فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهل و ششم / بهار ۱۴۰۰

برآورد ارزش در معرض ریسک (VAR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) بورس اوراق بهادار تهران با رویکرد استفاده از توزیع فریشه (FD)

آزاده مهرانی[۱]
علی نجفی مقدم[۲]
علی باغانی[۳]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۹/۰۳/۲۴ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۹/۰۵/۱۴

چکیده

برآورد ریسک بدون در نظر گرفتن عوامل مرتبط و فقط با تمرکز بر روی یک یا دو مدل، پیش‌بینی‌های مناسبی را از تخمین ریسک ارائه نمی‌دهد. هدف این مطالعه برآورد ارزش در معرض ریسک (VAR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از توزیع فریشه (FD) است. ما در این مطالعه از توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته (GEV) با رویکرد توزیع فریشه (FD) استفاده نمودیم. دراین پژوهش از بازده‌داده‌های ۲۱ روزه و۶۳ روزه سری‌زمانی‌شاخص کل، شاخص‌سهام آزادشناور و شاخص ۵۰ شرکت‌فعال بورس‌اوراق‌بهادارتهران در فاصله زمانی ۱۳۹۱/۰۱/۰۱ الی ۱۳۹۸/۱۲/۲۹ استفاده گردید. نتایج نشان داد شکل توزیع در تمام بازه‌های ۲۱ و ۶۳ روزه هر یک از شاخص‌ها مثبت بوده و توزیع شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران، توزیع شاخص سهام آزاد شناور و توزیع شاخص ۵۰ شرکت برتر از توزیع فریشه (FD) به‌عنوان توزیع نوع دوم توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV) تبعیت می‌کند. همچنین برآورد CoVaR و VaR از طریق توزیع فریشه (FD) به‌عنوان توزیع نوع دوم توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV) نشان داد، امکان محاسبه CoVaR و VaR از طریق توزیع فریشه امکان‌پذیر بوده و در تمامی سطوح آلفا مقدار CoVaR بیشتر از VaR است.

کلمات کلیدی

ارزش در معرض ریسک، ارزش در معرض ریسک شرطی، توزیع مقدار حدی تعمیم‌یافته، توزیع فریشه

۱-گروه مدیریت مالی، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. mehrani_azade165@yahoo.com
۲-گروه حسابداری، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسئول) ali_najafi@azad.ac.ir
۳- گروه حسابداری، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. a_baghani@azad.ac.ir

مقدمه

در بازارهای مالی حرکات حدی قیمت‌ها ممکن است مشابه به اصلاح بازار در خلال دوره‌های معمولی، رفتارهای نامتعارف بازار سهام، سقوط بازار اوراق قرضه و یا بحران ارز در خلال دوره‌های غیرطبیعی باشد. اخیراً در بازارهای نوظهور، بازارها، حرکات حدی بسیاری را تجربه کرده‌اند. بورس اوراق بهادار تهران نیز با توجه به ویژگی‌های خاص آن با انواع گوناگونی از ریسک و مخاطره مانند ریسک اعتباری، ریسک نقدینگی، ریسک بازار و ... روبه‌رو است. از طرفی شناسایی، کنترل مقدار و میزان هر یک از این ریسک‌ها در جایگاه خود برای بخش مالی و بانکی بسیار پراهمیت است؛ بنابراین، فن مدیریت ریسک از یک‌سو به تبیین و تشخیص انواع ریسک می‌پردازد و از سوی دیگر، روش‌های مدیریت این ریسک‌ها را ارائه می‌کند.

روش‌های محاسبه ریسک به‌صورت سنتی همانند انحراف معیار و بتا، سنجه‌های مناسبی برای برآورد ریسک و انعکاس آنچه ذهن انسان به‌عنوان یک مفهوم از ریسک تلقی می‌کند نیست، زیرا بین نوسانات بهینه و نوسانات نامطلوب در بازده، تمایز قائل نیست. با پیشرفت در مهندسی مالی، واریانس با معیارهای ریسک پیچیده‌تر جایگزین شد. اندازه‌گیری و محاسبه ریسک‌های نامطلوب یکی از موارد مهم اشاره‌شده در نظرات مالی است. ارزش در معرض ریسک (VAR) یکی از روش‌های اندازه‌گیری این ریسک‌ها به شمار می‌آید. این سنجه از اوایل دهه ۱۹۹۰ به‌عنوان یکی از ابزارهای اندازه‌گیری ریسک، کاربردی وسیعی یافت. دلیل محبوبیت و همچنین عمومیت این روش، سادگی آن در ایجاد شکل‌های آماری خلاصه از زیان‌های بالقوه طی یک افق زمانی معین بود. ارزش در معرض ریسک (VaR) برای محاسبه کفایت سرمایه، محاسبه نیازهای بیمه و یا تعیین نیازهای حاشیه‌ای، به‌عنوان استانداردی صنعتی به قرارداد بازل ۲ پیوست (لطفی و زنیوس[1]، ۲۰۱۸). همچنین ارزش در معرض ریسک مشروط (CoVaR) به‌عنوان جایگزینی برای VaR، سنجه‌ای است که از ویژگی انسجام برخوردار بوده و بنابراین نسبت به VaR از اعتبار بیشتری برخوردار است. ارزش در معرض ریسک مشروط، زیان مورد انتظار را هنگامی‌که زیان، بیشتر از VaR تعیین‌شده است، اندازه‌گیری می‌نماید. به‌عبارت‌دیگر، این معیار بیان می‌کند که در حالت‌های بد چه انتظاری داشته باشیم درحالی‌که VaR در مورد زیان‌های فراتر از خودش حرفی برای گفتن ندارد (دمبرچی، ۱۳۸۹). برای محاسبه ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی یک سبد سهام از مدل‌های مختلف برآورد، با مفروضات متفاوت استفاده می‌گردد. مدل میانگین متحرک ساده، مدل میانگین متحرک با اوزان نمایی، مدل خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس، مدل خود رگرسیونی عمومی مشروط بر ناهمسانی واریانس و مدل فراتر از آستانه از مدل‌های اصلی استفاده‌شده

در این برآورد هستند. مشکل اساسی در استفاده از این مدل‌ها، انتخاب بهترین و مناسب‌ترین روش محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی است (تاش و همکاران[۲]، ۲۰۱۳).

توزیع نرمال نمی‌تواند چولگی و کشیدگی متغیرهای بازار و همبستگی غیرخطی آن‌ها را نشان دهد. بر این اساس در خصوص برخی از داده‌ها با استفاده از نظریه مقدار حدی اقدام به مدل‌سازی دنباله‌های توزیع می‌شود. نظریه مقدار حدی نشان می‌دهد که توزیع مقادیر حداکثری مشاهده‌شده در طول یک دوره زمانی تا حد زیادی مستقل از توزیع اصلی است. توزیع‌های مقدار حدی به‌عنوان توزیع‌هایی برای مقادیر حداکثری و حداقلیِ (مقادیر حدی) نمونه‌ای از متغیرهای مستقل دارای توزیع معین مطرح شدند. با توجه به اینکه طبق تعریف رویدادهای ریسکی احتمال وقوع بسیار کمی دارند، لذا نظریه مقدار حدی می‌تواند برای مدل‌سازی ریسک بسیار مفید باشد؛ بنابراین، این توزیع‌ها به لحاظ آماری بسیار بااهمیت می‌باشند. تمامی روش‌های اندازه‌گیری ریسک در مورد برآورد ارزش در معرض خطر (VaR) یک سبد دارایی فرض را بر این می‌گذارد که روند بازار ثابت است، بنابراین حوادث بازار حدی ضرورت استفاده از یک روش خاص برای مدیران بحران را مشخص می‌سازد. یک روش جدیدتر در مورد برآورد VaR بر مدل‌سازی توزیع دنباله‌دار بر اساس فرضیه ارزش‌های حدی تمرکز دارد (دیبولد و همکاران[۳]، ۲۰۰۰)(لونگین[۴]، ۲۰۰۰) (ام سی نیل و فری[۵]، ۲۰۰۰). رویکرد توزیع حدی (EVT) و رویکرد توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV) نسخه‌های مختلفی از یک نظریه زیربنایی به نام نظریه ارزش فرین هستند (تاش و همکاران، ۲۰۱۳). این پژوهش یک مدل ارزش حدی تعمیم‌یافته (GEV) را برای مدل‌سازی حداکثر کردن رفتار متغیر زمانی، در سری‌های زمانی شاخص‌های موردمطالعه بورس اوراق بهادار تهران را معرفی می‌کند. به‌طور خاص، یک مدل فریشه پیشنهاد می‌شود. در مدل‌سازی معرفی‌شده، حداکثر سازی با رویکرد استفاده از توزیع فریشه در برآورد پارامتر مقیاس متغیر زمان (نوسان) و پارامتر شکل (شاخص دم) از اطلاعات گذشته مدل‌سازی می‌شود. در ادامه سعی داریم ارزش در معرض خطر (VaR) و ارزش در معرض خطر شرطی (CoVaR) را از طریق مدل ارزش حدی فرین با رویکرد استفاده از توزیع فریشه برآورد نماییم.

مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

درحالی‌که ریسک مفهومی قابل‌درک است، اندازه‌گیری آن مسئله‌ای چالش‌برانگیز است. محبوب‌ترین و رایج‌ترین ابزار مدیریت ریسک، مفهوم ارزش در معرض ریسک است. این ابزار هم به‌منظور اندازه‌گیری ریسک بازار و هم به‌عنوان مبنایی برای تعیین استانداردهای قانونی نهادهای مالی دنیا استفاده می‌شود (ژائو و همکاران[۶]). ارزش در معرض خطر بیانگر حداکثر زیان مورد انتظار سبد دارایی‌ها در طول افق

زمانی معین و در سطح اطمینان معین است و روش‌های پارامتریک، غیر پارامتریک و نیمه پارامتریک بسیاری برای برآورد آن ابداع‌شده است. هرکدام از رویکردهای پارامتریک، نا پارامتریک و نیمه پارامتریک، شامل مدل‌های متنوعی می‌باشند. نتایج این مدل‌ها ممکن است با یکدیگر بسیار متفاوت باشند؛ بنابراین برای تصمیم‌گیری در مورد انتخاب مدل، درک مفروضات و نیز مدل‌های ریاضی و تکنیک‌های کمی مورداستفاده، ضروری است. تنها پس از طی این گام‌های مقدماتی، محقق می‌تواند در مورد مدلی که به اهدافش نزدیک‌تر است، تصمیم بگیرد. درواقع رویکردهای ارزش در معرض خطر، شکلی ساده‌تر از فرآیند آن هستند. روش‌ها و مدل‌های فراوانی در هرکدام از این رویکردها وجود دارد و برای اینکه بتوانیم به‌طور رضایت‌بخشی به معرفی آن‌ها بپردازیم، مجبوریم بازهم مسئله را ساده‌تر کنیم. از رویکردهای پارامتریک که برای محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده می‌شود، رویکرد استفاده از تئوری حدی تعمیم‌یافته است.

بیشینه پژوهش

یکی از پر ارجاع‌ترین مقالاتی که رفتار دم بازده شاخص بورس اوراق بهادر در آن محاسبه‌شده است مقاله مربوط به مطالعات گیلی[7] (۲۰۰۶) است. مقاله دیگری که در مورد ارزش در معرض ریسک شاخص‌های بورس اوراق بهادار با استفاده از نظریه حدی تعمیم‌یافته نوشته‌شده است، مقاله‌ی گنچی و سلچوک[8] (۲۰۰۴). آن‌ها ارزش در معرض ریسک محاسبه‌شده با روش مقادیر فراتر از آستانه را با سه روش شبیه‌سازی تاریخی، واریانس - کوواریانس (با فرض نرمال بودن بازده شاخص‌ها) و واریانس - کوواریانس (با فرض اینکه بازده شاخص‌ها دارای توزیع تی استیودنت باشند) مقایسه کرده‌اند. نتایج این پژوهش نشان داد محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین در چندک‌های بالاتر از دقت بیشتری نسبت به روش‌های شبیه‌سازی تاریخی و روش واریانس - کوواریانس برخوردار است.

در مقاله عاصف (۲۰۰۹) ارزش در معرض ریسک شاخص بورس کشورهای مصر، اردن، مراکش و ترکیه با استفاده از نظریه ارزش فرین محاسبه‌شده در این مقاله از سه روش شبیه‌سازی تاریخی، واریانس - کوواریانس نظریه ارزش فرین برای محاسبه ارزش در معرض ریسک استفاده‌شده است. نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد، بازده شاخص‌های موردبررسی توزیعی با دم پهن دارد. در این مقاله پارامترها با استفاده از برآوردگر هیل برآورد شده‌اند. در سال ۲۰۰۳، انگلبرچت[9] در تحقیقی به پیاده‌سازی روش‌های مختلف سنجش ارزش در معرض ریسک ازجمله مدل واریانس-کوواریانس، شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی مونت‌کارلو و مقایسه کارایی آنان بر روی سبدهایی از مشتقات و سواپ نرخ بهره پرداخت.

نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد در سـبدهای بـزرگ اسـتفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو نتایج بهتری را از سایر روش‌ها ارائه می‌دهد. پژوهش دیگری که توسط رومرو[۱۰] در سال ۲۰۰۹، بـه انجام رسیده اسـت بـه محاسـبه و مقایسـه دامنه‌ی وسیعی از روش‌های سنجش ارزش در معرض ریسک ازجمله روش‌های شبیه‌سازی تـاریخی، شبیه‌سازی مونت‌کارلو، رویکرد مقدار فرین، روش میانگین متحرک نمایی و روش GARCH با استفاده از هشـت شـاخص سـهام بازارهای بین‌المللی می‌پردازد و با مقایسه این روش‌ها درنهایت مدل GARCH را به‌عنوان بهتـرین برآوردگـر معرفی می‌کند.

سدونو[۱۱] (۲۰۱۶) عملکرد خطرپذیری سیستماتیک مؤسسات مالی را طی سه سطح ارزیابی تحت عناوین ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR)، کمبودهای مورد انتظار سیستمی و علیت گرانجر مقایسه کرد. او CoVaR را خلاصه کرد تا بتواند پیش‌بینی نموده و توانایی ارزیابی پیش‌بینی عملکرد مؤسسات مالی را در طی یک دوره بحران مالی ۱۹۹۸ و ۲۰۰۸ موردبررسی قرار دهد. نتایج او نشان داد کهCoVaR در طی عملکرد بحرانی مؤسسات مالی پیش‌بینی‌هایی نموده و پیش‌بینی‌هایی مفیدی از در معرض خطر قرار دادن این خطرپذیری‌های سیستمی ارائه داده است.

جلسون[۱۲] (۲۰۱۳) در پایان‌نامه خود ارزش در معرض ریسک شرطی را با استفاده از مدل‌های خود رگرسیونی و روش فراتر از آستانه برآورد کرد. نتایج نشان داد که برآوردها بیش از آنکه تحت تأثیر مدل‌های خود رگرسیونی باشند، از توزیع در نظر گرفته‌شده برای بازده‌ها تأثیر می‌پذیرند و برآوردهای انجام‌شده با فرض توزیع تی استیودنت نزدیک به واقع‌تر است. همچنین در مقاله‌ای کای و وانگ[۱۳] (۲۰۰۸) با استفاده از مدل‌های نا پارامتریک به برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی پرداخته‌اند.

مارتینز و یاو[۱۴] (۲۰۰۶) نیز به برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از مدل‌های غیرخطی تئوری ارزش‌آفرین پرداختند. ایشان از توزیع‌های شرطی سری‌های زمانی بازده دارایی‌های مالی استفاده کرده و رویه معرفی‌شده را با انواع قبلی آن مقایسه کرده‌اند.

یامای و یوشیبا[۱۵] (۲۰۰۲) ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی در وضعیت بحرانی بازار پرداختند را برآورد کردند نتایج مطالعه آن‌ها نشان داد که اولاً هر دو ارزش برآوردی، ریسک مورد انتظار اوراق با دنباله پهن و احتمال بالقوه زیان قابل‌توجه را کمتر از واقع پیش‌بینی کرده و ثانیاً هر دو ارزش، وابستگی دنباله‌ای بازده دارایی را نادیده گرفته‌اند.

در داخل کشور نیز محققان زیادی در خصوص برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض خطر به مطالعه پرداختند. ازجمله تحقیقات داخلی در زمینه برآورد VaR می‌توان به تحقیق انجام‌شده توسط رهنمای رود پشتی و قندهاری (۱۳۹۴) اشاره کرد. آن‌ها ارزش در معرض خطر مبتنی بر محدودیت

بر ارزیابی عملکرد مدیریت پرتفوی فعال در بورس اوراق بهادار تهران را برآورد کردند.

کاشی و همکاران (۱۳۹۶) ارزش در معرض ریسک (VAR) و ریزش مورد انتظار (ES) در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه مقدار حدی با رویکرد ماکسیمم بلاک‌ها و توزیع پارتو تعمیم‌یافته (GPD)برآورد کردند. پویان فر و موسوی (۱۳۹۵) مطالعه‌ای تحت عنوان "تخمین ارزش در معرض ریسک داده‌های درون روزی با رویکرد EVT-COPULA انجام دادند. نتایج پژوهش حاکی از برتری مدل ترکیبی نسبت به مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی، پارامتریک و مدل ترکیبی واریانس ناهمسان شرطی تعمیم‌یافته و نظریه ارزش فرین بود. همچنین کاظمی (۱۳۹۱) در پایان‌نامه دوره‌ی کارشناسی ارشد خود به بررسی و کاربرد تئوری مقدار فرین در بازار بورس اوراق بهادار تهران پرداخته است. در این تحقیق با تأکید بر چوله بودن توزیع بازده شاخص بورس اوراق بهادار تهران از معیار نسبت تخطی برای مقایسه کارایی روش‌های سنجش ارزش در معرض ریسک استفاده‌شده است. در سال ۱۳۸۹ فرید و همکاران در تحقیقی به محاسبه ارزش در معرض ریسک به کمک روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای چند سهم نمونه از بورس اوراق بهادار تهران پرداختند، سپس به کمک این مقادیر و استفاده از روشی ترکیبی حجم سرمایه‌گذاری در هر یک را مشخص نمودند.

محمدی و همکاران (۱۳۸۷)، به محاسبه VaR پارامتریک با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته‌اند. نتایج نشان می‌دهد که برآورد مقادیر VaR یک‌روزه و ده‌روزه با استفاده از توزیع‌های لپتو کورتیک از دقت بالاتری برخوردار است. کشاورز و صمدی (۱۳۸۸)، در مقاله‌ای به برآورد تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین VaR با استفاده از مدل‌های خانواده FIGARCH پرداخته‌اند. نتایج نشان‌دهنده آن است که در سطح معناداری ۲/۵٪ مدل FIGARCH، بهترین عملکرد را در میان مدل‌های GARCH دارا است.

در اکثر تحقیقات انجام‌شده جهت محاسبه ارزش در معرض ریسک با رویکرد استفاده از نظریه ارزش حدی، به رویکردهای مورداستفاده از انواع متفاوت این توزیع پرداخته نشده است. لذا با توجه به اینکه در این مطالعه تمرکز ما به استفاده از توزیع فریشه به‌عنوان نوع دوم توزیع حدی تعمیم‌یافته است، در این بخش به چگونگی محاسبه ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک با استفاده از توزیع فریشه، می‌پردازیم. در این روش در ابتدا سه پارامتر توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته با استفاده از روش درستنمایی ماکسیمم برآورد می‌شوند و سپس ارزش در معرض ریسک به دست می‌آید.

مبانی آماری روش سنتی مدل‌سازی داده‌های حدی

یک دارایی را در نظر بگیرید و بازده آن را در هرروز با r_t نشان دهید. یک سری n تایی از این بازده‌ها را به‌صورت $\{r_1 \; r_2, \ldots, r_n\}$ در نظر بگیرید. مینیمم این بازده‌ها را با $r_{(1)}$ و ماکسیمم آن‌ها را با $r_{(n)}$ نشان دهید. در نظریه ارزش حدی تمرکز بر روی ماکسیمم بازده‌ها یا $r_{(n)}$ است. اگرچه این نظریه به‌راحتی با تغییر علامت بازده‌ها برای مینیمم بازده‌ها نیز قابل‌استفاده است.

فرض کنید که بازده‌ها مستقل[۱۶]، با تابع توزیع تجمعی[۱۷] یکسان و برد[۱۸] $u[l,u]$ بزرگ‌تر از یک و هر دو اعداد حقیقی‌اند، لذا تابع توزیع تجمعی $r_{(n)}$ را با $F_{n,n}$ نشان داده و به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$F_{n,n}(x) = Pr\left[r_{(n)} \le x\right] \tag{۱}$$

اما با توجه به استقلال بازده‌ها و یکی بودن توزیع آن‌ها، $F_{n,n}$ چنین محاسبه می‌شود:

$$F_{n,n}(x) = Pr(r_1 \le x, r_2 \le x, \ldots, r_n \le x)$$
$$= \prod_{j=1}^{n} Pr(r_j \le x) = \prod_{j=1}^{n} F(x) = \left[F(x)\right]^n \tag{۲}$$

با توجه به این‌که توزیع تجمعی r_t یا $F(x)$ نامشخص است، $F_{n,n}$ نیز نامشخص است. زمانی که n به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، $F_{n,n}$ تابعی نا تباهیده[۱۹و۲۰] می‌شود. به‌عبارت‌دیگر در این حالت:

$$\begin{cases} F_{n,n}(x) \to 0 \; if \;\; x < u \\ F_{n,n}(x) \to 1 \; if \;\; x \ge u \end{cases} \tag{۳}$$

که تابع تباهیده $F_{n,n}$ فاقد ارزش است. در نظریه ارزش حدی دو پارامتر β_n و α_n، $\alpha_n > 0$ را طوری تعیین می‌کنند که توزیع حدی $(r_{(n)} - \beta_n)/\alpha_n$ یک توزیع ناتباهیده[۲۱] باشد. به β_n و α_n به ترتیب پارامترهای مکان[۲۲] و مقیاس[۲۳] گفته می‌شود. با توجه به فرض مستقل بودن بازده‌ها، توزیع حدی $r_{(n)}$ نرمال شده طبق قضیه فیشر و تیپت (۱۹۲۸)، گندنکوف (۱۹۴۳)[۲۴و۲۵] به‌صورت زیر به دست می‌آید:

این تابع اگر $\xi < 0$ برای $x < -1/\xi$ و اگر $\xi > 0$ برای $x > -1/\xi$ تعریف می‌شود.

به ξ پارامتر شکل[۲۶] گفته می‌شود که تعیین‌کننده شکل دم توزیع است. به پارامتر $\alpha = 1/\xi$ شاخص دم[۲۷] توزیع گفته می‌شود. به توزیع حدی رابطه (۱) توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته[۲۸] (GEV)

برای ماکسیمم‌ها گفته می‌شود. این توزیع با توجه به مقدار پارامتر شکل (ξ) به سه گروه توزیع‌های زیر طبقه‌بندی می‌شوند. (فیشر و تیپ پت، ۱۹۲۸)

گروه اول: به ازای $\xi = 0$، خانواده گامبل[۲۹]، با توزیع:

$$F(x) = \exp(-\exp(-x))\, x \in R\,, \qquad -\infty < x < \infty \tag{۴}$$

گروه دوم: به ازای $\xi > 0$، خانواده فریشه[۳۰]، با توزیع:

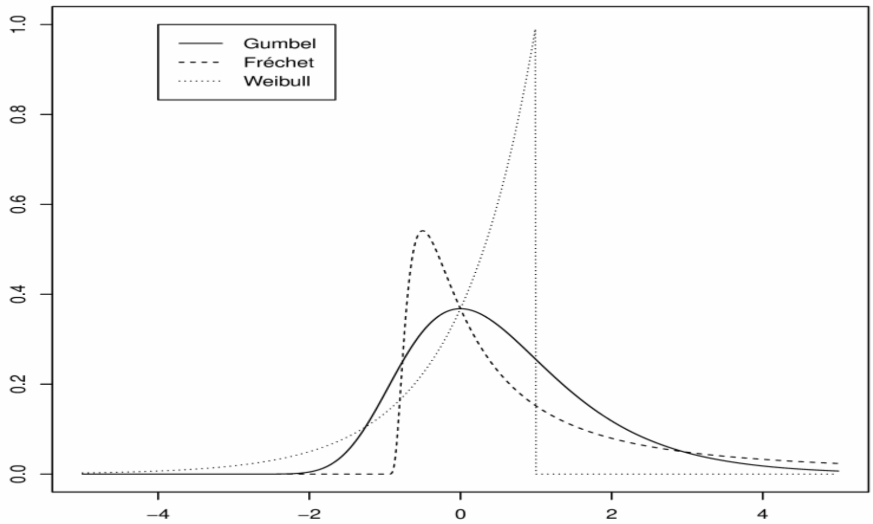
$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \ otherwise \\ \exp(-(1+\xi x)^{-\frac{1}{\xi}}) & , \ x > -\frac{1}{\xi} \end{cases} \tag{۵}$$

گروه سوم: به ازای $\xi < 0$، خانواده ویبول[۳۱]، با توزیع:

$$F(x) = \begin{cases} \exp(-(1+\xi x)^{-\frac{1}{\xi}}) & , \ x < -\frac{1}{\xi} \\ 1 & , \ otherwise \end{cases} \tag{۶}$$

در نمودار ۱ تابع چگالی این سه توزیع نشان داده‌شده است.

خط ممتد مربوط به توزیع گامبل، نقطه‌چین مربوط به توزیع ویبول با $\xi = -0.5$ و خط‌چین مربوط به توزیع فریشه با $\xi = 0.9$ است.



نمودار ۱ : تابع چگالی احتمال توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته (فیشر و تیپت[۳۲]، ۱۹۲۸)

همان‌طور که در نمودار ۱ مشاهده می‌شود توزیع احتمال فریشه دارای دمی است که به‌صورت چندجمله‌ای کاهش می‌یابد بنابراین از نوع توزیع‌هایی با دم پهن است. دم توزیع احتمال گامبل به‌صورت نمایی کاهش پیدا می‌کند و از توزیع‌هایی با دم باریک[۳۳] است.

تابع چگالی توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته با مشتق‌گیری از تابع توزیع آن به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$f(x)=\begin{cases}(1+\xi x)^{-\frac{1}{\xi}-1})\exp(-1(1+\xi x)^{-\frac{1}{\xi}} & \xi\neq 0\\ \exp(-x-\exp(-x)) & \xi=0\end{cases} \qquad (۷)$$

این تابع اگر $0 > \xi$ برای $x < -1/\xi$ و اگر $0 < \xi$ برای $x > -1/\xi$ تعریف می‌شود.

برآورد پارامترهای توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته[۳۴]

همان‌طور که در قسمت قبل گفته شد توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته (GEV) دارای سه پارامتر ξ ، β_n و α_n است که به ترتیب پارامترهای شکل، مکان و مقیاس نامیده می‌شوند. این پارامترها می‌توانند با استفاده از روش‌های پارامتری[۳۵] یا نا پارامتری[۳۶] برآورد شوند. مهم‌ترین روش پارامتری روش درستنمایی ماکسیمم است. در روش‌های نا پارامتری با استفاده از آماره‌های ترتیبی[۳۷] پارامتر شکل برآورد می‌شود.

چون برای هر نمونه فقط یک ماکسیمم وجود دارد، بنابراین پارامترهای توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته را نمی‌توان تنها با استفاده از یک نمونه برآورد کرد. یکی از ایده‌هایی که برای رفع این مشکل مطرح‌شده افراز نمونه به زیر نمونه‌هایی[۳۸] با اندازه‌ی برابر و سپس به‌کارگیری نظریه ارزش حدی بر ماکسیمم این زیر نمونه‌ها است. برای روشن شدن موضوع فرض کنید که نمونه‌ای از T بازده $=1$ $\{r_j\}_j^T$ وجود دارد. این نمونه را به g زیر نمونه با n مشاهده افراز می‌کنیم. فرض کنید $T = n\,g$ در این صورت افراز زیر را برای این نمونه خواهیم داشت:

$$\{r_1,\ldots,r_n\,|\,r_n+1,\ldots,r_{2n}\,|\,r_{2n}+1,\ldots,r_{2n}\,|\ldots|\,r_{(g-1)n}+1,\ldots,r_{gn}\} \qquad (۸)$$

هر عضو زیر نمونه‌ها به‌صورت r_{in+j} نشان داده می‌شود که $1 \le j \le n$ و $i = 0,\ldots,g-1$ است. زمانی که n به‌اندازه کافی بزرگ باشد انتظار می‌رود که نظریه ارزش حدی برای ماکسیمم‌های زیر نمونه‌ها قابل‌اعمال باشد. معمولاً n به‌صورت تجربی تعیین می‌شود، به‌عنوان‌مثال برای بازده‌های روزانه $n = 21$ است که تقریباً برابر با تعداد روزهایی از یک ماه است که بازار باز است[۳۹] و $n = 63$ برابر با تعداد روزهای

کاری در یک‌فصل از سال است. حال فرض کنید $r_{n,i}$ ماکسیمم i امین زیر نمونه (از اندازه‌ی n) باشد. زمانی که n به‌اندازه کافی بزرگ است، $x_{n,i}=(r_{n,i}-\beta_n)/\alpha_n$ که نرمال شده ماکسیمم i زیر نمونه است بایستی از توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته پیروی کند. $r_{n,i}$ها به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$r_{n,i}=\max_{1\le j\le n}\left\{r_{(i-1)n+j}\right\},\qquad i=1,\dots,g \tag{۹}$$

ماکسیمم زیر نمونه‌ها $r_{n,i}$، داده‌هایی هستند که برای برآورد پارامترهای توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته استفاده می‌شوند؛ بنابراین پارامترهای برآورد شده ممکن است به مقدار n وابسته باشند. زمانی که T مضربی از اندازه‌ی زیر نمونه‌ها یعنی n نباشد می‌توان زیر نمونه آخر را کوچک‌تر در نظر گرفت یا تعدادی از داده‌های اولیه را نادیده گرفت تا این‌که تعداد مشاهدات مضربی از n شوند. (مک‌نیل و فری، ۲۰۰۵)

روش ماکسیمم درستنمایی

روش ماکسیمم درستنمایی یکی از مهم‌ترین روش‌های برآورد نقطه‌ای است که در اوایل دهه ۱۹۲۰ توسط فیشر[۴۰] مطرح شد. در این روش، با در نظر گرفتن مقادیر یک نمونه تصادفی، پارامتر مجهول چنان برآورد می‌شود که احتمال رخ دادن نتایج مشاهده‌شده در نمونه حداکثر شود. روش درستنمایی ماکسیمم در حالت کلی بدین‌صورت بیان می‌شود که اگر $X_1,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی گسسته در زمان از اندازه‌ی n از جامعه‌ای با پارامتر θ بوده و $x_1,\dots,x_n$ مقادیر مشاهده‌شده نمونه باشند، تابع درستنمایی $L(\theta)$ (در حالت گسسته) به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$L(\theta)=P(X_1=x_1,x_2,=x_2,\dots,X_n=x_n \tag{۱۰}$$

که این تابع همان تابع احتمال توأم متغیرهای تصادفی گسسته $X_1,\dots,X_n$ در نقطه $X_1,\dots,X_n$ است؛ بنابراین با توجه به معلوم بودن نتایج نمونه، $L(\theta)$ تابعی از پارامتر θ خواهد بود و هدف روش درستنمایی ماکسیمم عبارت است از حداکثر کردن تابع $L(\theta)$ برحسب پارامتر θ. هم‌چنین به آن مقدار از θ که تابع ماکسیمم درستنمایی را حداکثر می‌کند، برآورد ماکسیمم درستنمایی گفته می‌شود. باید توجه داشت که اغلب آسان‌تر است که به‌جای خود تابع درستنمایی، لگاریتم آن را حداکثر کنیم و ازآنجایی‌که $ln(L(\theta))$ نسبت به $L(\theta)$ صعودی و یکنواست، حال فرض کنید که ماکسیمم زیر نمونه‌ها از توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته پیروی می‌کند. در این صورت تابع چگالی احتمال $r_{n,i}$ با توجه به رابطه (۶) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$f(r_{n,i})=\begin{cases}\frac{1}{\alpha_n}\left[1+\frac{\xi_n(r_{n,i}-\beta_n)}{\alpha_n}\right]^{\frac{-(1+\xi_n)}{\xi_n}}\exp(-(1+\frac{\xi_n(r_{n,i}-\beta_n)}{\alpha_n})^{\frac{-1}{\xi_n}}) & \xi\neq 0\\ \frac{1}{\alpha_n}\exp(-\frac{r_{n,i}-\beta_n}{\alpha_n}-\exp(-\frac{r_{n,i}-\beta_n}{\alpha_n})) & \xi=0\end{cases} \quad (۱۱)$$

دقت کنید که به ازای $\xi\neq 0$, $1+\xi_n(r_{n,i}-\beta_n)/\alpha_n>0$

با توجه به فرض استقلال داده‌ها، تابع ماکسیمم درستنمایی، زیر نمونه‌ها به‌صورت زیر خواهد بود:

$$l\left(r_n,1,\dots,r_{n,g}\middle|\xi_n\ ,\alpha_n\ ,\ \beta_n\right)=\prod_{i=1}^{g}\ f(r_{n,i}) \quad (۱۲)$$

با در نظر گرفتن رویکرد بالا، با روش بهینه‌سازی مقدارهای $\alpha_n\ ,\ \beta_n\ ,\ \xi_n$ به نحوی تعین می‌شوند تا مقدار تابع بالا ماکسیمم شود (فیشر و تیپت، ۱۹۲۸).

ارزش در معرض ریسک

ارزش در معرض ریسک، روش ارزیابی و تشخیص ریسک است که از تکنیک‌های آماری استاندارد که به طور روزمره در زمینه‌های تکنیکی دیگر نیز به کار می‌رود، استفاده می‌نماید. به طور قراردادی، ارزش در معرض ریسک بیشترین زیان مورد انتظار را در افق زمانی مشخص در سطح اطمینان معین اندازه‌گیری می‌نماید. برای مثال، یک بانک ممکن است اعلام کند ارزش در معرض ریسک روزانه خرید و فروش پرتفوی بانک در سطح اطمینان ۹۹ درصد، ۳۵ میلیون دلار است. به عبارت دیگر، تنها در یک مورد از ۱۰۰ معامله روزانه ممکن است ضرر و زیانی بیش از ۳۵ میلیون دلار رخ بدهد. این عدد منفرد، چگونگی مواجهه بانک با ریسک بازار را به طور خلاصه نشان می‌دهد و همین‌طور ارزش در معرض ریسک، ریسک را برحسب دلار اندازه می‌گیرد. سهام‌داران و مدیران مؤسسات مالی می‌توانند تصمیم‌گیری کنند که آیا با این سطح از ریسک، آسوده خاطر می‌باشند یا خیر. اگر پاسخ منفی باشد، باید پروسه‌ای که منجر به محاسبه ارزش در معرض ریسک شود، طی شود تا معین شود که ریسک در کجا باید اصلاح گردد. ارزش در معرض ریسک برعکس اندازه‌گیری‌های سنتی ریسک، نمایی کلی و جامع از ریسک پرتفوی که برای محاسبه میزان بدهی به دارایی و هم‌بستگی‌ها و وضعیت‌های جاری به کار می‌رود، ارائه می‌نماید. در نتیجه ارزش در معرض ریسک، واقعاً سنجش ریسک با نگاهی آینده‌نگر می‌باشد. ارزش در معرض ریسک نه تنها برای بانک بلکه برای تمام انواع اسناد مالی کارایی دارد. بعلاوه روش‌شناسی ارزش در معرض ریسک می‌تواند از ریسک بازار به انواع دیگری از ریسک‌های مالی تعمیم یابد.

برخلاف مفهوم ساده و قابل درک ارزش در معرض ریسک، محاسبهٔ آن با دشواریهای فراوانی روبروست. محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک، از نظر آماری بــه معنــی یـافتن مقـدار بحرانی برای سطح احتمال مورد نظر α است. با توجه به این واقعیت که توزیع احتمال بازدهی در طول زمان ثابت نیست، مشکلاتی در محاسبه ارزش در معرض خطر به وجـود می‌آید. روشهای متعددی برای محاسبهٔ ارزش در معرض خطر ارایه شده است . ما در این مطالعه برای محاسبه ارزش در معرض ریسک از توزیع فریشه به عنوان توزیع نوع دوم ارزش حدی تعمیم یافته استفاده میکنیم.

محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده توزیع فریشه

در این بخش نشان می‌دهیم که چگونه با استفاده از رویکرد سنتی نظریه ارزش حدی، ارزش در معرض ریسک محاسبه می‌شود. در این روش در ابتدا سه پارامتر توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته با استفاده از روش درستنمایی ماکسیمم برآورد می‌شوند و سپس ارزش در معرض ریسک به دست می‌آید. فرض کنید که تعداد T بازده از دارایی موردنظر را به‌عنوان نمونه داریم. این نمونه را به g زیر نمونه n تایی افراز می‌کنیم، درصورتی‌که $T \neq ng$، زیر نمونه انتهایی را کوچک‌تر در نظر می‌گیریم. سپس ماکسیمم هر زیر نمونه را تعیین کرده و مجموعه ماکسیمم‌های حاصل را به‌عنوان نمونه برای برآورد پارامترهای ξ_n , β_n , α_n با استفاده از روش درستنمایی ماکسیمم به کار می‌گیریم.

با در نظر گرفتن $X = (r-\beta_n)/\alpha_n$ و قرار دادن آن در تابع توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته چندک این توزیع در سطح اطمینان موردنظر، به دست آورده می‌شود. فرض کنید که P^* مقدار خطا و r_n^* چندک $(1-P^*)$ام ماکسیمم زیر نمونه تحت توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته باشد، با جایگذاری X در تابع توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته داریم:

$$1-P^* = \begin{cases} \exp\left(-\left[1+\dfrac{\xi_n(r_n^*-\beta_n)}{\alpha_n}\right]^{\frac{-1}{\xi_n}}\right) & , \quad \xi \neq 0 \\ \exp\left(-\exp\left(-\dfrac{r_n^*-\beta_n}{\alpha_n}\right)\right) & , \quad \xi = 0 \end{cases} \qquad (۱۲)$$

دقت کنید که اگر $\xi \neq 0 \quad , \quad 1+\xi_n(r_{n,i}-\beta_n)/\alpha_n > 0$

با گرفتن لگاریتم از رابطه بالا داریم:

$$ln\,(1-P^*)=\begin{cases}-\left[1+\dfrac{\xi_n(r_n^*-\beta_n)}{\alpha_n}\right]^{\frac{-1}{\xi_n}} & , \quad \xi\neq 0\\ -\exp\,(-\dfrac{r_n^*-\beta_n}{\alpha_n})) & , \quad \xi=0\end{cases} \qquad (۱۳)$$

که بعد از ساده کردن آن r_n^* به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$r_n^*=\begin{cases}\beta_n-\dfrac{\alpha_n}{\xi_n}\left\{1-\left[-l\,n(1-P^*\right]^{-\xi_n}\right\} & , \quad \xi\neq 0\\ \beta_n-\alpha_n\;ln\left[-l\,n(1-P^*\right] & , \quad \xi=0\end{cases} \qquad (۱۴)$$

که r_n^* در رابطه‌ی بالا همان ارزش در معرض ریسک ماکسیمم زیر نمونه در سطح اطمینان $(1-p^*)$ درصد است. ارزش در معرض ریسک بازده لگاریتمی دارایی مالی (r_t) در سطح اطمینان $(1-P)$ درصد به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$VaR=\begin{cases}\beta_n-\dfrac{\alpha_n}{\xi_n}\left\{1-\left[-n\;l\,n\;(1-P^*\right]^{-\xi_n}\right\} & , \quad \xi\neq 0\\ \beta_n-\alpha_n\;l\,n\;\left[-n\;l\,n\;(1-P^*\right] & , \quad \xi=0\end{cases} \qquad (۱۵)$$

محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی CoVAR

اگرچه ارزش در معرض خطر (VaR) خط اول دفاع در برابر ریسک‌های مالی را فراهم می‌نماید، اما تمامی آن‌ها را برطرف نمی‌کند و کامل نیست. استفاده‌کنندگان می‌بایست به محدودیت‌های سنجه VaR واقف باشند. یک محدودیت مهم سنجه VaR این است که تنها در صورت تخطی، در مورد بیشترین زیان سخن می‌گوید. مثلاً به ما می‌گوید در ۹۵٪ موارد زیان‌ها از مقدار در معرض خطر بیشتر نمی‌شود؛ اما در مورد رخداد تخطر، انتظار داریم میزان زیان بیشتر از VaR شود و این در حالی است که در مورد زیان‌های فراتر از مقدارش چیزی برای گفتن ندارد. ناکامی ارزش در معرض خطر در احتساب چنین زیان‌هایی مسائل فراوان ای را پدید می‌آورد. به‌عنوان‌مثال، دو موقعیت که دارای VaR یکسانی هستند ممکن است به علت‌هایی که بیان گردید در معرض ریسک‌های بسیار متفاوتی باشند؛ بنابراین ارزش در معرض خطر باوجود مقبولیتی که در میان فعالان ریسک پیداکرده است، به دلیل عدم برخورداری از ویژگی انسجام، یک سنجه تمام‌عیار نیست. بدین ترتیب می‌بایست علاوه بر VaR سنجه‌های دیگری را نیز برای برآورد ریسک، مانند ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) را مدنظر قرار دهیم. ظهور

تطابق یافته CoVaR بر اساس مواردی است که سدونو (۲۰۱۶) تعریف کرده است. این نویسنده دو تمهید کلیدی را برای تخمین خطرپذیری سیستماتیک یک شرکت ارائه داده‌اند. هر یک از این تمهیدات جنبه متفاوتی از یک خطرپذیری سیستماتیک موسسه‌ای مالی را ارائه می‌دهد. CoVaR یک موسسه مالی، تنها زیان‌های واردشده در سیستم مالی، در یک رویداد بحرانی را تخمین می‌زند (سدونو، ۲۰۱۶).

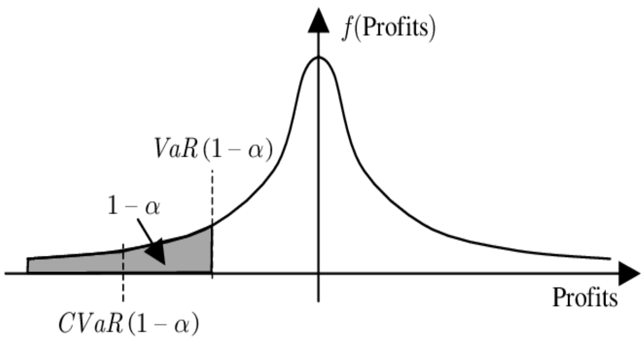
از معیار CoVAR برای پاسخگویی به سؤالات زیر استفاده می‌شود:

- حداقل زیان تحقق‌یافته درα درصد بدترین موارد روی‌داده، چه میزان است؟

این سؤال در اکثر محافل مدیریت ریسک مطرح می‌شود .از آنجائی که در ارزش در معرض ریسک، آستانه پایین زیان‌های محتمل درα درصد موارد مدنظر قرار می‌گیرد، این معیار، زیان‌های فراتر از آستانه تعیین‌شده را نادیده می‌گیرد .حال سؤال زیر جایگزین سؤال فوق می‌شود.

- زیان مورد انتظار در درصد بدترین موارد به چه میزان است؟

سؤال فوق به دو دلیل قابل‌توجه است .اولاً، این سؤال یک سؤال طبیعی است که بدون شک با مشاهده نمونه‌ای از بدترین اتفاقات به ذهن می‌رسد و ثانیاً، این سؤال حرکتی است به‌سوی تعریف معیارهای جمع‌پذیر (نمودار ۲)



نمودار ۲ : توزیع VAR و COVAR (تاش و همکاران، ۲۰۱۳).

اگر معادله توزیع پرتفوی پیوسته باشد، می‌توان به‌آسانی توسط ارزش مورد انتظار شرطی کمتر از چارک و یا" دنباله مورد انتظار شرطی "به سؤال فوق پاسخ داد.

$$TCE^{(x)}(\mathrm{X}) = -E\left\{X \,\middle|\, X \leq x^{(\alpha)}\right\} \qquad (۱۶)$$

معادله فوق برای بسیاری از توزیع‌های عمومی، سؤال اخیر را پوشش نمی‌دهد، چراکه احتمال $\{X \leq x^{(\alpha)}\}$ بزرگ‌تر ازα درصد و درنهایت بزرگ‌تر از مجموعه بدترین حوادث در نظر گرفته‌شده خواهد

بود" .دنباله مورد انتظار شرطی "تنها در محدوده توزیع‌های پیوسته معیار اندازه‌گیری ریسک است و در توزیع‌های گسسته احتمالاً از قانون جمع‌پذیری تبعیت نخواهد کرد.

برای تعیین آنکه کدام معادله سؤال اخیر را پوشش می‌دهد، n مشاهده را به‌صورت $X_{1:n} \leq \ldots\ldots \leq X_{n:n}$ مرتب کرده و α درصد مشاهدات با استفاده از $\omega = [n\alpha] = \max\{ m | m \leq n\alpha, m \in n \}$ تعیین‌شده است .درنهایت مجموعه درصد بدترین موارد به‌صورت $\{ X_{1:n} \leq \ldots\ldots \leq X_{\omega:n} \}$ نتیجه شده است.

$$x_n^{(\alpha)}(x) = X_{\omega:n} \tag{۱۷}$$

درنهایت" ارزش در معرض ریسک شرطی "در α درصد بدترین حوادث به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathrm{co\,var}_n^{(\alpha)}(X) = -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} X_{i:n}}{\omega} \tag{۱۸}$$

= - (Average of least α% outcomes X_i)

نتیجه حاصله" ارزش در معرض ریسک شرطی "با احتمال αدرصد خوانده می‌شود. در ادامه می‌توان اثبات کرد که $\mathrm{co\,var}_n^{(\alpha)}$ به ازای تمامی n های یکسان، جمع‌پذیر است.

دو متغیر X و Y را در نظر بگیرید .برای هر یک از این متغیرها n مشاهده وجود دارد.

$$\mathrm{co\,var}_n^{(\alpha)}(X+Y) = -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} X_{i:n}}{\omega} = -\frac{\sum_{i}^{\omega}(X_{i:n} + Y_{i:n})}{\omega} = \mathrm{co\,var}_n^{(\alpha)}(X) + \mathrm{ES}_n^{(\alpha)}(\mathrm{Y}) \tag{۱۹}$$

می‌توان معادله ($\mathrm{co\,var}_n^{(\alpha)}$)را به‌صورت زیر توسعه داد:

$$\begin{aligned}
\mathrm{co\,var}_n^{(\alpha)} &= -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} x_{i:n}}{\omega} = -\frac{\sum_{i=1}^{\omega} x_{i:n} 1_{\{i \leq \omega\}}}{\omega} \\
&= -\frac{1}{\omega}\left(\sum_{i=1}^{n} x_{i:n} 1_{\{x_{i:n} \leq x_{\omega:n}\}} - \sum_{i=1}^{n} \mathrm{X}_{\mathrm{i:n}}\left(1_{\{x_{i:n} \leq x_{\omega:n}\}} - 1_{\{i \leq \omega\}}\right)\right) \\
&= -\frac{1}{\omega}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i 1_{\{x_i \leq x_{\omega:n}\}} - x_{\omega:n} \sum_{i=1}^{n} 1_{\{x_{i:n} \leq x_{\omega:n}\}} - 1_{\{i \leq \omega\}}\right) \\
&= -\frac{n}{\omega}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i 1_{\{x_i \leq x_{\omega:n}\}} - x_{\omega:n}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1_{\{x_i \leq x_{\omega:n}\}} - \frac{\omega}{n}\right)\right)
\end{aligned} \tag{۲۰}$$

اگر با احتمال یک داشته باشیم، $\lim_{n\to\infty} X_{\omega:n} = x^{(\alpha)}$ معادله (۱۹) می‌توان نتیجه گرفت:

$$\lim_{n\to\infty} \mathrm{co\,var}_n^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha}\left(E\left[X\,1_{\{X \le x^{(\alpha)}\}}\right] - x^{(\alpha)}\left(p\left[X \le x^{(\alpha)}\right] - \alpha\right)\right) \qquad (۲۱)$$

معادله اخیر معادله‌ای جایگزین برای برآورد چارکی است که قبلاً به آن اشاره شد (آسربی و تاسچی[۴۱]، ۲۰۰۲): درنهایت می‌توان" ارزش در معرض ریسک شرطی "در αدرصد را به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$\mathrm{co\,var}_n^{(\alpha)}(X) = -\frac{1}{\alpha}\left(E\left[X\,1_{\{X \le x^{(\alpha)}\}}\right] - x^{(\alpha)}\left(p\left[X \le x^{(\alpha)}\right] - \alpha\right)\right) \qquad (۲۲)$$

در معادله فوق، X نشان‌دهنده سود و یا زیان پرتفوی در افق زمانی T و $\alpha=A\%\ (0,1)$ است. معادله فوق‌الذکر معیاری برای اندازه‌گیری ریسک است که تمامی شروط انسجام را پوشش می‌دهد. معادله اخیر با حداکثر تعداد در نظر گرفته‌شده برایn ، بیان ریاضی سؤالی است که قبلاً مطرح شد . سادگی معادله" ارزش در معرض ریسک شرطی "تنها زمانی فهمیده می‌شود که تعریف آن به‌عنوان ترکیب زیان‌ها را در نظر نگیرید .در این صورت‌نمایشی معادل برای معادله (۲۲) خلق می‌شود که به و تابع توزیع $F_{(x)}=P[X \le x]$ وابسته است .با معرفی معادله معکوس برای تابع توزیع که به‌صورت زیر بیان می‌شود به αراحتی می‌توان" ارزش در معرض ریسک شرطی "را به‌صورت میانگین منفی $F^{\leftarrow}(P)$برای سطح اطمینان $P=(0,\alpha]$ بیان کرد.

$$F^{\leftarrow}(P) = \inf\left\{x \,\middle|\, F(x) \ge p\right\} \qquad (۲۳)$$

$$\mathrm{co\,var}^{(\alpha)} = -\frac{1}{\alpha}\int_0^{\alpha} F^{\leftarrow}(p)\,dp \qquad (۲۴)$$

معادله اخیر بنیادی‌ترین فرمول برای محاسبه "ارزش در معرض ریسک شرطی" است. قابلیت توضیح دهندگی، این معادله را برای انجام پژوهش در خصوص ویژگی‌های تحلیلی" ارزش در معرض ریسک شرطی"مناسب می‌سازد (آسربی و تاسچه، ۲۰۰۲). پیوستگی درα که" ارزش در معرض ریسک شرطی " را از" دنباله مورد انتظار شرطی "متمایز می‌سازد، در معادله (۲۴) قابل‌مشاهده است، درحالی‌که در معادله (۲۲) به آن اشاره‌ای نشده بود. در آخر می‌توان" ارزش در معرض ریسک شرطی"را به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\mathrm{co\,var}^{(\alpha)} = TCE^{(\alpha)} + (\lambda - 1)(TCE^{(\alpha)} - VAR^{(\alpha)}) \qquad (۲۵)$$

در معادله فوق $\lambda \equiv P\left[X \le x^{(\alpha)}\right]/\alpha \ge 1$: است. معادله ۲۵ که به‌آسانی با ضرب‌در $P\left[X \le x^{(\alpha)}\right]$و تقسیم‌بر کردن در معادله (۲۴) استخراج می‌شود، اجازه می‌دهد تا ثابت کنیم که (آسربی و تاسچی، ۲۰۰۲):

$$\mathrm{co\,var}^{(\alpha)} \ge TCE^{(\alpha)} \qquad (۲۶)$$

فرضیه‌های تحقیق

فرضیه اول: توزیع بازده شاخص‌های اصلی بورس اوراق بهادار تهران از توزیع فریشه (FD) به‌عنوان توزیع نوع دوم توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV)، پیروی می‌کند.

فرضیه دوم: از طریق توزیع فریشه (FD) به‌عنوان توزیع نوع دوم توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV) می‌توان ارزش در معرض ریسک (VaR) شاخص‌های منتخب بورس تهران را برآورد نمود.

فرضیه سوم: از طریق توزیع فریشه (FD) به‌عنوان توزیع نوع دوم توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV) یافته می‌توان ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) شاخص‌های منتخب بورس تهران را برآورد نمود.

روش‌شناسی تحقیق

پژوهش حاضر که در حوزه نظریه‌های اثباتی علوم انسانی است ازنظر هدف پژوهشی کاربردی بوده، در زمره تحقیقات کمی در محیط بازار سرمایه و جزء تحقیقات توصیفی مدیریت مالی به شمار می‌رود. به‌علاوه با توجه به اینکه از اطلاعات تاریخی در آزمون فرضیه در آن استفاده‌شده، ازنظر بعد زمانی گذشته‌نگر و در گروه تحقیقات شبه آزمایشی طبقه‌بندی می‌گردد. در این پژوهش از بازده داده‌های ۲۱ روزه و ۶۳ روزه سری زمانی شاخص کل، شاخص سهام آزاد شناور و شاخص ۵۰ شرکت فعال بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی ۱۳۹۱/۰۱/۰۱ الی ۱۳۹۸/۱۲/۲۹، استفاده گردید. به‌منظور تعین نمونه و داده‌های موردنیاز مدل‌های این پژوهش از روش نمونه‌گیری برش مقطعی طولی استفاده‌شده است. اطلاعات مربوط به بررسی مبانی نظری و ادبیات موضوع از طریق مطالعات کتابخانه‌ای و جستجوی اینترنتی جمع‌آوری گردیده است. تجزیه‌وتحلیل داده‌های این تحقیق از نرم‌افزار آماری R استفاده‌شده است.

متغیرهای تحقیق

در راستای موضوع تحقیق متغیرهای وابسته و مستقل به شرح جدول یک انتخاب‌شده‌اند.

جدول ۱ : خلاصه متغیرهای پژوهش

نام متغیر	نوع متغیر	علامت اختصاری	تعریف
ارزش در معرض خطر	وابسته	VaR_{it}	بیشترین زیان پرتفوی موردنظر، در یک افق زمانی تعیین‌شده در سطح اطمینان معین برای شاخص i دوره t؛
ارزش در معرض خطر شرطی	وابسته	$CoVaR_{it}$	زیان انتظاری یک سرمایه‌گذاری، به‌شرط وقوع زیان‌هایی فراتر از VaR برای شاخص i دوره t؛
شاخص کل قیمت در بورس اوراق بهادار	مستقل	$TEPIX_t$	شاخص کل قیمت در بورس اوراق بهادار که به‌اختصار آن را شاخص کل می‌گویند، نشان‌دهنده تغییرات سطح عمومی قیمت‌ها در کل بازار است و میانگین افزایش یا کاهش قیمت سهام در بازار را بیان می‌کند.
شاخص سهام آزاد شناور	مستقل	$TEFIX_t$	شاخص سهام آزاد شناور، تغییرات آن بخش از سهام یک شرکت را محاسبه می‌کند که توسط سرمایه‌گذاران خرد مورد معامله قرار می‌گیرد.
شاخص ۵۰ شرکت فعال	مستقل	$Ir50_t$	شاخص ۵۰ شرکت برتر، شاخص میانگین وزنی ۵۰ شرکتی است که بالاترین درجه نقد شوندگی را در بورس اوراق بهادار رادارند.

یافته‌های پژوهش

آزمون نرمالیتی و مانایی سری شاخص‌های منتخب بورس تهران

نتایج چولگی و کشیدگی و همچنین آماره آزمون نرمالیتی کولموگروف اسمیرنوف نشان داد هیچ‌یک ازسری‌های زمانی موردمطالعه از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند. لذا در این مطالعه قبل از انجام هرگونه فرایندی اقدام به نرمال و استاندارد کردن داده‌ها نمودیم. همچنین آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته[۴۲] را برای ارزیابی مانایی سری زمانی شاخص کل انجام دادیم که نتایج آن در جدول (۲) ارائه‌شده است.

جدول ۲: نتیجه آزمون نرمالیتی کولموگروف اسمیرنوف و مانایی دیکی فولر تعمیم‌یافته شاخص‌های منتخب

ردیف	نام سری	دیکی فولر تعمیم‌یافته		کولموگروف اسمیرنوف	
		آماره آزمون	P-value	آماره آزمون	P-value
۱	بازده سهام کل	۵/۵۶-	۰/۰۱	۰/۴۸	۰۰۰
۲	بازده سهام آزاد شناور	۵/۰۶-	۰/۰۱	۰/۴۶	۰۰۰
۳	بازده سهام ۵۰ شرکت فعال	۵/۶۸-	۰/۰۱	۰/۴۵	۰۰۰

همان‌طور که نتایج جدول ۲ و ۳ نشان می‌دهد در تمام سری‌های زمانی مقادیر اماره آزمون از مقدار بحرانی در هر سه سطح بحرانی بزرگ‌تر بوده و مقدار p-value به‌دست‌آمده برای هر سری نیز کمتر از ۵ درصد هست؛ بنابراین با توجه به ارزش p-value، فرض صفر مبنی بر نامانا بودن سری‌ها رد شده و فرض یک مبنی بر مانا بودن سری‌ها پذیرفته می‌گردد.

جدول ۳ : مقادیر بحرانی آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته

مقدار بحرانی در سطح ۱٪	مقدار بحرانی در سطح ۵٪	مقدار بحرانی در سطح ۱۰٪
-۳/432666	-۲/862449	-۲/567299

برای برآورد ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی نیاز است پارامترهای مکان، شکل و مقیاس مورداستفاده در برآورد را از طریق توزیع حدی تعمیم‌یافته محاسبه نموده و پس از اندازه‌گیری آن نوع توزیع حدی مشخص گردد. مقادیر پارامترهای مکان، شکل و مقیاس در جدول (۴) ارائه‌شده است.

جدول ۴ : مقادیر پارامترهای توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته

نام شاخص	مقدار پارامترها		
	پارامتر مکان β(SD)	پارامترمقیاس (SD) α	پارامترشکل (SD) ξ
بازده شاخص کل ۲۱ روزه	۵/۸۱ (۰/۱)	۰/۰۴ (۰/۱۴)	۰/۰۲ (۰/۰۱)
بازده شاخص آزاد شناور ۲۱ روزه	۶/۲۰ (۰/۱۱)	-۰/۰۲ (۰/۱۶)	۰/۰۳ (۰/۰۱)
بازده شاخص ۵۰ شرکت فعال ۲۱ روزه	۶/۱۹ (۰/۱۱)	-۰/۰۴ (۰/۱۵)	۰/۰۲ (۰/۰۱)
بازده شاخص کل ۶۳ روزه	۱۲/۱۶ (۰/۲۵)	۲/۱۷ (۰/۳۲)	۰/۱۲ (۰/۰۲)
بازده شاخص آزاد شناور ۶۳ روزه	۱۲/۴۷ (۰/۲۶)	۱/۷۲ (۰/۳۳)	۰/۱۳ (۰/۰۲)
بازده شاخص ۵۰ شرکت فعال ۶۳ روزه	۱۲/۶۲ (۰/۲۵)	۱/۴۸ (۰/۳۳)	۰/۰۹ (۰/۰۲)

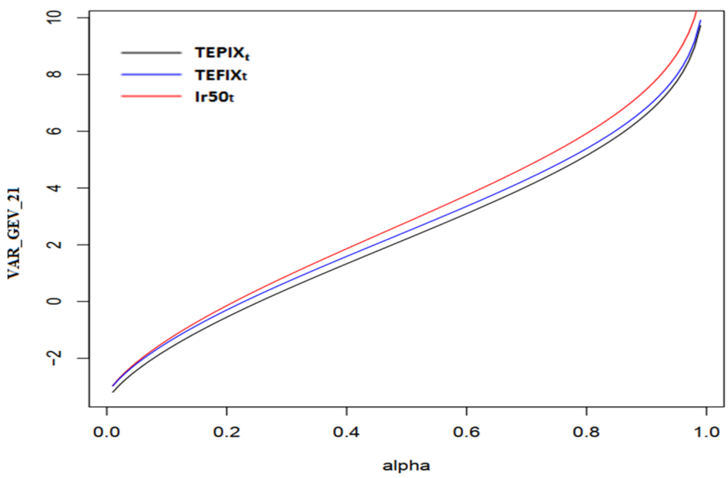
طبق نتایج ارائه‌شده در جدول (۴) مشاهده می‌شود پارامتر شکل برای تمامی داده‌ها در توزیع مقدار حدی تعمیم‌یافته مثبت بوده و این بدان معنی است که طبق رابطه (۵) داده‌ها از توزیع فریشه تبعیت می‌کنند. لذا فرضیه اول پژوهش مبنی بر تبعیت کردن توزیع شاخص‌های منتخب بورس اوراق بهادار تهران از توزیع فریشه به‌عنوان توزیع نوع دوم توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته پذیرفته می‌شود.

در این مرحله به برآورد مقدار ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) می‌پردازیم؛ که این مقادیر در جدول (۵) در دو سطح اطمینان ۹۵٪ و ۹۹٪ محاسبه‌شده‌اند.

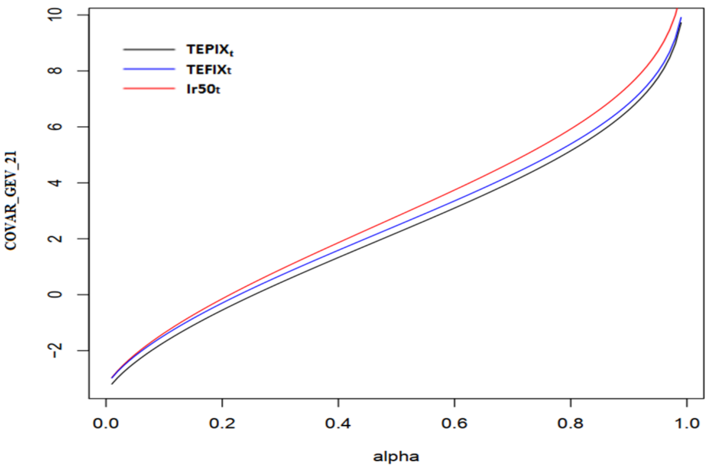
جدول ۵ : محاسبه مقادیر ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی

نام شاخص	سطح ۹۵٪		سطح ۹۹٪	
	VAR	CVAR	VAR	CVAR
بازده شاخص کل ۲۱ روزه	۱۸/۰۶	۲۳/۰۵	۱۸/۳۹	۲۲/۸۷
بازده شاخص آزاد شناور ۲۱ روزه	۱۹/۵۳	۲۴/۵۹	۱۹/۳۳	۲۴/۳۸
بازده شاخص ۵۰ شرکت فعال ۲۱ روزه	۱۹/۵۱	۲۴/۱۲	۱۹/۳۱	۲۳/۹۳
بازده شاخص کل ۶۳ روزه	۴۳/۱۷	۵۴/۷۴	۴۲/۴۸	۵۴/۲۶
بازده شاخص آزاد شناور ۶۳ روزه	۴۳/۱۱	۵۶/۸۲	۴۲/۲۶	۵۶/۲۵
بازده شاخص ۵۰ شرکت فعال ۶۳ روزه	۴۵/۳۰	۵۶/۴۲	۴۴/۷۳	۵۵/۹۶

همچنین مقادیر ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) در سطوح مختلف آلفا در نمودارهای (۳ و ۴) نشان داده‌شده است.



نمودار ۳ : ارزش در معرض ریسک (VaR) در بازه ۲۱ روزه (منبع: داده‌های تحقیق)



نمودار ۳ : ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) در بازه ۲۱ روزه (منبع: داده‌های تحقیق)

همان‌طور که انتظار می‌رود در تمامی سطوح مقدار ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) همواره بزرگ‌تر از مقدار ارزش در معرض ریسک (VaR) است. این به این معنی است که CoVaR سنجه مناسب‌تری برای برآورد ریسک شاخص‌های تحت مطالعه است. همچنین نتایج حاصل از برآورد CoVaR و VaR مندرج در جدول (۵) حاکی از تائید فرضیه‌های دوم و سوم است.

نتیجه‌گیری

بحران‌های مالی گذشته نشان داد که می‌بایست تأثیر پیامدهای عدم مدیریت ریسک را جدی گرفت. امروزه سرمایه‌گذاران با طیف وسیعی از انتخاب‌ها برای سرمایه‌گذاری از خرید دارائی‌های فیزیکی تا دارائی‌های مالی مواجه هستند. به دست آوردن بهترین ترکیب سرمایه‌گذاری به وضعیت و ترجیحات بازدهی سرمایه‌گذاری نسبت به ناخشنودی سرمایه‌گذار از ریسک بستگی خواهد داشت. بورس اوراق بهادار تهران نیز با توجه به ویژگی‌های خاص آن با انواع گوناگونی از ریسک و مخاطره مانند ریسک اعتباری، ریسک نقدینگی، ریسک بازار و ... روبه‌رو است. در چنین شرایطی بهتر است روش‌های مختلف برآورد ریسک مورد آزمون قرارگرفته و بهترین روش برای تخمین آن مورداستفاده قرار گیرد. در این مطالعه ابتدا به آزمون توزیع شاخص‌های منتخب بورس اوراق بهادار تهران پرداخته شد و در ادامه ارزش در معرض ریسک (VaR) و ارزش در معرض ریسک شرطی (CoVaR) از طریق توزیع معرفی‌شده برآورد گردید. نتایج برآورد پارامترهای مکان، مقیاس و شکل توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV) نشان داد پارامتر شکل توزیع در تمام بازه‌های ۲۱ روزه و ۶۳ روزه هر یک از شاخص‌ها مثبت بوده و توزیع شاخص کل

بورس اوراق بهادار تهران، توزیع شاخص سهام آزاد شناور و توزیع شاخص ۵۰ شرکت برتر از توزیع فریشه (FD) به‌عنوان توزیع نوع دوم توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV) تبعیت می‌کند. همچنین برآورد CoVaR و VaR از طریق توزیع فریشه (FD) به‌عنوان توزیع نوع دوم توزیع حدی تعمیم‌یافته (GEV) نشان داد، امکان محاسبه CoVaR و VaR از طریق توزیع ارزش حدی تعمیم‌یافته امکان‌پذیر بوده و در تمامی سطوح آلفا مقدار CoVaR بیشتر از VaR است. نتایج این تحقیق با نتایج مطالعات انجام‌شده توسط سینا و فلاح شمس (۱۳۹۸)، لطفعلی و همکاران (۱۳۹۶)، فلاح‌پور و همکاران (۱۳۹۶) و فلاح‌پور و همکاران (۱۳۹۴) در بورس تهران سازگار است.

منابع

۱) پویان‌فر، احمد؛ و موسوی، سید حمید. (۱۳۹۵). "تخمین ارزش در معرض ریسک داده‌های درون‌روزی به وسیله ترکیب نظریه ارزش فرین و کاپیولا". *فصلنامه مدلسازی ریسک و مهندسی مالی*، ۱(۲)، ۱۲۹-۱۴۴.

۲) دمیرچی؛ فاطمه. (۱۳۸۹)."بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با استفاده از معیار ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) در بورس اوراق بهادار تهران" .پایان نامه کارشناسی ارشد مدیریت بازرگانی گرایش مدیریت مالی، *دانشگاه الزهرا*، چاپ نشده.

۳) رهنمای رود پشتی؛ فریدون، قندهاری ؛ شراره. (۱۳۹۴) . "برآورد ارزش در معرض خطر مبتنی بر محدودیت بر ارزیابی عملکرد مدیریت پرتفوی فعال در بورس اوراق بهادار تهران "، *فصلنامه علمی پژوهش مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۶(۲۴). ۹۱-۱۱۴.

۴) سینا؛ افسانه, فلاح شمس؛ میرفیض. (۱۳۹۸). "بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با رویکرد نظریه ارزش فرین در بورس اوراق بهادار تهران". *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۱۰(۴۰). ۱۸۴-۲۰۰.

۵) فرید، داریوش؛ سیدحیدر میرفخرالدینی و علیرضا رجبی پورمیبدی، ۱۳۸۹، "کاربست Var و انتخاب پرتفوی بهینه با استفاده از تکنیک شبیه سازی مونت کارلو MCS دربورس اوراق بهادارتهران"، *دوفصلنامه اقتصاد پولی، مالی*. ۱۷ (۳۱)

۶) فلاح پور؛ سعید, راعی, رضا؛ میرزامحمدی؛ سعید, هاشمی نژاد؛ سیدمحمد. (۱۳۹۶). "سنجش ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از ترکیب مدل FIGARCH و نظریه ارزش فرین" .*دانش سرمایه‌گذاری*، ۶(۲۳). ۲۵۹-۲۸۲.

۷) فلاح پور؛ سعید, رضوانی؛ فاطمه, رحیمی؛ محمدرضا. (۱۳۹۴). "برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) با استفاده از مدلهای ناهمسانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن در بازار طلا و نفت". *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۸(۲۶). ۱-۱۸.

۸) کاشی، منصور، حسینی، سیدحسن، قلیلو، محمدموسی، گلکاریان آرانی، سعید. (۱۳۹۶). " محاسبه ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار بر اساس نظریه مقدار حدی: شواهدی از بورس اوراق بهادار تهران" . *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۸(۳۲)، ۲۶۹-۲۹۴.

۹) کاظمی، معین. ۱۳۹۱. " محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از تئوری فرین"، *دانشکده مدیریت اقتصاد تهران*. پایان نامه کارشناسی ارشد.

۱۰) کشاورز, غلامرضا, صمدی, باقر. (۱۳۸۸). "برآورد و پیش بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانوده FIGARCH". *تحقیقات اقتصادی*، ۴۴(۱).

۱۱) لطفعلی پور؛ محمدرضا, نصرتی؛ مهدیه, قدیری مقدم؛ ابوالفضل, فیلسرایی, مهدی. (۱۳۹۶). " اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک شرطی پرتفوی با روش FIGARCH-EVT در بورس اوراق بهادار تهران". *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۸(۳۱). ۲۸۱-۲۹۵.

۱۲) محمدی؛ شاپور, راعی؛ رضا و فیض آباد؛ رضا. (۱۳۸۷). "محاسبه ارزش در معر طرر پارامتریک با استفاده از مدلهای ناهمسانی واریانس شرطی در بورر اورا بهادار تهران". *فصلنامه علمی پژوهشی تحقیقات مالی*، ۱۰(۲۵).

۱۳) وکیلی‌فرد؛ حمیدرضا, طالب‌نیا؛ قدرت‌اله, کیانی؛ مهرداد. (۱۳۸۹). "بررسی رابطه ی میزان سهام شناورآزاد با ایجاد حباب قیمتی در شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران". *مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۴(۱). ۶۸-۶۷.

14) Acerbi, C., & Tasche, D. (2002). Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. *Economic notes, 31*(2), 379-388.

15) Cai, Z., & Wang, X. (2008). Nonparametric estimation of conditional VaR and expected shortfall. *Journal of Econometrics, 147*(1), 120-130.

16) Diebold, F. X., Schuermann, T., & Stroughair, J. D. (1998). Pitfalls and opportunities in the use of extreme value theory in risk management. In *Decision technologies for computational finance* (pp. 3-12): Springer.

17) Diebold, F. X., Schuermann, T., & Stroughair, J. D. (2000). Pitfalls and opportunities in the use of extreme value theory in risk management. *The Journal of Risk Finance, 1*(2), 30-35.

18) Engelbrecht, R. (2003). A comparison of Value-at-Risk methods for portfolios consisting of interest rate swaps and FRAs. *Economics Series Working Papers, University of Oxford, Department of Economics*.

19) Fisher, R. A., & Tippett, L. H. C. (1928). *Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample.* Paper presented at the Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society.

20) Gençay, R., & Selçuk, F. (2004). Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets. *International Journal of forecasting, 20*(2), 287-303.

21) Gilli, M. (2006). An application of extreme value theory for measuring financial risk. *Computational Economics, 27*(2-3), 207-228.

22) Kjellson, B. (2013). Forecasting Expected Shortfall: An Extreme Value Approach.

23) Longin, F. M. (2000). From value at risk to stress testing: The extreme value approach. *Journal of Banking & Finance*, *24*(7), 1097-1130.

24) Lotfi, S., & Zenios, S. A. (2018). Robust VaR and CVaR optimization under joint ambiguity in distributions, means, and covariances. *European Journal of Operational Research, 269*(2), 556-576.

25) Martins-Filho, C., & Yao, F. (2006). Estimation of value-at-risk and expected shortfall based on nonlinear models of return dynamics and extreme value theory. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, *10*(2).

26) McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of empirical finance*, *7*(3-4), 271-300.

27) Sedunov, J. (2016). What is the systemic risk exposure of financial institutions? *Journal of Financial Stability, 24*, 71-87.

28) Shahiki Tash, M. N., Esmail Ezazi, M., & Bimorgh, L. (2013). Computation Value at Risk in Tehran Stock Market. *Journal of Economic Development Research, 3*(10), 51-70.

29) Yamai, Y., & Yoshiba, T. (2002). On the validity of value-at-risk: comparative analyses with expected shortfall. *Monetary and economic studies, 20*(1), 57-85.

30) Zhao, Z., Zhang, Z., & Chen, R. (2018). Modeling maxima with autoregressive conditional Fréchet model. *Journal of Econometrics, 207*(2), 325-351.

یادداشت‌ها :

1 Lotfi & Zenios
2 Tash et al
3 Diebold et al
4 Longin
5 McNeil & Frey
6 Zhao et al
7 Gilli
8 Gençay & Selçuk
9 Engelbrecht
10 Romero
11 Sedunov
12 Kjellson
13 Cai & Wang
14 Martins-Filho & Yao
15 Yamai & Yoshiba
16 independent
17 Cumulative Distribution Function (CDF)
18 Range
19 Degenerated

۲۰- تابعی تباهیده است که حد تابع توزیع آن در بی نهایت توزیع نباشد

21 Non Degenerated
22 Location Parameter
23 Scale Parameter

۲۴- فرض کنید X_1 , X_2 ,…, X_m دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان و نامشخص F باشند، که m نشان دهنده تعداد اعضای نمونه است. اگر ماکسیمم $n(n<m)$ مشاهده اول را M_n نشان دهیم و ضرایب ثابت $C_n > 0$ و $d_n \in R$ باشند و یک تابع توزیع ناتباهیده وجود داشته باشد به طوری که:

$$\frac{M_n - d_n}{C_n} \xrightarrow{d} H$$

آن‌گاه H از توزیع زیر پیروی می‌کند:

$$H_\xi(x) = \begin{cases} \exp(-(1+\xi x)^{-\frac{1}{\xi}}) \, , \xi \neq 0 \\ \exp(-\exp(-x)) \, , \xi = 0 \end{cases}$$

$$H_\xi(x) = \begin{cases} \exp(-(1+\xi x)^{-\frac{1}{\xi}}) \, , \xi \neq 0 \\ \exp(-\exp(-x)) \, , \xi = 0 \end{cases}$$

25 Fisher, Tippett, Gnedenko
26 Shape Parameter
27 Tail Index
28 Generalized Extreme Value Distribution
29 Gumbel
30 Frechet
31 Weibull
۳۲ Fisher & Tippett
33 Thin Tail
34 Generalized Extreme Value Distribution
35 Parametric Methods
36 Nonparametric Methods
37 Ordered Statistics
38 Subsamples
39 Trading days
40 Fisher
۴۱ Acerbi & Tasche
42 Augmented Dickey-Fuller test statistic