات وارده به مدل انتشار-جهش مرتون، ثابت در نظر گرفتن نوسانات ( $\sigma$ ) است. هستون<sup>۳۹</sup> در مدل خود، تلاطم را یک فرآیند تصادفی در نظر گرفت و اظهار داشت که دارایی تحت بررسی براساس روابط زیر رفتار می‌کند.

$$dS_t = \mu S_t dt + \sqrt{v_t} S_t dW_s(t) \quad (1-6)$$

که فرآیندی مشابه با فرآیند براونی هندسی، با این تفاوت که نوسان پذیری تصادفی است. همچنین فرض بر این است که نوسانات تصادفی آن یعنی  $v_t$ ، در رابطه زیر صدق می‌کند.

$$dv_t = k(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t}dW_v(t) \quad (1-7)$$

$\mu$  عبارت رانش،  $v_t$  نوسانات تصادفی،  $dW$  فرآیند وینر استاندارد،  $k$  سرعت بازگشت به میانگین فرآیند واریانس،  $\theta$  سطح بازگشت به میانگین واریانس فرآیند و  $\sigma$  تلاطم واریانس است (رستمی و همکاران، ۱۳۹۶) [۱۶].

#### روش‌شناسی تحقیق

در این پژوهش برای انتخاب مدل مناسب، دوره زمانی قراردادهای آتی سکه طلا از ۱۳۹۰/۰۱/۰۱ تا تاریخ ۱۳۹۷/۰۶/۱۱ که طبق مصوبه سازمان بورس اوراق بهادار قراردادهای آتی متوقف گردیدند، مد نظر قرار گرفت. به همین منظور تعداد داده‌های مورد استفاده در این پژوهش ۲۱۱۸ می‌باشد که شامل قیمت سررسید قراردادهایی می‌باشد که به سررسید نزدیکتر و ظرف زمانی باقیمانده یک ماهه هستند. در این بازه زمانی در دوسال ۹۱ و ۹۲ که در آن‌ها قراردادهای آتی سکه طلا بر اساس مصوبه بورس کالای ایران، دارای سررسیدهای ماهانه می‌باشند، با سررسیدهای نزدیکتر و ظرف زمانی یک ماهه در نظر گرفته

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و یک، تابستان ۱۴۰۱

شده اند. برای انتخاب مدل مناسب ابتدا پارامترهای هر مدل بر اساس ۱۰۰۰ داده اول و پنجره تخمین به سمت جلو به اندازه یک داده، تخمین زده شد. تخمین پارامترها برای هر مدل نیز به روش خاص خود صورت گرفت (روش حداکثر درست نمایی و روش مبتنی بر توزیع).

سپس بر اساس هر گروه مقدار پارامترهای تخمینی هرمدل، شبیه سازی ۱۰ دوره ای قیمت قراردادها انجام شد و میانگین نتایج نهایی هر مسیر به عنوان مقدار پیش بینی حاصل از هر مدل محاسبه گردید. سپس هر یک از مدل ها بر مبنای معیارهای نیکویی برازش مدل های تصادفی مورد مقایسه قرار گرفت. فرضیات این پژوهش به شرح ذیل است:

**فرضیه اصلی:** استفاده از دو مدل حرکت براونی هندسی با جمله جهش و هستون در پیش بینی قیمت قرارداد آتی سکه طلا کاربرد دارند و دقت پیش بینی کدامیک بر دیگری برتری دارد.

**فرضیه فرعی اول:** برآورد قیمت قرارداد آتی سکه با استفاده از مدل براونی هندسی با جمله جهش از دقت کافی برخوردار است.

**فرضیه فرعی دوم:** برآورد قیمت قرارداد آتی سکه با استفاده از مدل هستون از دقت کافی برخوردار است.

ابتدایه بررسی داده ها با استفاده از آمار توصیفی می پردازیم. در جدول شماره یک مهم ترین معیارهای آمار توصیفی را در خصوص قیمت قراردادهای آتی سکه طلا و بازدهی لگاریتمی آن مورد بررسی قرار می دهیم.

### جدول ۱. معیارهای آمار توصیفی قیمت قراردادهای آتی و بازدهی روزانه آن

معیار	میانگین	میانه	بیشترین مقدار	کمترین مقدار	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
قیمت قراردادهای آتی	۷۸۷,۲	۳۰,۱۸	۴۲,۸۰۲,۵۵۳	۴۱۱۸,۴۶۴	۱۳۵۰,۶	۳,۲۱	۱۱,۲۵۴
بازدهی لگاریتمی روزانه (درصد)	۰,۰۹	۰,۰۱	۸,۵۳۲	-۴,۳۶۵	۰,۶۵۶	۱,۹۶	۱۸,۲۳۳

(منبع: یافته های پژوهشگر)

بر اساس جدول فوق بیشترین بازدهی لگاریتمی روزانه قرارداد آتی سکه طلا ۸,۵۳۲ درصد و کمترین آن -۴,۳۶۵ درصد بوده است. همچنین قیمت قراردادهای آتی در دوره مورد بررسی به طور متوسط دارای بازدهی روزانه ۰,۰۹ درصدی بوده است. نکته حائز اهمیت دیگر در مورد بازدهی قراردادهای آتی سکه طلا چوله به راست بودن و کشیدگی بالای نرمال آن است، که موضوع اخیر احتمال وجود دنباله های پهن را افزایش می دهد. سپس جهت تجزیه و تحلیل بازده از آزمون توزیع تجربی بازدهی روزانه در مقایسه با توزیع نرمال به چهار روش متفاوت استفاده می شود، که نتایج آن در جدول صفحه بعد

## مقایسه پیش‌بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

ارائه شده است:

جدول ۲. نتایج آزمون توزیع تجربی بازدهی‌های روزانه در مقایسه با توزیع نرمال

مقدار P	آماره تعدیل یافته	آماره آزمون	روش آزمون
۰,۱۵۸۳	-	۰,۱۸۱۸۷۱	لیلی فورس (D)
۰,۵۵۱۲	۰,۳۷۶۷۵۸	۰,۳۷۲۶۶۸	کرامر-فون میزس (۲W)
۰,۵۵۳۷	۰,۳۶۳۳۲۷	۰,۳۵۹۲۵۹	واتسون (۲U)
۰,۶۴۰۲	۰,۳۲۹۳۰۲	۰,۳۲۵۸۴۳	اندرسون-دارلینگ (۲A)

(منبع: یافته‌های پژوهشگر)

توزیع داده‌ها در مقایسه با توزیع نرمال دارای فراوانی بیشتری در مقادیر نزدیک به میانگین بوده و همچنین دنباله‌های آن نیز نسبت به توزیع نرمال پهن‌تر می‌باشد و می‌توان گفت مدل‌های تصادفی همراه باجهش و مدل هستون با نوسانات تصادفی از قدرت خوبی در جهت توصیف رفتار متغیر خواهد داشت.

از آزمون‌های بررسی نوسانات تصادفی در داده‌ها آزمون نسبت واریانس است. فرض صفر این آزمون، تبعیت از فرایند گام تصادفی است. نتایج آزمون واریانس طبق جدول ۳ نشان می‌دهد، فرض گام تصادفی بودن بازده قراردادهای آتی سکه طلا تایید نمی‌شود. در نتیجه نمی‌توان آن را فرایند گام تصادفی در نظر گرفت و می‌توان اظهار نمود قیمت این قراردادها قابل پیش‌بینی می‌باشند.

جدول ۳. جدول نتایج نسبت واریانس

احتمال	درجه آزادی	مقدار آماره	آزمون مشترک
۰,۱۸۰۹	۲,۱۱۷	۱,۹۷۱۵	$ Z $

(منبع: یافته‌های پژوهشگر)

جهت آزمون خاصیت بازگشت به میانگین در این پژوهش از آزمون ریشه واحد دیکی فولر و فلیپ-پرون استفاده گردید. بر اساس هر دو آزمون طبق جدول ذیل بازدهی ریشه واحد ندارد و می‌توان انتظار داشت خاصیت بازگشت به میانگین در سری بازدهی این قراردادها مشاهده گردد.

جدول ۴. نتایج آزمون ریشه واحد

آماره P	مقدار آماره	نام آزمون
۰,۰۴	-۲,۳۹۴۳	دیکی فولر تعمیم یافته
۰,۰۲	-۲,۴۴۷۸	فلیپ - پرون

(منبع: یافته‌های پژوهشگر)

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و یک، تابستان ۱۴۰۱

جهت تخمین پارامترهای هر معادله، تعداد داده‌های موجود را به دو قسمت تقسیم می‌شود. بخش اول که از نظر تعدادی اکثریت را تشکیل می‌دهد، برای تخمین پارامترها استفاده شده و بخش دوم جهت آزمون توانایی مدل‌ها برای پیش بینی مورد استفاده قرار گرفته است. برای این منظور از ۱۰۰۰ داده به منظور بالا بردن دقت اندازه‌گیری، برای تخمین پارامترها استفاده می‌گردد و با حرکت این بخش داده‌ها به جلو تخمین تکرار می‌گردد. در تمامی مدل‌ها از روش حداکثر درست نمایی جهت تخمین پارامترها استفاده شده است. در جدول ذیل میانگین تخمین پارامترهای هر مدل ارائه شده است:

**جدول ۵. میانگین پارامترهای تخمینی هر مدل**

میانگین پارامترهای هر مدل					نام مدل
$\sigma y$	$\mu y$	$\lambda$	$\sigma$	$\mu$ *	مدل با جمله
۰,۰۰۶۵۲	۰,۰۰۱۳۵	۰,۴۳۱۶۵	۰,۰۰۳۷۷	۰,۰۰۱۳۴	جهش
-	K	$\Theta$	Y	$\mu$	هستون
-	۰,۰۵۲۷۸	۰,۰۲۰۳۰۷	۰,۰۴۶۹۸۷	۰,۰۰۱۱۵۴	

(منبع: یافته‌های پژوهشگر)

در خصوص نتایج پارامترها تخمینی جدول فوق ذکر چند نکته ضروری است. براساس تخمین پارامترهای مدل حرکت براونی هندسی با جمله جهش، پارامتر  $\mu y$  در این مدل نشان از وجود جهش در این روند دارد و میانگین آن برابر با ۰,۰۰۱۳۵ می‌باشد. پارامتر  $\lambda$  تعداد جهش‌های را تخمین می‌زند. با توجه به میانگین این پارامتر که برابر با ۰,۴۳۱۶۵ می‌توان گفت در هر دو یا سه روز، روند قیمت آتی سکه طلا یک جهش داشته است و مقدار متوسط این جهش برابر با ۰,۱۳۵ درصد ( $\mu y$ ) می‌باشد. در مدل هستون مقدار پارامتر Y سرعت بازگشت به میانگین در طی روزهای معاملاتی را در فرایند واریانس نشان می‌دهد. پارامتر  $\Theta$  سطح بازگشت به میانگین واریانس را نشان می‌دهد و دارای میانگین ۰,۰۲۱۷۴۳ است. پارامتر K نیز تلاطم واریانس را نشان می‌دهد جهت مقایسه توان پیش‌بینی‌های هر مدل می‌توان بر اساس پارامترهای تخمین زده شده در طی زمان، شبیه‌سازی‌های ۱۰ دوره‌ای به تعداد ۱۰۰۰ مرتبه انجام داد و نتایج دوره‌دهم را به‌عنوان معیار پیش‌بینی میانگین گیری کرد. نتایج حاصل از این فرایند جهت پیش‌بینی قراردادهای آتی سکه طلا در دوره مورد بررسی در جدول صفحه بعد ارائه گردیده است:



مقایسه پیش‌بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

جدول ۶. نتایج پیش‌بینی حاصل از شبیه‌سازی

Heston	JGBM	روش آزمون
۲۰۴۴۵,۶۴	۲۰۴۸۰,۴۵	میانگین
۱۷۱۳۲,۶۷	۱۷۱۳۵,۸۷	میانه
۲۷۲۴۴,۹۸	۲۷۲۹۰,۵۴	بیشترین
۱۳۰۴۲,۸۷۱	۱۳۰۴۳,۲۷۶	کمترین
۴۰۹۱,۵۶۷	۴۰۹۲,۵۴۳	انحراف معیار
۰,۳۶۱۹۸	۰,۳۶۳۷۵	چولگی
۱,۴۱۷۴۳	۱,۴۱۷۲۱	کشیدگی

(منبع: یافته‌های پژوهشگر)

مدل حرکت براونی هندسی با جمله جهش‌گرایش به داشتن دنباله‌های پهن‌تر دارد و در نتیجه دامنه آن دارای تغییرات بیشتر است. به بیان بهتر مدل JGBM به دلیل جمله جهش، در توضیح رفتار حدی متغیر تصادفی قیمت قراردادهای آتی سکه طلا در دنباله‌ها قوی‌تر است، ولی در پیش‌بینی رفتار مرکزی این متغیر مدل هستون قدرت بیشتری از خود نشان می‌دهد. برای مقایسه مقادیر پیش‌بینی هر دو مدل معادلات دیفرانسیل تصادفی از ضریب تعیین رگرسیون بین مقادیر واقعی بازدهی و مقادیر پیش‌بینی و آزمون والد، فرض صفر برابری ضریب رگرسیون با عرض از مبدا با یک استفاده می‌شود.

جدول ۷. نتایج رگرسیون بین مقادیر واقعی بازده و مقادیر پیش‌بینی شده

نام	مقدار ضریب	Prob ضریب	Value	std.err آزمون والد
JGBM	۰,۹۵۳۸۶۸	۰,۰۳۵۳۷۵	۰,۳۶۸۶	۰,۶۲۱۰
Heston	۰,۹۷۴۳۶۷	۰,۰۴۲۷۵۳	۰,۴۷۶۰	۰,۹۳۹۰

(منبع: یافته‌های پژوهشگر)

بر اساس نتایج آزمون والد در دو مدل ضریب تخمین تفاوت معنی‌داری با یک ندارد و لذا می‌توان گفت مدل‌های تحت بررسی، مقدار بازدهی قراردادهای آتی سکه طلا را به صورت نااریب پیش‌بینی می‌کند.

پس از بررسی خواص آماری قیمت تسویه قراردادهای آتی سکه طلا به عنوان متغیر مورد بررسی در این پژوهش مشخص گردید، این متغیر دارای توزیع نرمال نبوده و دنباله‌های توزیع آن نسبت به توزیع نرمال پهن‌تر می‌باشد و نوسانات این متغیر ثابت نبوده و حالت نوسانات خوشه‌ای مشاهده شد. پس از تخمین پارامترهای هر مدل، بر اساس تخمین‌ها شبیه‌سازی صورت گرفت و نتایج حاصل از هر پیش‌بینی

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و یک، تابستان ۱۴۰۱

به دست آمد. نکته حائز اهمیت این است که در پیش‌بینی این قراردادها میانگین که یک معیار مرکزی محسوب می‌شود، مد نظر قرار گرفته است. بر اساس نتایج به دست آمده، فرضیه فرعی اول و دوم مبنی بر کفایت دقت مدل مرتون و هستون جهت پیش‌بینی قراردادهای آتی سکه طلا مورد تایید قرار می‌گیرد. این مدل‌ها با وجود جمله جهش و تلاطم قابلیت پیش‌بینی قیمت تسویه قراردادهای آتی سکه طلا را دارا می‌باشند. در خصوص فرضیه اصلی مبنی بر کفایت دقت مدل مرتون می‌توان گفت این مدل به دلیل دارا بودن جمله جهش در پیش‌بینی رفتار مرکزی متغیر تصادفی چندان قوی نیست در صورتیکه مدل هستون به دلیل وجود تلاطم موجود در این معادله از دقت پیش‌بینی کافی برخوردار است. در نتیجه فرضیه اصلی مبنی بر دقت بیشتر مدل حرکت براونی هندسی با جمله جهش نسبت مدل هستون رد شده و عکس این فرضیه به اثبات می‌رسد.

### نتیجه‌گیری

از موضوعاتی که مدت‌هاست ذهن محققین را به خود معطوف نموده، ریسک ناشی از نوسانات و پیدا کردن روشی جهت پیش‌بینی قیمت و پوشش این ریسک است. یکی از روش‌های مقابله با ریسک نوسان قیمت‌ها استفاده از قراردادهای آتی است. تعداد زیادی از فعالان بازارهای آتی را پوشش‌دهندگان ریسک تشکیل می‌دهند. پیش‌بینی قراردادهای آتی سکه طلا بسیار دشوار است زیرا این قراردادها از دارایی پایه‌ای به نام طلا مشتق می‌شوند که قیمت آن تحت تاثیر رویدادهای سیاسی، شرایط اقتصادی، انتظارات معامله‌گران، انتظارات تورمی و تغییرات جهانی می‌باشد. در تحقیقات و مطالعات انجام شده قبلی در زمینه مدل‌سازی و پیش‌بینی قیمت قراردادهای آتی سکه طلا بیشترین تاکید بر اساس اثبات این فرضیه که تغییرات قیمت و بازده در بازار سرمایه علیرغم شباهت زیادی که به رفتار تصادفی و اتفاقی دارد، اتفاقی نبوده و بلکه از نوع آشوبگرانه است، بوده و بنابراین می‌توان از مدل‌های پیچیده و قوی مانند شبکه‌های عصبی، فازی و... استفاده نمود. با این حال بسیاری از متغیرهای مورد بررسی در علوم مالی دارای ماهیت تصادفی هستند و تصادفی بودن جز جدانشدنی ماهیت و رفتارهای مالی محسوب می‌شود. بنابراین استفاده از مدل‌های تصادفی در تحلیل متغیرهای مالی اجتناب‌ناپذیر بوده و به دنبال آن معادلات دیفرانسیل تصادفی در پیش‌بینی قیمت قراردادهای آتی سکه طلا کاربرد می‌یابد. در این پژوهش به منظور دستیابی به این مهم که از دو معادله دیفرانسیل تصادفی استفاده کردیم. به طور کل می‌توان SDE را یک معادله در نظر گرفت که به همراه یک متغیر تصادفی (مثل نوفه سفید) ارائه شده است. به این ترتیب معادلات دیفرانسیل تصادفی در توصیف حرکت براونی یا فرآیند وینر دارند. بعلاوه، فرآیندهای پرش نیز می‌تواند توسط معادلات دیفرانسیل تصادفی به خوبی توصیف شوند. دوتا از مدل

## مقایسه پیش بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

های ریاضی که می‌تواند جهت پیش بینی قیمت قراردادهای آتی سکه طلا مورد استفاده قرار گیرد، حرکت براونی با جمله جهش یا مدل مرتون و مدل هستون می‌باشد. در این پژوهش با استفاده از دو مدل فوق به شبیه سازی قیمت قراردادهای آتی سکه طلا پرداخته ایم و به دنبال پاسخ به دو سوال اساسی که در قالب یک فرضیه اصلی و دو فرضیه فرعی مطرح شد، بوده‌ایم. در ابتدا اینکه آیا این دو مدل قابلیت پیش بینی قراردادهای آتی سکه طلا را دارند یا خیر؟ و سوال دوم پژوهش به منظور پاسخ به این موضوع مطرح شد که کدام مدل از دقت پیش بینی بیشتری برخوردار است؟ با بررسی آماری جامعه این پژوهش که شامل قیمت تسویه قراردادهای آتی سکه طلا از تاریخ ۱۳۹۰/۰۱/۰۱ الی ۱۳۹۷/۰۶/۱۱ با سررسید نزدیکتر و ظرف زمانی باقیمانده یک ماهه بود، مشخص گردید معادلات دیفرانسیل تصادفی در پیش بینی قیمت قراردادهای آتی به دلیل داشتن دنباله های پهن، فرایندگام تصادفی و عدم توزیع نرمال کاربرد دارد. از آنجاییکه قیمت قراردادهای آتی ابتدا از یک روند با ثبات و سپس از روند صعودی برخوردار گردیده است، جمله رانش در مدل‌ها دارای ضریب مثبت می‌باشد. همچنین در برخی از دوره‌ها نوسانات اندک و در برخی نوسانات زیاد بوده است به عبارتی دیگر نشان دهنده وجود پدیده نوسانات خوشه ای است. پدیده نوسانات خوشه ای نشان دهنده وجود بازدهی های بسیار بالا یا بسیار پایین در برخی از دوره ها می‌باشد که بیانگر ضرورت احتمالی به کارگیری جمله جهش در مدل های تحت بررسی بوده است. جهت تخمین پارامترهای دو معادله مرتون و هستون به روش حداکثر درست نمایی که نتیجه آن دو رابطه ساده میانگین و انحراف معیار است، تعداد داده های موجود را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. بخش اول که از نظر تعدادی اکثریت را تشکیل می‌دهد، برای تخمین پارامترها استفاده شده و بخش دوم جهت آزمون توانایی مدل ها برای پیش بینی مورد استفاده قرار گرفته است. برای این اساس از ۱۰۰۰ داده به منظور افزایش دقت اندازه گیری، برای تخمین پارامترها استفاده نمودیم و با حرکت این بخش از داده ها به جلو، تخمین را تکرار کردیم.

بر اساس نتایج تخمین پارامترها در مدل حرکت براونی هندسی، مقدار پارامتر  $\mu$  به معنی جمله رانش بوده و میانگین بازدهی قیمت قرارداد های آتی سکه طلا را تبیین می‌کند. در مورد پارامترهای مدل با جمله جهش ذکر این نکته ضروری است که طبق میانگین پارامتر  $\lambda$ ، قیمت قرارداد های آتی هر ۲/۳ روز دارای جهشی به مقدار 0,135 درصد بوده است. در مدل هستون معکوس پارامتر  $Y$  نشان دهنده دوره ۲۱ روزه بازگشت به میانگین آن می‌باشد. در نهایت در انتخاب مدل مناسب بر مبنای توان هر مدل در پیش بینی بر اساس معیارهای نیکویی برازش انتخاب شد. در بررسی نتایج این تحقیق، میانگین معیار مرکزی محسوب می‌شود. مدل حرکت براونی هندسی با جمله جهش به دلیل وجود جمله

### فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره پنجاه و یک، تابستان ۱۴۰۱

جهش، گرایش به داشتن دنباله‌های پهن تر دارد و در نتیجه دامنه آن دارای تغییرات بیشتر است ولی از حیث معیار مرکزی مورد استفاده تفاوت چندانی ندارد. به بیان بهتر مدل JGBM، در توضیح رفتار حدی متغیر تصادفی قیمت قراردادهای آتی سکه طلا در دنباله‌ها قوی‌تر است ولی در پیش بینی رفتار مرکزی این متغیر مدل هستون قدرت پیش‌بینی بیشتری از خود نشان می‌دهد. بدیهی است استفاده از مدل‌های فوق در تحقیقات مشابه با استفاده از سایر متغیرها و در دوره‌های طولانی‌تر با مبنا قراردادن دارایی‌های پایه متفاوت، امکان پیش‌بینی کنندگی متفاوتی را می‌تواند در پی داشته باشد.

## مقایسه پیش‌بینی قیمت و کاهش ریسک قراردادهای آتی به وسیله معادلات.../باقری و ستایش

### منابع

- ۱) احمدپور، احمد؛ نیک‌زاد، مرضیه، بررسی رابطه بین قیمت‌های نقد و آتی سکه طلا در بورس کالای ایران. فصلنامه بورس اوراق بهادار، ۴(۱۳)، ۱۷۵-۱۹۰، ۱۳۹۰.
- ۲) اسکندری حمید، انواری رستمی علی اصغر، حسین زاده کاشان علی، نسبت بهینه پوشش ریسک ارز با استفاده از قرارداد آتی طلا در بازار مالی ایران، نشریه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۳۹۴.
- ۳) حقیقت جعفر، سجاد عبدالله زاده، عوامل موثر بر بازده قیمت سهام، مسکن، سکه طلا و ارز در ایران کاربرد الگوهای VECM و DCC - GARCH، دومین کنفرانس بین‌المللی مدیریت و کسب و کار، تبریز، گروه مدیریت دانشگاه تبریز، ۱۳۹۷.
- ۴) سجاد سیاح، علی صالح آباد، مبانی مهندسی مالی و مدیریت ریسک، انتشارات گروه رایانه تدبیرپرداز، تهران، ۱۳۸۴.
- ۵) صنوبر، ناصر، معطوفی، علیرضا، مجموعه مقالات و همایش‌های مدیریت بازار سرمایه و گزارشگری، دبیرخانه همایش مدیریت مالی، بازار سرمایه و گزارشگری، سال ۱۳۸۶.
- ۶) فرزادگان، الهام، استراتژی‌های پوشش ریسک قیمت سکه بهار آزادی: مقایسه بین رویکردهای ADCC، GO-GARCH و GARCH، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران ۲۳ (۷۵)، ۱۳۹۷.
- ۷) کسری علیشاهی، حرکت براونی، پیوند احتمال و آنالیز ریاضی، نشریه علمی انجمن آمار ایران، ۱۳۹۳.
- ۸) نادعلی، بررسی آثار نوسانی بازار آتی سکه طلا بر بازار نقدی آن در ایران، راهبر اقتصادی سال سوم، ۱۳۹۳.
- 9) Baillie and Myers, 1991 R.T. Baillie, R.J. Myers Bivariate GARCH estimation of the optimal commodity futures hedge, Journal of Applied Econometrics, 6 (2) (1991), pp. 109-124.
- 10) Dastranj, E., Fard, H. S., Abdolbaghi, A., & Hejazi, S. R. (2020). Power option pricing under the unstable conditions (Evidence of power option pricing under fractional Heston model in the Iran gold market). Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 537, 122690.
- 11) Lu, W., Geng, C., & Yu, D. (2019). A New Method for Futures Price Trends Forecasting Based on BPNN and Structuring Data. IEICE Transactions on.
- 12) Maréchal, L. (2019). A comprehensive look at commodity volatility forecasting.

13) Nguyen, D. K., & Walther, T. (2019). Modeling and forecasting commodity market volatility with long-term economic and financial variables. *Journal of Forecasting*

14) Oral, E., & Unal, G. (2019). Modeling and forecasting time series of precious metals: a new approach to multifractal data. *Financial Innovation*, 5(1), 3.

15) Reboredo, J. C., & Ugolini, A. (2017). Quantile causality between gold commodity and gold stock prices. *Resources Policy*, 53, 56-63.

16) Wang, Y., Cao, X., Sui, X., & Zhao, W. (2019). How do black swan events go global?-Evidence from US reserves effects on TOCOM gold futures prices. *Finance Research Letters*, 31.

17) Wei, Y., Liang, C., Li, Y., Zhang, X., & Wei, G. (2019). Can CBOE gold and silver implied volatility help to forecast gold futures volatility in China? Evidence based on HAR and Ridge regression models. *Finance Research Letters*.

18) Yamaka, W., & Maneejuk, P. (2020). Analyzing the Causality and Dependence between Gold Shocks and Asian Emerging Stock Markets: A Smooth Transition Copula Approach. *Mathematics*, 8(1), 120

یادداشت‌ها :

- 
- 1 Forward Contracts
  - 2 Future Contracts
  - 3 Options
  - 4 Swaps
  - 5 . Hammoudeh
  - 6 Stochastic Calculus
  - 7 .Louis Bachelier
  - 8 .Optimal Hedge Ratio
  - 9 . Ordinary Least Square
  10. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
  11. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
  - 12 Myers
  - 13 . GeneralizedI Orthogonal - General Autoregressive Conditional Heteroscedastic
  - 14 Zhang & Bicong
  - 15 Deep Belief Network(DBN)
  - 16 Yamaka & Maneejuk
  - 17 Reboredo, J. C., & Ugolini, A
  - 18 Dastranj, E., Fard, H. S., Abdolbaghi, A., & Hejazi, S. R.
  - 19 . Fast Fourier transform

20 Weng, F., Chen, Y., Wang, Z., Hou, M., Luo, J., & Tian, Z

21 . Online sequential extreme learning machine

22 . Error Logging Middleware

23 . Support vector machines

24 . Operating System Error Logging Middleware

25 Lu, W., Geng, C., & Yu, D.

26 . Back Propagation Neural Network

27 Oral, E., & Unal, G

28 Nguyen, D. K., & Walther, T.

29 Maréchal, L

30 random *variable*

31 . Markov Approach modeling

32 .Independent and identically inccerements

33 . Martingale

34 . Continuos path

35. Geometric Brownian Motion (GBM)

36. Volatility

37. Drift

38. Merton Jump and Diffusion Model (MJD)

39. Heston