



کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته توسط فرآیند رژیم سوئیچینگ

مارکوف در شبیه سازی قیمت سهام: رویکرد پویایی شناسی سیستمی

ناهد مالکی نیا^۱

حسین عسگری آلوچ^۲

ظاهر سپهریان^۳

تاریخ دریافت مقاله: ۹۸/۰۶/۱۱ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۰۷/۲۹

چکیده

در این پژوهش تغییرات قیمت سهام شرکت ایران خودرو پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی ۱۳۸۷/۹/۲۳ الی ۱۳۹۶/۱۲/۱۳ با هدف مدل سازی، بر اساس مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته بافرآیند رژیم سوئیچینگ مارکوف که شکل تعمیم یافته مدل حرکت براوونی هندسی می باشد، بر روی مقوله پیش بینی مورد مطالعه قرار گرفته است. مدل پژوهش با استفاده از رویکرد پویایی شناسی سیستمی و نرم افزار Vensim DSS ابتدا در قالب نمودار علی-معلولی و پس از مشخص نمودن متغیرهای حالت و جریان، در قالب نمودار حالت و جریان تک حلقه‌ای و دو حلقه‌ای طراحی و شبیه سازی برای قیمت پایانی روزانه سهام انجام گرفت. دو پارامتر ریشه اختلال و گام زمانی به عنوان پارامترهای تحلیل حساسیت شناسایی و بکارگرفته شد. ابتدا خطای شبیه سازی به ازای تغییرات تصادفی در ریشه اختلال ۲۲/۷۴ درصد و درگام زمانی ۳۰/۳۵ درصد برآورد شد. بعلاوه بالا بودن خطای شبیه سازی بالاتر از حد قابل قبول ۱۵ درصد، هر دو پارامتر کالیبره شدند. جهت تخمین مناسبی از محدوده پارامترهای کالیبراسیون از روش آزمون و خطا و مشاهده میدانی رفتار سیستم استفاده گردید. خطای شبیه سازی پس از کالیبراسیون به ازای پارامتر ریشه اختلال از ۲۲/۷۴ درصد به ۸/۵ درصد و به ازای گام زمانی از ۳۰/۳۵ درصد به ۳/۶۳ درصد کاهش یافت. دقت شبیه سازی به ازای پارامتر ریشه اختلال از ۷۷/۲۶ درصد به ۹۱/۵ درصد و به ازای گام زمانی از ۶۹/۶۵ درصد به ۹۶/۳۷ درصد افزایش یافت. نتایج نشان می‌دهد بابهینه سازی پارامترهای کالیبراسیون میزان ریشه‌های خطا به حالت ایده آل رسیده یعنی خطای نابرابری کوواریانس‌ها به سمت عدد یک و خطای نابرابری مبنا و خطای نابرابری واریانس‌ها به سمت عدد صفر نزدیک شده و نشان از صحت عملکرد مدل پژوهش در شبیه سازی قیمت سهام دارد.

کلمات کلیدی

پویایی شناسی سیستم، حرکت براوونی هندسی، رانش، رژیم سوئیچینگ مارکوف، کالیبراسیون

۱- گروه حسابداری و مدیریت، واحد بیله سوار، دانشگاه آزاد اسلامی بیله سوار، ایران nahid.malekiniya@iaubsm.ac.ir

۲- گروه حسابداری و مدیریت، واحد بیله سوار، دانشگاه آزاد اسلامی، بیله سوار، ایران (نویسنده مسئول) hosein.asgari@ut.ac.ir

۳- گروه ریاضی، واحد بیله سوار، دانشگاه آزاد اسلامی، بیله سوار، ایران. sepehrian2000@yahoo.com

مقدمه

اولین و مهم ترین عاملی که در اتخاذ سرمایه گذاری در بورس فراروی سرمایه گذار قرار دارد عامل قیمت سهام است که به تبع آن مقوله ارزیابی و پیش بینی قیمت آینده نیز مطرح می شود. پیش بینی قیمت سهام همواره مورد توجه بسیاری از سهام داران و تحلیل گران بوده است (خوچیانی، حسینی و شجاعی ۱۳۹۷). مدلسازی نوسان قیمت در بازارهای سهام به لحاظ موارد استفاده آن در پیش بینی قیمت سهام، موضوع با اهمیتی به نظر می رسد بر این اساس در دهه های اخیر مدل های متفاوت و گوناگونی برای تخمین و پیش بینی نوسان مورد بهره برداری قرار گرفته است (نبوی چاشمی و مختاری نژاد، ۱۳۹۵).

روش رایج برای مطالعه رفتار پویای متغیرهای اقتصادی و مالی، استفاده از مدل های خطی سری زمانی است. این مدل ها در توضیح رفتارهای غیرخطی ناتوان است (محسنی و سخت کار مدلل، ۱۳۹۶). فرآیندهای تصادفی، معادلات دیفرانسیل تصادفی و ریاضیات مالی جایگاه مهمی در تبیین رفتار سری های زمانی قیمت سهام دارند. مدل های مبتنی بر معادلات دیفرانسیل تصادفی می توانند رفتار بسیاری از متغیرهای اقتصادی را تبیین کنند به طوری که به عنوان یک مدل تولید کننده فرآیند خلق داده و پیش بینی کننده رفتار آتی متغیرها در تحقیقات تجربی و اقتصادسنجی مورد استفاده قرار گیرند (پورمرادی، شعبانی و سام دلیری، ۱۳۹۵).

یکی از فرآیندهای تصادفی بسیار مهم در چارچوب کاربرهای ریاضیات مالی فرآیند تصادفی حرکت براوونی هندسی می باشد که در مطالعات بسیاری کمیت های تصادفی با استفاده از این فرآیند تولید می شوند (عسگری، ۱۳۹۴). از آنجایی که پیش بینی رفتار قیمت سهام نقطه شروعی برای ارزیابی اوراق مشتقه و سایر قراردادهای مالی می باشد مدلسازی رفتار قیمت سهام بعنوان یک وظیفه مهم در فاینانس بشمار می رود (بونگیورنو^۱، گویا^۲ و ویو ۲۰۱۷). حرکت براوونی هندسی ریشه در پدیده های فیزیکی داشته و تقریباً حدود ۲۰۰ سال پیش کشف شده است (دابرو، ۲۰۱۶) و در امور مالی برای اولین بار در پایان نامه دکترای لوئیس باکلر (۱۹۰۰) تحت عنوان تئوری حدس و گمان بکاررفته و به طور طبیعی بعنوان یک محدودیت از گام تصادفی متقارن بوجود می آید (بودرو و رنو، ۲۰۱۹).

توزیع نرمال نقش مرکزی در حرکت براوونی هندسی بازی می کند. حرکت براونی یک فرآیند گاوسی است و شرایط را برای زمانی که یک فرآیند گاوسی حرکت براونی است شناسایی می کند. حرکت براوونی ویژگی های انعکاس و تقارن بی شماری را برآورده می کند. یک نوع

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

متداول از حرکت براونی دارای تابع میانگین خطی و همچنین یک پارامتر واریانس اضافی است (دابرو، ۲۰۱۶).

پویایی شناسی سیستمی یک روش بازخورد اطلاعاتی از بالا به پایین است که توسط پروفسور فارستر (۱۹۹۴) پیشنهاد شده است. این رویکرد در تصویرسازی و تجسم ساختار مدل‌ها هم در پویایی‌های بردار قیمت مفید است. اساس این روش ساختارهای بازخورد با درجه بالای غیرخطی، چندحلقه‌ای است. رویکرد پویایی شناسی سیستمی یک رویکرد توسعه یافته برای تجسم، تحلیل و درک بازخوردهای پیچیده پویا است (نصیرزاده، خانزادی و میر، ۲۰۱۸). ابزارهای نموداری مانند نمودارهای حلقه علی^۳ (CLD) و نمودارهای جریان سهام (SFDs)^۴، برای تصویرسازی ساختار یک سیستم پیچیده استفاده می‌شود (احمد، طاهر، محمد سوکی و عبدالرحیم، ۲۰۱۶). رویه اصلی مدل‌سازی پویایی شناسی سیستمی مراحل تحلیل سیستم، ایجاد مدل مفهومی، ایجاد یک مدل کمی، اعتبارسنجی مدل و در نهایت شبیه‌سازی آن را پوشش می‌دهد (ژیکون^۴، و نیان^۵، شنگان^۶، زژو^۷، ۲۰۱۸).

یکی از مشهورترین مدل‌های معادلات دیفرانسیل تصادفی مدل بلک-شولز است که نقش مهمی در قیمت گذاری دارایی‌های پرمخاطره بازی می‌کند. مدل بلک شولز یا مدل مالتوسین تصادفی در بین کاربردهای دیگر آن، می‌تواند برای مدل سازی قیمت سهام در بورس سهام یا رشد جمعیت موجودات زنده با منابع فراوان تحت تصادفات محیطی بکار رود (برومن^۸، ۲۰۱۹).

مدل بلک-شولز بیان می‌کند پویایی های قیمت از حرکت براوونی هندسی با ضرایب ثابتی از رانش و تلاطم تبعیت می‌کند در حالی که قیمت سهام از حرکت براوونی هندسی بارانش و تلاطم متغیر در طول زمان پیروی می‌نماید (بونگیورنو، گویا و ویو، ۲۰۱۷). در مدل بلک - شولز قیمت دارایی پایه از فرایند حرکت براونی هندسی تبعیت می‌کند که در آن عامل رانش و تلاطم قیمت دارایی ثابت فرض شده است، لذا به همین دلیل نمی‌تواند رفتار دینامیک یا تصادفی در تغییرات قیمت را پیش بینی یا توضیح دهد. با توجه به وابستگی بین بازار سهام و مشتقات، رفتار قیمت دارایی پایه رامی توان با استفاده از ویژگی‌های فرایند مارکوف سوئیچینگ و اهمیت رژیم اقتصادی مدل سازی نمود (محسنی و سخت کار مدلل، ۱۳۹۶). بنابراین پژوهش حاضر قصد دارد با استفاده از خواص فرایند مارکوف و مفهوم رژیم های اقتصادی با این فرض که در یک بازار، عامل رانش و تلاطم قیمت بازار سهام وابسته به زمان و تصادفی است، رفتار قیمت سهام را با فرآیند رژیم سوئیچینگ دینامیکی و رویکرد پویایی شناسی سیستمی مدل سازی نماید. از آنجا

که این مدل با واقعیت اقتصادی کشور مطابقت دارد و عامل رانش و تلاطم در دوره های زمانی طولانی نمی تواند ثابت فرض شود، این پژوهش بکارگیری مدل رژیم سوئیچینگ و تصادفی در نظر گرفتن این کمیت مهم مالی در صدد رفع یکی از انتقادات وارده بر مدل حرکت براوونی هندسی است. در راستای رسیدن به این اهداف پژوهش حاضر بدنبال پاسخ به سوال اصلی زیر :

۱- آیا مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته با فرآیند رژیم سوئیچینگ مارکوف توانایی

شبیه سازی قیمت سهام را با بکارگیری رویکرد پویایی شناسی سیستمی دارد؟

در جهت پاسخ به سوال اصلی پژوهش سعی می شود تا رفتار قیمت سهام شرکت ایران خودرو بعنوان یکی از بزرگترین و اصلی ترین شرکت اثرگذار در صنعت خودرو با استفاده از رویکرد پویایی شناسی سیستمی در قالب مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته با فرآیند رژیم سوئیچینگ مارکوف و بکارگیری حلقه های علی و معلولی شبیه سازی گردد.

پیشینه پژوهش

یکی از انواع فرآیندهای تصادفی مهم که در اکثر مدل های ریاضیات مالی به کار می رود حرکت براوونی هندسی می باشد. بر اساس تعریف ارزش فرآیند تصادفی $(X_t) t \geq 0$ یک حرکت براوونی هندسی با انحراف $\mu \in \mathbb{R}$ و واریانس $\sigma^2 > 0$ می باشد، اگر فقط اگر $(X_t) t \geq 0$ جوابی برای معادله دیفرانسیل تصادفی زیر باشد :

$$\frac{dX_t}{X_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad \text{رابطه (۱)}$$

که در رابطه ی شماره ۱، $(W_t) t \geq 0$ یک حرکت براوونی استاندارد یک بعدی با $\mu = 0$ و $\mu = 1$ است. جهت شبیه سازی این فرآیند باید معادله ی دیفرانسیل تصادفی حل شود. نکته ی قابل توجه در خصوص معادلات دیفرانسیل تصادفی این است که جواب اینگونه معادلات به صورت یک فرآیند تصادفی می باشد و تفاوت اساسی این نوع معادلات دیفرانسیل در مقایسه با معادلات دیفرانسیل معمولی در همین نکته نهفته است. برای حل معادله دیفرانسیل از روشی مرسوم به نام لم ایتو استفاده می شود به صورت رابطه زیر :

$$\frac{dX_t}{X_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad \text{رابطه (۲)}$$

با انتگرال گیری از طرفین :

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

$$\int_0^t \frac{dX_t}{X_t} = \mu t + \sigma W_t \quad \text{رابطه ۳}$$

حال برای محاسبه انتگرال سمت چپ لم ایتو برای $x > 0$ به کار گرفته می شود با فرض :

$$F(t, X_t) = \ln(X_t) \quad \text{رابطه ۴}$$

$$d(\ln(X_t)) = \frac{1}{X_t} dX_t + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{X_t^2}\right) (dX_t)^2 \quad \text{رابطه ۵}$$

باتوجه به رابطه ۶ و ۷ :

$$dt \cdot dt = dt \cdot dwt = dwt \cdot dt = 0, dwt \cdot dwt = dt \quad \text{رابطه ۶}$$

$$(dX_t)^2 = dX_t \cdot dX_t \quad \text{رابطه ۷}$$

می توان رابطه ۶ را در رابطه ۵ جای گذاری کرد :

$$\frac{dX_t}{X_t} = d(\ln(X_t)) + \frac{1}{2} \sigma^2 dt \quad \text{رابطه ۸}$$

پس از جای گذاری کل رابطه ۷ در معادله انتگرال اولیه رابطه زیر حاصل می شود :

$$\ln\left(\frac{X_t}{X_0}\right) = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t \quad \text{رابطه ۹}$$

تابع نمائی رابطه ۹ باگرفتن exp :

$$X_t = X_0 e^{\left\{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t\right\}} \quad \text{رابطه ۱۰}$$

که عبارت رابطه جواب معادله دیفرانسیل تصادفی $\frac{dX_t}{X_t} = \mu dt + \sigma dW_t$ یا همان حرکت

براوونی هندسی است .

دریک بازار مالی رانش و تلاطم قیمت بازار وابسته به زمان است. بنابراین درمدل سازی مالی فرض ثابت بودن نرخ انتشار ایده خوبی نخواهد بود. لذا بایستی حداقل تعداد قابل توجهی از رژیم های انتشار در نظر گرفته شوند تا رفتار واقعی یک بازار مالی قابل پیش بینی باشد. همچنین در یک اقتصاد معمولاً دو دوره کسب و کار متمایز تورم و رکود وجود دارد که در چرخه تورم سرمایه گذار انتظار بازده بالاتری از دارایی ها دارد و بر عکس. همچنین ریسک بازار معمولاً با واریانس استاندارد قیمت بازارسنجیده می شود. بنابراین مهم است که تلاطم را برای دوره های

مختلف کسب و کار متغیر لحاظ کرد که در این صورت سوئیچینگ بین این دو نوع دوره کسب و کار در فضای مارکوف فرض می گردد. با این تفاسیر روند اصلی مدلسازی در این بخش با بکارگیری مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته با یک فرآیند رژیم سوئیچینگ مارکوف در مدل قیمت گذاری دارایی های پایه به شرح زیر انجام می گیرد:

فرض کنید فرایند تحت تاثیر متغیر تصادفی غیر قابل مشاهده X_t قرار گرفته است، که رژیم یا حالت نامیده می شود. در این صورت فرایند در رژیم X_t قرار خواهد گرفت. بنابراین می توان مدل حرکت براوونی هندسی برای دارایی پایه را برای هر تعداد متناهی رژیم به صورت زیر در نظر گرفت:

$$dS_t = \mu_{X_t} S_t + \sigma_{X_t} S_t dW_t \quad \text{رابطه (۱)}$$

که در آن μ_{X_t} عامل رانش و σ_{X_t} عامل تلاطم تصادفی یا نوسان پذیری دارایی پایه به زنجیر مارکوف X_t هستند که در هر رژیم مقادیر متفاوتی را می توانند اختیار نمایند، همچنین W_t فرایند براوونی استاندارد تعریف شده روی فضای احتمال ریسک خنثی (Ω, F, Q) و مستقل از زنجیر مارکوف X_t می باشد و S_t قیمت دارایی پایه (سهام عادی) با مدل رژیم سوئیچینگ است. این مدل قابلیت آن را دارد که تغییرات متناوب و تکراری رژیم های اقتصادی را به صورت درون زا در نظر بگیرد، همچنین اثر لبخند نوسانات بازار را به خوبی توصیف کند (نیسی، چمنی انباجی و شجاعی منش، ۱۳۹۱).

دیفرانسیل مدل حرکت براوونی هندسی $dS = \alpha S dt + \sigma S dw_t$ است جایی که α و σ ثابت هستند و w_t یک فرایند وینراست $\alpha S dt$ بخش قطعی و $\sigma S dw_t$ بخش تصادفی است α و σ را می توان با داده های مربوط به مقدار S در گذشته تخمین زد. در این مقاله، α و σ را در هر زمان گذشته تخمین زده شد، از روش عددی برای آماده سازی تابع درجه دوم براساس زمان استفاده و آنها را روی آخرین مقدار ثابت تنظیم می کنند. در نهایت، مدل حرکت براوونی هندسی به معادله $dS = \alpha(t) S dt + \sigma(t) S dw_t$ تعمیم یافت (اسماعیل پور محمد عزیزی و نیسی، ۲۰۱۸).

در پژوهشی از مدل بلک-شولز تعمیم یافته که در آن عامل تلاطم، تصادفی در نظر گرفته شده است. در واقع با استفاده از خواص فرایند مارکوف و مفهوم رژیم های اقتصادی، رفتار قیمت دارایی پایه را با رژیم سوئیچینگ دینامیکی مدل سازی نموده است. در مدل ارائه شده، متغیرهای

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

وضعیت غیرقابل مشاهده برای نوسانات سهام به وسیله فرایند مارکوف مدل می‌شوند و پارامترهای رانش و نوسان مقادیر مختلف وابسته به وضعیت از مدل مارکوف پنهان را اختیار می‌کنند. همچنین نشان می‌دهد که مدل مذکور در یک معادله دیفرانسیل جزئی با شرایط اولیه و مرزی صدق می‌کند (امامی، ۱۳۹۳).

در پژوهشی رفتار قیمت سهام با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی الگوسازی شده و به منظور مدل سازی رفتار شاخص قیمت از دو معادله دیفرانسیل تصادفی استفاده شده است که عبارتند از: حرکت براونی هندسی و حرکت براونی هندسی همراه با گارچ غیرخطی. براساس نتایج این پژوهش حرکت براونی هندسی همراه با گارچ غیرخطی در هر سه گروه از داده‌های مورد بررسی دارای عملکرد بهتر نسبت به حرکت براونی هندسی است (مولایی، برزانی و صمدی، ۱۳۹۵).

در پژوهشی از مدل مارکوف سوئیچینگ دو حالت در بازار انرژی، قیمت هدف با مدل سوئیچینگ تخمین زده شد و پارامترها نیز با استفاده از برنامه متلب تعیین شده است. با توجه به رابطه بین قیمت کل و متغیرهای تعریف شده در این پژوهش، می‌توان نتیجه گرفت که مدل غیرخطی نسبتاً بهتر از مدل خطی است و بهتر است برای پیش‌بینی قیمت سهام، از مدل‌های غیرخطی روش مارکوف سوئیچینگ استفاده شود (محسنی و سخت کار مدلل، ۱۳۹۶).

پژوهشی باهدف مقایسه پیش‌بینی قیمت سهام صنایع دارویی با استفاده از مدل آریمای و مدل تصادفی حرکت براوونی هندسی انجام و برآورد مدل تصادفی از نرم افزار R و روش رگرسیون آریمای با نرم افزار EVIEWS9 انجام شده است. نتایج حاصل از پژوهش نشان می‌دهد مدل آریمای بر مدل تصادفی حرکت براوونی هندسی برتری دارد (خوچیانی، حسینی و شجاعی، ۱۳۹۷).

در پژوهشی جهت شبیه‌سازی رفتار شاخص قیمت سهام بورس اوراق بهادار تهران از یک مسیر ساز پویای تصادفی در چارچوب الگوی بلک شولز بهره گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد امکان شبیه‌سازی روند بلندمدت تا حدودی فراهم شده است و آزمون مقایسه فرم توزیع داده‌های شبیه‌سازی شده، بسیار نزدیک با داده‌های واقعی می‌باشد. اگرچه، عدم توانایی پیش‌بینی نوسانات شدید در دوره مورد بررسی یکی از معایب این الگوشمارمی رود (زارع، رضایی سخا و زارع، ۱۳۹۷).

در پژوهش دیگر پیش بینی قیمت را با استفاده از مدل های معادلات دیفرانسیل تصادفی انجام داده‌اند. مدل‌هایی که بر پایه معادلات دیفرانسیل تصادفی هستند و در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته‌اند مدل حرکت براونی هندسی و مدل انتشار-پرش مرتون می‌باشند. از مدل حرکت براونی هندسی برای مدل‌سازی و پیش بینی داده‌هایی که دارای پرش نیستند و از مدل انتشار-پرش مرتون برای داده‌هایی که دارای پرش هستند، استفاده شده است. با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی این مدل‌ها را کالیبره شده و پارامترهای مجهول مدل‌ها را محاسبه شده است. در نهایت برای بررسی کارایی مدل‌های مذکور، پیش بینی را با استفاده از مدل‌های سری زمانی نیز انجام داده و نتایج آن‌ها را با هم مقایسه نموده است (عمرانی، ۱۳۹۸).

برای شبیه سازی مسیرهای قیمت سهام پژوهشی با استفاده از روش حرکت براونی هندسی و آزمون اینکه آیا قیمت سهام شبیه سازی شده با قیمت سهام در واقعیت مطابقت دارد یا خیر انجام یافته است. یافته‌ها نشان می‌دهد در تمام افق‌های زمانی شانس اینکه قیمت سهام شبیه سازی شده در همان جهت قیمت واقعی بورس حرکت نماید، اندکی بیشتر از ۵۰ درصد است (ردی و کلینتون، ۲۰۱۶).

پژوهشی باهدف زیرسوال بردن فرض تلاطم ثابت از یک مدل با نوسانات غیرثابت استفاده نموده است. نویسندگان یک فرآیند رژیم سوئیچینگ را معرفی می‌کنند که در هر رژیم این فرآیند توسط حرکت براونی هندسی هدایت می‌شود. در این پژوهش از معیارهای اطلاعاتی بیزین و آکائیک استفاده شده و یک مقایسه پیش بینی از مدل‌ها را برای دو شرکت نمونه انجام داده است. نتایج نشان می‌دهد که حرکت براونی هندسی با رژیم برازش بهتری از مدل حرکت براونی هندسی ارائه می‌نماید (پدرو و مانوئل، ۲۰۱۶).

در پژوهشی مدل اصلی حرکت براونی هندسی با پارامترهای ثابت توسعه داده شده است. بنابر این فرایند رانش μ و تلاطم σ را وابسته به زمان و متغیر در نظر گرفته است. در این زمینه، استراتژی SLS منجر به تضمین سود مورد انتظار معاملات مثبت در هر لحظه از زمان می‌شود. در این پژوهش، این نتایج به حرکت براونی هندسی با پویایی‌های قیمت تعمیم یافته است که به این دو پارامتر اجازه داده می‌شود تا بطور مداوم و پیوسته بازمان تغییر نمایند و محدودیتی در میزان تغییر آنها وجود ندارد (پریمبس^۱ و راس بارمیش^{۱۰}، ۲۰۱۸).

پژوهش دیگر چگونگی استفاده از پویایی شناسی سیستمی در زمینه حسابداری مدیریت و گزارشگری شرکت و مزایای ترکیب این رویکرد و ابزارهای گزارش‌دهی شرکت را برای توسعه

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

دانش جدید و مفید برای ارائه و رویارویی با پیچیدگی پویای ضمنی در حوزه تجارت تأیید می‌کند (کلوف^۱، برنابه^۲ و مارتین، ۲۰۱۹).

حرکت هندسی براونی سوئیچینگ رژیم برای مدل سازی یک حرکت براونی هندسی بکار می‌رود که در آن ضرایب به طور تصادفی مطابق با زنجیره مارکوف تغییر می‌کند. در این مطالعه، نویسنده توصیف کاملی از ویژگی تکراری این فرآیند ارائه می‌دهد. علاوه بر این، ویژگی‌های کمی از حرکت هندسی براونی سوئیچینگ رژیم با سوئیچینگ دو حالت بررسی شده است تا تفاوت بین حرکت براونی هندسی با سوئیچینگ و بدون سوئیچینگ را نشان دهد (شائو، ۲۰۱۸).

روش شناسی پژوهش

با توجه به معیارها و ضوابطی که سازمان بورس اوراق بهادار برای پذیرش، ادامه فعالیت و نحوه گزارشگری شرکت‌ها تعیین کرده است، اطلاعات مربوط به شرکت‌های عضو بورس از کیفیت بالاتری برخوردار بوده، منسجم‌تر و همگن‌تر است. شرکت ایران خودرو بعنوان یکی از بزرگترین و اصلی‌ترین شرکت در صنعت خودرو بعلت قرار گرفتن در لیست ۵۰ شرکت فعال بورسی و اثرگذاری در خور توجه در شاخص صنعت خودرو بعنوان نمونه پژوهش انتخاب گردید. افق زمانی پژوهش ۱۰ ساله از تاریخ ۱۳۸۷/۰۹/۲۳ تا ۱۳۹۶/۱۲/۱۳ انتخاب گردید.

مدل تحلیلی پژوهش

یکی از ساده‌ترین مدل‌های تصادفی، مدل تصادفی با جمله رانش و نوسانات تصادفی ثابت است. این مدل تحت عنوان حرکت براونی هندسی نیز شناخته شده و فرآیندی است که بلک، شولز و مرتون نیز در مدل‌سازی قیمت اوراق مشتقه به عنوان معادله دیفرانسیل تصادفی حاکم بر رفتار قیمت دارایی پایه در نظر گرفتند. بر اساس تعریف ارزش یک فرایند تصادفی مثل قیمت سهام S_t یک حرکت براونی هندسی با عامل رانش واقعی μ و تلاطم تصادفی σ می‌باشد اگر و فقط اگر S_t جوابی برای معادله دیفرانسیل تصادفی زیر باشد:

$$dS_t = S_t \mu dt + S_t \sigma dW \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

جهت شبیه‌سازی باید معادله دیفرانسیل تصادفی فوق حل شود. اینگونه معادلات به صورت یک فرایند تصادفی می‌باشد. در خصوص رفتار دقیق قسمت تصادفی اطلاعاتی در دسترس نبوده و تنها در خصوص توزیع آن می‌توان قضاوت کرد. اضافه کردن این جزء تصادفی به مدل ساده اولیه موجب ایجاد یک معادله دیفرانسیل تصادفی می‌شود که به روش‌های معمول قابل حل

نبوده و نیازمند تکنیک‌های حسابان تصادفی است. برای حل معادله دیفرانسیل فوق که به مدل حرکت براوونی هندسی مشهور است از روش پیچیده ریاضی به نام لم ایتو استفاده می‌شود که دلیل محاسبات پیچیده نیاز به دانش ریاضی دارد. رویکرد پویایی شناسی سیستمی و استفاده از نرم افزار Vensim DSS کاربر پسند تر بوده و نیازی به دانش پیچیده انتگرال گیری و حل معادلات دیفرانسیلی ندارد. در این بخش بدون اثبات ریاضی جواب معادله دیفرانسیل تصادفی فوق صرفاً جواب نهایی معادله دیفرانسیل تصادفی یاد شده اکتفامی شود که نشان دهنده حرکت براونی هندسی است:

$$S_t = S_0 \cdot \exp\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma W_t\right) \quad \text{رابطه ۱۳}$$

بنابراین فرض می‌شود که قیمت سهام از یک فرایند تصادفی پیروی می‌کند و فرایند تصادفی، یک معادله دیفرانسیل تصادفی SDE^{۱۳} به صورت رابطه زیر می‌باشد که بمنظور آزمون فرضیه‌های پژوهش از آن استفاده می‌شود:

$$dS_t = S_t \mu dt + S_t \sigma \varepsilon \sqrt{dt} \quad \text{رابطه ۱۴}$$

در این رابطه dS_t خالص تغییر در قیمت سهام عادی، S_t قیمت سهام عادی در زمان t ام، μ عامل رانش (میانگین تغییرات قیمت پایانی روزانه سهام عادی)، dt گام زمانی، σ انحراف معیار قیمت پایانی روزانه سهام عادی، dW عامل فرایند براوونی، ε توزیع نرمال استاندارد بامیانگین صفر و انحراف معیار یک و \sqrt{dt} ریشه دوم گام زمانی می‌باشد.

تعریف متغیرهای کلیدی و طراحی نمودار علی-حلقوی پویایی‌های سیستم پژوهش

برای تبیین ارتباط بین متغیرها در روش پویایی شناسی سیستمی، ارتباط این متغیرها بر اساس روابط علت و معلولی در نمودار علی معلولی نمایش داده شده و برای انجام عملیات شبیه سازی، این متغیرها در قالب متغیرهای نرخ و حالت گروه بندی شده و در نهایت نمودار حالت و جریان مربوط ترسیم می‌شود. برای بیان مدل مفهومی پژوهش به تفکیک متغیرهای درون‌زا^{۱۴} و برون‌زا^{۱۵} (طبق جدول ۱) اقدام و در قالب نمودار علی-حلقوی ترسیم نموده و سپس با بکارگیری نمادهای خاص از پیش تعریف شده، متغیرهای پژوهش به تفکیک متغیرهای حالت و جریان شناسایی و از نمودار علی-حلقوی برای تبدیل به نمودار حالت و جریان استفاده خواهد شد

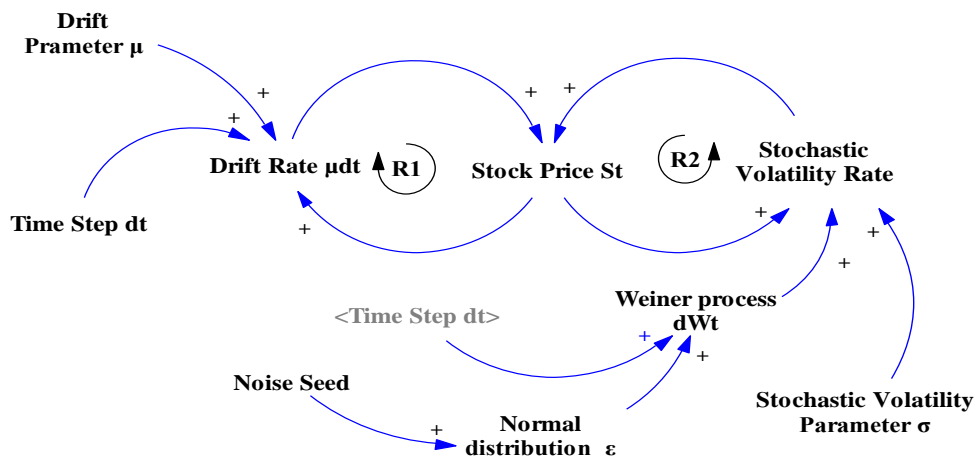
کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

جدول ۱: معرفی متغیرهای کلیدی پژوهش به تفکیک درون زا و برون زا

نوع متغیر	لاتین	فارسی
برون زا	Initial Stock Price	قیمت اولیه سهام
درون زا	Stock Price	قیمت سهام
درون زا	Drift Rate	نرخ رانش
برون زا	Daily Drift Parameter	پارامتر رانش روزانه
برون زا	Time Step	گام زمانی
درون زا	Square Root of Time Step	ریشه دوم گام زمانی
درون زا	Stochastic Volatility Rate	نرخ عامل تلاطم تصادفی
درون زا	Wiener Process	عامل فرایند براوونی (وینر)
برون زا	Daily Stochastic Volatility Parameter	پارامتر تلاطم تصادفی
درون زا	Standard Normal Distribution	توزیع نرمال استاندارد
برون زا	Noise Seed	ریشه اختلال تصادفی (نویز)

منبع : متغیرهای مدل پژوهش

مدل پژوهش در قالب نمودار علی-حلقوی (طبق نمودار ۱) ترسیم و وابستگی بین متغیر حالت سیستم و نرخ خالص تغییر نشان داده می‌شود. قبل از ترسیم نمودار حالت و جریان، ابتدا بایستی وضعیت متغیرهای حالت و جریان را با استفاده از نمودار علی - حلقوی تعیین نمود (استرمن، ۱۳۹۵).



نمودار ۱: مدل مفهومی پژوهش در قالب نمودار علی - حلقوی طراحی شده توسط نرم افزار

Vensim DSS (منبع : مدل پژوهش)

R نماد حلقه تقویت کننده در مدل می باشد. هر پیکان نشان دهنده یک رابطه علی است. علامت (+) نشان می دهد که در صورت ثابت ماندن سایر متغیرها، اگر علت X افزایش (کاهش) یابد، معلول Y بیشتر (کمتر) از قبل، افزایش (کاهش) می یابد. علامت (-) نشان می دهد که در صورت ثابت ماندن سایر متغیرها، اگر علت X افزایش (کاهش) یابد، معلول Y کمتر (بیشتر) از قبل، کاهش (افزایش) می یابد. حلقه های بازخوردی - مثبت (تقویت کننده) با علامت R و حلقه های بازخوردی منفی (تعادلی) با علامت B نمایش داده شده است.

حلقه های تقویتی عامل رانش (R_1) و عامل تلاطم تصادفی (R_2)

حلقه عامل رانش تاثیرگذاری جمله نرخ رانش را بر قیمت سهام، طبق مدل حرکت براوونی هندسی نشان می دهد. در صورت ثابت ماندن سایر متغیرهای مدل، اگر عامل نرخ رانش افزایش یابد، قیمت سهام بیشتر از قبل افزایش یافته و سیر صعودی می پیماید، ولی اگر عامل نرخ رانش کاهش یابد، قیمت سهام کمتر از قبل کاهش یافته و سیر نزولی پیموده، افت می نماید. و حلقه تلاطم تصادفی نیز تاثیرگذاری جمله نرخ تلاطم تصادفی را بر قیمت سهام، طبق مدل حرکت براوونی هندسی نشان می دهد. در صورت ثابت ماندن سایر متغیرهای مدل، اگر عامل نرخ تلاطم تصادفی افزایش یابد، قیمت سهام بیشتر از قبل افزایش یافته و سیر صعودی می پیماید، ولی اگر عامل نرخ تلاطم تصادفی کاهش یابد، قیمت سهام کمتر از قبل کاهش یافته و سیر نزولی پیموده، افت می نماید.

طراحی نمودار پویایی های سیستم و تعیین وضعیت متغیرهای نرخ و حالت

نمودارهای علی - حلقوی در بسیاری از موارد برای درک روابط علی، وابستگی های متقابل و فرایندهای بازخوردی مناسب بوده و نقش موثری در ارائه مدل مفهومی و ذهنی از سیستم دارد. متغیرهای مورد استفاده در این نمودار به سه گروه متغیرهای حالت، نرخ یا جریان، کمکی، ثابت و سایه طبقه بندی می شوند. جدول ۲ نیز متغیرهای کلیدی پژوهش را به تفکیک متغیرهای حالت و جریان نشان می دهد:

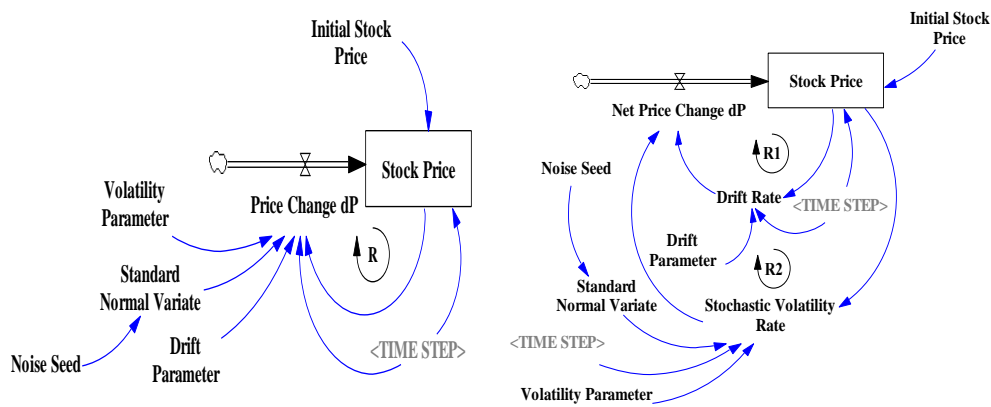
کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

جدول ۲: معرفی متغیرهای مورد استفاده به تفکیک متغیرهای حالت و جریان

نوع متغیر	معادلات تبیینی	نماد ریاضی	فارسی
ثابت	۱۲۹۵ ریال	S0	قیمت اولیه سهام
حالت	Price change/Time Step= dSt / dt	St	قیمت سهام شبیه سازی
جریان	Drift Rate 1 - Drift Rate 2 + Volatility Rate	dSt	خالص تغییر قیمت سهام
کمکی	Price*Drift Parameter*TIMESTEP= $St\mu dt$	St μdt	نرخ رانش
ثابت	GET XLS DATA ('?SymbolTrade_IROIKCO_Stock Price' ,Sheet1,a,c2)	μ	عامل رانش روزانه
ثابت	1 Day	dt	گام زمانی
کمکی	SQRT(TIME STEP) = \sqrt{dt}	\sqrt{dt}	ریشه دوم گام زمانی
کمکی	Price * Volatility Parameter * Standard Normal Distribution * SQRT(TIME STEP)	St $\sigma\epsilon\sqrt{dt}$	نرخ تلاطم تصادفی
کمکی	$\epsilon\sqrt{dt}$	dW	عامل فرایند براوونی
ثابت	GET XLS DATA ('?SymbolTrade_IROIKCO_Stock Price' ,Sheet1,a,d2)	σ	عامل تلاطم روزانه
کمکی	RANDOM NORMAL(-10, 10 , 0, 1 , Noise Seed)	ϵ	توزیع نرمال استاندارد
ثابت	1	Ns	ریشه اختلال (نویز)

(منبع : یافته های پژوهش)

پس از تعریف متغیرهای پژوهش به تفکیک متغیرهای حالت و جریان، مدل پژوهش در قالب نمودار حالت و جریان ترسیم و وابستگی بین متغیر حالت سیستم و نرخ خالص تغییر نشان داده می شود. نمودار ۲ و ۳ مدل مفهومی پژوهش را در قالب نمودار حالت و جریان تک حلقه ای و دو حلقه ای که توسط نرم افزار Vensim DSS طراحی شده را نشان می دهد:



نمودار ۲: مدل مفهومی پژوهش در قالب نمودار جریان و حالت تک حلقه ای (سمت چپ) و حالت دو حلقه ای (سمت راست) طراحی شده در Vensim DSS (منبع: مدل پژوهش)

یافته های پژوهش

شبیه سازی و اعتبارسنجی مدل پژوهش

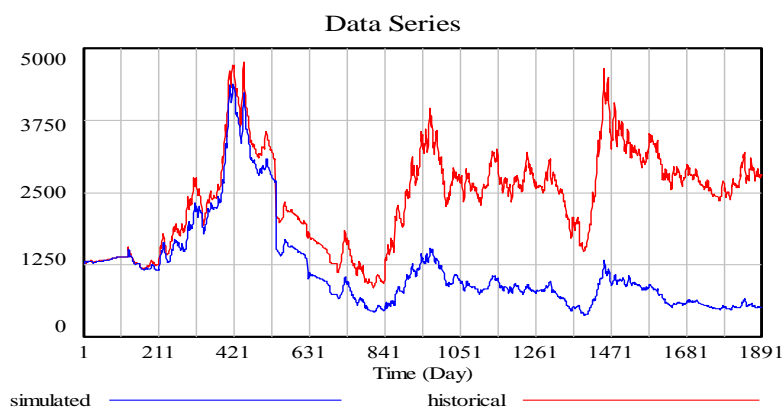
برای اعتبارسنجی مدل شبیه سازی شده به یک پارامتر اعتبارسنجی نیاز هست که قبل از کالیبراسیون انجام می شود. در صورتی که خروجی نرم افزار با پارامترهای پیش فرض اولیه در محاسبه قیمت سهام بیش از خطای قابل قبول ۱۵ درصد باشد، انجام کالیبراسیون ضروری خواهد شد. پس از انجام کالیبراسیون دوباره اعتبارسنجی مدل انجام می شود تا مشخص شود آیا مقدار خطای شبیه سازی به مقادیر استاندارد خود رسیده است یا خیر (رحیم اف ونعمتی، ۲۰۱۵).

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

جدول ۳: نتایج حاصل از شبیه سازی قیمت سهام با ۱ = Noise Seed

متغیر	تعداد	کمینه	بیشینه	میانگین	میان	انحراف معیار	انحراف معیار استاندارد
قیمت پایانی سهام (تاریخی)	۱۸۹۱	۸۵۵	۴۷۶۲	۲۴۱۰	۲۵۳۵	۸۲۰/۹	۰/۳۴۰۶
قیمت پایانی سهام (شبیه سازی)	۱۸۹۱	۳۶۹/۷	۴۳۸۴	۱۱۷۳	۹۲۷/۸	۷۶۶/۹	۰/۶۵۳۹
تغییر قیمت	۱۸۹۱	-۷۳۵/۸	۱۶۹/۶	-۰/۴۱۲۲	-۰/۷۷۸۸	۳۴/۸۷	-۸۴/۵۹
پارامتر انش فیزیکی	۱۸۹۱	-۰/۱۸۵۱	۰/۱۴۸۴	۰/۰۰۰۴۱	-۰/۰۰۰۷۱	۰/۰۲۰۶۹	۵۰/۴۳
نرخ رانش فیزیکی ۱	۱۸۹۱	-۴۸۰/۶	۱۶۰	۰/۲۲۱۲	-۰/۶۶۱۵	۲۹/۵۶	۱۳۳/۶
پارامتر تلاطم تصادفی	۱۸۹۱	۰	۰/۱۲۶۸	۰/۰۰۸۳۳	۰/۰۰۵۳۲	۰/۰۰۹۶۴	۱/۱۵۶
مربعات تلاطم تصادفی ۲/	۱۸۹۱	۰	-۰/۰۰۸۰۴	۸/۱۰e-۰۵	۱/۴۰e-۰۵	۰/۰۰۰۳۱	۳/۹۳۶
نرمال استاندارد	۱۸۹۱	-۳/۶۰۵	۳/۱۶۵	-۰/۰۲۷۳	-۰/۰۱۰۱۶	۰/۹۹۲۲	-۳۶/۳۵
نرخ تلاطم تصادفی	۱۸۹۱	-۲۵۵/۲	۹۱/۶۱	-۰/۶۳۳۴	۰	۱۴/۶	-۲۳/۰۵

منبع : یافته های پژوهش



نمودار ۴: شبیه سازی قیمت سهام شرکت ایران خودرو طی دوره زمانی ۱۳۸۷/۹/۲۳ الی

۱۳۹۶/۱۲/۱۳ (منبع : یافته های پژوهش)

تحلیل حساسیت

برای بدست آوردن پارامترهای مناسب جهت کالیبراسیون، تحلیل حساسیت انجام می شود. اگر پارامتر حساس شناخته شد، در مراحل بعدی به عنوان پارامتر کالیبراسیون از آن استفاده

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و دوم / بهار ۱۳۹۹

می‌شود، در غیر این صورت از لیست پارامترهای کالیبراسیون حذف می‌شود. در مدل پژوهش دو پارامتر منشا نویز و گام زمانی به عنوان پارامترهای تحلیل حساسیت شناسایی شدند. با استفاده از روش شبیه سازی مونت کارلو به ازای تعداد تکرار متفاوت غیرمتناوب مابین ۱۰۰ تا ۵۰۰۰ تکرار، قیمت سهام شرکت ایران به ازای تغییردرپارامتربرون زای ریشه اختلال شبیه سازی درمحدوده ۱۰ و ۱۰- باتابع یکنواخت تصادفی شد و نتیجه این تحلیل حساسیت درجدول ۴ گزارش شده است.

جدول ۴. تحلیل حساسیت قیمت سهام ایران خودرو به ازای تغییرات تصادفی ریشه

اختلال و گام زمانی

تحلیل حساسیت متوسط قیمت سهام		تعداد شبیه سازی
به ازای تغییرات تصادفی پارامتر گام زمانی	به ازای تغییرات تصادفی پارامتر ریشه اختلال	
۱۶۳۸	۱۸۲۶	۱۰۰
۱۶۸۳	۱۸۷۵	۵۰۰
۱۶۹۶	۱۸۷۱	۱۰۰۰
۱۶۸۲	۱۸۶۸	۲۰۰۰
۱۶۹۶	۱۸۷۳	۵۰۰۰
۱۶۷۹	۱۸۶۲	متوسط قیمت

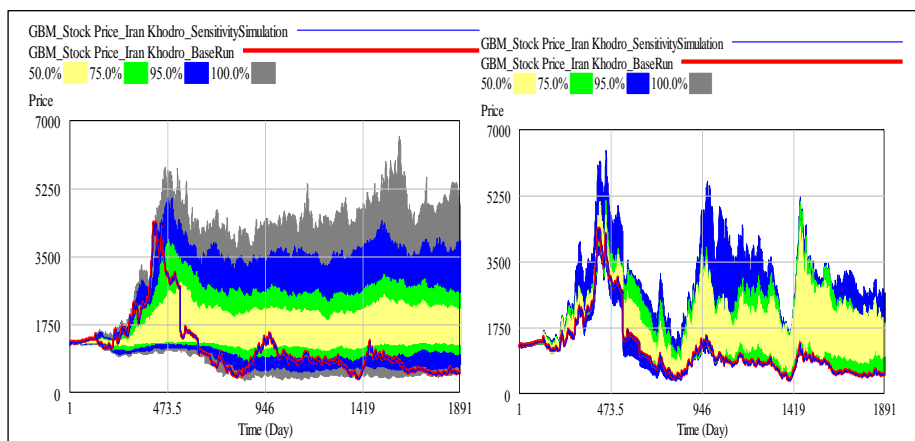
منبع : یافته های پژوهش

همانطوری که درجدول ۴ قابل مشاهده است متوسط قیمت سهام شبیه سازی به ترتیب پارامتر ریشه اختلال و گام زمانی ۱۸۶۲ و ۱۶۷۹ ریال است که نسبت به متوسط قیمت سهام تاریخی به ارزش ۲۴۱۰ ریال که درجدول ۳ گزارش شده است، دارای خطای پیش بینی به میزان ۲۲/۷۴ درصد و ۳۰/۳۵ درصد است. چون خروجی نرم افزار با پارامترهای پیش فرض اولیه در محاسبه قیمت سهام بیشتر از خطای قابل قبول ۱۵ درصد می‌باشد، انجام کالیبراسیون به ازای هر دو پارامتر یعنی ریشه اختلال و گام زمانی ضروری بنظر می‌رسد.

جهت تخمین مناسبی از محدوده ریشه اختلال از روش آزمون و خطا و مشاهده میدانی رفتارسیستم استفاده گردید، چراکه استفاده از مقادیر خارج از محدوده مشخص نه تنها اعتبار شبیه سازی را کاهش می‌دهد بلکه معمولا شبکه شبیه سازی شده را دچار مشکل می‌کند. نمودار ۵ تغییرات قیمت سهام شرکت ایران خودرو رابه ازای تغییرات ریشه اغتشاش درمحدوده

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

۱۰ و ۱۰- و تعداد ۵۰۰ تکرار و تغییرات گام زمانی در محدوده ۰ و ۱ روز و تعداد ۱۰۰۰ تکرار شبیه سازی مونت کارلو نشان می دهد.



نمودار ۵: تحلیل حساسیت قیمت سهام به ازای تغییرات تصادفی پارامتر ریشه اختلال / منشانویز $10 \leq \text{Noise seed} \leq 10$ - و ۵۰۰ تکرار (سمت راست) و تحلیل حساسیت قیمت سهام شرکت ایران خودرو به ازای تغییرات تصادفی پارامتر گام زمانی $1 \leq \text{Time Step} \leq 1$ و 1000 تکرار (سمت چپ) (منبع: یافته های پژوهش)

بهینه سازی پیش بینی به روش کالیبراسیون

پی آزمایی بهینه بودن معمولاً به ۲ روش انجام می گیرد:

۱- کالیبراسیون

۲- سیاست گذاری

در این پژوهش بهینه سازی به روش کالیبراسیون انجام گرفت. مراحل پی آزمایی بهینه بودن به روش کالیبراسیون به شرح زیر انجام می گیرد:

۱- مقایسه داده های واقعی

کالیبراسیون شامل یافتن مقادیر ثابت مدل است که باعث می شود مدل منحنی های رفتاری ایجاد کند که به بهترین شکل با داده های دنیای واقعی سازگار باشد. برای دستیابی به تناسب بهتر بین داده های دنیای واقعی و خروجی شبیه سازی، می توان بصورت دستی ثابت های مدل را تغییر داد، در این صورت برازش یک مدل پیچیده با بسیاری از ثابت های بهینه سازی و بسیاری

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و دوم / بهار ۱۳۹۹

از متغیرها یا مجموعه داده‌ها بسیار زمان بر خواهد بود. در مدل‌های پیچیده با استفاده از بهینه‌سازی، ونسیم به طور خودکار ثابت‌های مورد نظر مدل را تغییر داده و بهترین برازش بین خروجی شبیه‌سازی و داده‌های دنیای واقعی راجستجو می‌کند که در این پژوهش از روش دوم استفاده می‌شود.

۲- تنظیم جریمه (یابازده)

در بهینه‌سازی به روش کالیبراسیون، جریمه مشخص می‌کند که کدام متغیر (ها) را می‌توان برازش نمود. وزن‌ها برای متوازن کردن اندازه‌های عددی متغیرهای مختلف عمل می‌کنند. جهت کالیبره و نزدیک‌تر نمودن هرچه بیشتر قیمت سهام با داده‌های واقعی این وزن عددی نزدیک به صفر حدود $1/00e-14$ انتخاب می‌شود.

۳- تنظیم پارامترهای بهینه‌سازی

پس از تعریف جریمه لازم است تا پارامترهای بهینه‌سازی مدل تعریف شود تا به همراه حداکثر و حداقل محدوده تعریف شده برای هر پارامتر تغییر نماید و نسیم برای پیدا کردن مقادیر بهینه ثابت به منظور مطابقت خروجی با داده‌های دنیای واقعی، شبیه‌سازی‌های مختلفی به روش مونت کارلو را بر روی مدل انجام می‌دهد. حداکثر جریمه یا بهترین برازش خروجی شبیه‌سازی با داده‌های واقعی به صورت یک عدد نمایش داده می‌شود و مقادیر ثابت لازم است به آن جریمه برسد. در این پژوهش از پارامترهای پیش فرض ونسیم استفاده شده و حداقل و حداکثر محدوده برای پارامترهای تحلیل حساسیت مابین ۱۰ و ۱۰- تنظیم می‌شود.

۴- تعدیل مدل

ثابت‌های موجود در مدل تعدیل می‌شود تا مقادیر داده‌شده توسط بهینه‌سازی اعمال گردد. در این پژوهش پس از یافتن ثابت‌های بهینه دوباره مدل تعدیل و شبیه‌سازی دوباره انجام خواهد گرفت. پس از ساخت مدل شبیه‌سازی شده، اعتبار مدل سنجش و در صورتی که خطای پارامتر اعتبارسنجی آن با واقعیت بیشتر از مقدار استاندارد باشد، کالیبراسیون انجام می‌شود. بنابراین کالیبراسیون به عنوان فرایندی برای مرتب‌سازی و انتخاب دقیق پارامترهای ورودی انجام می‌شود تا مدل SD همانطور که در نظر گرفته شده است رفتار نماید (کاواتسکی^{۱۶}، ۲۰۱۷). در مرحله تحلیل حساسیت پارامترهای کالیبراسیون یعنی منشا نویز و گام زمانی شناسایی شده و در مرحله کالیبراسیون این پارامترها بنحوی کالیبره و تنظیم می‌شوند تا اختلاف میان پارامتر

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

اعتبارسنجی (قیمت سهام) در مدل شبیه سازی شده و واقعیت به مقدار مجاز رسیده و خطای شبیه سازی به مقدار استاندارد برسد. جدول ۶ پارامترهای پیش فرض بهینه سازی به روش کالیبراسیون رانشان می دهد.

جدول ۶: پارامترهای بهینه سازی به روش کالیبراسیون

پارامترهای بهینه سازی	مقدار	پارامترهای بهینه سازی	مقدار
ماکزیمم تکرار	۱۰۰۰	ضریب دلتای مونت کارلو	۰/۰۰۰۱
تلورانس فاکتوریل	۰/۰۰۰۳	ضریب پرش مونت کارلو	۰/۰۵
ضریب تلورانس	۲۱	ضریب اپسیلون مونت کارلو	۰/۰۱
ضریب گامای مونت کارلو	۰/۰۵	وزن کالیبراسیون	۱۴۹-۱/۰۰

منبع : یافته های پژوهش

برای تعیین مقدار دقیق پارامتر کالیبراسیون ریشه اختلال جهت نزدیک شدن نتایج به واقعیت، قیمت سهام شبیه سازی در مقایسه با قیمت سهام تاریخی با وزن کالیبراسیون ۱۴-۱/۰۰e بعنوان پارامتر اعتبارسنجی انتخاب شد. همچنین عامل ریشه اختلال بعنوان پارامتر بهینه سازی در محدوده ۱۰ و ۱۰- تنظیم شده و با ۱۰۰۰ تکرار و تلورانس فاکتوریل ۰/۰۰۰۳ کالیبراسیون انجام شد. جدول ۷ نتیجه فرایند کالیبراسیون مدل به ازای تغییرات تصادفی در ریشه اختلال در محدوده تعیین شده ۱۰ و ۱۰- را نشان می دهد. همانطوری که در جدول ۷ گزارش شده است حداکثر جریمه به ازای بهینه سازی ریشه اختلال بمیزان ۲/۵۷۱۴۹ در شبیه سازی تکرار ۹ حاصل شده است .

جدول ۷: بهینه سازی به روش کالیبراسیون به ازای تغییرات تصادفی پارامتر ریشه

اختلال / منشا نویز

پارامتر	کمینه	بیشینه	شبیه سازی	ارزش	حداکثر جریمه ۱۷
منشا نویز مدل اولیه	-۱۰	۱۰	۱	۱/۵۰۴	-۴/۳۷۹-۱۹
منشا نویز مدل بهینه	-۱۰	۱۰	۹	۲/۵۷۱۴۹	-۲/۹۱۹-۲۰

منبع : یافته های پژوهش

پس از انجام کالیبراسیون دوباره اعتبارسنجی مدل به ازای پارامتر بهینه ریشه اختلال انجام شد تا مشخص شود مقدار خطای شبیه سازی به مقادیر استاندارد خود رسیده است یا خیر. بنابراین ریشه اختلال روی مقدار ۲/۵۷۱۴۹ تنظیم شده و نتایج حاصل از اعتبارسنجی شبیه سازی

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و دوم / بهار ۱۳۹۹

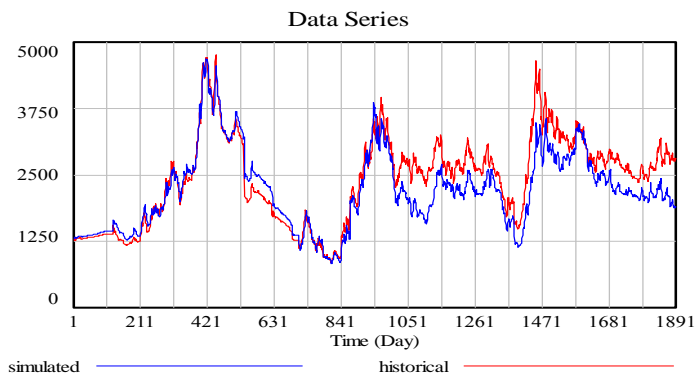
قیمت سهام پس از فرایند کالیبراسیون به ازای پارامتر ریشه اختلال در جدول ۸ گزارش گردیده است.

جدول ۸: نتایج حاصل از شبیه سازی قیمت سهام با $\sigma = 2/57149$ Noise Seed

متغیر	تعداد	کمینه	بیشینه	میانگین	میانه	انحراف معیار	انحراف استاندارد
قیمت پایانی سهام (تاریخی)	۱۸۹۱	۸۵۵	۴۷۶۲	۲۴۱۰	۲۵۳۵	۸۲۰/۹	۰/۳۴۰۶
قیمت پایانی سهام (شبیه سازی)	۱۸۹۱	۸۳۲/۱	۴۶۸۶	۲۲۰۶	۲۱۶۴	۷۳۲/۸	۰/۳۳۲۳
خالص تغییر قیمت	۱۸۹۱	-۵۴۸/۵	۵۰۰/۱	۰/۳۱۹۹	-۰/۹۸۷	۵۵/۶۸	۱۷۴/۱
رانس	۱۸۹۱	-۰/۱۸۵۱	۰/۱۴۸۴	۰/۰۰۰۴۱	-۰/۰۰۰۷۱	۰/۰۲۰۶۹	۵۰/۴۳
نرخ رانس	۱۸۹۱	-۵۷۱/۲	۲۲۴	۰/۰۵۵۷۷	-۱/۱۴۴	۴۸/۹۱	۸۷۷
پارامتر تلاطم تصادفی	۱۸۹۱	۰	۰/۱۲۶۸	۰/۰۰۸۳۳	۰/۰۰۵۳۲	۰/۰۰۹۶۴	۱/۱۵۶
مربعات تلاطم تصادفی / ۲	۱۸۹۱	۰	۰/۰۰۸۰۴	۰/۰۰۰۰۸۱	۰/۰۰۰۰۱۴	۰/۰۰۰۰۳۱	۳/۹۳۶
نرمال استاندارد	۱۸۹۱	-۳/۶۰۵	۳/۱۶۵	-۰/۰۲۷۳	-۰/۰۱۰۱۶	۰/۹۹۲۲	-۳۶/۳۵
نرخ تلاطم تصادفی	۱۸۹۱	-۳۰۸/۸	۳۴۰/۲	۰/۲۶۴۱	۰	۳۰/۴۹	۱۱۵/۵

منبع: یافته های پژوهش

بامطالعه جدول ۸ می توان دریافت که خطای پیش بینی پس از کالیبراسیون به ازای پارامتر ریشه اختلال بمیزان $2/57149$ از $22/73$ درصد به $8/5$ درصد کاهش یافته است. نمودار ۷ نتیجه بهینه سازی شبیه سازی قیمت سهام شرکت ایران خودرو را به ازای ریشه اختلال $2/57149$ نشان می دهد.



نمودار ۷: بهینه سازی شبیه سازی قیمت سهام ایران خودرو به ازای تغییرات تصادفی

ریشه اختلال (منبع: یافته های پژوهش)

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

برای تعیین مقدار دقیق پارامتر کالیبراسیون گام زمانی نیز، همانند مرحله قبل قیمت سهام شبیه سازی درمقایسه با قیمت سهام تاریخی با وزن کالیبراسیون 14×10^{-1} بعنوان پارامتر اعتبارسنجی انتخاب شد. همچنین عامل گام زمانی بعنوان پارامتر بهینه سازی در محدوده ۱ و ۰ تنظیم شده و با ۱۰۰۰ تکرار و تلو رانس فاکتوریل 3×10^{-1} کالیبراسیون انجام شد. جدول ۹ نتیجه فرایند کالیبراسیون مدل به ازای تغییرات تصادفی در گام زمانی را در محدوده تعیین شده ۱۰ و ۱- نشان می دهد. همانطوری که در جدول ۹ گزارش شده است حداکثر جریمه به ازای بهینه سازی گام زمانی بمیزان 0.949428 در شبیه سازی تکرار ۲۴ حاصل شده است.

جدول ۹: بهینه سازی شبیه سازی قیمت سهام به روش کالیبراسیون به ازای تغییرات

تصادفی پارامتر گام زمانی

پارامتر	کمینه	بیشینه	شبیه سازی	ارزش	حداکثر جریمه
گام زمانی مدل اولیه	۰	۱	۱	۱	$19-437e$
گام زمانی مدل بهینه	۰	۱	۲۴	0.949428	$21-9108e$

منبع : یافته های پژوهش

پس از انجام کالیبراسیون دوباره اعتبارسنجی مدل به ازای پارامتر بهینه گام زمانی انجام شد تا مشخص شود مقدار خطای شبیه سازی به مقادیر استاندارد خود رسیده است یا خیر. بنابراین گام زمانی مدل نهایی روی مقدار 0.949428 تنظیم شده و نتایج حاصل از اعتبارسنجی شبیه سازی قیمت سهام پس از فرایند کالیبراسیون به ازای پارامتر گام زمانی در جدول ۱۰ گزارش شد.

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و دوم / بهار ۱۳۹۹

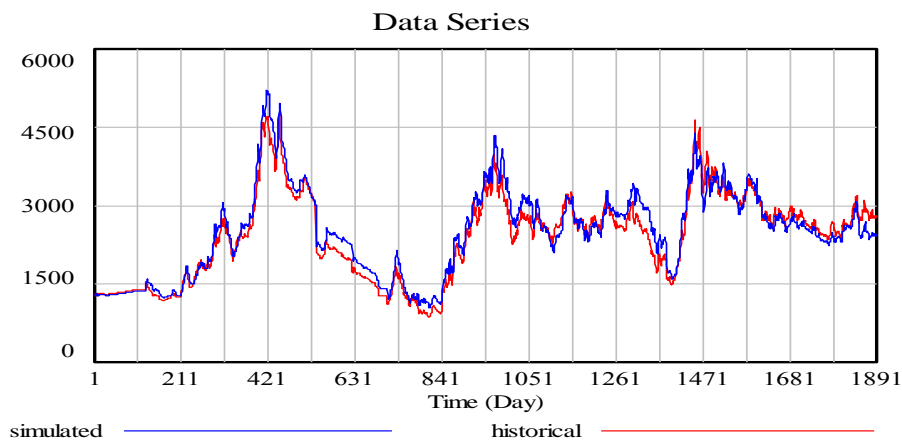
جدول ۱۰: نتایج حاصل از شبیه سازی قیمت سهام با ۰/۹۴۹۴۲۸ Time Step=

متغیر	تعداد	کمینه	بیشینه	میانگین	میان	انحراف معیار	انحراف استاندارد
قیمت پایانی سهام (تاریخی)	۱۸۹۱	۸۵۵	۴۷۶۲	۲۴۱۰	۲۵۳۵	۸۲۰/۹	۰/۳۴۰۶
قیمت پایانی سهام (شبیه سازی)	۱۹۹۲	۸۳۱/۹	۵۳۱۴	۲۳۴۰	۲۳۹۷	۸۴۸/۱	۰/۳۶۲۴
تغییر قیمت	۱۹۹۲	-۴۲۲/۴	۲۷۸/۵	۰/۷۳۰۱	-۰/۸۲۵۲	۵۲/۱۷	۷۱/۴۶
پارامتر رانش	۱۹۹۲	-۰/۱۸۱۴	۰/۱۴۵۹	۰/۰۰۰۴۱	-۰/۰۰۰۷۵	۰/۰۱۹۲۴	۴۶/۵۲
رانش روزانه	۱۸۹۱	-۰/۱۸۵۱	۰/۱۴۸۴	۰/۰۰۰۴۱	-۰/۰۰۰۷۱	۰/۰۲۰۶۹	۵۰/۴۳
نرخ رانش	۱۹۹۲	-۴۶۰/۴	۲۰/۱/۱	۰/۳۹	-۱/۳۸۴	۴۶/۱۸	۱۱۸/۴
پارامتر تلاطم تصادفی	۱۹۹۲	۰	۰/۰۸۰۹۹	۸/۳۳e-۰۳	۶/۳۶e-۰۵	۰/۰۰۸۰۱	۰/۹۶۲۲
تلاطم تصادفی روزانه	۱۸۹۱	۰	۰/۱۲۶۸	۸/۳۳e-۰۳	۵/۳۲e-۰۳	۰/۰۰۹۶۴	۱/۱۵۶
مربعات تلاطم تصادفی / ۲	۱۹۹۲	۰	۰/۰۰۳۲۸	۶/۷۰e-۰۵	۲/۰۰e-۰۵	۰/۰۰۰۱۷	۲/۶۱۱
نرمال استاندارد	۱۹۹۲	-۳/۶۰۵	۳/۱۶۵	-۲/۷۴e-۰۲	-۱/۷۷e-۰۲	۰/۹۹۱	-۳۶/۱۱
نرخ تلاطم تصادفی	۱۹۹۲	-۱۸۳/۳	۱۶۸/۵	۳/۴۰e-۰۱	-۱/۵۰e-۰۵	۲۶/۸۹	۷۹/۰۵

منبع : یافته های پژوهش

بامطالعه جدول ۱۰ می توان دریافت که خطای پیش بینی پس از کالیبراسیون به ازای پارامتر گام زمانی بمیزان ۰/۹۴۹۴۳ از ۳۰/۳۵ درصد به ۳/۶۳ درصد کاهش یافته است. نمودار ۸ نتیجه بهینه سازی شبیه سازی قیمت سهام شرکت ایران خودرو را به ازای گام زمانی ۰/۹۴۹۴۳ نشان می دهد. بامقایسه نتایج جدول ۸ و ۱۰ مشاهده می شود که تاثیر کالیبراسیون پارامتر گام زمانی بر قیمت سهام بیشتر از پارامتر ریشه اختلال بوده و خطای شبیه سازی بیشتر کاهش یافته و قیمت سهام به داده های تاریخی نزدیکتر می شوند.

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان



نمودار ۸: بهینه سازی شبیه سازی قیمت سهام شرکت ایران خودرو به ازای تغییرات تصادفی گام زمانی (منبع: یافته های پژوهش)

برای اطمینان از اعتبار عملکرد الگو و روابط تعریف شده آزمون محاسبه میزان خطا جهت محاسبه خطای پارامتر اعتبارسنجی بر اساس $PRMSE$ ^{۱۸}، MAE ^{۱۹} و $RMSE$ ^{۲۰} انجام شد و نتایج حاصل در جدول ۱۱ به ازای بهترین ترکیب پارامترهای کالیبراسیون گزارش شد.

جدول ۱۱: آزمون معیارهای خطا: MAE , $RMSE$, $PRMSE$ در ترکیب مختلف پارامترهای

کالیبراسیون

SPE	APE	MAPE	PRMSE	RMSE	پارامترهای بهینه سازی
۱۶۸/۸	۳۰۴/۴	۰/۲۳۰۸	۰/۲۸۸۴	۷۰۲/۴	ریشه اختلال ۱ - گام زمانی ۱
۱۳/۳۸	۸۶/۵۹	۰/۰۷۶۷۴	۰/۰۹۶۹۶	۲۱۸/۲	ریشه اختلال ۲/۵۷۱ - گام زمانی ۱
۶/۲۶۷	۵۹/۵۹	۰/۰۵۱۵۸	۰/۰۶۸۷۶	۱۶۰/۳	ریشه اختلال ۱ - گام زمانی ۰/۹۴۹۲۴۸

منبع: یافته های پژوهش

خلاصه آمارهای برازش تاریخی (استرمن، ۱۹۸۴) برای مدل های پویایی سیستم بعنوان یک آزمون اعتبارسنجی استاندارد محسوب می شود. این آمار برای تجزیه و تحلیل و تشخیص نتایج حاصل از کالیبراسیون مدل جزئی نیز مفید است. کالیبراسیون مدل جزئی معمولاً به فرایند تکرار فرموله کردن ساختار، برآورد پارامتر، تحلیل برازش، باقیمانده و فرموله کردن دوباره نیاز دارد و این فرایند تا رسیدن به سازه ای مطابق با دانش جاری در مورد سیستم واقعی تکرار

فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و دوم / بهار ۱۳۹۹

می‌شود تا توانایی توضیح رفتار مشاهده شده را دارا باشد (روخلیو، ۱۹۹۸). روش دیگر برای سنجش انحراف مقادیر شبیه سازی شده از داده های واقعی محاسبه UT^{21} است که همواره دارای مقداری بین صفر و یک خواهد بود؛ هرچه این مقدار به صفر نزدیک تر باشد، مقادیر شبیه سازی شده و واقعی، انحراف کمتری از یکدیگر دارند. با توجه به اهمیت خطا در پیش بینی، شناخت منابع خطا و کاهش آن می‌تواند در افزایش اعتماد به نتایج الگو بسیار مؤثر باشد. تیل^{۲۲} (۱۹۹۶) ریشه های خطا را ناشی از سه عامل می‌داند:

۱- خطای نابرابری مینا (U^m)^{۲۳}: زمانی که خروجی های الگو با داده ها با هم سنخیت نداشته باشند که به آن خطای سیستماتیک می‌گویند؛

۲- خطای نابرابری واریانس (U^s)^{۲۴}: زمانی که واریانس های داده های واقعی و شبیه سازی با هم تفاوت زیادی داشته باشند؛

۳- خطای نابرابری کوواریانس ها (U^c)^{۲۵}: زمانی که نتایج الگو و داده ها با هم همبستگی نداشته باشند که در اصطلاح خطای غیرسیستماتیک نامیده می‌شود. برای محاسبه ریشه های خطا از رابطه زیر استفاده می‌شود

در حالت بهینه هرچقدر میزان خطای سیستماتیک و غیرسیستماتیک کمتر شود، به مفهوم صحت عملکرد مدل شبیه سازی است. در حالت ایده ال $U^m = U^s = 0$ و $U^c = 1$ خواهد شد و مجموع این خطاها باید برابر یک باشد^{۲۶}.

جدول ۱۲. آزمون شناسایی ریشه های خطا: MAE, RMSE, PRMSE در ترکیب های

مختلف پارامترهای کالیبراسیون

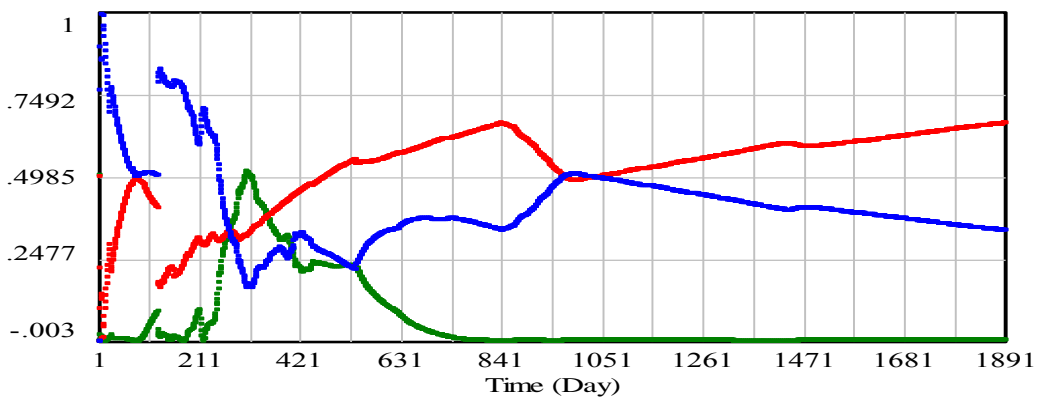
مجموع ریشه خطا	ریشه خطا			ترکیب پارامترهای کالیبراسیون
	خطای نابرابری کوواریانس ها	خطای نابرابری واریانس	خطای نابرابری مینا	
۱	۰/۴۱۵	۰/۰۶	۰/۵۲۵	ریشه اختلال ۱ - گام زمانی ۱
۱	۰/۷۰۷	۰/۰۴۵	۰/۲۴۸	ریشه اختلال ۲/۵۷۱ - گام زمانی ۱
۱	۰/۵۹۹	۰/۰۴۹	۰/۳۵۲	ریشه اختلال ۱ - گام زمانی ۰/۹۴۹۴۲۸

منبع: یافته های پژوهش

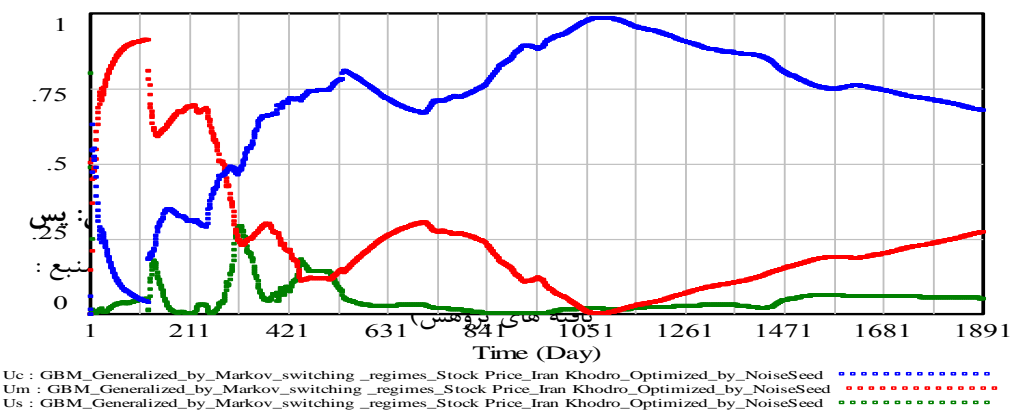
کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

باتوجه به نتایج گزارش شده درجدول ۱۲ و مشاهده نمودار ۱۰ می‌توان دریافت که با بهینه‌سازی پارامترهای کالیبراسیون میزان ریشه‌های خطا به حالت ایده آل یعنی خطای نابربری کوواریانس‌ها به سمت عدد یک و خطای نابربری مبنا و خطای نابربری واریانس‌ها به سمت عدد صفر نزدیک شده و نشان از صحت عملکرد مدل پژوهش یعنی مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته با فرآیند رژیم سوئیچینگ مارکوف دارد. نمودار ۱۰ تفکیک ریشه‌های میانگین مجذور خطای شبیه‌سازی را به ازای ترکیبات متفاوت پارامترهای کالیبراسیون قبل از کالیبراسیون (نموداربالایی) و پس از آن (نمودارمیانی وپائینی) نشان می‌دهد.

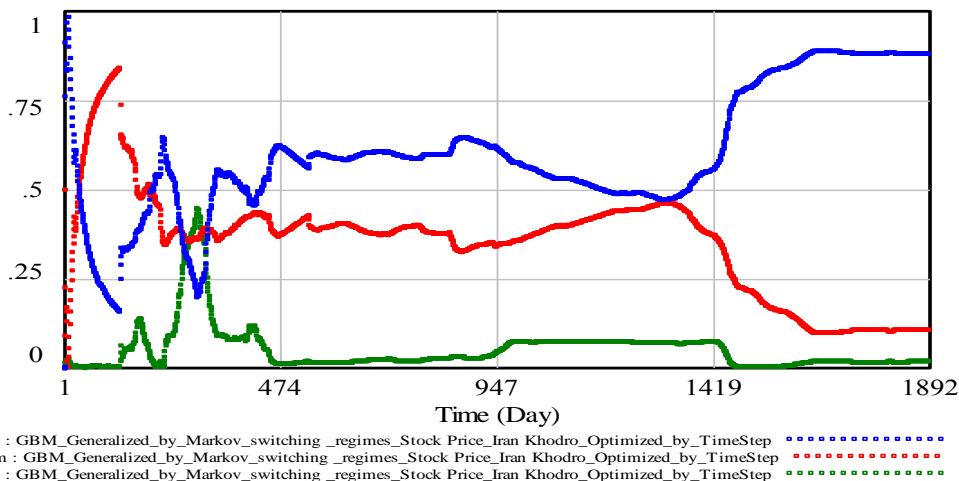
Decomposition MSE (history)



Decomposition MSE (history)



Decomposition MSE (history)



بحث، نتیجه گیری و پیشنهادها

این پژوهش فرایند قیمت گذاری تصادفی و چگونگی مدل سازی این فرایند را در قالب پویایی شناسی سیستمی را برای شرکت ایران خودرو طی دوره زمانی ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۶ تشریح می نماید. مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته بافرآیند رژیم سوئیچینگ مارکوف یکی از مهمترین فرایندهای تصادفی برای مدل سازی قیمت گذاری سهام شرکتها با توجه به محیط اقتصادی هر کشوری بشمار می رود. مدل پویایی شناسی سیستمی با محاسبه مقادیر متوسط شبیه سازی مونت کارلوبه ازای مقادیر متفاوتی از پارامترهای مدل حرکت براوونی هندسی اعتبارسنجی گردید. سهم اصلی این پژوهش نمایش تبدیل فرآیند پیچیده قیمت گذاری در رشته فاینانس به مدل های پویایی شناسی سیستمی است که از لحاظ کاربردی ساده تر و ملموس تر بوده و نیازی به درک فرآیند پیچیده قیمت گذاری نیست. هر چند رویکرد پویایی شناسی سیستمی رویکرد مشهور برای رفتار با سیستم های پیچیده بشمار می رود، با وجود این رویکرد پویایی شناسی سیستمی مزایا و معایب خود را داراست (ژیکون، ونیان، سنگان و ززو، ۲۰۱۸). نرم افزارهای پویایی شناسی سیستمی تصویر روشن و واضحی هم از ساختار مدل های مالی از جمله حرکت براوونی هندسی و هم بردار پویایی های قیمت فراهم می نمایند.

در پارامترهای پیش فرض مدل، خطای شبیه سازی به ازای تغییرات تصادفی در ریشه اختلال ۲۲/۷۴ درصد و در گام زمانی ۳۰/۳۵ درصد برآورد شد. بعلاوه بالابودن خطای شبیه سازی

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

بالاتر از حد قابل قبول ۱۵ درصد هردو پارامتر کالیبره شدند. جهت تخمین مناسبی از محدوده پارامترهای کالیبراسیون از روش آزمون و خطا و مشاهده میدانی رفتار سیستم استفاده گردید. خطای شبیه سازی پس از کالیبراسیون به ازای پارامتر ریشه اختلال از $22/73$ درصد به $8/5$ درصد و نیز به ازای پارامتر گام زمانی از $30/35$ درصد به $3/63$ درصد کاهش یافت. بنابراین دقت شبیه سازی به ازای پارامتر ریشه اختلال از $77/26$ درصد به $91/5$ درصد و به ازای پارامتر گام زمانی $69/65$ درصد به $96/37$ درصد افزایش یافت. همچنین یافته ها نشان می دهد که با بهینه سازی پارامترهای کالیبراسیون میزان ریشه های خطا به حالت ایده آل رسیده یعنی خطای نابری کوواریانس ها به سمت عدد یک و خطای نابری مبنا و خطای نابری واریانس ها به سمت عدد صفر نزدیک شده و نشان از صحت عملکرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته با فرآیند رژیم سوئیچینگ مارکوف در شبیه سازی قیمت سهام دارد. نتایج حاصل از این پژوهش با یافته های مطالعات نیسی، چمنی انباجی و شجاعی منش (۱۳۹۱)، مولایی، برازنی و صمدی (۱۳۹۵)، نبوی چاشمی و مختاری نژاد (۱۳۹۵)، پورمرادی، شعبانی و سام دلیری (۱۳۹۵) و محسنی، سخت کار مدلل (۱۳۹۶)، پدرو و مانوئل (۲۰۱۶)، پریمبس و راس بارمیش (۲۰۱۶) سازگاری داشته و با یافته های خوچیانی، حسینی و شجاعی (۱۳۹۷)، زارع، رضایی سخا و زارع (۱۳۹۷) و ردی و کلینتون (۲۰۱۶) در تناقض می باشد. پیشنهاد می شود جهت مقایسه دقت شبیه سازی قیمت سهام از سایر معادلات دیفرانسیل تصادفی با رویکرد پویایی شناسی سیستمی استفاده گردد.

منابع

- ۱) استرمن ، جان د. (۱۳۹۵). پویایی شناسی کسب و کار (تفکر سیستمی و مدل سازی برای جهانی پیچیده)، ترجمه: برارپور کوروش و دیگران، جلد اول، انتشارات سمت.
- ۲) امامی، سوفیا(۱۳۹۳). قیمت گذاری اختیار معامله و مدل رژیم سوئیچینگ، پایان نامه دوره کارشناسی ارشد، دانشگاه گیلان، دانشکده علوم ریاضی.
- ۳) پورمرادی، مرزیه؛ شعبانی، زینب؛ سام دلیری ، لیلا(۱۳۹۵). رویکرد معادلات دیفرانسیل تصادفی در پیش بینی متغیرهای مالی – مطالعه موردی سهام ایران خودرو در بورس تهران، نهمین کنفرانس انجمن ایرانی تحقیق در عملیات دانشگاه صنعتی شیراز.
- ۴) خوچیانی، رامین؛ حسینی، سیدمحمد حسین؛ شجاعی، فاطمه (۱۳۹۷). مقایسه پیش بینی مدل های خطی و غیرخطی برای قیمت سهام صنایع دارویی بر پایه معادلات دیفرانسیل تصادفی، همایش تولید ملی و اشتغال پایدار، چالش ها و راهکارها، بروجرد، دانشگاه آیت اله بروجردی (ره).
- ۵) رحیم اف، کامران؛ نعمتی ، امید(۲۰۱۵) . کالیبراسیون مدل های شبیه سازی شده با استفاده از نرم افزار Aimsun، اولین کنفرانس بین المللی انسان، معماری، مهندسی عمران و شهر ، تبریز.
- ۶) زارع، هاشم؛ رضایی سخا، زینب؛ زارع، محمد(۱۳۹۷). یک الگوی تعادلی برای شبیه سازی تصادفی رفتار بازار سهام ایران: رهیافتی از اقتصاد فیزیک، راهبرد مدیریت مالی، سال ششم، (۲۱)، ۷۳-۱۰۴.
- ۷) نبوی چاشمی، سیدعلی؛ مختاری نژاد، ماریه (۱۳۹۵). مقایسه مدل های حرکت براونی و براونی کسری و گارچ در برآورد نو سانات بازده سهام، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، (۲۹)، ۲۵-۴۴.
- ۸) عسکری، محسن(۱۳۹۴). برر سی حرکت براونی کسری و نقش آن در تحلیل روند قیمت سهام ، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شاهد، گروه علوم پایه.
- ۹) عمرانی، سمیه (۱۳۹۸). پیش بینی قیمت با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی و سری های زمانی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه خوارزمی، دانشکده علوم اقتصادی، تهران.

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

۱۰) مولایی، صابر؛ برزانی، محمدواعظ؛ صمدی، سعید (۱۳۹۵). الگو سازی رفتار قیمت سهام با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی با نو سان تصادفی، دانش مالی تحلیل اوراق بهادار (مطالعات مالی)، ۹(۳۲)، ۱-۱۳.

۱۱) محسنی، رضا؛ سخت کارمدل، لیلا (۱۳۹۶). برآورد قیمت سهام بازار انرژی شامل نفت، گاز و زغال سنگ: مقایسه مدل های خطی و غیرخطی رژیم سوئیچینگ مارکوف، مجله مطالعات مدیریتی، ۱۰(۳)، ۷۱۵-۷۲۸.

۱۲) نیسی، عبدالساده؛ چمنی انباجی، رویا؛ شجاعی منش، لیلی (۱۳۹۱). سه مدل اساسی در ریاضیات مالی، مجله مدلسازی پیشرفته ریاضی، ۲(۱)، ۹۶-۷۷.

13) Ahmad, S.; Tahar, R.M.; Muhammad-Sukki, F.; Munir, A.B.; Rahim, R.A., (2016). Application of system dynamics approach in electricity sector modelling: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 56, 29–37.

14) Asgari, Mohsen (2015). Investigating Fractional Brownian Motion and Its Role in Analysis of Stock Price Trend, MSc Thesis, Shahed University, Department of Applied Sciences (in Persian).

15) Azizi S.M.E.P.M., Neisy A. (۲۰۱۸). A New Approach in Geometric Brownian motion Model. In: Cao BY. (eds) *Fuzzy Information and Engineering and Decision, Advances in Intelligent Systems and Computing*, vol ۶۴۶.

16) Bongiorno E.G., Goia A., Vieu P. (2017). On the Geometric Brownian Motion assumption for financial time series. In: Aneiros G., G. Bongiorno E., Cao R., Vieu P. (eds) *Functional Statistics and Related Fields. Contributions to Statistics*. Springer, Cham.

17) Braumann Carlos A, (2019). Introduction to Stochastic Differential Equations with Applications to Modelling in Biology and Finance (Chapter 8: Study of geometric Brownian motion (the stochastic Malthusian model or Black–Scholes model)), John Wiley & Sons Ltd

18) Boudreault Mathieu, Renaud Jean-François (2019). *Actuarial Finance: Derivatives, Quantitative Models and Risk Management, One* (Chapter 14: Brownian motion), John Wiley & Sons, Inc.

19) Cleofe Giorgino Maria, Barnabè Federico, Martin Kunc (2019). Integrating qualitative system dynamics with accounting practices: The case of integrated reporting and resource mapping, *System research and behavioral science*, 1-22.

- 20) Dobrow Robert P., (2016). Introduction to Stochastic Processes with R (Chapter 8: Brownian motion), John Wiley & Sons, Inc.
- 21) Emami, Sophia (2014). Option Pricing and Switching Regime Model, Masters Thesis, University of Guilan, and Faculty of Mathematical Sciences (in Persian).
- 22) Forrester, J.W.,(1994). System dynamics, systems thinking, and soft, O.R. System Dynamic Review, 10, 245–256.
- 23) Kavetsky, Carlos,(2017). Calibrating a System Dynamic Model within an Integrative Framework to Test Foreign Policy Choices, Electronic Theses and Dissertations. 5578, 1-197
- 24) Khuchiyani Ramin, Hosseini Seyed Mohammad, Shojaee Fatemeh (2018). Comparison of Linear and Nonlinear Forecasting Models of Pharmaceutical Stocks Based on Stochastic Differential Equations, Conference of National Production and Sustainable Employment, Challenges and Solutions, Boroujerd, Ayatollah Boroujerdi University(in Persian).
- 25) Krishna Reddy, Vaughan Clinton,(2016). Simulating Stock Prices Using Geometric Brownian motion: Evidence from Australian Companies, Australasian Accounting, Business and Finance Journal, 10(3), 23-47.
- 26) Mola'i, Saber; Barzani, Mohammadvaez; Samadi Saeed (2016). Modeling of Stock Price Behavior using Stochastic Differential Equations by Stochastic Volatility, Financial Knowledge of Securities Analysis ,Financial Studies, 9 (32), 13-1(in Persian).
- 27) Mohseni, Reza; SakhtKar madlal, Leila (1396). Estimating Stock price of Energy Market including Oil, Gas, and Coal: Comparison of Linear and Nonlinear Markov Switching Regime Models, Iranian Journal of Management Studies, 10 (3), 715-728(in Persian).
- 28) Nabavi Chashmi, Seyed Ali; Mokhtarinejad, Marieh (2016). Comparison of Brownian Motion and Fractional Brownian motion and Garch Models in Estimating of Stock Returns Volatility, Journal of Financial Engineering and Securities Management, (29), 44- 25(in Persian).
- 29) Nisi, AbdulSadeh; Chamani Enbaji, Roya; Shojaee Manesh, Leily (2012). Three Basic Models in Financial Mathematics, Journal of Advanced Mathematical Modeling, 2 (1), 77-96(in Persian).
- 30) Omrani, Somayeh (2019). Price Forecasting using Stochastic Differential Equations and Time Series, MSc Thesis, Kharazmi University - Faculty of Economics Sciences, Tehran (in Persian).

کاربرد مدل حرکت براوونی هندسی تعمیم یافته .../مالکی نیا، عسگری آلوچ و سپهریان

- 31) Pedro P. Mota & Manuel L. Esquivel, (2016). Model selection for stock prices data, Journal of Applied Statistics, 43:16, PP2977-2987.
- 32) Pourmoradi, Marzieh; Shabani, Zeinab; Sam Deliri, Leila (2016). Approach of Stochastic Differential Equations in Predicting of Financial Variables - A Case Study of Iran Khodro Stock in Tehran Stock Exchange(TSE), 9th Iranian Association Conference of Operational Research of Shiraz Industrial University (in Persian).
- 33) Primbs James A., RossBarmish B.,(2018). On Robustness of Simultaneous Long-Short Stock Trading Control with Time-Varying Price Dynamics , IFAC-PapersOnLine , 50(1), 12267-12272.
- 34) Rahimov, Kamran; Nemati, Omid (2015). Calibration of simulated models using Aimsun software, 1st International Conference on Human, Architecture, Civil and Urban Engineering, Tabriz (in Persian).
- 35) Shao, J. Chin. Ann. Math. Ser. B (۲۰۱۸). Ergodicity and First Passage Probability of Regime-Switching Geometric Brownian Motions, Chinese Annals of Mathematics, Series B, 39(4), ۷۳۹-۷۵۴
- 36) Sterman, J.D.,(1984). Appropriate Summary Statistics for Evaluating the Historical Fit of System Dynamics Models. Dynamica, 10, 51-66.
- 37) Sterman, John D. (2016). Business Dynamics (Systems Thinking and Modeling for a Complex World), Bararpour kouroush et al., Voll1, Samt publications (in Persian).
- 38) Steven P. Lalley, (2016). Stochastic Differential Equations, University of Chicago, Department of Statistics, Working paper, 1-11.
- 39) Zare, Hashem; Rezaei Sakha, Zeinab; Zare, Mohammad (2018). An Equilibrium Model for Stochastic Simulation of Iranian Market Behavior: An Approach from Physical Economics, Financial Management Strategy, 6 (21), pp. 104-73(in Persian).
- 40) Zhikun Ding, Wenyan Gong, Shenghan Li and Zezhou Wu(2018). System Dynamics versus Agent-Based Modeling: A Review of Complexity Simulation, sustainability, 10, 2484; 1-13.

- 1 - Bongiorno
- 2 - Goia
- 3 - Stock-flow diagrams
- 4 - Zhikun
- 5 - Wenyan
- 6 - Shenghan
- 7- Zezhou
- 8- Braumann
- 9 - Primbs
- 10- Ross Barmish
- 11 - Cleofe
- 12 - Barnabè
- 13 - Stochastic Differential Equation

۱۴ - متغیرهای درون زا : متغیرهایی هستند که پژوهشگر قصد مدل کردن آنها را به طور صریح دارد و از این رود داخل مرز مدل قرار دارند.

۱۵ - متغیرهای برون زا : متغیرهای حالتی هستند که قصد مدل کردن آنها به طور صریح وجود ندارد و از این رود بیرون از مرز مدل قرار دارند و بایستی از داده‌های آماری و روش‌های برآوردی جهت تخمین مقادیر آنها استفاده نمود.

- 16 - Kavetsky
- 17 - Maximum payoff
- 18 - Percentage of Root Mean Squares Error
- 19 - Mean Absolute Percent Error
- 20 - Root Mean Square Error

$$21 - U\text{-Theil's (UT)} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t^s - y_t^a)^2}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t^s)^2 + \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t^a)^2}}$$

22 - Theil

$$23 - U^m = (\bar{y}^s - \bar{y}^a)^2 / \left[\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t^s - y_t^a)^2 \right] = (\bar{y}^s - \bar{y}^a)^2 / MSE$$

\bar{y}^a متوسط اطلاعات واقعی، \bar{y}^s متوسط اطلاعات شبیه سازی می باشد.

$$24 - U^s = (S_s - S_a)^2 / \left[\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t^s - y_t^a)^2 \right] = (S_s - S_a)^2 / MSE$$

همچنین S_s و S_a به ترتیب، انحراف معیار داده‌های شبیه سازی شده و واقعی می باشد.

$$25 - U^c = [2(1-r)(S_s S_a)] / \left[\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t^s - y_t^a)^2 \right] = [2(1-r)(S_s - S_a)] / MSE$$

$$26 - U^m + U^s + U^c = 1$$