



مدل بهبود یافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی

امیر آزادی^۱

امیرعباس نجفی^۲

تاریخ دریافت مقاله: ۹۸/۰۷/۲۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۱۰/۲۱

چکیده

مسئله مدیریت و بهینه‌سازی پورتنفوی سرمایه‌گذاری، یکی از مباحث بسیار مهم در بازارهای مالی است. برای مدیریت پورتنفوی دو استراتژی منفعلانه و فعالانه وجود دارد که ایجاد یک پورتنفوی ردیاب شاخص یکی از جنبه‌های رویکرد منفعلانه برای مدیریت سبد سهام می‌باشد. اساس سبد ردیاب شاخص، دستیابی به عملکردی مطابق با بازده شاخص با تشکیل سبدهای محدود از سهام است که در پی آن هزینه‌های معاملاتی برای سرمایه‌گذار کاهش پیدا خواهد کرد. در این پژوهش، با در نظر گرفتن محدودیت‌های هزینه معاملاتی، مدلی برای تشکیل پورتنفوی ردیاب ارائه شده است که تا جای ممکن بتوان اختلاف بازده پورتنفوی و شاخص را در جهت مثبت (انحراف مطلوب) بیشینه و نیز این اختلاف را در جهت منفی (انحراف نامطلوب) کمینه کرد. بمنظور حل مدل توسعه داده شده از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. مدل مورد نظر بر روی چهار صنعت بزرگ بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ۱۳۹۵/۱/۳۱ الی ۱۳۹۵/۱۰/۳۰ پیاده‌سازی شده که این بازه نیز به دو دوره آموزش و سنجش تقسیم شده است. همچنین مقطعی از زمان را نیز برای بازنگری در پورتنفوی با اعمال محدودیت‌های هزینه معاملاتی در مدل در نظر گرفته شده است. برای بررسی کارایی مدل از آزمون مقایسه زوجی بهره گرفته شده و نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی عملکرد خوبی در ردیابی شاخص مربوطه و دستیابی به بازده مازاد بر شاخص داشته است.

کلمات کلیدی

سبد سرمایه‌گذاری، ردیابی شاخص، پورتنفوی ردیاب، صندوق‌های شاخصی، الگوریتم ژنتیک.

۱- گروه مهندسی صنایع-سیستم‌های مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران.

amir-az@live.com

۲- گروه مهندسی مالی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول)

aanajafi@kntu.ac.ir

مقدمه

مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بهینه، یکی از بااهمیت‌ترین موضوع در اقتصاد و علوم مالی می‌باشد. بهینه‌سازی پورتفوی به تشکیل سبدهای از سهام گفته می‌شود بطوری که تا جای ممکن بتواند بازده حاصل از سرمایه‌گذاری را بیشینه و ریسک ناشی از آن را کمینه کند.

ردیابی شاخص، یکی از روش‌های تخصیص منابع است که ریسک کمی را به دنبال دارد. به اعتقاد بسیاری از صاحب‌نظران، این رویکرد در یک افق زمانی بلندمدت بازده بالاتری را نسبت به رویکرد فعال ایجاد می‌کند. منطق زیربنایی این رویکرد سرمایه‌گذاری، ایجاد یک پورتفوی با عملکردی مشابه شاخص و به دنبال آن دستیابی به ریسکی نزدیک به بازار است که در حال حاضر، با رشدی بی‌سابقه در اکثر بازارهای پیشرفته دنیا مورد استفاده قرار گرفته است (نجفی و سبزواری، ۱۳۹۳). آنالیز داده‌ها به صورت تاریخی نشان می‌دهد در حالی که ممکن است در یک بازده کوتاه مدت، بازده حاصل از عملکرد مدیریت فعال بر بازده بازار غلبه کند، اما در بلندمدت این اتفاق نخواهد افتاد. به عنوان مثال در انگلیس در یک بازه ۵ ساله از سال ۱۹۹۹ تنها یک چهارم مدیران توانستند بر بازده بازار غلبه کنند. برخی از کارشناسان معتقدند تمام سرمایه‌گذاران در مجموع، بازده بازار را به دست خواهند آورد و به همین خاطر بهتر است سرمایه‌گذاران به جای تلاش برای غلبه بر بازده بازار به دنبال دستیابی به بازدهی نزدیک به بازار باشند و برای این منظور به دنبال ایجاد یک سبد بوده که بازده بازار را با تخمین مناسبی دنبال می‌کند. البته کارایی بازار عامل مهمی است که باید به آن نیز توجه نمود (ورسهای و شمس، ۱۳۸۹). وقتی که شاخص بازار در یک بازه بلندمدت، سیر صعودی را نشان می‌دهد روشن است که می‌توان بازده قابل قبولی از طریق مدیریت منفعل کسب کرد، بدون آن که با ریسک قابل توجهی در صورت اختیار راهبرد فعال مواجه باشیم (بیزلی، ۲۰۰۳).

در پژوهش پیش‌رو با توجه به اهمیت ردیابی شاخص، مدلی ارائه شده است که قابلیت بدست آوردن بازدهی مازاد بر شاخص را دارا باشد و عملکرد این مدل مورد آزمون قرار گرفته است. برای حل مسئله از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. الگوریتم ژنتیک، الگوریتمی مبتنی بر جمعیت برای بهینه‌سازی و جستجو است که بر اساس اصول علم ژنتیک و انتخاب طبیعی پایه‌ریزی شده است. در الگوریتم ژنتیک گروهی از اشخاص به وجود می‌آیند و در شرایطی رشد و نمو می‌کنند

مدل بهبود یافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

که هدف کلی آن بیشینه کردن شایستگی کل جمعیت یا کمینه کردن یک هزینه ی مرتبط با جمعیت است. در بخش دوم پژوهش، مبانی نظری و پیشینه پژوهش بیان شده است. در بخش سوم، روش حل مسئله و مدل مورد مطالعه ارائه شده است. در بخش های چهارم و نیز نتایج حاصل از اجرای مدل و ارزیابی عملکرد آن ارائه شده و در پایان نتیجه گیری آورده شده است.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

مدیریت پورتفوی دارایی‌ها، دربرگیرنده فعالیت‌های متفاوت مربوط به سرمایه‌گذاری در دارایی هاست. فرایند مدیریت پورتفوی، به‌منظور انتخاب مجموعه متنوع دارایی‌ها برای دستیابی به حداکثر بازده مورد انتظار با توجه به میزان ریسک‌پذیری یا ریسک‌گریزی فرد سرمایه‌گذار اجرا می‌شود. مدیریت پورتفوی سهام، مطالعه تمام ابعاد سهام از جمله ترکیب سهم‌ها، وزن هر یک از سهام موجود در پورتفوی و زمان بهینه برای تغییر ترکیب پورتفوی است (نبی‌زاده و همکاران، ۱۳۹۶). استراتژی‌های مدیریت پورتفوی سهام به طور کلی در دو دسته منفعل و فعال قرار می‌گیرند.

استراتژی فعال^۱

در استراتژی فعال هدف مدیر صندوق، دستیابی به بازده بالاتر از شاخص می باشد. به همین منظور، مدیر فعال سعی در انتخاب آن دسته از سهام‌هایی دارد که در طول زمان، بیشترین بازدهی را عاید سرمایه‌گذار نماید. پیش فرض این استراتژی این است که مدیر فعال با بهره‌گیری از دانش خود در زمینه تحلیل بازار سهام، اقدام به خرید یا فروش سهامی کند که بتواند سودی بیشتر از بازده بازار بدست آورد. این استراتژی بیشتر برای سرمایه‌گذاری کوتاه‌مدت به کار می‌رود.

استراتژی منفعل^۲

در استراتژی منفعل مدیر صندوق بیشتر به دنبال ایجاد پورتفویی از دارایی‌هاست که عملکردش تا جای ممکن به شاخص بازار مالی نزدیک باشد. مزیت‌های این استراتژی، هزینه مدیریت و معاملاتی پایین و حذف ریسک غیرسیستماتیک پورتفوی در اثر تشکیل سبدی متنوع از سهام است ولی در بازارهای منفی انعطاف کافی را ندارد. از لحاظ منطقی هیچ‌کس نمی‌تواند سودی بهتر از متوسط بازار بدست آورد (ساموئل‌سون، ۱۹۷۴). این استراتژی عمدتاً به

ردیابی شاخص شناخته می شود. ردیابی شاخص یکی از راهبردهای کم ریسک تخصیص منابع است که به اعتقاد بسیاری از صاحب نظران بازدهی بالاتری را نسبت به رویکرد فعال در یک افق زمانی بلندمدت ایجاد می کند (شارپ، ۱۹۹۱). هدف ردیابی شاخص کمینه سازی خطای ردیابی که انحرافات عملکرد پورتهفوی و شاخص را می سنجد می باشد.

مهم ترین مزیت پورتهفوی انفعالی در این است که با هزینه کمی می توان به عملکرد متوسطی دست یافت. به دست آوردن عملکردی برابر با بازار و با ریسک غیر سیستماتیک پایین، این استراتژی را جایگزین خوبی برای استراتژی مدیریت فعال نموده است استراتژی منفعل، به دو قسم خرید و نگهداری و صندوق های شاخصی تقسیم می شود. در استراتژی خرید و نگهداری، سهام بر مبنای چندین معیار خریداری می گردد و تا پایان دوره سرمایه گذاری نگه داشته می شود. بنابراین هیچگونه فعالیت خرید و فروش پس از ایجاد پورتهفوی وجود ندارد. در صندوق های شاخصی، مدیر هیچگونه تلاشی در جهت شناسایی سهام پایین قیمت یا بالای قیمت از طریق تجزیه و تحلیل بنیادی نمی نماید. همچنین مدیر هیچگونه تلاشی در جهت پیش بینی حرکات کلی در بازار نمی نماید. به عبارتی یک استراتژی شاخص سازی یا سرمایه گذاری در شاخص، شامل ایجاد پورتهفوی برای ردیابی عملکرد کلی بازده یک شاخص مبنا می باشد (فابوتزی و مارکوویتز، ۲۰۰۲). جان باگل از گروه ونگارد که در نتیجه عملکرد ضعیف پورتهفوی ها با رویکرد فعال ناامید شده بود، اولین پورتهفوی ردیابی کننده شاخص برای سرمایه گذاران خرد را در سال ۱۹۷۶ معرفی نمود.

ردیابی شاخص

مساله ردیابی شاخص مساله بازتولید عملکرد یک شاخص بازار سهام بدون خریداری تمامی سهم هایی است که شاخص را می سازند. ساده ترین راه برای ردیابی یک شاخص، تکرار کامل است که تمامی سهم هایی که شاخص را می سازند با همان نسبت های موجود در شاخص، خریداری شوند. با این حال، تکرار کامل معایبی از جمله بالا بودن هزینه معاملاتی دارد (بیزلی، ۲۰۰۳).

مدل سازی مساله سبد ردیاب شاخص را می توان بر اساس تحقیقاتی که تاکنون شکل گرفته به سه دسته مدل های مارکوویتزی، مدل های عاملی و مدل های مستقل تقسیم کرد. تحقیقات در مورد سبد ردیاب شاخص، با مساله میانگین-واریانس مارکوویتز در سال ۱۹۵۲ آغاز شده است.

مدل بهبودیافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

در واقع تئوری سبد سهام جدید یک الگوی توسعه‌یافته را برای ساختن سبد سهام معرفی می‌کند که مبتنی بر به دست آوردن بیشترین بازده مورد انتظار برای سطح مشخصی از ریسک است. مارکوویتز، مبدع این تئوری، مدل میانگین-واریانس را فرموله کرد که ارتباط میانگین و واریانس را نشان می‌داد. این مدل سنگ بنای تئوری سبد سهام جدید شد و از آن تاریخ تا امروز این مدل و مدل‌هایی دیگر در این زمینه توسعه پیدا کرده‌است. مسئله سبدردیاب شاخص از منظر برنامه ریزی ریاضی، یک مسئله بهینه‌سازی درجه دو با محدودیت می‌باشد (ورسه‌ای و شمس، ۱۳۸۹). در مدل‌های مارکوویتزی سبد ردیاب شاخص، اوزان بهینه هر یک از سهام انتخابی با استفاده از حل مدلی با تابع هدف و محدودیت‌های مدل استاندارد میانگین-واریانس مارکوویتز بدست می‌آید. عمده‌ترین مشکل مدل مارکوویتز این است که این مدل به مجموعه کاملی از کوواریانس میان بازده‌های کل تمامی اوراق بهادار مورد بررسی نیاز دارد. در مدل مارکوویتز برای هر مجموعه N اوراق بهاداری، تعداد $\frac{n(n-1)}{2}$ کوواریانس مورد نیاز است. مارکوویتز در کار اصلی خود، استفاده از شاخصی را پیشنهاد می‌کند که رابط میان سهام و کوواریانس است. ویلیام شارپ، با پیگیری کارهای مارکوویتز، مدل تک شاخص را که بازده هر اوراق بهادار را به بازده شاخص سهام عادی مرتبط می‌سازد، ارائه کرد (جونز، ۱۳۹۴). در مدل‌های عاملی به لحاظ مفهومی بازده هر سهم با یک یا چند عامل اقتصادی دیگر در ارتباط است و به لحاظ مدل‌سازی، یک مدل عاملی چگونگی این ارتباط را نشان می‌دهد. در مدل‌های عاملی، وزن‌های مختلف سهام در سبد ردیاب از طریق حل یک مدل کمینه‌سازی به روش کمترین واریانس و با در نظر گرفتن این محدودیت که ضریب بتا برابر با واحد است بدست می‌آید. بیشتر مدل‌هایی که در پژوهش‌های مرتبط با ردیابی شاخص مورد استفاده قرار گرفته‌اند، از رویکرد کمینه‌سازی خطای ردیاب بهره برده‌اند که هدف آن این است که تا جای ممکن، بازده پورتفوی ردیاب به شاخص نزدیک باشد. این رابطه بصورت زیر بیان می‌شود:

$$TE = \frac{[\sum_{t=1}^T \Delta_t (R_{pt} - R_{It})^n]^{1/n}}{T} \quad (1)$$

در این فرمول n توان جریمه تفاوت بین بازده ایجاد شده توسط سبد ردیاب و بازدهی شاخص می‌باشد که با قرار گرفتن $n=2$ محاسبه خطای ردیاب با استفاده از ریشه مربعات خطا خواهد

بود. مقدار Δt در رابطه در واقع بیانگر وزن خطای هر دوره برای محاسبه خطای ردیابی می باشد. به عنوان مثال می توان برای دوره های نزدیک تر برای Δt مقدار بیشتری در نظر گرفت.

در حال حاضر دو رویکرد برای خطای ردیاب مورد توجه است:

۱. روشی که مقادیر خطا برای تمام دوره های مورد بررسی در نظر گرفته شود.
۲. روشی که در آن خطای ردیابی در دوره هایی که بازده سبد ردیاب کمتر از بازده شاخص باشد محاسبه شود.

در مدل های قدیمی ردیابی شاخص خطای ردیابی با انحراف مثبت یا منفی از بازده شاخص افزایش می یابد در صورتی که در روش های جدید و روش ردیابی شاخص بهبود یافته انحرافات مثبت از بازده شاخص نه تنها مجاز می باشد، بلکه مطلوب است (لی، ۲۰۱۱).

حنیفی و همکاران (۱۳۸۸)، برای اولین بار مسئله ردیابی شاخص را در ایران مطرح نمودند. آن ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک در سه رویکرد الگوریتم ژنتیک کلاسیک، بهبود یافته و چند مرحله ای و با در نظر گرفتن محدودیت تعداد سهام مجاز در پورتفوی در چهار حالت ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ سهمی به حل مساله سبد ردیاب شاخص پرداختند. نتایج آن ها نشان داد که الگوریتم ژنتیک چند مرحله ای در بین سایر رویکردها کمترین خطا را داشته است. ورسه ای و شمس (۱۳۸۹) یک روش حل ابتکاری به منظور تشکیل پورتفوی ردیاب شاخص ارائه دادند. محدودیت های مورد استفاده آن ها در مدل شامل محدودیت عدد صحیح تعداد سهام مجاز در پورتفوی و نیز محدودیت سقف و کف سرمایه گذاری بود. آن ها مسئله را به دو زیر مسئله انتخاب سهام و تخصیص اوزان بهینه تقسیم کردند. اساس روش حل آن ها بر کاهش فضای جستجو با استفاده از مفهوم همبستگی استوار بود. آنها ۳۰ سهم از سهام کل بازار بورس تهران را انتخاب و به روش قطعی حل کردند. نجفی و سبزواری (۱۳۹۳)، از الگوریتم های ژنتیک تکاملی مرتب سازی نامغلوب (NSGA-II) و رتبه بندی نامغلوب (NRGA) برای حل مدل دو هدفه با در نظر گرفتن هزینه های معاملاتی بهره گرفتند. آن ها در تحقیق خود از شاخص فلزات اساسی به عنوان شاخص مورد نظر جهت ردیابی و بازنگری استفاده نمودند و پس از ارائه نتایج پژوهش، به لزوم بازنگری در سبد طی دوره های مشخص تأکید نمودند. نبی زاده و همکاران (۱۳۹۶)، با بهره گیری از دو الگوریتم تکاملی ژنتیک و الگوریتم تکامل دیفرانسیلی به بررسی عملکرد سه مدل ارائه شده در

مدل بهبودیافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

پژوهش خود پرداختند. پس از ارزیابی نتایج دریافتند که مدلی که بر مبنای بتای نامطلوب ارائه و توسط الگوریتم تکاملی دیفرانسیلی حل شده بود، کارایی بیشتری دارد. آن‌ها با در نظر گرفتن حداقل تعداد سهام در سبد، بدون لحاظ هزینه‌های معاملاتی، مسئله را حل کردند. در زمینه مطالعات خارجی، تحقیقات قابل توجهی انجام پذیرفته است. تاباتا و تاکدا (۱۹۹۵)، مدل مارکوویتز را مورد بررسی قرار داده و سعی در یافتن روشی برای ارائه یک راه حل بهینه بودند. آن‌ها در مدل خود ابتدا با استفاده از یک برنامه‌ریزی صفر و یک سعی در تعیین سهم‌هایی که در پورتفوی قرار می‌گیرند داشتند و پس از آن با استفاده از مدل ردیابی شاخص اقدام به تعیین اوزان بهینه کردند. در مدل آن‌ها از ابتدا با انتخاب سهم‌های وارد شونده در سبد سهام به روش مارکوویتز در واقع توانایی بالقوه سبد سهام در ردیابی بهتر شاخص از بین می‌رود و مدل آن‌ها به نوعی ترکیبی از روش‌های انتخاب سبد سهام به روش فعال و غیر فعال است. بیزلی و همکاران (۲۰۰۳)، با استفاده از الگوریتم تکاملی، برای صندوق‌های شاخص، الگویی را ارائه نمودند که در آن، علاوه بر بازده مشابه با بازده شاخص، قابلیت دستیابی به یک بازده اضافی نیز در نظر گرفته شده بود. در این مقاله، برای اولین بار انحراف از شاخص، معادل جذر میانگین مجذورات خطای اختلاف بین بازده صندوق و بازده شاخص در نظر گرفته شده و بازده اضافی نیز به صورت میانگین اختلاف بین بازده صندوق و بازده شاخص تعریف شده بود. مونت فورت (۲۰۰۸)، در مسئله ردیابی شاخص خطای ردیابی را که به صورت جذر میانگین مجذورات خطا توسط بیزلی محاسبه شده بود را گسترش داد. در این مسئله تمام محدودیت‌ها در نظر گرفته شده بود اما محدودیت هزینه معاملات به صورت صحیح وارد نشده بود و صرفاً سقف هزینه‌های معاملاتی در نظر گرفته شده بود که این امر باعث می‌شود تا در بازنگری سبد شاخصی با مشکل مواجه شوند. چاناکگوز^۲ و همکاران (۲۰۰۸)، در به ارائه مدلی تک عاملی با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط پرداختند. در مدل آن‌ها سعی شد تا بتای پورتفوی ردیاب تاجای ممکن نزدیک به یک و مقدار آلفای آن عددی مثبت شود تا به بازده مازاد بر شاخص دست یابد. محدودیت هزینه معاملاتی نیز در نظر گرفته شده بود و نتایج مطلوبی به همراه داشت. فیلیپی و همکاران (۲۰۱۶)، از یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد مختلط دو هدفه با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی استفاده نمودند. آن‌ها یک راه حل ابتکاری که مجموعه‌ای تقریبی از راه‌حل‌های بهینه پارتو را ارائه می‌دهد به کار

گرفتند. نتایج آماری آن‌ها گویای این بود که راه‌حل پیشنهادی به طور قابل ملاحظه‌ای سریع‌تر از محاسبه به روش قطعی بوده و تقریب بسیار دقیقی را ارائه می‌دهد. استراب و باومن (۲۰۱۸) در پژوهش خود، مسئله سبد ردیابی را در نظر گرفتند که شامل بازنگری پورتفوی ردیاب شاخص در دوره مشخص بوده و ذخیره و برداشت سپرده توسط سرمایه‌گذار ممکن باشد، بگونه‌ای که دقت صندوق شاخصی در ردیابی شاخص بیشینه گردد و هزینه‌های بازنگری کم شود. آن‌ها راه حلی به نام معیار بهینه‌سازی نو را برای حل مدل برنامه‌ریزی خطی عدم‌مختلط در نظر گرفتند و برای آزمایش آن مجموعه‌ای از مثال‌های نمونه مسائل دنیای واقعی را بکار گرفتند که نتایج آن‌ها نشان داد که مدل پیشنهادی آن‌ها در مقایسه با مدل‌های موجود، برتری دارد.

بر اساس آنچه که بیان شد، پژوهش پیش رو به دنبال پاسخ به سوالات زیر است:

- آیا مدل پیشنهادی قابلیت ردیابی شاخص مربوطه را دارد؟
- آیا این مدل خواسته سرمایه‌گذار در دستیابی به بازده مازاد بر شاخص را در دستیابی به بازده مازاد بر شاخص را برآورده می‌سازد؟

روش شناسی پژوهش

مدل پژوهش

سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی، به دنبال کسب بیشترین بازدهی با قبول ریسک‌های احتمالی هستند و یکی از روش‌های اثبات شده و کارا در این زمینه، تشکیل سبدی ردیاب شاخص می‌باشد. مدل مورد بررسی در این پژوهش، از نوع ردیابی شاخص بهبود یافته و بازبینی پورتفوی اولیه در دوره معین با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی می‌باشد. این مدل بیشتر به دنبال دستیابی به بازدهی فراتر از بازده بازار در طول کل دوره بوده و توجه چندانی به رویکرد کمینه سازی خطای ردیابی به منظور همبستگی بیشتر با شاخص تحت بررسی نداشته است.

پارامترها، تابع هدف و محدودیت‌های مدل

پارامترهای مسئله مورد بررسی بصورت زیر تعریف می‌شود:

T : دوره زمانی کل پژوهش و زمان مربوط به تعدیل پورتفوی اولیه

مدل بهبود یافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

Y_j : در صورتیکه سهم Z در پورتفوی جدید قرار داشته مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

X_j^1 : تعداد سهم Z در پورتفوی جدید

X_j^0 : تعداد سهم Z موجود در پورتفوی فعلی

P_{jT} : قیمت هر سهم Z در زمان T

I^t : بازده شاخص در زمان t

R_j^t : بازده سهم Z در زمان t

λ_j : کمترین نسبت از سهم Z موجود در پورتفوی جدید

θ_j : بیشترین نسبت از سهم Z موجود در پورتفوی جدید

N : تعداد کل سهام مورد بررسی

K : تعداد سهامی موجود در پورتفوی جدید

C : کل بودجه در دسترس

ρ : نسبتی از بودجه که هزینه‌های معاملاتی از آن بایستی کمتر باشد

G_j : کل هزینه‌های خرید/فروش سهم Z

b_j^T : هزینه خرید هر واحد از سهم Z در زمان T

s_j^T : هزینه فروش هر واحد از سهم Z در زمان T

برای محاسبه بازده از رابطه (۲) استفاده شده است که ارزش آن را بصورت گسسته محاسبه می‌نماید.

$$R^t = \frac{(P^t - P^{t-1})}{P^{t-1}} \quad (2)$$

تابع هدف مدل مورد مطالعه بصورت زیر تعریف شده است:

$$Z = \left(\frac{\sum_{t=1}^T [Max(0, I_t - R_t)]}{\sum_{t=1}^T [Max(0, R_t - I_t)]} \right) \quad (3)$$

که در این رابطه I_t بازده شاخص و R_t بازده پورتنفوی در زمان t است. تابع مسئله از نوع کمینه‌سازی است که در آن، صورت کسر بیانگر انحرافات نامطلوب از شاخص بوده و مخرج کسر، نشان‌دهنده بازده مازاد بر شاخص بوده که با افزایش مقدار مخرج، تابع هدف کلی کمینه خواهد شد.

بر این اساس، می‌توان تابع هدف فوق را بصورت زیر بیان کرد:

$$Z = \frac{\sum_{t=1}^T (Max(0, I^t C - \sum_{j=1}^N R_j^t P_j^t X_j^1))}{\sum_{t=1}^T (Max(0, \sum_{j=1}^N R_j^t P_j^t X_j^1 - I^t C))} \quad (4)$$

برای حل این مدل نیاز به محدودیت‌هایی می‌باشد که به منظور انتخاب بهینه اوزان در سبد سرمایه‌گذاری اعمال می‌شود. این محدودیت‌ها بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\lambda_j C y_j \leq X_j^1 P_j^T \leq \vartheta_j C y_j \quad j=1, \dots, N \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^N y_j = K \quad (6)$$

$$G_j \geq b_j^T (X_j^1 - X_j^0) P_j^T \quad j=1, \dots, N \quad (7)$$

$$G_j \geq s_j^T (X_j^0 - X_j^1) P_j^T \quad j=1, \dots, N \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^N G_j \leq \rho C \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^N X_j^1 P_j^T = C - \sum_{j=1}^N G_j \quad (10)$$

$$X_j^1, G_j \geq 0 \quad j=1, \dots, N \quad (11)$$

$$y_j \in [0, 1] \quad j=1, \dots, N \quad (12)$$

محدودیت (۵) میزان سقف و کف تعداد سهامی را که در پورتنفوی سرمایه‌گذاری خواهند شد را مشخص می‌کند. در صورتیکه هیچ سهمی انتخاب نشود y_j مقدار صفر و اگر سهم در پورتنفوی قرار بگیرد مقدار یک خواهد گرفت. دلیل بکارگیری این محدودیت این است که طبق نظریه پورتنفوی، به منظور کاهش ریسک سرمایه‌گذاری، بهتر است از قرار دادن نسبت بیشتری از سرمایه در سهم بخصوصی جلوگیری کرده و تا حد امکان این سرمایه را بین سهم‌های متنوع توزیع کنیم.

مدل بهبودیافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

به همین دلیل است که مقدار سقفی برای سرمایه‌گذاری در نظر گرفته می‌شود. محدودیت (۶) به تعداد سهم‌هایی که می‌بایستی در پورتهوی جدید وجود داشته باشند اشاره دارد. محدودیت های (۷) و (۸) مربوط به هزینه معاملات می‌باشند. محدودیت (۹)، مربوط به کل هزینه‌های معاملاتی است که باید از درصدی از بودجه کل برای سرمایه‌گذاری کمتر باشد. محدودیت (۱۰) نیز بیانگر این است که کل ارزش پورتهوی در زمان تعدیل بعلاوه هزینه‌های معاملاتی که تحمیل می‌شود باید برابر با بودجه در دسترس باشد.

داده‌های مورد استفاده

در این پژوهش، به منظور ارزیابی عملکرد مدل، از اطلاعات قیمت روزانه سهام شرکت‌های موجود در چهار شاخص فلزات اساسی، شیمیایی، مواد دارویی و خودرو در بازار بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است. داده‌های مورد استفاده از تاریخ ۱۳۹۵/۱/۳۱ الی ۱۳۹۵/۱۰/۳۰ می باشد که از تاریخ ۱۳۹۵/۱/۳۱ تا ۱۳۹۵/۷/۳۰ به عنوان داده‌های دوره آموزش و از تاریخ ۱۳۹۵/۸/۱ تا ۱۳۹۵/۱۰/۳۰ به عنوان داده‌های دوره سنجش در نظر گرفته شده است. دلیل انتخاب این بازه زمانی، ثبات نسبی در بازار بورس اوراق بهادار تهران بوده است. اطلاعات شرکت های موجود در صنایع مختلف از طریق سامانه مرکز پردازش اطلاعات مالی ایران رصد شده و داده‌های مورد استفاده که شامل قیمت‌های تعدیل شده سهام می‌باشند، با استفاده از نرم‌افزار TSE Client استخراج گردید. برای پردازش داده‌ها و بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک، از نرم افزار MATLAB نسخه 2018b با اجرا بر روی لپ تاپ Sony VAIO با پردازنده 2.2 گیگاهرتزی Corei3 انجام شده است. همچنین از نرم افزار Minitab برای تحلیل آماری عملکرد مدل استفاده شده است.

پارامترهای ورودی مدل

تعداد سهامی که باید در پورتهوی ردیاب حضور داشته باشند، برابر با ۱۰ برای تمامی شاخص‌ها در نظر گرفته شده است. حداکثر میزان خرید از هر سهم ۵۰ درصد و حداقل صفر در نظر گرفته شده است. میزان بودجه کل در دسترس برای سرمایه‌گذاری (C) برابر با ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ واحد پولی می‌باشد. هزینه خرید به ازای هر سهم که بیانگر کارمزد خرید است، به ۰/۴۶ درصد و میزان کارمزد فروش ۰/۵۷ درصد در نظر گرفته شده است. حداکثر نسبت مصرف بودجه برای هزینه

های معاملات (ρ) به میزان ۰/۰۰۳ در نظر گرفته شده است. این بدین معناست که پس از تعدیل پورتفوی ردياب، کل هزینه‌ای که بر سرمایه‌گذار تحمیل می‌شود، نباید از ۰/۰۰۳ بودجه در دسترس بیشتر باشد.

الگوریتم ژنتیک^۳

الگوریتم ژنتیک یکی از مهم‌ترین الگوریتم‌های فرا ابتکاری است که از آن برای بهینه‌سازی توابع مختلف استفاده می‌شود و نخست توسط جان هالند در دانشگاه میشیگان ارائه شد. در این الگوریتم اطلاعات گذشته (با توجه به موروثی بودن) استخراج شده، در فرآیند جستجو استفاده می‌شوند. هالند^۴ ابتدا مفهومی اولیه برای الگوریتم ژنتیک ارائه داد و سپس گلدبرگ^۵ (۱۹۸۹) آن را توصیف کرد. در الگوریتم ژنتیک گروهی از اشخاص به وجود می‌آیند و در شرایطی رشد و نمو می‌کنند که هدف کلی آن بیشینه کردن شایستگی کل جمعیت یا کمینه کردن یک هزینه ی مرتبط با جمعیت است. این الگوریتم‌ها، تکنیک‌های جست‌وجوی تصادفی هستند که بر اساس انتخاب طبیعی و نسل‌شناسی طبیعی عمل می‌کنند. در این الگوریتم از مکانیزمی که طبیعت برای بهتر کردن موجودات بهره برده است، استفاده و اقدام به طرح مسئله‌ی بهینه‌سازی شده است و در فرآیند بهینه‌سازی، در پی یافتن بهترین جواب از چندین جواب ممکن برای یک مسئله می‌باشند. مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک به شرح زیر می‌باشد:

کدگذاری: الگوریتم ژنتیک بجای اینکه بر روی پارامترها یا متغیرهای مسئله کار کند، از شکل گذشته آن‌ها استفاده می‌کند. بنابراین، برای حل یک مسئله به وسیله الگوریتم ژنتیک، ابتدا باید جواب مسئله را به‌گونه‌ای کدگذاری نمود که در اجرای الگوریتم بتوان به‌سهولت عملگرهای الگوریتم ژنتیک را بر آن اعمال نمود. (حجازی و همکاران، ۱۳۹۰)

ایجاد جمعیت اولیه: پس از کدگذاری الگوریتم ژنتیک مجموعه‌ای از جواب‌های تصادفی در قالب جمعیت اولیه را ایجاد می‌کند. هر جواب این جمعیت یک کروموزوم^۶ شناخته می‌شود. در داخل هر کروموزوم مجموعه‌ای از ژن‌ها^۷ قرار دارند که رشته‌هایی از اعداد هستند.

تابع برازش^۸: برای اینکه جواب‌های بهتر درون جمعیت تشخیص داده شوند، بایستی معیاری تعریف شود که براساس آن این عمل انجام پذیرد. این عمل، برازش نامیده می‌شود. معمولاً از

مدل بهبود یافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

تابع هدف به عنوان معیار برازندگی استفاده می‌شود و هرچه کیفیت جواب در تابع هدف بهتر باشد، احتمال مشارکت آن در نسل بعدی بیشتر است.

ادغام^۹: فرآیندی است که در آن دو کروموزوم به عنوان والد انتخاب شده و برای تولید فرزندی با صفات جدید در نسل بعدی عمل ادغام یا تقاطع روی آن‌ها اعمال می‌شود. در این عمل ژن‌های دو کروموزوم بسته به نوع روش تقاطع با یکدیگر تعویض می‌شوند. چندین روش برای انتخاب والد استفاده می‌شود که یکی از آن‌ها روش چرخ رولت می‌باشد. این روش یکی از بهترین روش‌های انتخاب والد است برای انتخاب در این روش احتمال انتخاب کروموزوم‌ها با برازندگی بیش‌تر، بالاتر است. به عبارت دیگر به هر کروموزوم به نسبت برازندگی آن، یک احتمال انتخاب داده می‌شود. در نتیجه ممکن است بعضی از کروموزوم‌ها چند بار انتخاب شوند، یا اصلاً انتخاب نشوند. در این پژوهش، از این روش برای انتخاب والدین و از روش تقاطع یکنواخت برای انجام ادغام استفاده شده است.

جهش^{۱۰}: با وجود اینکه عملگر ادغام نقش مهمی را در جستجو فضای جستجو ایفا می‌کند، ولی دارای نواقصی نیز می‌باشد. از آنجا که این عملگر صرفاً اطلاعات ژن‌های والدین را ادغام می‌کند ممکن است در برخی از گام‌های الگوریتم، ژن‌های مفیدی حذف شده باشند که بازیابی آنها میسر نباشد. برای این منظور نرخ جهش مطرح می‌شود که به صورت درصدی از تعداد کل ژن‌های موجود در جمعیت تعریف می‌شود. در حقیقت نرخ جهش، نرخ تغییر ژن‌ها در نتیجه عمل جهش را کنترل می‌کند برای انجام عمل جهش، بصورت تصادفی تعدادی از کروموزوم‌های فرزند انتخاب شده و به صورت تصادفی مقادیر یک یا چند ژن تغییر داده می‌شوند.

یافته‌های پژوهش

نتایج اجرای مدل

هدف از اجرای الگوریتم، ایجاد سبب‌ریزی از سهام تشکیل دهنده شاخص به منظور ارزیابی مورد مطالعه در این پژوهش می‌باشد. در واقع هدف بررسی میزان انحرافات مطلوبی که پورتفوی ردیاب قادر است در بازه‌های زمانی مشخصی بهتر از شاخص عمل کند و بازدهی مازاد بر شاخص داشته باشد و نیز میزان انحرافات نامطلوب که پورتفوی ممکن است بدتر از شاخص عمل کند و بازدهی سبب‌ریزی کمتر از شاخص باشد، می‌باشد. با توجه به ماهیت مدل،

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و دوم / بهار ۱۳۹۹

در نظر گرفتن ابزار اندازه گیری خطای ردیابی، منطقی به نظر نمی‌رسد، زیرا این مدل بیشتر بر کسب بازدهی‌های مازاد تمرکز دارد و به همین خاطر شاید این نوع معیار اندازه‌گیری مناسب نباشد. به همین منظور از معیارهایی نظیر انحراف استاندارد مطلوب و نامطلوب برای سنجش میزان اختلاف بازده پورتنفوی ردیابی‌کننده و شاخص مورد نظر استفاده شده است. جدول یک نتایج بدست آمده از اجرای مدل و تشکیل سبد ردیاب را در دو دوره آموزش و سنجش نشان می‌دهد.

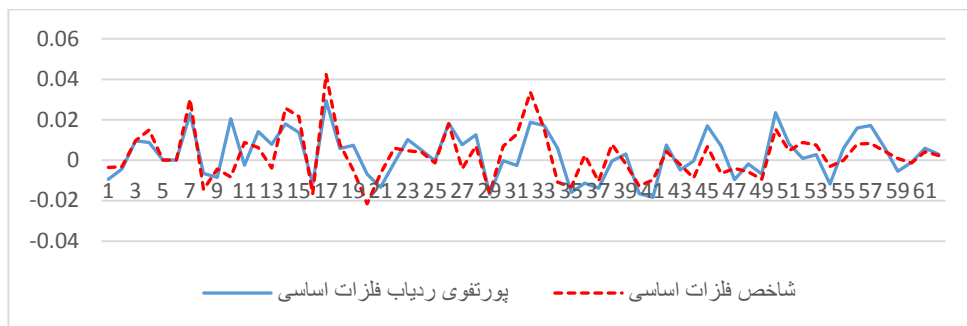
جدول ۱- نتایج آماری پورتنفوی ردیاب

زمان محاسبه الگوریتم (ثانیه)	دوره سنجش				دوره آموزش				شاخص
	میانگین بازده	نسبت انحراف مطلوب به نامطلوب	انحراف استاندارد نامطلوب	انحراف استاندارد مطلوب	میانگین بازده	نسبت انحراف مطلوب به نامطلوب	انحراف استاندارد نامطلوب	انحراف استاندارد مطلوب	
۴۲	۰/۰۰۲۸۲	۱/۱۲۱	۰/۰۰۱۵۶	۰/۰۰۱۷۵	۰/۰۰۲۷۴	۲/۹۶۱	۰/۰۰۱۰۶	۰/۰۰۳۱۶	فلزات اساسی
۴۰	۰/۰۰۰۰۹	۱/۱۶۷	۰/۰۰۰۰۵	۰/۰۰۰۰۶	۰/۰۰۰۰۴۶	۳/۷۱۶	۰/۰۰۰۰۵	۰/۰۰۰۱۸۶	شیمیایی
۳۴	۰/۰۰۰۱۸۱	۳/۷۵۵	۰/۰۰۰۰۲۶	۰/۰۰۰۱۱۱	۰/۰۰۰۶۹۶	۱۰/۵۱۶	۰/۰۰۰۰۵	۰/۰۰۰۵۷۸	مواد دارویی
۴۲	-۰/۰۰۰۲۳	۱/۴۳۶	۰/۰۰۰۰۴۷	۰/۰۰۰۰۴۳	۰/۰۰۰۲۲۳	۲/۴۳۷	۰/۰۰۰۱۴۵	۰/۰۰۰۳۵۳	خودرو

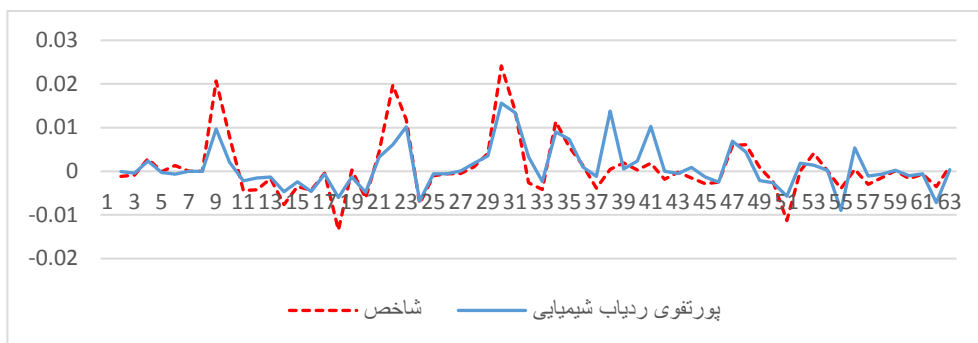
در این جدول نتایج حاصل از خروجی الگوریتم ژنتیک برای پورتنفوی ردیاب آورده شده است. به دلیل ماهیت تصادفی الگوریتم‌های ابتکاری، برای حل این مسئله الگوریتم ۱۰۰۰ بار تکرار شده و نتایج حاصل در هر دو دوره آموزش و سنجش در جدول فوق درج گردیده شده است. خروجی‌ها شامل انحرافات استاندارد مطلوب و نامطلوب، میانگین بازده و زمان اجرا شده الگوریتم در ۱۰۰۰ بار تکرار است. با توجه به این نتایج، مشاهده می‌شود که در دوره آموزش برای تمامی شاخص‌ها، نسبت انحرافات استاندارد مطلوب به انحرافات استاندارد نامطلوب بزرگتر از ۱ بوده و در دوره سنجش نیز در هر چهار شاخص مورد بررسی این نسبت بزرگتر از ۱ می‌باشد که بیانگر این است که در حالت کلی، مدل توانایی کسب بازدهی بیشتر نسبت به شاخص را داشته است.

مدل بهبودیافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

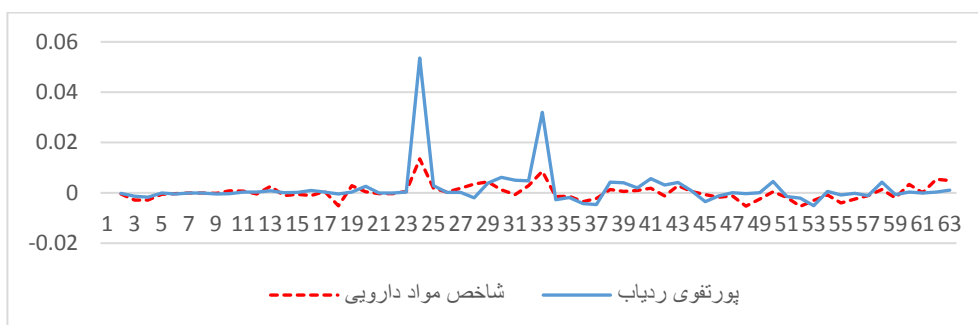
نمودارهای پورتفوی ردیاب و شاخص هر چهار صنعت در دوره سنجش در شکل‌های زیر نشان داده شده است.



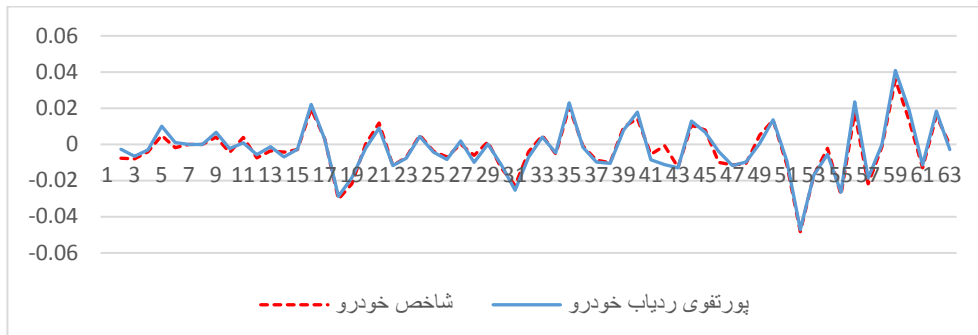
شکل ۱- میزان دقت ردیابی شاخص فلزات اساسی توسط پورتفوی



شکل ۲- میزان دقت ردیابی شاخص شیمیایی توسط پورتفوی



شکل ۳- میزان دقت ردیابی شاخص مواد دارویی توسط پورتفوی



شکل ۴- میزان دقت ردیابی شاخص خودرو توسط پورتفوی

آزمون عملکرد مدل

برای ارزیابی میزان عملکرد پورتفوی ردیابی نسبت به شاخص در دوره سنجش، از آزمون t زوجی استفاده شده است. فرضیه آزمون t زوجی بصورت زیر بیان می‌شود:

$$t = \frac{\mu_D}{S_D / \sqrt{n}} \quad (۱۳)$$

$$\begin{cases} H_0: \mu - \text{difference} = 0 \\ H_1: \mu - \text{difference} \neq 0 \end{cases}$$

پذیرش فرض صفر در این آزمون بدین معناست که پورتفوی ردیاب عملکردی نزدیک به شاخص داشته است که نشان دهنده ردیابی شاخص توسط پورتفوی تشکیل شده می‌باشد. جدول ۲ نتایج آزمون t زوجی را برای هر چهار صنعت نشان می‌دهد.

جدول ۲- نتایج آزمون ارزیابی عملکرد پورتفوی ردیاب نسبت به شاخص

P-Value	آماره t	انحراف معیار	میانگین اختلافات	صنعت
۰/۷۲۶	۰/۳۵	۰/۰۰۸۵۱	۰/۰۰۰۳۸	فلزات اساسی
۰/۷۱۰	-۰/۳۷	۰/۰۰۳۹۴۸	۰/۰۰۰۱۸۷	شیمیایی
۰/۰۴۴	-۲/۰۶	۰/۰۰۶۲۰۳	-۰/۰۰۱۶۲۲	دارویی
۰/۲۶۶	-۱/۱۲	۰/۰۰۲۸۹۰	-۰/۰۰۰۴۱۲	خودرو

مطابق جدول ۲، در سطح اطمینان ۹۵ درصد، با توجه به اینکه مقادیر P-Value برای سه صنعت فلزات اساسی، محصولات شیمیایی و خودرو بیشتر از ۰/۰۵ بوده، در نتیجه دلیلی برای رد

مدل بهبودیافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

فرض صفر وجود ندارد و این بدان معناست که اختلاف معناداری بین میانگین بازده پورتفوی ردیاب و شاخص وجود ندارد و پورتفوی توانسته است شاخص را در دوره سنجش بخوبی ردیابی کند. در ارتباط با صنعت مواد دارویی نیز اگرچه فرض برابری میانگین‌های پورتفوی و شاخص رد شده ولی با توجه به جدول ۲، نسبت انحرافات مطلوب به انحرافات نامطلوب در این صنعت ۳/۷۵۵ بوده که این مبنی بر عملکرد بسیار خوب پورتفوی نسبت به شاخص در این صنعت بوده است.

بروزرسانی پورتفوی

پورتفوی ردیاب اولیه، از طریق حل مدل بدون در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی تشکیل شد. با بررسی نوسانات بازده و آزمون پورتفوی ردیاب در دوره سنجش، مشاهده شد که پورتفوی قابلیت ردیابی خوبی در این دوره داشته و میزان بازده تجمعی آن در انتهای دوره قابل قبول بوده است. پس از ایجاد پورتفوی اولیه، در دوره‌های آتی نیاز به بازنگری در سبد می‌باشد تا پورتفوی را با توجه به شرایط اخیر تعدیل کنیم. تعدیل در پورتفوی، هزینه‌هایی ناشی از معاملات و خرید و فروش سهام بر سرمایه‌گذار تحمیل می‌کند. لذا بازنگری در پورتفوی باید در دوره مناسبی که روند شاخص و بازار تغییر پیدا کرده است صورت پذیرد. زمان مورد نظر برای بازنگری یک ماه پس از پایان دوره آموزش، یعنی تاریخ ۱۳۹۵/۸/۳۰ تعیین شده است. لذا برای مطالعه اثر بازبینی پورتفوی، دوره آموزش را با یک ماه افزایش از تاریخ ۱۳۹۵/۱/۳۱ الی ۱۳۹۵/۸/۳۰ در نظر گرفته و پس از انجام بروزرسانی، میزان تاثیر و دقت مدل برای دوره باقی‌مانده سنجیده می‌شود. نتایج بدست آمده از پورتفوی تعدیل شده در کنار پورتفوی اولیه در جدول ۳ نشان داده شده است.

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و دوم / بهار ۱۳۹۹

جدول ۳- نتایج آماری پورتفوی تعدیل شده و پورتفوی اولیه پس از بازنگری

صنعت	شاخص و پورتفوی	میانگین بازده	بازده تجمعی	هزینه معاملاتی
فلزات اساسی	شاخص	۰/۰۰۱۴۸۳	۰/۰۴۷۴۶	۲۹۶۳۳
	پورتفوی اولیه	۰/۰۰۱۸۰۷	۰/۰۵۷۸۵	
	پورتفوی تعدیل شده	۰/۰۰۱۷۰۷	۰/۰۵۴۶۴	
شیمیایی	شاخص	-۰/۰۰۰۱۹	-۰/۰۰۵۹۶۵	۴۳۶۳۵
	پورتفوی اولیه	۰/۰۰۰۹۷۷	۰/۰۳۱۲۹	
	پورتفوی تعدیل شده	۰/۰۰۱۴۲۷	۰/۰۴۵۶۸	
دارویی	شاخص	-۰/۰۰۰۱۹۷	-۰/۰۰۰۶۳۱	۳۱۸۱۱
	پورتفوی اولیه	۰/۰۱۲۹۸	۰/۰۴۵۱	
	پورتفوی تعدیل شده	۰/۰۰۱۳۵	۰/۰۴۳۴	
خودرو	شاخص	-۰/۰۰۱۶۹	-۰/۰۰۵۴۳۳	۸۷۷۱۴
	پورتفوی اولیه	-۰/۰۰۱۳۲	-۰/۰۰۴۲۲۶	
	پورتفوی تعدیل شده	-۰/۰۰۱۶۷	-۰/۰۰۵۳۵۳	

نتیجه‌گیری

از جمله روش‌هایی که برای کاهش ریسک و هزینه‌های معاملاتی در اختیار سرمایه‌گذاران قرار گرفته، سرمایه‌گذاری در صندوق‌های مبتنی بر شاخص می‌باشد. این صندوق‌ها در واقع پورتفوی‌هایی هستند که هدف آن‌ها ایجاد ریسک و بازده نزدیک به شاخص می‌باشد. در این پژوهش، تلاش شد با توجه به اهمیت موضوع ردیابی شاخص، عملکرد مدل جدیدی برای مسئله سبد ردیاب ارائه شد تا با تعداد محدودی از سهام، بتواند علاوه بر ردیابی شاخص مورد نظر، در مجموع بازدهی بیشتری را نسبت به شاخص کسب کند. برای ارزیابی عملکرد مدل داده‌های چهار صنعت موجود در بورس اوراق بهادار تهران که شامل فلزات اساسی، محصولات شیمیایی، مواد دارویی و خودرو مورد استفاده قرار گرفت. در ابتدا برای تشکیل سبد اولیه بدون در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی مدل مورد اجرا قرار گرفت. با بررسی نتایج حاصله مشاهده شد که پورتفوی ردیاب شاخص، علاوه بر اینکه توانسته است شاخص مورد نظر را ردیابی کند، در پایان دوره

مدل بهبودیافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

سنجش، به میزان قابل توجهی بازده مازاد بر شاخص کسب کند. باید افزود که باتوجه به نوع مدل که در نظر دارد انحرافات مطلوب را بیشینه و انحرافات نامطلوب را کمینه کند، توجهی بر همسویی زیاد با شاخص نشده که در اینجا کاربرد سنجش خطای ردیابی چندان سودمند واقع نخواهد بود. در نتیجه صرفاً به اندازه‌گیری انحرافات مثبت و منفی نسبت به شاخص بسنده شد. در ادامه با استفاده از آزمون t زوجی، فرض برابر بودن میانگین‌های پورتفوی ردیاب و شاخص مورد بررسی قرار گرفت که خروجی حاصل از آزمون نشان داد که برای سه شاخص فلزات اساسی، محصولات شیمیایی و خودرو، دلیلی بر رد فرض صفر وجود ندارد که نشان داد پورتفوی توانسته است شاخص را به خوبی ردیابی کند. در شاخص مواد دارویی نیز با اینکه فرض صفر رد شد ولی با بررسی نتایج مدل و نمودارها، مشخص شد که این عدم برابری میانگین‌های دو جامعه، ناشی از کسب بازدهی مازاد بر شاخص پورتفوی در دوره‌های مشخصی بوده که بسیار مطلوب می‌باشد. پس از بازنگری پورتفوی در دوره تعیین شده مشاهده شد که بازده پورتفوی تعدیل شده تنها در صنعت شیمیایی توانسته است از بازده پورتفوی اولیه فراتر رود و در مابقی صناعت‌ها رویه یکسانی با پورتفوی اولیه داشته است. از آنجا که تابع هدف مدل پژوهش تک هدفه بوده و دربرگیرنده تابع بیشینه‌سازی بازده مازاد و کمینه‌سازی ریسک می‌باشد برای مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود برای حل مدل از الگوریتم‌های چندهدفه نظیر NSGA-II ، NRGA و SPEA2 که توانایی بالایی در حل مسائل چندهدفه دارند استفاده شود.

منابع

- ۱) جونز. چارلز. پی؛ «مدیریت سرمایه‌گذاری»، نشر نگاه دانش، تهران، ویرایش اول.
- ۲) حجازی، رضوان ۱۳۹۰؛ «تشکیل صندوق شاخصی بهبودیافته با استفاده از الگوریتم ژنتیک»، فصلنامه بورس اوراق بهادار، شماره ۱۴، ۱۵۷-۱۳۵.
- ۳) حنیفی، فرهاد؛ بحرالعلوم، محمد مهدی؛ جوادی، بابک (۱۳۸۸)، «طراحی و تحلیل مقایسه‌ای انتخاب پورتنفوی بهینه ردیابی‌کننده شاخص بورس بر اساس الگوریتم ژنتیک و رویکرد ترکیبی آن با برنامه ریزی کوادراتیک»، پایان نامه کارشناسی ارشد، MBA دانشگاه صنعتی مالک اشتر.
- ۴) نبی‌زاده، احمد؛ قره‌باغی، هادی؛ بهزادی، عادل (۱۳۹۶)، «بهینه‌سازی پورتنفوی ردیابی شاخص بر اساس بتای نامطلوب مبتنی بر الگوریتم‌های تکاملی»، تحقیقات مالی، دوره ۱۹، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۶، صص ۳۴۰-۳۱۹.
- ۵) نجفی، امیرعباس؛ فاضلی سبزواری، احسان (۱۳۹۳)، «مدل دوهدفه بازنگری سبد ردیاب شاخص با لحاظ هزینه‌های معاملاتی و حل آن با الگوریتم‌های فراابتکاری»، فصلنامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، سال هفتم، شماره ۲۴.
- ۶) ورسه‌ای، محسن؛ شمس، ناصر (۱۳۸۹)، «رأیه یک روش حل ابتکاری به منظور بهینه‌سازی حل مساله سبد ردیاب شاخص و پیاده‌سازی آن برای اولین بار در بازار سهام تهران»، هشتمین کنفرانس بین‌المللی مدیریت.
- 7) Beasley, J. E., Meade, N., Chang, T. J. (2003), "An evolutionary heuristic for the index tracking problem" *European Journal of Operational Research*, 148(3), 621-643.
- 8) Canakgoz, N. A. & Beasley, J. E. (2009), "Mixed-integer programming approaches for index tracking and enhanced indexation". *European Journal of Operational Research*, 196(1), 384-399.
- 9) Fabozzi, F. J., Markowitz, H. M. (2002), "The Legacy of Modern Portfolio Theory", *The Journal of Investing*, 11(3), 7-22.
- 10) Filippi, C., Guastaroba, G., Speranza, M.G. (2016), "A heuristic framework for the bi-objective enhanced index tracking problem", *Omega*.
- 11) Li, Q., Sun, L., Bao, L. (2011). "Enhanced index tracking based on multi-objective immune algorithm". *Expert Systems with Applications*, 38 (2011) 6101-6106.
- 12) Montfort, K., Visser, E., Fijn Van Drat, L. (2008), "Index Tracking by Means of Optimized Sampling", *The Journal of Portfolio Management*, 34(2), pp143-151.

مدل بهبودیافته ردیابی شاخص با در نظر گرفتن هزینه‌های معاملاتی / آزادی و نجفی

- 13) Samuelson, P.A. (1974), "challenge to judgment", *The Journal of Portfolio Management*, 1(1), pp 17-19.
- 14) Sharpe, W. F. (1991), "The Arithmetic of Active Management", *Financial Analyst Journal*, 47 (1), 7-9.
- 15) Strub, O., Baumann, P. (2018), "Optimal construction and rebalancing of index-tracking portfolios", *European Journal of Operational Research*, 264, 370-387.
- 16) Tabata, Y., Takeda, E., (1995), "Bicriteria optimization problem of designing an index fund". *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 46, No.8, pp.1023-1032.

یادداشت‌ها :

-
- ¹ Active Strategy
 - ² Passive Strategy
 - ³ Genetic Algorithm
 - ⁴ Holland
 - ⁵ Goldberg
 - ⁶ Chromosome
 - ⁷ Genes
 - ⁸ Fitness Function
 - ⁹ Crossover
 - ¹⁰ Mutation