



بررسی عددی کمانش غیرخطی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده دارای نقص

اولیه

فاطمه فقهی*^۱ امیررضا شاهانی^۲

*۱- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

۲- استاد، گروه جامدات، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰-۲-۲۷ تاریخ دریافت: ۱۴۰۰-۲-۱۸

چکیده: در این مقاله رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده با اعمال نقص اولیه تحت بارگذاری محوری به صورت عددی مطالعه شده است. جهت به دست آوردن بار کمانش غیرخطی و منحنی بار-جابجایی از روش ریکس استفاده شده است. هم‌چنین به مطالعه آثار تقویت‌کنندگی ریب و استرینگر به صورت جداگانه و همراه با یکدیگر پرداخته شده است. هم‌چنین با در نظر گرفتن شکل مدهای کمانش خطی، به عنوان نقص اولیه، کمانش با فرض غیرخطی بودن بررسی شده و میزان حساسیت پوسته نسبت به وجود نقص اولیه هندسی و اندازه آن مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت نتایج حاصل از استفاده‌ی تقویت‌کننده، وجود نقص و تاثیرشان بر بار کمانش ارائه شده است. مشاهده شد که افزودن تقویت‌کننده‌های استرینگر و ریب می‌تواند به مقدار قابل توجهی بار کمانش را افزایش دهد، و کاهش مقاومت ناشی از وجود نقص هندسی را تا حد قابل قبولی بهبود ببخشد. موضوع قابل توجه تاثیر تقویت‌کنندگی ریب با افزایش نقص اولیه هندسی، کاهش نمی‌یابد، در صورتیکه با افزایش نقص هندسی تاثیر تقویت‌کنندگی استرینگرها کاهش می‌یابد. هم‌چنین نقاط بازگشت ناگهانی مشاهده شده در نمودار نشانگر کمانش‌های موضعی ایجاد شده در پوسته می‌باشد که طی این اتفاق مقاومت پوسته کاهش پیدا کرده اما همچنان قدرت تحمل بار را داشته و سازه دچاره واماندگی نمی‌شود.

واژه‌های کلیدی: پوسته تقویت‌شده، نقص اولیه، کمانش موضعی، ریب و استرینگر، روش ریکس

۱. مقدمه

پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده به دلیل کاربرد وسیع در صنایع فضایی نظیر موشک و دریایی مانند زیر دریایی‌ها، در بین سازه‌های مهندسی از اهمیت فراوانی برخوردار هستند. در نتیجه مطالعه‌ی توزیع تنش بین اجزای سازه و کمانش پوسته‌ی تقویت نشده و تاثیر تقویت‌کننده‌ها بر مقاومت پوسته در برابر کمانش، پیش از طراحی ضروری می‌باشد. با اشاره به اینکه وجود نقص اولیه در واقعیت امری اجتناب ناپذیر است بررسی تاثیر نقص اولیه بر رفتار کمانشی پوسته مورد توجه قرار می‌گیرد.

ضرورت تعیین تاثیرات هم زمان دو مورد ذکر شده بر رفتار کمانشی پوسته، موضوع را به مسئله پیچیده غیرخطی تبدیل کرده است و یافتن پاسخ تحلیلی برای بار بحرانی با در نظر گرفتن همه عوامل دشوار خواهد بود.

طراحی سازه‌ها عمدتاً بر اساس ملاحظات استحکامی انجام می‌شود. در مورد پوسته‌های استوانه‌ای با توجه به اینکه سازه‌هایی نازک هستند ($\frac{t}{R} < \frac{1}{50}$) با در نظر گرفتن ملاحظات استحکامی، امکان دارد سازه قبل از نقض معیارهای استحکامی و سفتی، بر اثر کمانش ناپایدار شود. در نتیجه در این سازه علاوه بر ملاحظات استحکامی، بررسی پایداری و مقاومت در برابر کمانش از اصول مهم طراحی محسوب می‌شود.

جهت افزایش مقاومت پوسته‌ها در برابر کمانش دو روش افزایش ضخامت پوسته و استفاده از تقویت کننده پیشنهاد می‌شود.

افزایش ضخامت پوسته به دلیل افزایش وزن و ملاحظات بهینه سازی در طراحی سازه‌های فضایی مطلوب نمی‌باشد.

تقویت پوسته بوسیله ریب یا استرینگر که تقویت کننده محیطی و طولی می‌باشند و استفاده همزمان از هر دو به صورت شبکه تقویت کننده‌ها انجام می‌پذیرد. استفاده از تقویت کننده‌ها موجب مقاومت پوسته در برابر کمانش شده و کمانش را به تاخیر می‌اندازد. تحلیل کمانش پوسته‌های تقویت شده و تعیین بار بحرانی کمانش، موضوعی است که مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است.

در سال ۱۹۶۱ تیموشنکو در کتاب خود (مرجع [۱۹]) به معرفی و تحلیل پایداری و کمانشی سازه‌ها از قبیل ستون‌ها، تیرها، ورق‌ها و پوسته‌ها و در فصل ۱۱ به طور خاص به بررسی تحلیلی و تجربی کمانش خطی پوسته استوانه‌ای تحت نیروهای پیچشی، فشاری محوری و فشاری محیطی و کمانش موضعی تحت بار محوری پرداخته و در بخشی جداگانه تاثیر استفاده از تقویت کننده‌های رینگ و استرینگر را نیز لحاظ نموده است.

در سال ۱۹۶۵ در مرجع [۱] تحلیل پوسته‌ای استوانه‌ای ارتوتروپیک با تقویت کننده‌ی ایزوتروپیک و ارتوتروپیک که توسط تکیه‌گاه ساده مهار شده و تحت بارگذاری ترکیبی محوری و محیطی قرار دارد، صورت گرفته و معادلات حاکم بر کمانش از روش انرژی و با فرض تغییر شکل‌های کوچک، با در نظر گرفتن اثر خروج از مرکز تقویت کننده‌ها در یک قسمت پوسته به دست آمده است و نتایج در حالت‌های بدون تقویت کننده و با تقویت کننده ریب و استرینگر با هم و به تنهایی مقایسه شده و مشاهده شده خروج از مرکز تقویت کننده‌ها تاثیر بسیار زیادی بر کمانش دارد.

مرجع [۲] در سال ۱۹۶۵ درباره‌ی اهمیت استفاده از تقویت کننده‌ها و تاثیر آنها در پایداری سازه، بهینه سازی کمانش و کاهش حساسیت پوسته تقویت شده نسبت به نواقص اولیه پژوهش‌هایی انجام داده و نتایج حاصل را با داده‌های تجربی مقایسه نمود است.

مرجع [۳] که جلد اول از گزارشات ناسا درباره‌ی پایداری پوسته استوانه‌ای تقویت شده خارج از مرکز است، در سال ۱۹۶۷ می‌باشد، به معرفی کلی کمانش، ناپایداری‌های موضعی و عمومی، نمودار بار تغییر کمان و نقاط حدی و استخراج معادلات اولیه پوسته ارتوتروپیک پرداخته شده است. هم چنین در مرجع [۴] که جلد دوم این گزارشات می‌باشد، کمانش پل تخت و دارای انحنا تحت بارگذاری محوری فشاری مورد بررسی قرار گرفته و روابط حاکم بر آن به طور کامل و از تئوری‌های مختلف بیان

شده که در تحلیل کمانش موضعی کاربرد دارد. نتایج حاصل از تست ها به صورت نمودار در این گزارش آمده است. در نهایت کمانش دینامیکی پوسته ایزوتروپیک بررسی شده و نمودارهای مربوط به نتایج بررسی شده است.

جلد پنجم این گزارشات (مرجع [۵]) به بررسی دقیق تر پدیده کمانش پرداخته است، به این صورت که پوسته را دارای نقص اولیه فرض کرده و اثرات آن را بر کمانش پوسته استوانه‌ای تقویت شده‌ی خارج از مرکز لحاظ نموده است. هم‌چنین با تعریف ضخامت موثر، نمودارهای مربوط به طراحی پوسته ها را تحلیل کرده است.

در مرجع [۶] تاثیر تغییر شکل‌های قبل از کمانش و تنش‌های ناشی از آن را بر کمانش پوسته‌ی استوانه‌ای کامل بررسی نموده است. برای استخراج معادلات از تئوری تغییر شکل‌های بزرگ استفاده شده و تکیه‌گاه‌ها ساده فرض شده و پوسته تحت بار محوری فشاری، فشار محیطی داخلی و خارجی و ترکیب آن‌ها قرار گرفته است. طبق این پژوهش وجود تغییر شکل‌های قبل از کمانش باعث کاهش بار بحرانی کمانش به میزان ۵۰٪ از مقدار کلاسیک آن می‌شود.

در گزارشات بعدی ناسا در سال ۱۹۶۸ (مرجع [۷]) تحلیل کمانش پوسته‌ی استوانه‌ای ارتوتروپیک تقویت شده توسط رینگ با در نظر گرفتن تغییر شکل‌های قبل از کمانش صورت گرفت. در این پژوهش معادلات حاکم بر پیش کمانش غیرخطی و کمانش خط از روش انرژی استخراج شده است. تکیه‌گاه‌ها دو حالت ساده و گیردار فرض شده و بارگذاری محوری فشاری، فشار محیطی داخلی و خارجی در نظر گرفته شده و حل این مسئله از روش تفاضل محدود و روش گاوس صورت گرفته است. در نهایت تاثیر تغییر شکل اولیه و استفاده از رینگ‌های مجزا برای کاهش حساسیت پوسته به نقص اولیه بررسی شده و نتایج حاصل مقایسه شده اند.

بلاک در مرجع [۸] با بررسی کامل پوسته‌های تقویت شده توسط ریب و استرینگر روابط کرنش و در نتیجه توزیع تنش در تقویت کننده‌ها و پوسته‌ها قبل از وقوع کمانش در حالت‌های مختلف را محاسبه نموده است. هم‌چنین پارامترهای مربوط به تقویت کننده‌ها با در نظر گرفتن آرایش داخلی و خارجی آن‌ها به صورت نمودار ارائه و مورد تحلیل قرار گرفته است.

سال ۱۹۷۶ در مرجع [۹] کمانش پوسته استوانه‌ای تحت بار محوری کمانش بدون تقویت کننده در نظر گرفته شده و اثرات ۸ مدل شرایط مرزی برای دو تکیه‌گاه ساده و گیردار و تغییر ابعاد هندسی پنل مورد بررسی قرار گرفته است. شرایط مرزی در مقاله با صفر شدن پارامترهای گشتاور، نیروی غشایی، جابجایی در سه راستا و شیب برای دو تکیه‌گاه، تعریف شده‌اند و نتیجه

گیری به این صورت بوده که کمترین بار بحرانی کمانش مربوط به شرط مرزی $SS1$ با تعریف: $w = M_y = N_y =$

$N_{xy} = 0$ در تکیه‌گاه ساده می‌باشد که این مقدار کمتر از نصف بار کمانش استوانه‌ای کامل می‌باشد. با محدود کردن جابجایی‌ها و چرخش‌ها، بار کمانش افزایش پیدا کرده و پدیده کمانش به تاخیر می‌افتد.

مرجع [۱۰] در سال ۲۰۱۰ پایداری الاستیک پوسته استوانه‌ای تقویت شده با رینگ، استرینگر، رینگ و استرینگر با هم تحت بار فشاری محوری و فشار داخلی و خارجی از روش ریتز تحلیل شده است. تقویت کننده‌ها با آرایش‌های متفاوت در داخل و خارج پوسته بررسی شده و در نتایج مشاهده شد که پوسته با رینگ خارجی پایدارتر از پوسته با رینگ داخلی است. هم‌چنین

در پوسته با رینگ خارجی، مقدار خروج از مرکز رینگ‌ها در نیروی بحرانی کمانش اثر ندارد، در حالیکه در پوسته با رینگ داخلی با افزایش خروج از مرکز، بار کمانش کاهش پیدا می‌کند. این موضوع برای استرینگر هم بررسی شده به این صورت که استرینگر داخلی پایدارتر از پوسته با استرینگر خارجی می‌باشد.

در سال ۲۰۱۰، آمدال [۲۱] در فصل پنجم کتاب خود به بررسی کامل کمانش پوسته های استوانه ای شامل: تحلیل کمانش پوسته دارای نقص، کمانش عمومی و رفتار کمانش ستونی، استخراج فرمولاسیون کمانش برای پوسته ای تقویت شده توسط ریب، استرینگر به تنهایی و استفاده همزمان از هر دو تقویت کننده، برای آرایش مختلف آن‌ها پرداخته است. هم چنین تئوری های موجود برای تحلیل پوسته استوانه‌ای تقویت شده با توجه به میزان تقویت کننده‌ها در بخشی جداگانه شرح داده شده است.

در مرجع [۱۱] دنگ، تحلیل کمانش غیرخطی و پس کمانش را برای پوسته ای استوانه‌ای تقویت شده تحت فشار خارجی بررسی نمود. در این پژوهش جنس پوسته FGM انتخاب شده بود و تقویت کننده‌های رینگ و استرینگر، در سطح داخلی پوسته قرار گرفته بودند. معادلات تعادل بر اساس تئوری تقویت کننده‌ی سربار و استفاده از تئوری کلاسیک پوسته‌ها به صورت غیرخطی و استفاده از معادلات ون کارمن به دست آمده است. برای یافتن منحنی فشار- تغییر شکل مربوط به قسمت پس- کمانش و نیروی بحرانی از روش گلرکین استفاده شده است. در این مقاله نیز نتایج بررسی های عددی نشان دهنده تاثیر مثبت تقویت کننده‌ها در به تاخیر انداختن پدیده کمانش می باشد.

وجود نقص اولیه در پوسته تاثیر چشم گیری در رفتار کمانشی سازه خواهد گذاشت، به این صورت که کمانش زودتر از زمان مورد انتظار رخ می دهد و ظرفیت تحمل پوسته در برابر بار فشاری کاهش پیدا می کند. این نقص ها می تواند در مرحله‌ی تولید در پوسته بوجود بیاید و یا مانند گشودگی‌های موجود در برخی پوسته ها توسط سازنده به علت نوع کاربرد سازه، در آن ایجاد شود. با توجه به گریزناپذیر بودن نقص‌های ایجاد شده در پوسته در مرحله‌ی تولید بررسی و تحلیل دقیق این موضوع اهمیت زیادی پیدا کرد، به طوری که دنگ و همکاران (مرجع [۱۲]) در مقاله‌ای جداگانه به بررسی اثر نقص بر پژوهش پیشین خود پرداخت. هم چنین وی علاوه بر کمانش غیرخطی استاتیکی، تحلیل کمانش دینامیکی را نیز انجام داد. در اینجا نیز مانند پژوهش قبل، استوانه تقویت شده خارج از مرکز پوسته استوانه‌ای FGM تحت بار محوری فشاری بررسی شد. پوسته بوسیله‌ی تکیه‌گاه ساده مهار شده و تقویت کننده‌ها بر سطح داخلی و خارجی پوسته قرار گرفته بودند. در نهایت نتایج برای حالت‌های مختلف به صورت نمودار ارائه و مقایسه شده‌اند.

ردی و همکاران [۱۳] با در نظر گرفتن نقص اولیه برای پوسته تقویت نشده، تحلیل غیرخطی کمانش و پس کمانش را انجام دادند. برای به دست آوردن منحنی تعادلی تا نقطه‌ی حدی که تحلیل کمانشی نامیده می‌شود از روش نیوتون-رافسون و برای تحلیل پس کمانش، از نقطه حدی تا فروپاشی، از روش طول کمان استفاده کرده اند. در نهایت تاثیر نسبت طول به قطر استوانه و شعاع به ضخامت، و اندازه‌ی نقص اولیه بر بار کمانش و رفتار پس کمانش پوسته ایزوتروپیک و کامپوزیت را مورد بررسی قرار دادند.

زو و همکاران [۱۴] به بررسی کمانش و پس کمانش پوسته استوانه‌ای بدون تقویت کننده با روش المان محدود، پرداخته است و با استفاده از روش طول کمان مقدار دقیق بار بحرانی کمانش را محاسبه نموده و نشان داده که در پژوهش های پیشین بار کمانش محاسبه شده از مقدار واقعی بیشتر بوده و شکل مود به دست آمده از روش خطی اشتباه می‌باشد. همچنین تاثیر طول استوانه، ضخامت، و شرایط مرزی بر رفتار کمانش و پس کمانش پوسته بررسی شده است.

در سال ۲۰۱۸ وگنر و همکاران [۱۵] به بررسی کمانش خطی و غیرخطی پوسته استوانه ای تحت بار فشاری پرداختند. در این پژوهش اثر وجود تقویت کننده و نقص اولیه هندسی به صورت شکل مودهای کمانش در نظر گرفته و بررسی شده است. این

تحلیل بر روی پوسته ایزوتروپیک و کامپوزیتی صورت گرفته و در نهایت برای طراحی‌های مهندسی، ضریب کاهشده و تاثیر نسبت های شعاع به ضخامت و طول پوسته به ضخامت بر این ضریب به صورت نمودار آورده شده است. از سال های گذشته تاکنون روش های مختلفی برای حل عددی مسائل غیرخطی پیشنهاد شده است. روش های نموی که با تبدیل مسئله ی غیرخطی به مسائل خطی کوچکتر سعی در حل آسان تر این گونه مسائل داشتند. روش های نموی خالص به علت وجود خطای تجمعی، جای خود را به روش نموی- تکراری، مانند نیوتن- رافسون دادند که هدف مهم این روش، به حداقل رساندن خطا بود. عدم توانایی روش نیوتون- رافسون در دست یابی به نقاط حدی منجر به پدید آمدن روش جدید طول کمان شد. در طول زمان تغییرات زیادی برای بهبود روش طول کمان انجام شده است.

در سال ۱۳۹۳ شاهانی و محمدجانی [۱۸]، تحلیل کمانش پوسته های استوانه ای تقویت شده دارای گشودگی را انجام دادند. در این پژوهش جهت حل عددی و تئوری از دو نرم افزار متلب و آباکوس استفاده شده است. همچنین برای تحلیل تقویت کننده ها دو روش تئوری سربار و تقویت کننده مجزا به کار رفته است. جهت ارائه بار مناسب طراحی استفاده از ضریب کاهشده- های تجربی و تئوری در تحلیل خطی را مورد بررسی قرار داده اند.

در پژوهش حاضر، کمانش غیرخطی پوسته استوانه ای تقویت نشده و تقویت شده توسط ریب و استرینگر مورد بررسی قرار گرفته است.

آنچه که در پژوهش های پیشین مورد بررسی قرار گرفته است تحلیل کمانش خطی و غیرخطی از روش هایی با خطای بالا بوده است. نکته مورد توجه در این مقاله محاسبه بار بحرانی کمانش و یافتن منحنی بار- جابجایی از روش غیرخطی ریکس می باشد که به مقادیر تجربی نزدیک تر است. روش ریکس از جمله روش های کنترل طول کمان است که نتیجه حل آن به رسم منحنی بار- جابجایی می انجامد. ویژگی مهم این نمودار نمایش رفتار سازه از جمله نقطه بازگشت ناگهانی^۱ (که نمایانگر کمانش موضعی است)، در طول کمانش و پس کمانش است. در ادامه تاثیر وجود تقویت کننده های ریب و استرینگر به تنهایی و با ترکیب هردو و تغییر تعداد آنها بر بار بحرانی کمانش بدست آمده است. لازم به ذکر است میزان حساسیت پوسته نسبت به وجود نقص اولیه هندسی و اندازه آن مورد بررسی قرار گرفته است. تحلیل های غیرخطی با استفاده از نرم افزار اجزای محدود ABAQUS، که مبتنی بر نظریه تغییر شکل برشی مرتبه اول است انجام می شود. در ادامه برای پوسته دارای نقص اولیه از نوع هندسی برگرفته از شکل مود کمانش خطی، بار کمانش کلی و محلی به دست آمده و رفتار سازه با توجه به نمودار بار- جابجایی و نقاط بازگشت ناگهانی تحلیل شده است و تاثیر کمانش موضعی در بار کمانش مطالعه شده است. در نهایت نتایج حاصل از استفاده ی تقویت کننده، وجود نقص و تاثیرشان بر بار کمانش ارائه شده است.

۲. مطالعه کمانش پوسته تقویت شده دارای نقص اولیه

تحلیل های خطی کمانش، فرضیات ساده کننده بسیاری دارند. از جمله آن ها می توان به کامل بودن ساختار پوسته ی استوانه ای اشاره کرد. در حالی که این فرض مطابق با واقعیت نیست، زیرا در هریک از مراحل ساخت تا نصب و در انتها بهره برداری نواقص اولیه به پوسته وارد شده و پوسته را از شرایط ایده آل خارج می کند. در نتیجه غیرخطی بودن پدیده کمانش در واقعیت، امری مهم و

¹ Knockdown factor

² Snap- back

اجتناب ناپذیر است. چراکه بار غیرخطی کمانش بسیار کمتری از بار بحرانی خطی بوده و طراحی براساس تحلیل خطی، دارای ضریب اطمینان مناسبی نبوده و امری معقول به نظر نمی‌رسد. استفاده از تقویت کننده‌ها می‌تواند اثرات منفی وجود نقص بر بار کمانش را تا حد زیادی جبران نماید. در نتیجه مدلسازی "غیرخطی" پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده دارای نقص از اهمیت بالایی برخوردار است.

۳ دل‌سازی اجزاء محدود پوسته و تقویت کننده‌ها

فرضیات صورت گرفته در این پژوهش به این صورت می‌باشد: ماده سازنده پوسته ایزوتروپیک می‌باشد. تقویت کننده‌ها یکنواخت و در فواصل مساوی قرار گرفته‌اند. جنس تقویت کننده‌ها و پوسته یکسان می‌باشد. در حل غیرخطی جابجایی‌های بزرگ در نظر گرفته شده‌اند.

جزئیات شبیه سازی اجزاء محدود پوسته

در تحلیل عددی برای شبیه سازی پوسته از المان پوسته^۳ استفاده شده است. در ماژول مش، نوع المان استفاده شده، المان خطی S4R می‌باشد. این المان یک المان چهارگره‌ای با شش درجه آزادی شامل جابجایی در سه راستا و دوران در سه جهت برای هر گره است. این نوع المان برای پوسته‌های نازک و ضخیم مورد استفاده قرار گرفته و با افزایش ضخامت امکان محاسبه تغییر شکل برشی را دارد.

در این پژوهش کمانش استاتیکی مورد بررسی قرار گرفته است. در نتیجه نوع بارگذاری استاتیکی بوده و جهت آن با توجه به مسئله کمانش، فشاری در راستای محور استوانه می‌باشد. در تحلیل خطی مقدار ویژه از بارگذاری لبه‌ای پوسته و در تحلیل غیرخطی استاتیک-ریکس از بار متمرکز محوری استفاده می‌شود.

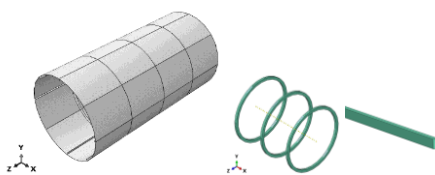
شرط مرزی در نظر گرفته شده برای شبیه سازی پوسته استوانه‌ای، در دو لبه‌ی انتهایی و ابتدایی پوسته می‌باشد. در لبه‌ی انتهایی تکیه‌گاه از نوع گیردار بوده و ۶ درجه آزادی لبه پوسته بسته می‌باشد. در لبه‌ی ابتدایی پوسته که محل اعمال بار است، تمام درجات آزادی پوسته به جز جابجایی در راستای محور محدود شده‌اند.

در این پژوهش تقویت کننده‌ها به طور مجزا مدلسازی و به پوسته متصل شده‌اند، بطوری که یک سطح واحد را تشکیل داده‌اند و با اعمال بار و شرایط تکیه‌گاهی به دو لبه‌ی استوانه، تقویت کننده‌ها نیز مانند پوسته تحت نیرو و شرایط مرزی قرار می‌گیرند. برای شبیه سازی تقویت کننده‌های ریب و استرینگر از المان پوسته S4R استفاده شده است.

³ Shell

² Linear perturbation

³ Lanczos



شکل ۱- پوسته تقویت شده توسط ریب و استرینگر، هندسه ریب و استرینگر

شکل ۱ نمونه‌ای از مدل‌سازی‌های صورت گرفته برای پوسته تقویت شده را نشان می‌دهند.

حل عددی: حل خطی مقدار ویژه

نرم افزار آباکوس برای حل مقدار ویژه خطی، از حل اغتشاش خطی^۴ و گزینه‌ی کمانش استفاده می‌کند. اگر جابجایی و تغییر شکل‌های قبل از کمانش قابل چشم پوشی نباشد، مسئله باید به صورت غیر خطی حل شود.

در نرم افزار آباکوس دو روش برای استخراج مقدار ویژه وجود دارد:

روش لانکسور^۵: برای حالت کلی زمانی که درجات آزادی سیستم زیاد باشد دارای سرعت خوبی است.

روش تکرار زیرفضایی: برای زمانی که تعداد مقدار ویژه کمتری لازم باشد، کمتر از ۲۰، نسبت به روش قبلی سریع تر است.

حل عددی: حل غیر خطی ریکس

در موارد ساده ممکن است تحلیل خطی مقدار ویژه مناسب باشد، اما در صورت غیر خطی بودن ماده یا هندسه‌ی غیر خطی در طول کمانش، از آنالیز بار-جابجایی ریکس برای رسیدن به جواب صحیح استفاده می‌شود. در این روش امکان اعمال رفتارهای غیر خطی ماده از جمله پلاستیسیته و فرض غیر خطی بودن هندسه با فعال کردن گزینه مربوط در نرم افزار وجود دارد. برای حل از این روش از الگوریتم عمومی استاتیک استفاده می‌شود. این روش که در واقع روش ریکس اصلاح شده می‌باشد مشکلات روش ریکس مانند قرینه نبودن ماتریس سفتی را ندارد و از بهترین روش‌های منحنی یاب جهت حل مسئله کمانش و پس کمانش می‌باشد.

⁶ subspace

از مهم‌ترین نتایج روش ریکس نمودار^۷ LPF می‌باشد که نسبت نیروی وارد شده بر حسب طول کمان می‌باشد. هم‌چنین نمودار بار-جابجایی برای توصیف بهتر رفتار سازه در کمانش و پس‌کمانش از روش ریکس به دست می‌آید. مقدار بیشینه در این نمودار نیروی کمانش غیرخطی سازه را ارائه می‌کند.

نکته قابل توجه قبل از شبیه‌سازی کمانش، بررسی و تحلیل تنش پوسته و اعضای آن (شامل تقویت‌کننده‌ها) می‌باشد. بنابراین به منظور بررسی وقوع و یا عدم وقوع تسلیم در پوسته و تقویت‌کننده‌ها، قبل از بروز کمانش، لازم است تحلیل تنش به طور کامل در پوسته انجام شده و در صورتی که پوسته به نقطه‌ی تسلیم رسیده باشد، لازم است در تحلیل کمانش رفتار پلاستیک با در نظر گرفتن خواص پلاستیک، لحاظ شود.

۴. مدل‌سازی اجزاء محدود برای توصیف نقص اولیه

همانطور که گفته شد در مواردی بار بحرانی نقطه انشعاب هم‌خوانی خوبی با بار بحرانی تجربی ندارد. پژوهشگران بسیاری دلیل اختلاف نتایج تئوری و تجربی رو مورد بررسی قرار دادند و اتفاق نظر عمومی از وجود نقص اولیه در پوسته خبر می‌داد [۲۰].

با توجه به اینکه روش حل مقدار ویژه عوامل غیرخطی مانند: نقص، پلاستیسیته و... را در نظر نمی‌گیرد بهترین روش برای حل این گونه مسائل غیرخطی استفاده از روش‌های حل عددی غیرخطی نظیر ریکس می‌باشد.

در ادامه نحوه در نظر گرفتن نقص در حل غیرخطی شرح داده شده است.

۵. معرفی روش‌های حل غیرخطی با در نظر گرفتن نقص اولیه

نحوه تاثیر نقص موجود در پوسته و آثار غیرخطی در بار بحرانی تحلیل خطی در قسمت‌های قبل توضیح داده شد. با توجه به اینکه کمانش در واقعیت یک پدیده‌ی غیرخطی است، تحلیل غیرخطی کمانش اهمیت فراوانی پیدا می‌کند. نقص را می‌توان به روش‌های مختلف به قطعه وارد کرد.

بر اساس شکل موده‌های کمانش: برای این منظور ابتدا باید با روش مقدار ویژه پوسته‌ی بدون نقص را تحلیل نمود، سپس برای هر شکل مود ضریب مناسبی در نظر گرفته و به عنوان نقص به پوسته اعمال می‌شود. بر اساس نتایج تجربی مقدار اعمال نقص باید درصدی از ضخامت پوسته باشد. هم‌چنین می‌توان از روش جمع آثار چندین مود کمانش را به عنوان نقص اعمال کرد که این کار باعث افزایش دقت در پاسخ‌ها می‌شود.

بر اساس تحلیل استاتیکی: در این روش از هندسه تغییر شکل یافته آنالیز استاتیکی استفاده می‌شود.

⁷ Load Proportionality factor

اعمال نقص مستقیم: در این مورد از همان هندسه‌ی تغییر شکل یافته و یا آنالیز استاتیک استفاده می‌شود به این صورت که نقص به صورت مستقیم به شکل جدولی از شماره گره‌ها و مختصات آن‌ها در سیستم مختصات دلخواه و مشخص به شکل یک فایل ورودی به نرم افزار داده می‌شود.

۶. اعمال نقص از نوع شکل مود کمانش در حل اجزاء محدود غیرخطی ریکس

در بیشتر پژوهش‌ها و در این پروژه از شکل مود کمانشی برای اعمال نقص استفاده شده است.

جهت اعمال نقص از نوع شکل مود کمانش، ابتدا باید از تحلیل مقدار ویژه، شکل مودهای کمانش که همان بردارهای ویژه هستند به دست بیاید. بر خلاف مقادیر ویژه که مقداری دور از واقعیت دارند، شکل مودهای کمانش حاصل از این روش صحیح هستند. سپس باید ضریبی از هر شکل مود را به عنوان نقص اعمال نمود. ضریب مربوط به هر شکل مود، نشان دهنده حداکثر جابجایی آن مود می‌باشد به این معنی که اگر ضریب ۱ را برای مود اول کمانش در نظر بگیریم، آن نقطه از پوسته استوانه‌ای که در مود ۱ بیشترین جابجایی را داشته به اندازه ۱ واحد منحرف شده و بقیه‌ی نقاط متناسب با مقدار حداکثر ۱ و شکل مود اول، منحرف می‌شوند.

ابتدا، شکل مودهای تحلیل خطی در فایلی با پسوند .FIL ذخیره شده، و در گام ریکس، با فراخوانی فایل مورد نظر که حاوی تغییر شکل همه نقاط سازه است نقص اولیه به روش جمع آثار مودهای مختلف کمانشی تعریف می‌شود. آزمایش‌های تجربی نشان دهنده این نکته است که شکل مود اول بیشترین شباهت به تغییر شکل‌های پیش از کمانش را دارد، در نتیجه بیشترین تاثیرگذاری مربوط به شکل مود اول می‌باشد در نتیجه برای این شکل مود بالاترین ضریب در نظر گرفته شده و باقی شکل مودها ضریب کمتر و در نتیجه تاثیر کمتری خواهند داشت. با اعمال نقص اولیه تحلیل ریکس بر روی استوانه با هندسه‌ی تغییر شکل یافته انجام می‌شود.

برای معرفی میزان نقص ضریبی بی بعد با نام ξ به صورت زیر تعریف شده است:

$$\xi = \frac{W^*}{t} \quad (1)$$

که در آن T ضخامت پوسته استوانه‌ای می‌باشد و W^* ضریب مربوط به هر شکل مود است که نشان دهنده بیشترین جابجایی آن شکل مود می‌باشد ξ می‌تواند مقادیری بین ۰ تا ۱ داشته باشد.

در سال ۱۹۸۶، سیمیتسز [۱۶] در مقاله‌ی خود تاثیرات جابجایی اولیه، نقص و نوع تکیه‌گاه را بررسی کرده و نمودارهایی برای نشان دادن تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر میزان نقص ارائه نموده، هم چنین تاثیر نقص قرینه و نقص نامتقارن را بر بار بحرانی بررسی نموده است.

وگنر و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۱۸ تحلیل کمانش پوسته استوانه‌ای تحت فشار محوری را در حالت‌های مختلف برای پوسته ایزوتروپیک و کامپوزیت انجام داده‌اند. سپس با اعمال نقص اولیه با روش ذکر شده در بالا، کمانش را به روش غیرخطی تحلیل کرده و در نهایت با مقایسه مقادیر بدست آمده از آزمایش و مقایسه با فرمول‌های ارائه شده، ضریب کاهنده برای طراحی ارائه داده‌اند.

در این پژوهش نیز از روش اعمال نقص ذکر شده برای در نظر گرفتن تاثیر نقص در بار بحرانی کمانش استفاده شده است. در ابتدا به تحلیل تنش و کمانش خطی و غیرخطی و صحت سنجی با مقالات جهت اطمینان از روش استفاده از نرم افزار المان محدود پرداخته شده و سپس یک مدل نهایی پوسته تقویت شده با ریب و استرینگر، با میزان نقص‌های متعدد و تغییر تعداد تقویت کننده‌ها تحلیل شده و تاثیر تغییرات پارامترهای مختلف بر بار بحرانی کمانش ارائه شده است.

۷. مقایسه نتایج المان محدود با روابط تئوری و نتایج تست‌ها

تحلیل خطی مقدار ویژه پوسته تقویت نشده

در ابتدا یک پوسته استوانه‌ای ساده با روش مقدار ویژه تحلیل خطی می‌شود. مشخصات پوسته شبیه سازی شده مطابق با جدول ۱ می‌باشد:

جدول ۱ - مشخصات هندسی و خواص مکانیکی پوسته

عنوان	مقدار
نسبت پواسون	۰/۳
مدول الاستیسیته (MPa)	۲۱۰۰۰
شعاع میانی (MM)	۶۲۴/۷۵
طول استوانه (MM)	۲۱۲۵
ضخامت پوسته (MM)	۰/۵

شرایط مرزی در دو لبه‌ی بالا و پایین پوسته جهت مهار نمودن آن، یک سر گیردار یک سر ساده می‌باشد در یک طرف استوانه ۶ درجه آزادی بسته شده و در طرف مقابل همه‌ی درجات آزادی به جز تغییر طول (انتقال) در راستای محور استوانه بسته می‌باشد. از نیروی متمرکز برای اعمال بار فشاری استفاده شده است. جهت اعمال شرایط مرزی و بارگذاری، از نقطه‌ی مرجع در دو انتهای پوسته استوانه‌ای، در سطح مقطع استوانه استفاده شده که این نقاط با تعریف قید جسم صلب به لبه‌های انتهایی استوانه متصل شده است.

رابطه تئوری ارائه شده برای محاسبه‌ی بار کمانش برای هر دو حالت متقارن یا نامتقارن، با نوشتن معادلات حاکم بر پوسته از روش انرژی و حل آن، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(\sigma_{CR})_{MIN} = \frac{E T}{R\sqrt{3(1 - \theta^2)}} \quad (2)$$

نیروی بحرانی کمانش پوسته تقویت نشده، به روش زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} P_{cr} &= (\sigma_{cr})_{min} \times 2\pi R t \\ &= \frac{E t}{R\sqrt{3(1 - \theta^2)}} \times 2\pi R t \\ &= \frac{210000 \times 0.5^2 \times 2\pi}{\sqrt{3(1 - 0.3^2)}} \quad (3) \\ &= 199644.73 \text{ N} \end{aligned}$$

بار بحرانی کمانش برابر با مقدار ویژه‌ی اول که کمترین مقدار ویژه می‌باشد در نظر گرفته می‌شود. بعد از مدلسازی، چندین تحلیل با افزایش تعداد المان‌ها انجام و نتایج آن جهت مقایسه در جدول ۲ آمده است:

جدول ۲- نتایج کمانش خطی و بررسی همگرایی

نام تحلیل	تعداد المان‌ها	مقدار ویژه	بار کمانش (N)	خطا (%)
آ	۳۳۶۰	۲۰۵۴۳۱	۲۰۵۴۳۱	۲/۸۹
ب	۶۸۴۰	۲۰۱۵۴۹	۲۰۱۵۴۹	۰/۹۵
ج	۱۳۶۰۰	۲۰۰۴۰۷	۲۰۰۴۰۷	۰/۳۸
د	۵۸۴۳۲	۱۹۹۸۱۲	۱۹۹۸۱۲	۰/۰۸

با افزایش المان‌ها، کاهش خطا و همگرا شدن مقدار بار کمانش به مقدار تئوری، مشاهده می‌شود.

تحلیل غیرخطی ریکس پوسته تقویت نشده

در این قسمت با استفاده از اطلاعات آزمایش تجربی مرجع [۱۷] مدل مورد نظر شبیه سازی شده و سپس جهت اطمینان از تحلیل المان محدود، صحت سنجی صورت گرفته است. مدل سازی انجام شده برای ابعاد هندسی متفاوت می‌باشد که تاثیر پارامترهای مختلف را بر بار کمانش نمایان می‌سازد.

پوسته‌ی شبیه سازی شده از جنس فولاد و مشخصات آن مطابق با جدول ۳ می‌باشد:

جدول ۳- مشخصات هندسی و خواص مکانیکی پوسته [۱۷]

عنوان	مقدار
نسبت پواسون	۰/۳
مدول الاستیسیته (MPA)	۱۷۸۰۰۰
شعاع میانی (MM)	۲۱
طول استوانه (MM)	۱۲۰
ضخامت پوسته (MM)	۰/۷۸

تکیه گاه پوسته طبق مقاله مورد نظر، یک سر گیردار یک سر ساده می‌باشد در یک طرف پوسته تمام ۶ درجه آزادی استوانه بسته شده و در طرف مقابل همه‌ی درجات آزادی بجز تغییر طول در راستای محوری بسته می‌باشد. از نیروی متمرکز برای اعمال بار فشاری استفاده شده است. جهت اعمال شرایط مرزی و بارگذاری از نقطه‌ی مرجع در دو سطح مقطع استوانه که با تعریف قید جسم صلب به استوانه متصل می‌شود، استفاده شده است.

سایز دانه بندی در نظر گرفته شده در این تحلیل ۲ و تعداد المان‌ها ۳۹۶۰ می‌باشد.

جهت بررسی اینکه نوع کمانش الاستیک است یا پلاستیک در ابتدا تحلیل تنش برای این مدل انجام می‌شود. پس از تحلیل مشاهده می‌شود بیشترین تنش موجود در پوسته به تنش تسلیم ماده که برای این ماده برابر با ۲۳۰ مگاپاسکال می‌باشد، رسیده، بنابراین کمانش پلاستیک است. در نتیجه در شبیه‌سازی، عامل غیرخطی پلاستیک شدن پوسته نیز اضافه شده و خواص پلاستیک مطابق مرجع [۱۷] به نرم افزار داده می‌شود.

برای بررسی تحلیل غیرخطی ریکس و تاثیر وجود نقص اولیه بر بار کمانش، در شرایط مختلف پوسته استوانه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. برای انتخاب حل غیرخطی در ماژول استپ گزینه ریکس را انتخاب کرده و گزینه‌ی هندسه غیرخطی فعال می‌شود.

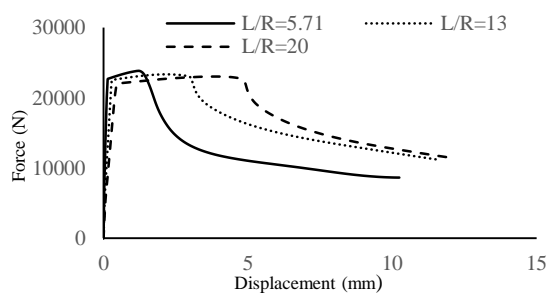
جدول ۴- مقایسه بار کمانش پوسته با نتایج تجربی مرجع [۱۷]

طول استوانه (MM)	بار کمانش تجربی (N) [۲۲]	بار کمانش عددی (N)	خطا (%)
۱۲۰	۲۳۹۲۵/۷	۲۳۸۲۱	۰/۴۴
۲۷۳	۲۳۲۸۰/۵	۲۳۳۴۶/۹	۰/۲۸
۴۲۰	۲۳۰۰۸/۹	۲۳۰۱۰/۱	۰/۰۴

همانطور که در جدول ۴ مشاهده می‌شود با افزایش طول استوانه، بار بحرانی کمانش، رو به کاهش می‌باشد. این موضوع توسط نتایج تجربی و عددی تایید می‌شود. قابل ذکر است بار بحرانی کمانش غیرخطی عددی برای پوسته‌ها با فرض $\xi = 0.3$ ضخامت به دست آمده است که نمونه محاسبه ضریب نقص در ادامه آمده است:

$$\xi = \frac{W^*}{T} = 0.3 = \frac{W^*}{0.78}, W^* = 0.234 \text{ MM}$$

هم‌چنین در جدول ۴ میزان خطای بار کمانش عددی از تجربی محاسبه شده است. متفاوت بودن میزان نقص موجود در نمونه مورد آزمایش و فرض صورت گرفته در مدل سازی عددی می‌تواند عامل ایجاد خطا بین دو مقدار مذکور باشد.



شکل ۲- نمودار بار-جابجایی برای L/R های مختلف پوسته

در شکل ۲ مشاهده می‌شود زمانی که نسبت طول به شعاع استوانه افزایش یابد، میزان بار کمانش کاهش پیدا کرده و پوسته استوانه‌ای تحت نیروی محوری کمتری دچار ناپایداری و کمانش می‌شود.

۸. مطالعه کمانش غیرخطی پوسته‌ی تقویت شده دارای نقص اولیه

مشخصات هندسی و خواص پوسته‌ی آلومینیومی در نظر گرفته شده در جدول ۵ آمده است:

جدول ۵- مشخصات هندسی و خواص مکانیکی پوسته

عنوان	مقدار
نسبت پواسون	۰/۳
مدول الاستیسیته (MPa)	۶۸۹۴۷
شعاع میانی (MM)	۲۵۰/۷۵
طول استوانه (MM)	۱۰۰۰
ضخامت پوسته (MM)	۱/۵

در این مدل جنس پوسته‌ها و تقویت کننده‌ها یکسان در نظر گرفته شده است. سطح مقطع تقویت کننده‌ها به صورت مستطیلی در نظر گرفته شده است که از قسمت عرضی به پوسته متصل می‌شوند. استرینگرها دارای ابعاد ۵ در ۱۰ و ریب‌ها ۲۰ در ۸ میلی‌متر می‌باشند.

نوع المان‌های استفاده شده در این تحلیل در مازول مش از نوع S4R می‌باشد. در نتیجه هر گره دارای ۶ درجه آزادی است. پس از بررسی همگرایی، سایز دانه بندی ۷ انتخاب شده است.

در این پژوهش شکل موده‌های اول که بیشتری تاثیرگذاری را دارا می‌باشد به عنوان نقص اولیه اعمال شده است. در ادامه تحلیل ریکس برای پوسته با تعداد تقویت کننده‌های متفاوت و میزان نقص متغیر انجام شده و نتایج جهت بررسی آمده است:

۹. تحلیل کمانش پوسته تقویت نشده

در ابتدا جهت مقایسه بهتر و بررسی اثر تقویت کننده‌ها پوسته تقویت نشده مورد تحلیل قرار گرفته است.

مقدار ویژه شکل مود اول پوسته تقویت نشده برابر با ۳۹۷/۰۱ نیوتن بر میلیمتر به دست می‌آید، جهت محاسبه‌ی بار بحرانی کمانش از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$P_{cr} = 2 \times \pi \times r \times eigen\ value$$

$$= 2 \times \pi \times 250.75 \times 397.01 = 625492.72N$$

بار کمانش خطی به عنوان یک حدس اولیه برای نیروی وارد بر پوسته در تحلیل ریکس و از شکل مودهای کمانش خطی جهت اعمال نقص اولیه به پوسته استفاده می‌شود. نتایج تحلیل غیرخطی پوسته تقویت نشده در جدول ۶ آمده است.

جدول ۶- کمانش غیرخطی پوسته بدون تقویت کننده

میزان نقص	۰	۰/۱T	۰/۲T
بار کمانش غیرخطی (N)	۶۰۹۴۷۷	۴۵۱۷۷۳	۳۹۸۷۷۲

پاسخ کمانش غیرخطی پوسته تقویت نشده با نقص اولیه در جدول ۶ آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در اثر اعمال نقص اولیه بار کمانش ۲۵/۸۷ درصد و با افزایش میزان نقص اولیه به ۰/۲T، بار کمانش نسبت به مقدار بدون نقص دچار افت ۱۱/۷ درصدی شده و پوسته در برابر کمانش مقاومت کمتری از خود نشان می‌دهد.

با توجه به اینکه وجود نقص‌های اولیه هندسی در مراحل ساخت سازه گریزناپذیر است، یافت راه‌حل جهت جبران اثر این نواقص در بار کمانش، از گذشته مورد اهمیت قرار گرفته است. افزایش وزن سازه و بهینه نبودن افزایش ضخامت پوسته به عنوان اولین راه‌حل، اهمیت استفاده از تقویت کننده‌ها را نمایان می‌سازد

نحوه‌ی استفاده از تقویت کننده‌ها و آثارشان بر کمانش پوسته در بخش‌های بعدی قابل مشاهده خواهد بود. برای مثال تقویت کننده‌های ریب و استرینگر با تغییر مود کمانش کلی به کمانش موضعی در شکل مودهای اول کمانش، تخریب سازه را به تعویق می‌اندازند. کمانش موضعی عامل تخریب نخواهد بود و فروریزش سازه در شکل مودهای بالاتری رخ خواهد داد. هم‌چنین افزایش بار بحرانی کمانش غیرخطی از فواید استفاده از تقویت کننده خواهد بود. در ادامه با مدل سازی عددی تقویت کننده‌ها و تحلیل کمانش آثار وجود تقویت کننده و افزایش تعداد آنها مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

۱۰. تحلیل کمانش پوسته تقویت شده

بررسی اثر وجود تقویت کننده

در ابتدا برای بررسی تفاوت بار کمانش غیرخطی پوسته تقویت شده و تقویت نشده، پوسته با ۳ ریب و ۸ استرینگر مورد بررسی قرار گرفته است.

جهت تعیین درصد تقویت شدگی پوسته نسبت جرم تقویت کننده‌ها به جرم کل سازه محاسبه می‌شود. با توجه به اینکه جنس تقویت کننده‌ها با پوسته یکسان است، با حذف شدن چگالی، نسبت جرمی با نسبت حجمی برابر خواهد بود. برای نمونه درصد تقویت شدگی پوسته با ۳ ریب و ۸ استرینگر محاسبه شده است.

$$V_{stringers} = 8 \times (5 \times 10 \times 1000) = 400000$$

$$V_{Ribs} = 3 \times (8 \times 20 \times 2 \times \pi \times 250.75) = 756244.2$$

$$\frac{m_{stiffeners}}{m_{stiffened\ shell}} \times 100 = \frac{\rho V_{stiffeners}}{\rho V_{stiffened\ shell}} \times 100$$

$$= \frac{(400000 + 756244.2) \times 100}{2 \times \pi \times 250.75 \times 1.5 \times 1000 + 400000 + 756244.2} = 32.8\%$$

پس از مدلسازی پوسته تقویت شده و حل به روش غیرخطی ریکس، نتایج این تحلیل با پوسته تقویت نشده که در بخش قبل بررسی شد در جدول ۷ مورد مقایسه قرار گرفته است:

جدول ۷- بار کمانش پوسته با تقویت کننده و بدون آن

نوع پوسته	بار کمانش غیرخطی (N) بدون نقص اولیه	بار کمانش غیرخطی با نقص ۰/۱T (N)	بار کمانش غیرخطی با نقص ۰/۲T (N)
تقویت نشده	۶۰۹۴۷۷	۴۵۱۷۷۳	۳۹۸۷۷۲
تقویت شده	۷۱۰۴۹۵	۵۴۹۷۹۹	۴۷۷۹۲۸

افزایش بار(%)	۱۶/۷۵	۲۱/۷	۱۹/۸۶
------------------	-------	------	-------

مطابق جدول ۷ استفاده از تقویت کننده در هر دو حالت بدون نقص و با نقص اولیه باعث افزایش بار بحرانی کمانش شده است. در نتیجه پوسته دیرتر کمانش کرده و مقاومت بالایی در برابر کمانش نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود در حالت پوسته دارای نقص افزایش بار کمانش بیشتر بوده و تقویت کننده ها توانسته اند حساسیت پوست به نقص اولیه را تا حد قابل قبولی کاهش دهند.

در نتیجه استفاده از تقویت کننده (۳ ریب و ۸ استرینگر) به طور میانگین تا اندازه ۱۹/۳۷ درصد بار بحرانی کمانش را افزایش می‌دهد.

بررسی اثر افزایش تقویت کننده استرینگر

جهت مشاهده اثر افزایش تعداد استرینگرها لازم است سایر پارامترها از جمله تعداد ریب ها و ضریب نقص ثابت فرض شده و تعداد استرینگرها را افزایش داد. در این پژوهش با دو برابر کردن تعداد تقویت کننده‌های طولی پوسته در دو حالت تقویت شده با ۳ ریب و ۴ یا ۸ استرینگر تحلیل شده است.

روند حل همانند گذشته با تحلیل کمانش خطی از روش مقدار ویژه آغاز شده و با ثبت شکل مود اول و بار بحرانی کمانش ادامه پیدا می‌کند. با اعمال شکل مود اول به عنوان نقص اولیه در پوسته، تحلیل غیرخطی انجام می‌شود.

جدول ۸- بررسی تاثیر افزایش تعداد استرینگر بر بار بحرانی کمانش

پوسته دارای ۳ ریب و :	بار کمانش (N) غیرخطی بدون نقص	بار کمانش (N) غیرخطی با نقص ۰/۱T	بار کمانش (N) غیرخطی با نقص ۰/۲T
۴ استرینگر	۶۰۶۲۳۵	۴۹۲۹۲۹	۴۳۱۲۹۶
۸ استرینگر	۷۱۰۴۹۵	۵۴۹۷۹۹۹	۴۷۷۹۲۸

افزایش بار (/.)	۱۴/۶۷	۱۰/۳۴	۹/۷۶
--------------------	-------	-------	------

در جدول ۸ اثر افزایش تعداد استرینگرها ملاحظه می‌شود. در پوسته بدون نقص اولیه، با افزایش تعداد استرینگرها از ۴ به ۸ بار بحرانی کمانش به میزان ۱۴/۶۷ درصد افزایش پیدا می‌کند. در حالت‌های مربوط به پوسته دارای نقص نیز مشاهده می‌شود با افزایش تعداد استرینگرها بار کمانش افزایش یافته و حساسیت پوسته نسبت به نقص اولیه کاسته شده است. در نتیجه می‌توان با استفاده از تقویت‌کننده‌ها و افزایش آنها تا مقدار مناسب و بهینه، آثار منفی وجود نقص را جبران نمود و کمانش را به تاخیر انداخت.

رسی اثر افزایش تقویت کننده ریب

جهت مشاهده اثر افزایش تعداد ریب‌ها لازم است سایر پارامترها از جمله تعداد استرینگرها و ضریب نقص ثابت فرض شده و تعداد ریب را افزایش داد. در این پژوهش با دو برابر کردن تعداد تقویت کننده‌های محیطی، پوسته در دو حالت تقویت شده با ۳ یا ۶ ریب و ۸ استرینگر تحلیل شده است. درصد تقویت شدگی پوسته با ۶ ریب و ۸ استرینگر ۴۴/۷ می‌باشد در حالی که این مقدار برای پوسته با تعداد استرینگر مشابه و ۳ ریب ۳۲/۸ است.

جدول ۹ - بررسی تاثیر افزایش تعداد ریب بر بار بحرانی کمانش

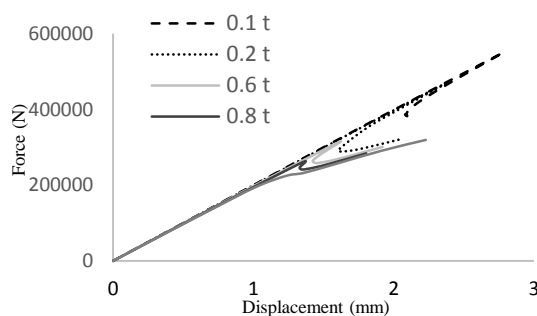
پوسته دارای ۸ استرینگر و: بدون نقص اولیه (N)	بار کمانش غیرخطی با نقص ۰/۱T (N)	بار کمانش غیرخطی با نقص ۰/۲T (N)	بار کمانش غیرخطی با نقص ۰/۲T (N)
۷۱۰۴۹۵	۵۴۹۷۹۹	۴۷۷۹۲۸	۳ ریب
۷۱۰۵۲۵	۵۶۴۵۴۵	۵۰۹۸۷۶	۶ ریب
افزایش بار (/.)	۲/۶۱	۶/۲۷	۰/۰۰۴۲

در جدول ۹ اثر افزایش تعداد ریب‌ها ملاحظه می‌شود. در پوسته بدون نقص اولیه، با افزایش تعداد ریب‌ها از ۳ به ۶ بار بحرانی کمانش به میزان $0.042/0$ ٪ افزایش پیدا می‌کند، که در مقایسه با دو برابر شدن تعداد استرینگرها مقدار ناچیزی است. در حالت‌های مربوط به پوسته دارای نقص نیز مشاهده می‌شود با افزایش تعداد ریب‌ها، به طور میانگین $44/4$ ٪ بار کمانش افزایش یافته و حساسیت پوسته نسبت به نقص اولیه کاسته شده است.

با مقایسه دو جدول ۸ و ۹ به نکته قابل توجهی دست می‌یابیم و آن تاثیر مثبت ریب در پوسته دارای نقص می‌باشد. همانطور که قبل‌تر اشاره شد در جدول ۸ با افزایش تعداد استرینگرها بار کمانش افزایش می‌یابد، اما با کمی دقت در می‌یابیم که این افزایش در بار بحرانی کمانش، با افزایش نقص در پوسته، کاهش می‌یابد. چنانکه مشاهده می‌شود در نقص $0.1T$ بار کمانش به میزان $34/10$ درصد افزایش یافته و در نقص $0.2T$ ، مقدار افزایش بار به $76/9$ درصد کاهش می‌یابد. اما در مورد جدول ۹ که نمایانگر اثر افزایش تعداد ریب بر بار کمانش می‌باشد، عکس این قضیه اتفاق می‌افتد. به این معنی که تقویت‌کنندگی ریب با افزایش نقص پوسته، کاهش نمی‌یابد. این نتایج می‌تواند اهمیت حضور ریب در کنار استرینگر جهت تقویت‌کنندگی پوسته را نمایان کند. در نتیجه وجود ریب به همراه استرینگرها می‌تواند آثار تقویت‌کنندگی خوبی برای پوسته تحت کمانش داشته باشد هر چند که استفاده از ریب به تنهایی در بالا بردن مقاومت پوسته در برابر پس‌کمانش موثر باشد.

در ادامه جهت بررسی تاثیر میزان نقص اولیه بر نمودار بار-جابجایی پوسته استوانه‌ای، مدل پوسته با ۳ ریب و ۸ استرینگر انتخاب شده و نمودار بار-جابجایی آن به ازای ضریب نقص‌های مختلف در شکل ۳ رسم شده است.

در این نمودار مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب نقص از 0.1 ضخامت تا کل ضخامت پوسته، نقطه بیشینه نمودار دچار افت شدید شده و نشان دهنده‌ی تاثیر نقص بر کاهش بار بحرانی کمانش و تسریع وقوع پدیده کمانش می‌باشد. همچنین با افزایش میزان نقص شکل نمودار بار-جابجایی از حالت نقطه بازگشت ناگهانی به فروجهش تبدیل می‌شود.

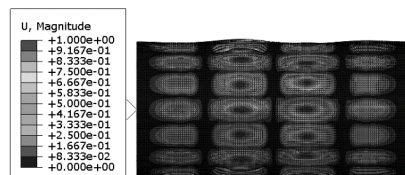


شکل ۳- نمودار بار-جابجایی پوسته با ضریب نقص مختلف

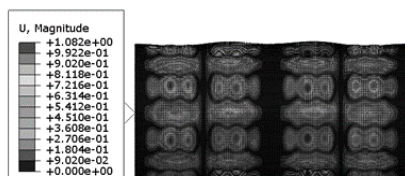
۱۱. کمانش موضعی

کمانش موضعی زمانی اتفاق می‌افتد که پوسته در برخی از نواحی بین تقویت‌کننده‌ها دچار کمانش شود. معمولاً این نوع کمانش باعث فروریزش مصیبت بار نمی‌شود و عموماً قبل از کمانش کلی اتفاق می‌افتد. این کمانش می‌تواند در محل خاصی از پوسته اتفاق بیفتد یا به صورت پراکنده در قسمت‌های مختلف پوسته واقع شود. استفاده از تقویت‌کننده‌های طولی و محیطی، از کمانش عمومی در بارهای پایین جلوگیری کرده و در نتیجه سازه مدت زمان بیشتری پایدار خواهد ماند و مود بحرانی در بارگذاری بالاتری رخ خواهد داد. بنابراین افزودن تقویت‌کننده‌ها به پوسته باعث می‌شود سازه در ابتدا به صورت موضعی کمانش کرده و تغییر شکل پیدا کند. کمانش موضعی در شبیه‌سازی و تحلیل‌های عددی در نمودار بار-جابجایی به صورت بازگشت ناگهانی خود را نشان می‌دهد.

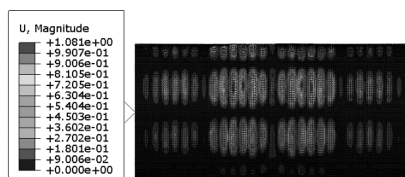
برای مثال در مدل پوسته دارای ۸ استرینگر و ۳ ریب، کمانش موضعی به شکل‌های متفاوت رخ می‌دهد. چند نمونه از شکل مودهای موضعی این پوسته در ادامه آمده است:



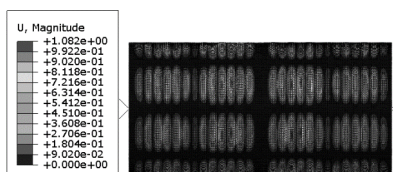
شکل ۴- شکل مود اول کمانش خطی



شکل ۵- شکل مود چهارم کمانش خطی



شکل ۶- شکل مود هشتم کمانش خطی



شکل ۷- شکل مود دوازدهم کمانش خطی

در شکل‌های ۴ تا ۷ مشاهده می‌شود که تعداد و محل موج‌های تشکیل شده در راستای محیطی و طولی در شکل مودهای مختلف متفاوت می‌باشد. با بالا رفتن شماره شکل مود تعداد نیم‌موج‌های تشکیل شده افزایش پیدا می‌کند.

در این بخش جهت مقایسه‌ی تاثیر شکل نقص در بار کمانش، شکل مودهای موضعی مختلف به صورت کد به نرم افزار وارد می‌شود. در همه حالت‌ها ضریب نقص ثابت و همانطور که پیش‌تر اشاره شد، میزان تاثیر نقص از جنس جابجایی و برابر $0/2$ ضخامت در نظر گرفته شده است. نتایج تحلیل غیرخطی کمانش در جدول ۱۰ آمده است:

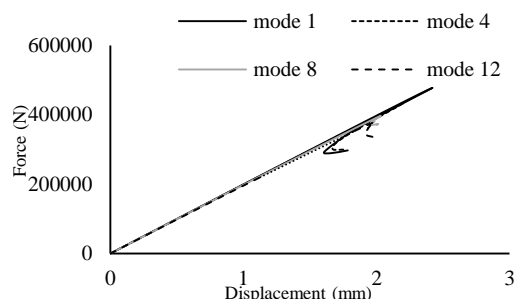
جدول ۱۰- بررسی اثر شکل نقص بر بار کمانش

شماره شکل مود	۱	۴	۸	۱۲
بار کمانش (N)	۴۷۷۹۲۸	۴۳۴۱۹۷	۳۹۷۳۵۹	۳۷۹۳۵۷

همانطور که در شکل‌های ۴ تا ۷ مشاهده شد با افزایش شماره شکل مود کمانش خطی تعداد نیم موج‌های عرضی و طولی افزایش یافته و در پنل‌های تشکیل شده بین تقویت کننده‌ها، پوسته به صورت جزئی‌تر کمانش می‌کند به طوری که در بین تقویت کننده‌ها موج‌های تشکیل شده زیادتر می‌شود. در نتیجه پوسته‌ای که نقص اولیه آن بر اساس شکل مود بالاتری تعریف شده است، به علت تعداد زیاد نیم موج‌ها، بار کمانش کمتری خواهد داشت و زودتر مقاومت خود را از دست می‌دهد. این موضوع با نتایج تحلیل عددی کمانش غیرخطی در جدول ۱۰ منطبق است.

در شکل ۸ منحنی رفتار پوسته تحت کمانش در چهار حالت آمده است. همانطور که مشاهده می‌شود در تمامی حالت‌ها، نمودار پس از نقطه بیشینه که کمانش در آن اتفاق می‌افتد دچار افت شدید بار و بازگشت ناگهانی شده و ناحیه پس کمانش به صورت کاهش مقاومت پوسته نمایان می‌شود. این افت بار کمانش در پوسته‌ای که شکل مودهای ۱ و ۴ به عنوان نقص تعریف شده بود، بیشتر می‌باشد در حالیکه در دو شکل مود ۸ و ۱۲ نقطه بازگشت نمودار به نقطه بیشینه نزدیک‌تر بوده و در بار بالاتری اتفاق می‌افتد.

افتد. هم چنین نقاط بازگشت ناگهانی مشاهده شده در نمودار نشانگر کمناش های موضعی ایجاد شده در پوسته می باشد که طی این اتفاق مقاومت پوسته کاهش پیدا کرده اما همچنان قدرت تحمل بار را داشته و سازه دچاره واماندگی نمی شود در نتیجه با افزایش دوباره بارگذاری، منحنی بار-جابجایی وارد مسیر پس کمناش می شود.



شکل ۸- نمودار بار-جابجایی برای شکل نقص متفاوت پوسته با ۳ ریب و ۸ استرینگر

۱۲. نتیجه گیری

در پژوهش حاضر، ابتدا کمناش پوسته ی تقویت نشده دارای نقص مورد تحلیل قرار گرفته است و در ادامه جهت تعیین اثر تقویت کننده ها، پوسته تقویت شده دارای نقص اولیه از نوع شکل مود کمناش مدلسازی و مورد بررسی قرار گرفت. هم چنین اثر افزایش تعداد استرینگر و ریب مطالعه شده است. در انتها تاثیر اعمال نقص شکل مودهای مختلف از نوع محلی بررسی و مقایسه شده و در نهایت تاثیر عوامل ذکر شده بر بار کمناش، با استفاده از نرم افزار المان محدود آباکوس مورد مطالعه قرار گرفت.

با بررسی بار کمناش پوسته تقویت نشده و تقویت شده با ۳ ریب و ۸ استرینگر مشاهده شد که با افزودن تقویت کننده ها، بار کمناش به طور میانگین به میزان ۱۹/۳۷ درصد افزایش می یابد.

نتایج به دست آمده در این پژوهش، در میزان نقص و تعداد ریب ثابت، با افزایش تعداد استرینگرها از ۴ به ۸ عدد، بار کمناش به طور میانگین به میزان ۱۱/۵۹٪ افزایش پیدا کرده است.

در بیشترین تعداد تقویت کننده شامل ۸ استرینگر و ۶ ریب می باشد با افزایش میزان نقص از $\xi = 0.1$ به $\xi = 0.3$ بار کمناش به میزان ۹/۶۸٪ کاهش پیدا می کند در حالی که برای پوسته ای که به میزان کمتری تقویت شده بود درصد کاهش بار بحرانی کمناش در اثر وارد کردن نقص عدد بیشتر ۱۲/۵ درصد را نشان می داد. این موضوع نشان دهنده ی تاثیر تعداد تقویت کننده ها بر کاهش حساسیت پوسته نسبت به نقص می باشد.

هم چنین بار کمناش در نمونه دارای ۸ استرینگر و ۶ ریب در مقایسه با تعداد استرینگر مشابه و ۳ ریب به میزان ۲/۹۶٪ افزایش داشته است. موضوع مهم تاثیر تقویت کنندگی ریب در پوسته دارای نقص افزایش یافته و این نکته قابل توجه است که وجود ریب در کنار استرینگرها می تواند آثار تقویت کنندگی خوبی برای پوسته تحت کمناش و دارای نقص داشته باشد هر چند که استفاده از ریب به تنهایی در بالا بردن مقاومت پوسته در برابر پس کمناش موثر است..

مراجع

- D. L. Block, M. F. Card, M. M. Mikulas, Buckling of Eccentrically Stiffened Orthotropic Cylinders. *NASA, Langley Research Center, NASA TN D-2960*, 1965.
- J. M. Hedgepeth, D. B. Hall, Stability of Stiffened Cylinders. *AIAA*, Vol. 3, PP. 2275-2286, 1965.
- G. W. Smith, E. E. Spier, The Stability of Eccentrically Stiffened Circular Cylinders, Vol. I: General, *Convair Division of General Dynamics*. California, Report NO. GDC DDG 67-006, 1967.
- G. W. Smith, E. E. Spier, The Stability of Eccentrically Stiffened Circular Cylinders, Vol. II: Buckling of Curved Isotropic Skin Panels; Axial Compression. *Convair Division of General Dynamics*, California, Report NO. GDC DDG 67-006, 1967.
- G. W. Smith, E. E. Spier, The Stability of Eccentrically Stiffened Circular Cylinders, Vol. V: Effects of Initial Imperfections; Axial Compression and pure Bending, *Convair Division of General Dynamics*. California, Report NO. GDC DDG 67-006, 1967.
- M. Stein, The Influence Of PreBuckling Deformation and Stresses on the Buckling of Perfect Cylinder. *Langley Research Center, NASA TR E-190*, 1964.
- D. L. Block, Influence of Discrete Ring Stiffened and Prebuckling Deformations on the Buckling of Eccentrically Stiffened Orthotropic Cylinder. *Langley Research Center, NASA TN D-4283*, 1968.
- D. L. Block, Minimum Weight Design of Axially Compressed Ring and Stringer Stiffened Cylindrical Shells. *Langley Research Center, NASA CR 1766*, 1971.
- L. H. Sobel, T. Weller, B. L. Agarwal, Buckling of Cylindrical Panels Under Axial Compression. *computers & Structures*, Vol. 6, pp. 29-35, 1976.
- A. G. Arani, A. Loghman, A. A. Mosallaie Barzoki, R. Kolahchi, Elastic Buckling Analysis of Ring and Stringer-Stiffened Cylindrical shells under General Pressure and Axial Compression via the Ritz Method. *solid Mechanics*, Vol. 2, No.4 PP 332-347, 2010.
- D. V. Dung, L. K. Hoa, Nonlinear Buckling and post-Buckling Analysis of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical shells under external pressure. *Thin-Walled structure*, Vol. 63, PP 117-124, 2013.
- D. H. Bich, D. V. Dung, V. H. Nam, N. T. Phuong, Nonlinear Static and Dynamic Buckling Analysis of Imperfect Eccentrically Stiffened Functionally Graded Circular Cylindrical Thin Shells Under Axial Compression. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 74, pp. 190-200, 2013.
- Y. V. Narayana, J. B. Gunda, P.R. Reddy, R. Markandeya, Nonlinear Buckling and post-Buckling Analysis of imperfect cylindrical shells subjected to Axial Compressive load. *structural Engineering*, Vol. 42, No. 2, PP 78-85, 2015.
- Y. Zhou, I. stanciulescu, T. Eason, M. Spottswood, Nonlinear elastic buckling and post buckling analysis of cylindrical panels. *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 96, pp. 41-50, 2015.
- H.N.R. Wagner, C. Huhne, S. Niemann, kuo Tian, Bo Wang, Peng Hao, Robust Knockdown factors for the design of cylindrical shells under axial compression: Analysis and modeling of stiffened and unstiffened cylinders. *Thin-walled Structures*, Vol. 127, pp. 629-645, 2018.
- G. j. Simitses, Buckling and postbuckling of imperfect cylindrical shells: A review. *Appl Mech*, vol. 39, No. 10, 1986.
- M. Shariati, M. Mahdizadeh Rokhi, Numerical and experimental investigations on buckling of steel cylindrical shells with elliptical cutout subject to axial compression. *Thin- Walled Structures*, Vol.46, pp. 1251-1261, 2008.
- [۱۸] شاهانی ا.ر.، محمدجانی ر.ا.، ارزیابی نتایج کمانشی پوسته های استوانه‌ای تقویت شده بر اساس تحلیل های المان محدود و مقایسه آن با مقادیر حاصل از رابطه تحلیلی. *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، د. ۱۵، ش. ۶، ص ۵۸-۶۸، ۱۳۹۴.
- [19] S. P. Timoshenko, J. M. Gere, *Theory of Elastic Stability*. New York, McGraw-Hill, 1961.
- [20] B. O. Almroth, D. O. Brush, *Buckling of bars, plates, and shells*. New York, McGraw-Hill, 1975.
- [21] J. Amdahl, *TMR4205 Buckling and Ultimate strength of Marine Structures*, ch. 5: *Buckling of cylindrical shells*. MTS 2010.01.11, 2010.